Comparação entre *lógica matemática* e *álgebra booleana*.

Aluno: Kevin Rodrigues de Souza

Resumo

Compreender o que é a lógica matemática e a álgebra booleana e como podemos representá-las. Realizar uma comparação entre a lógica matemática e a álgebra booleana.

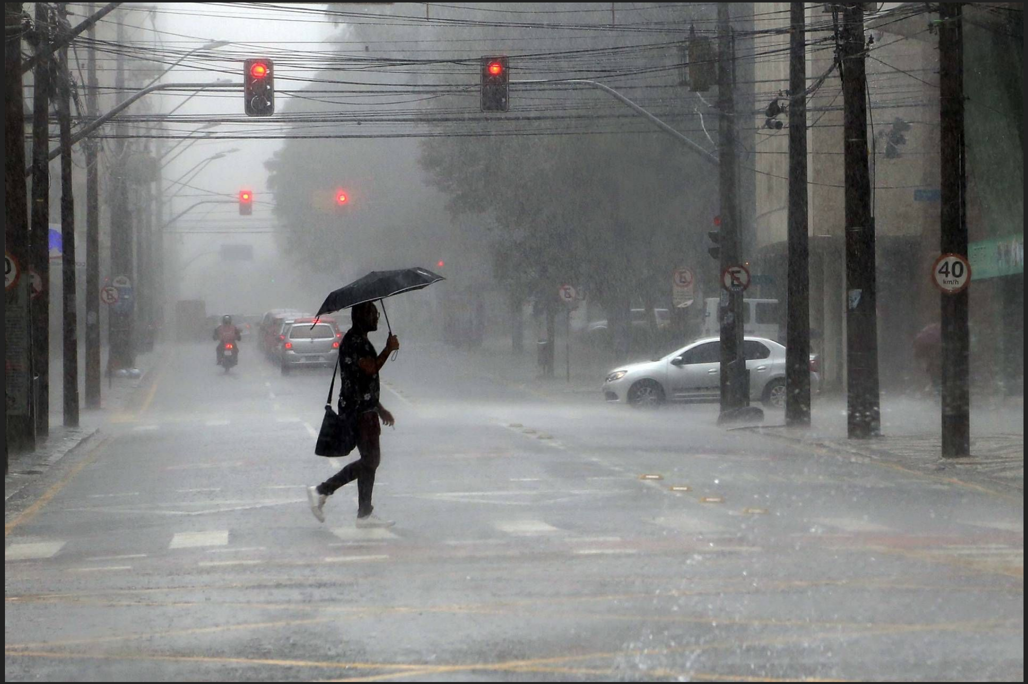
Lógica matemática

A lógica matemática analisa determinada *proposição* buscando identificar se representa uma afirmação verdadeira ou falsa.

Lógica matemática

A lógica matemática analisa determinada *proposição* buscando identificar se representa uma afirmação verdadeira ou falsa.

