

**INSTITUTO  
FEDERAL**

Goiás

---

Câmpus  
Formosa

# Algoritmos e Estruturas de Dados

Tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas



Waldeyr Mendes Cordeiro da Silva

2019

## Material didático para Algoritmos e Estruturas de Dados

Versão 0.1

### Waldeyr Mendes Cordeiro da Silva

- Formação:
  - Bacharelado em Sistemas de Informação
  - Licenciatura em Ciências Biológicas
  - Complementação Pedagógica em Matemática
  - Especialização em Engenharia de Software
  - Especialização em Segurança da Informação
  - Mestrado em Informática
  - Doutorado em Ciências Biológicas (Bioinformática)
-  Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2391349697609978>
-  ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8660-6331>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Prefácio</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Introdução</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>Análise de Algoritmos</b>	<b>6</b>
2.1.1	Elementos de Notação Assintótica	6
<b>3</b>	<b>Programação</b>	<b>7</b>
<b>3.1</b>	<b>Primeiros Passos em Programação</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Estruturas de Dados</b>	<b>9</b>
<b>4.1</b>	<b>Estruturas de Dados Homogêneas e Heterogêneas</b>	<b>10</b>
<b>4.2</b>	<b>Algoritmos de Ordenação</b>	<b>12</b>
<b>4.3</b>	<b>Listas</b>	<b>17</b>
<b>4.4</b>	<b>Pilhas</b>	<b>17</b>
<b>4.5</b>	<b>Filas</b>	<b>17</b>
<b>4.6</b>	<b>Tabelas Hashing</b>	<b>17</b>
<b>4.7</b>	<b>Árvores</b>	<b>17</b>
<b>4.8</b>	<b>Grafos</b>	<b>17</b>
4.8.1	Busca em Grafos	17
<b>5</b>	<b>Aplicações</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>Apêndice</b>	<b>20</b>

A globe with a network overlay, set against a starry space background. The globe is composed of a mesh of white lines and dots, with some dots highlighted in green. The background is a deep blue space filled with stars and nebulae. A semi-transparent blue box is overlaid on the right side of the globe.

# 1. Prefácio

Em construção...

Este livro destina-se aos acadêmicos e demais interessados em iniciar os estudos em algoritmos e estruturas de dados.





## 2. Introdução

*Um bonita citação...*

Um algoritmo é um procedimento computacional bem definido que processa um valor ou um conjunto de dados (entrada) e produz algum valor ou conjunto de dados (saída) (CORMEN et al., 2009). Os algoritmos existem há muito tempo, mas estão presentes na sociedade moderna de uma forma nunca experimentada na história da humanidade. Quase tudo que se produz, sejam produtos ou serviços, tem alguma influência de algoritmos. O comércio eletrônico utiliza tanto algoritmos clássicos como ordenações, quanto algoritmos modernos de recomendação de produtos baseado no histórico de visitas. A segurança das senhas em qualquer sistema bancário ou *Web* é garantida por algoritmos de criptografia. Imagens de satélite, dados genômicos, reconhecimento de faces, previsão do tempo, quase tudo que se possa imaginar atualmente é influenciado direta ou indiretamente por algum algoritmo.

O estudo de algoritmos é uma demanda crescente frente aos novos desafios trazidos pelo grande volume de dados que as tecnologias modernas proporcionaram. A análise de algoritmos é uma área com questões importantes em aberto, como é o caso dos *Millennium Prize Problems*, com sete problemas matemático-computacionais em aberto e cujo prêmio é de 1 milhão de dólares por cada solução.

O propósito da análise de um algoritmo é prever seu comportamento quanto ao tempo de execução ou ao espaço em memória que irá ocupar mesmo antes de ser executado em um computador específico. Porém, muitos fatores, como o tamanho e a variedade dos dados de entrada, influenciam o algoritmo. Portanto, a análise de algoritmos provê uma aproximação, o que em muitos casos é bastante significativo.

Tipos abstratos de dados são conjuntos de valores sobre os quais é possível aplicar funções de forma homogênea através de um algoritmo. Funções e valores em conjunto, consituem um modelo matemático que pode ser empregado em problemas do mundo real (ASCENCIO; ARAÚJO, 2010). Os algoritmos são projetados em função de um tipo abstrato de dados. A representação computacional de um tipo abstrato de dados com seus tipos e operações permitidas pode ser entendida como uma **estrutura de dados**. Uma estrutura de dados é um meio para armazenar e processar dados com vistas à sua organização, acesso e modificações (CORMEN et al., 2009).