Exemplos de proposições

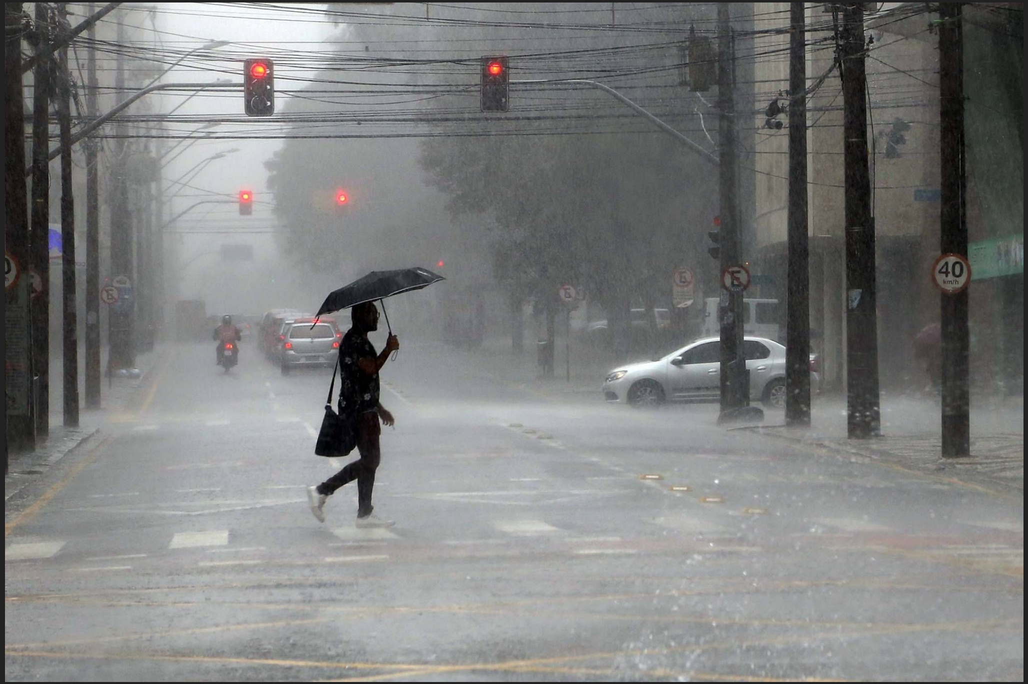


Proposições: São palavras ou símbolos que expressam um pensamento com um sentido completo e indicam afirmações de fatos ou de ideias.Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.

Lógica matemática

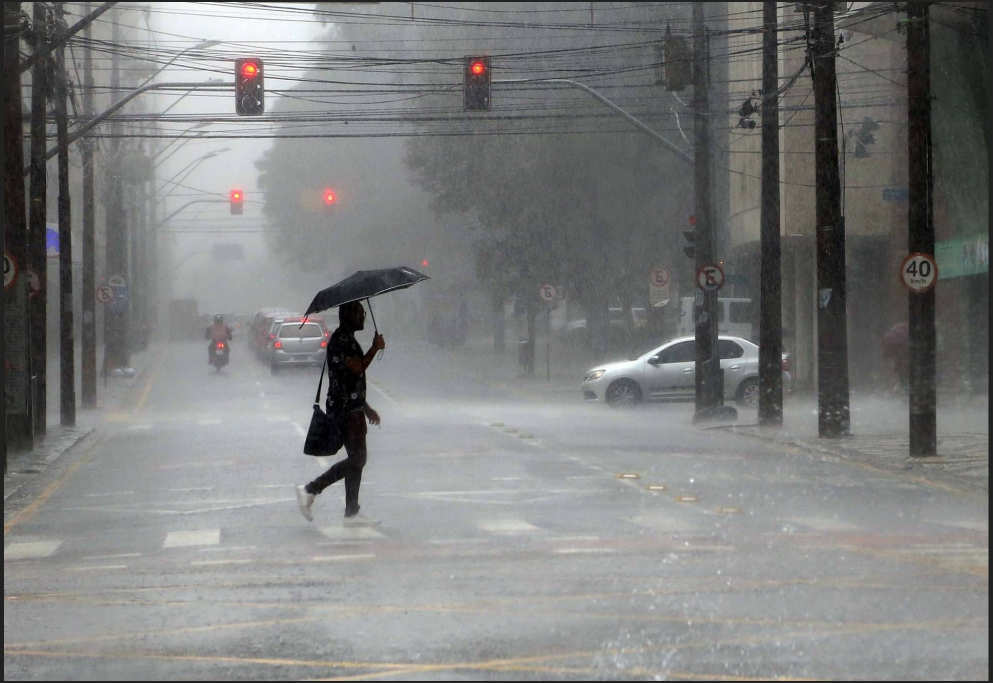
A lógica matemática analisa determinada *proposição* buscando identificar se representa uma afirmação verdadeira ou falsa.

Exemplos de proposições



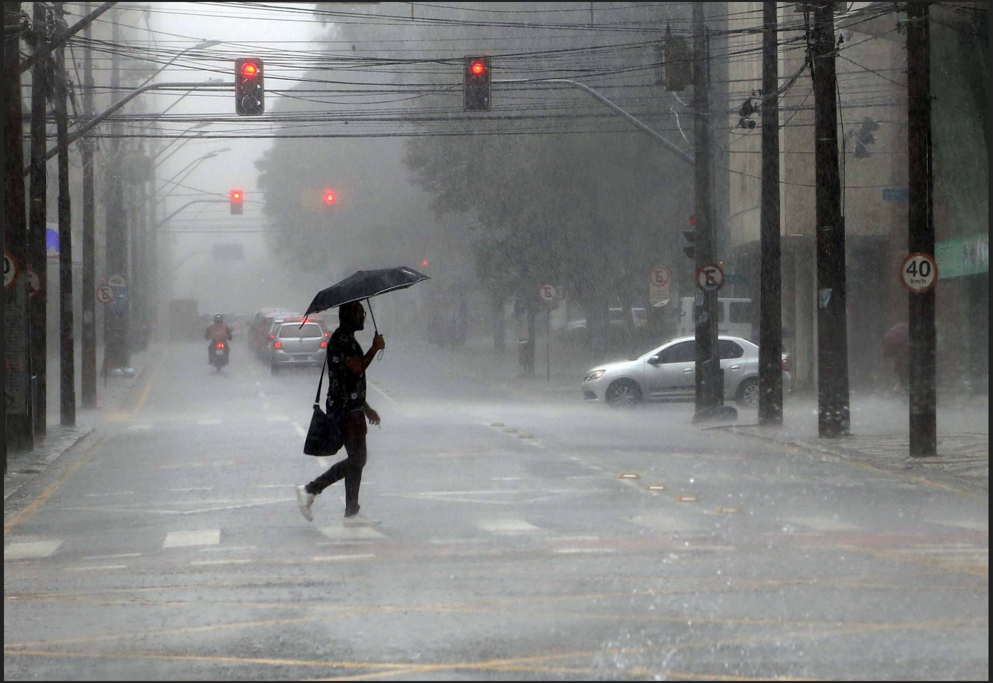
Proposições: São palavras ou símbolos que expressam um pensamento com um sentido completo e indicam afirmações de fatos ou de ideias.Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.

Exemplos de proposições



1. Está chovendo

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.