## 2.1 Análise de Algoritmos

### 2.1.1 Elementos de Notação Assintótica



### 3. Programação

### 3.1 Primeiros Passos em Programação

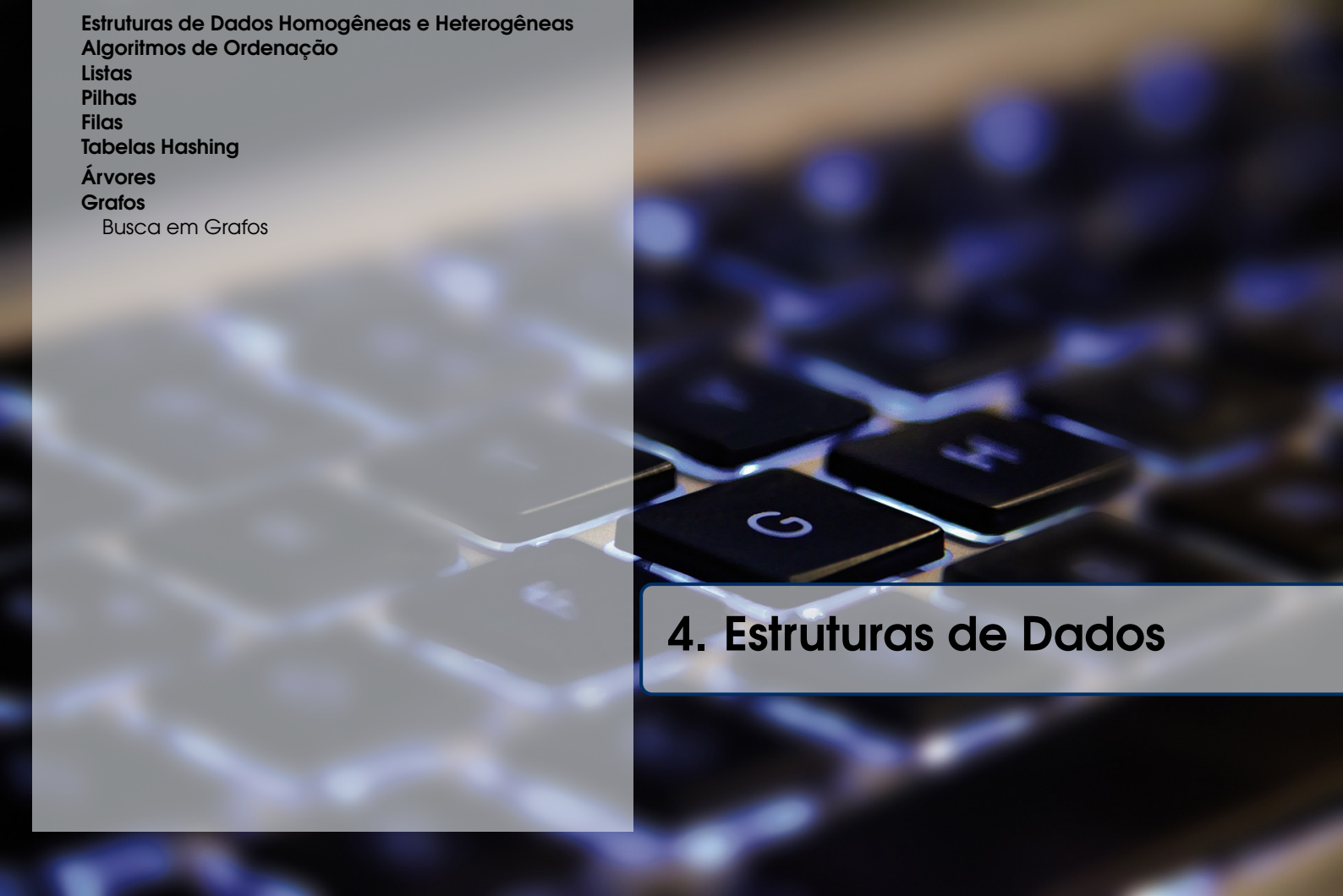
Programa 3.1: Meu primeiro programa em C.

---

```
1 #include <stdio.h>
2 void main(){
3     printf("Meu primeiro programa em C!\n");
4 }
```

---





Estruturas de Dados Homogêneas e Heterogêneas  
Algoritmos de Ordenação  
Listas  
Pilhas  
Filas  
Tabelas Hashing  
Árvores  
Grafos  
    Busca em Grafos

## 4. Estruturas de Dados

## 4.1 Estruturas de Dados Homogêneas e Heterogêneas

### Vetores

Primeiro, uma revisão sobre vetores. Em C uma variável que represente um vetor é um ponteiro. Portanto, quando um vetor é parâmetro para uma função o que é passado é a sua referência, ou seja, o endereço base do vetor. Vetores podem ser bi-, tri-, ou multi-dimensionais, mas abrigam o mesmo tipo de dados. O programa 4.1 mostra o vetor sendo passado para uma função que retorna o valor do meio do vetor.

Programa 4.1: Em C, vetores são passados para funções por referência.