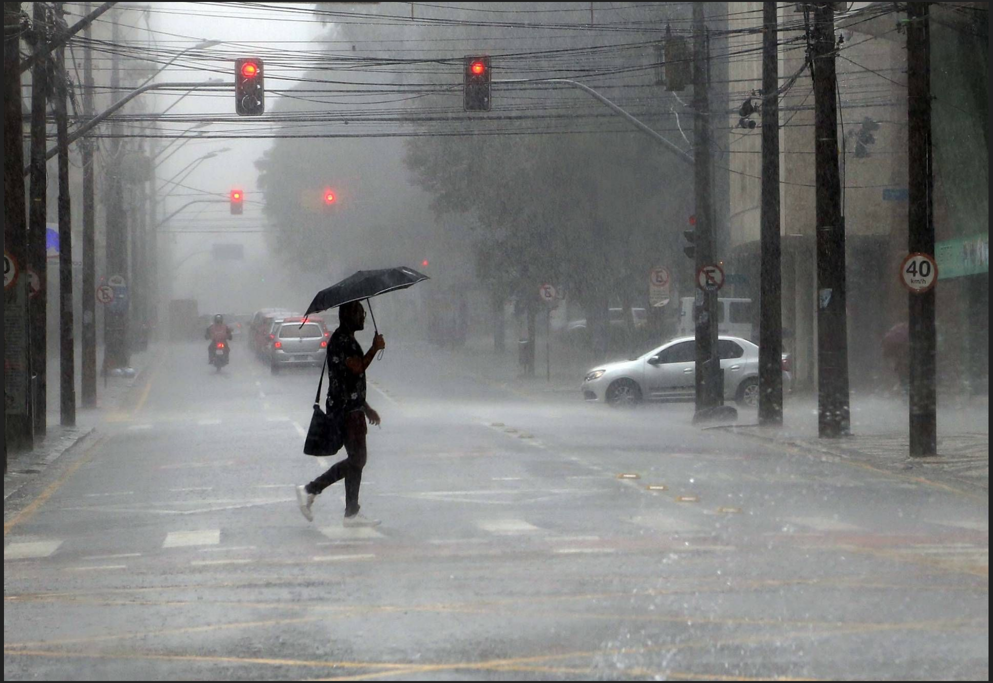


Exemplos de proposições

1. Está chovendo
2. Os sinais estão verdes

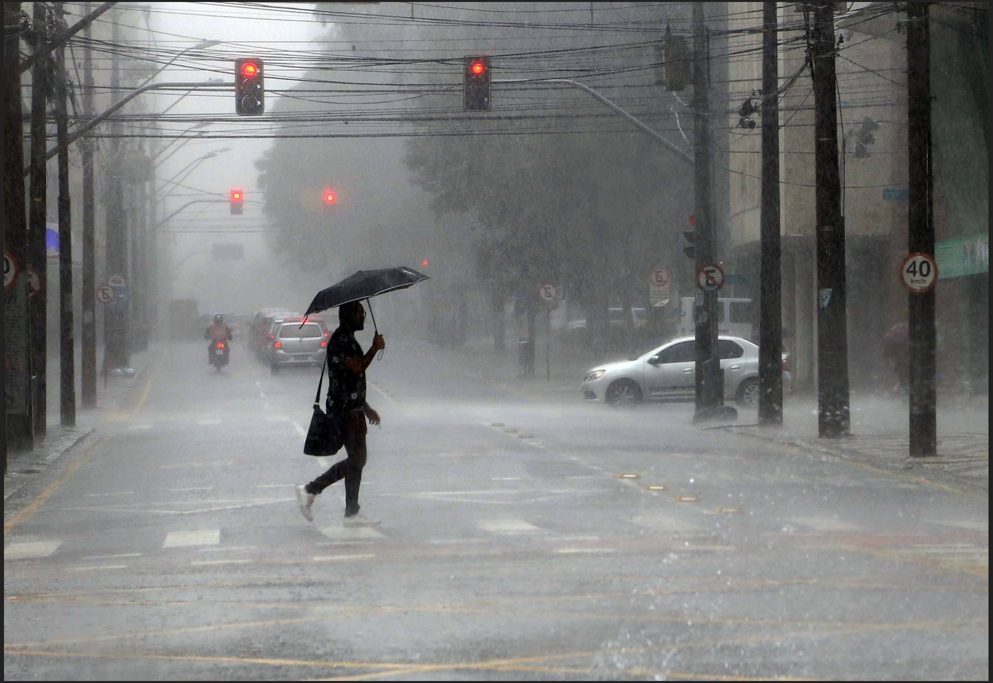
Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.

Exemplos de proposições



1. Está chovendo
2. Os sinais estão verdes

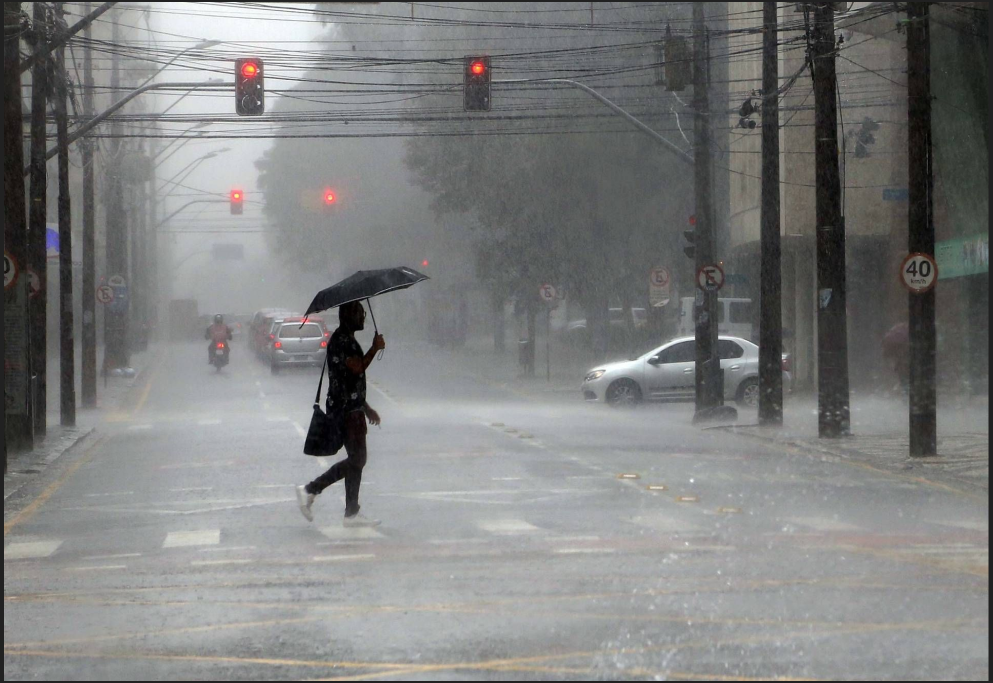
Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.



Exemplos de proposições

1. Está chovendo
2. Os sinais estão verdes

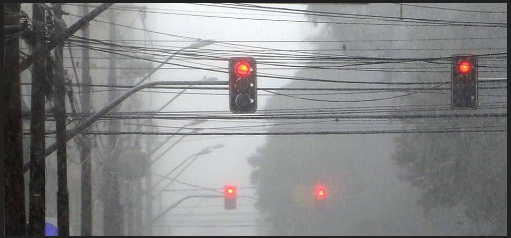
Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.



Exemplos de proposições

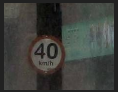
1. Está chovendo
2. Os sinais estão verdes
3. Os sinais estão vermelhos e a velocidade máxima permitida da via é de 40 Km/h

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.



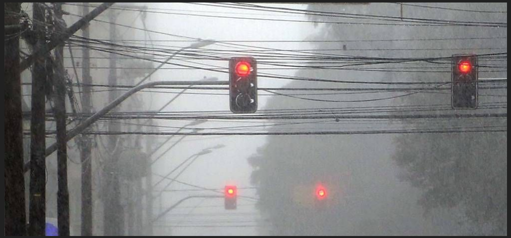
Os sinais estão vermelhos

e



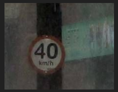
A velocidade máxima permitida da via é de 40 Km/h

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.



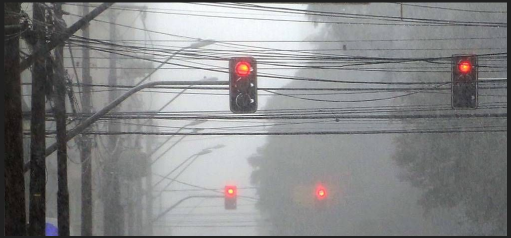
Os sinais estão vermelhos

e



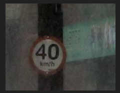
A velocidade máxima permitida da via é de 40 Km/h

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.



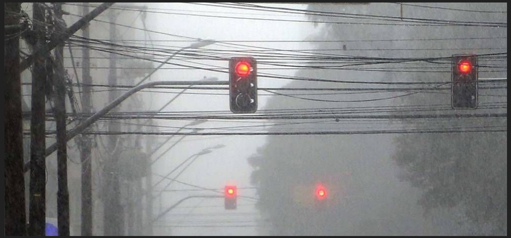
Os sinais estão vermelhos

e



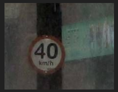
A velocidade máxima permitida da via é de 40 Km/h

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.



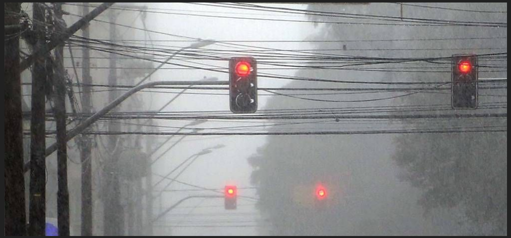
Os sinais estão vermelhos

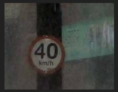
e



A velocidade máxima permitida da via é de 40 Km/h

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.





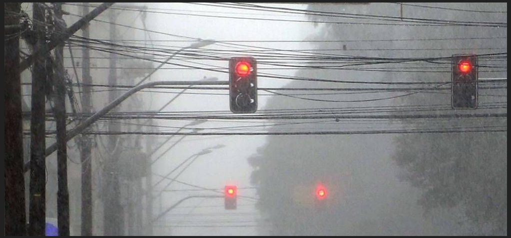
A velocidade máxima permitida da via é de 40 Km/h

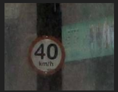
Os sinais estão vermelhos

e

Conectivo

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.





Os sinais estão vermelhos

A velocidade máxima permitida da via é de 40 Km/h

e

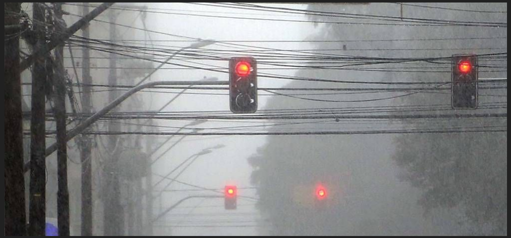
ou

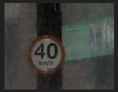
não

...

Conectivo

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.





V

V

e

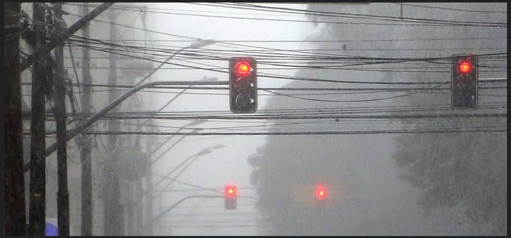
ou

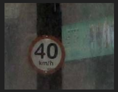
não

...

Conectivo

Essas afirmações assumem valores lógicos que podem ser verdadeiros ou falsos.





v

v

Conectivo

e

ou

não

...

v e v = v

A lógica matemática analisa determinada *proposição* buscando identificar se representa uma afirmação verdadeira ou falsa.

Proposição 1	Proposição 2	Conectivo	Resultado
V	V	E	V
...	...	...	...

A lógica matemática analisa determinada *proposição* buscando identificar se representa uma afirmação verdadeira ou falsa.

Proposição 1	Proposição 2	Conectivo	Resultado
V	V	E	V
V	F	E	F
F	V	E	F
F	F	E	F

Tabela verdade

As operações lógicas fundamentais são: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional.

Negação

p	~p
V	F
F	V

Conjunção

p	q	p^q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção

p	q	pVq
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

As operações lógicas fundamentais são: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional.

Condicional

p	q	p->q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional

p	q	p<->q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exemplo de resolução de proposições:

(b) $(p \to q) \to (p \to q \vee r)$

						ok
p	q	r	p -> q	q v r	p -> q v r	(p->q)->(p->q v r)
v	v	v	v	v	v	v
v	v	f	v	v	v	v
v	f	v	f	v	v	v
v	f	f	f	f	f	v
f	v	v	v	v	v	v
f	v	f	v	v	v	v
f	f	v	v	v	v	v
f	f	f	v	f	v	v

Exemplo de resolução de proposições:

(b) $(p \to q) \to (p \to q \vee r)$

						ok
p	q	r	p -> q	q v r	p -> q v r	(p->q)->(p->q v r)
v	v	v	v	v	v	v
v	v	f	v	v	v	v
v	f	v	f	v	v	v
v	f	f	f	f	f	v
f	v	v	v	v	v	v
f	v	f	v	v	v	v
f	f	v	v	v	v	v
f	f	f	v	f	v	v

Independente de p,q e r. Nessa proposição o resultado será sempre verdadeiro.

Álgebra booleana

Em 1847 George Boole publica um volume sob o título The Mathematical Analysis of Logic em que introduz os conceitos de lógica simbólica demonstrando que a lógica podia ser representada por equações algébricas.

Álgebra booleana

Em 1847 George Boole publica um volume sob o título The Mathematical Analysis of Logic em que introduz os conceitos de lógica simbólica demonstrando que a lógica podia ser representada por equações algébricas.

Temos os símbolos: { V ^ ~ 0 1 } , { + . ’ 0 1 }

Ex: p + q = p V q,

pq ou p . q = p ^q

Álgebra booleana

Em 1847 George Boole publica um volume sob o título The Mathematical Analysis of Logic em que introduz os conceitos de lógica simbólica demonstrando que a lógica podia ser representada por equações algébricas.

Temos os símbolos: { V ^ ~ 0 1 } , { + . ’ 0 1 }

Ex: $1 . 1 = 1$

$0 . 0 = 0$

$a . a = a$

Teoremas de Álgebra booleana

Negações do Zero e do Um

~0 = 1

~1 = 0

Propriedades Idempotentes

a V a = a | a V a V a V a = a

a ^a = a | a ^ a ^ a ^ a = a

Dupla Negação

~ ~a = a

Teoremas de Álgebra booleana

Associativa

$(p + q) + r = p + (q + r)$ | $(p \cdot q) \cdot r = p \cdot (q \cdot r)$

Comutativa

$p + q = q + p$ | $p \cdot q = q \cdot p$

Distributiva

$p \cdot (q + r) = (p \cdot q) + (p \cdot r)$

Combinações das operações

Xor

Teoremas de Álgebra booleana

Combinações das operações

Xor

(a^~b) V (~a^b)

(a ~b) + (~a b)

a	b	(a^~b) V (~a^b)
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Teoremas de Álgebra booleana

Combinações das operações

Xor

(a^~b) V (~a^b)

(a ~b) + (~a b)

a	b	(a^~b) V (~a^b)
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ver outros exemplos de propriedades.

Comparação do estudo de proposições usando lógica matemática e álgebra booleana.

(a^b^c) V (a^~c) V (a^~b)

a	b	c	(a^b^c) V (a^~c) V (a^~b)
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Análise pela lógica matemática

Comparação do estudo de proposições usando lógica matemática e álgebra booleana.

$$(abc) + (a{\sim}c) + (a{\sim}b)$$

Análise pela álgebra booleana

Comparação do estudo de proposições usando lógica matemática e álgebra booleana.

$$(abc) + (a\sim c) + (a\sim b)$$

Distributiva

$$p \cdot (q + r) = (p \cdot q) + (p \cdot r)$$

$$a\,(bc + \sim c + \sim b)$$

$$a\,(bc + (\sim c + \sim b))$$

Associativa

$$(p + q) + r = p + (q + r) \quad | \quad (p \cdot q) \cdot r = p \cdot (q \cdot r)$$

$$a\,(bc + \sim(c\,.\,b))$$

Lei de De Morgan

Análise pela álgebra booleana

Comparação do estudo de proposições usando lógica matemática e álgebra booleana.

$a\ (bc + \sim(c\ .\ b))$ — *Lei de De Morgan*

$a\ (bc + \sim(bc))$

$a\ (X + \sim X)$ — *bc = x, X OU ~X = 1*

$a\ (1) \Rightarrow a\ .\ 1 = a$

Análise pela álgebra booleana

Comparação do estudo de proposições usando lógica matemática e álgebra booleana.

Lógica matemática

a	b	c	(a^b^c) V (a^~c) V (a^~b)
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Álgebra booleana

(abc) + (a~c) + (a~b)

=

a

Toda esse expressão ou proposição só depende de a para ser verdadeira

Conclusão

Concluímos que a lógica matemática nos permite chegar a uma conclusão lógica e binária entre proposições. E que a álgebra booleana introduz os conceitos de lógica simbólica demonstrando que a lógica pode ser representada por equações algébricas.

E o entendimento da lógica é usado na álgebra booleana, esta por sua vez, se torna muito útil para a construção e programação dos computadores eletrônicos e claro, com suas propriedades desenvolvidas, podemos reduzir os custos dos projetos eletrônicos.

Referências

https://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra_booliana

https://www.todamateria.com.br/logica-matematica/

https://www4.pucsp.br/~logica/Booleana.htm

https://brasilescola.uol.com.br/informatica/algebra-booleana.htm

https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/index.php/AULA_7_-_Eletr%C3%B4nica_Digital_1_-_Gradua%C3%A7%C3%A3o

http://users.upf.br/~busatorodrigo/novidades/digital%20mapa%20k.pdf

https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_matem%C3%A1tica