---

```

1  #include <stdio.h>
2  #define TAMANHO 100
3  int getValorDoMeio(int *vetor, int tamanho);
4
5  void main() {
6      int vetor[TAMANHO];
7      int valorDoMeio;
8      for(int i=0; i<TAMANHO;i++){
9          vetor[i] = i+1;
10     }
11     valorDoMeio = getValorDoMeio(vetor,TAMANHO);
12     printf("Valor do meio: %d \n", valorDoMeio);
13 }
14
15 int getValorDoMeio(int *vetor, int tamanho){
16     printf("Valores no vetor:\n");
17     for(int i=0; i<tamanho;i++){
18         printf("%d\t",vetor[i]);
19     }
20     printf("\n");
21     return vetor[tamanho/2];
22 }
23 // Valores no vetor:
24 // 1   2   3   4   5   6   7   8   9   10
25 // 11  12  13  14  15  16  17  18  19  20
26 // 21  22  23  24  25  26  27  28  29  30
27 // 31  32  33  34  35  36  37  38  39  40
28 // 41  42  43  44  45  46  47  48  49  50
29 // 51  52  53  54  55  56  57  58  59  60
30 // 61  62  63  64  65  66  67  68  69  70
31 // 71  72  73  74  75  76  77  78  79  80
32 // 81  82  83  84  85  86  87  88  89  90
33 // 91  92  93  94  95  96  97  98  99  100
34 // Valor do meio: 51

```

---

Programa 4.2: Um vetor de duas dimensões mostrando apenas valores da diagonal principal.

---

```

1  #include <stdio.h>
2  #define TAMANHO 4
3  void main() {
4      int vetor[TAMANHO][TAMANHO];
5      for (int l=0; l<TAMANHO; l++){
6          for (int c=0; c<TAMANHO; c++){
7              printf("Valor [%d][%d]: ", l, c);
8              scanf("%d", &vetor[l][c]);
9          }
10     }
11
12     for (int l=0; l<TAMANHO; l++){
13         for (int c=0; c<TAMANHO; c++){
14             if(l == c){
15                 printf("[%d][%d]:%d\t",l,c,vetor[l][c]);
16             }
17         }
18         printf("\n");
19     }
20 }

```

---

```
21 // Valor [0][0]: 1
22 // Valor [0][1]: 2
23 // Valor [0][2]: 2
24 // Valor [0][3]: 2
25 // Valor [1][0]: 2
26 // Valor [1][1]: 1
27 // Valor [1][2]: 2
28 // Valor [1][3]: 2
29 // Valor [2][0]: 2
30 // Valor [2][1]: 2
31 // Valor [2][2]: 1
32 // Valor [2][3]: 2
33 // Valor [3][0]: 2
34 // Valor [3][1]: 2
35 // Valor [3][2]: 2
36 // Valor [3][3]: 1
37 // [0][0]:1
38 // [1][1]:1
39 // [2][2]:1
40 // [3][3]:1
```

---

### Strings em C

Em C, uma *string* é um vetor de caracteres e cada *string* termina com um caracter *NULL*. Uma constante *string* é definida dentro de aspas em que o caractere *NULL* é automaticamente incluído. Por exemplo, a string "IFG" é um vetor de 4 elementos. O programa 4.1 mostra um exemplo de *string* em C.

Programa 4.3: Em C, *strings* são vetores de caracteres..

```
1 #include <stdio.h>
2 #define TAMANHO 100
3 void main(){
4     char vetor[TAMANHO] = "Aqui vai uma frase bastante longa para servir de exemplo!";
5     int qtd_de_letras_a_na_string = 0;
6     for (int i=0; i<TAMANHO; i++){
7         if (vetor[i] == 'a' || vetor[i] == 'A'){
8             qtd_de_letras_a_na_string++;
9         }
10    }
11    printf("Quantidade de letras \'a\' ou \'A\' na string: %d\n",
12           qtd_de_letras_a_na_string);
13 }
```

---

// Quantidade de letras 'a' ou 'A' na string: 8

## 4.2 Algoritmos de Ordenação

### Bubble Sort

O algoritmo da bolha (*Bubble Sort*) é um algoritmo de ordenação onde cada elemento de uma posição  $i$  é comparado com o elemento de posição  $i + 1$ , os quais trocam de posição, se for o caso, para atender à ordenação procurada (crescente ou decrescente). O programa 4.2 apresenta uma implementação em C do algoritmo *Bubble Sort*, enquanto a Figura 4.1 ilustra seu funcionamento para um vetor de tamanho 4.

Programa 4.4: Implementação em C do algoritmo de ordenação BubbleSort.

---

```

1  #include <stdio.h>
2  #include <time.h>
3  #include <stdlib.h>
4  #define TAMANHO 4
5  void main() {
6      int vetor[TAMANHO]; //vetor com tamanho definido
7      int aux = 0; //variavel para ser usada na troca
8      clock_t tempoInicial, tempoFinal; //Variaveis para guardar o tempo de execucao
9      srand(time(NULL)); //Cria uma semente para numeros aleatorios
10     tempoInicial = clock(); //inicia contagem do tempo
11     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
12         vetor[i] = rand() % 10; //Atribui um inteiro aleatorio entre 0 e 9
13     }
14     //Mostra valores do vetor nao ordenado
15     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
16         printf("%d\t", vetor[i]);
17     }
18     printf("\n");
19     //Ordena vetor pelo metodo da bolha
20     for (int i = 1; i < TAMANHO; i++) {
21         for (int j = 0; j < TAMANHO - 1; j++) {
22             if (vetor[j] > vetor[j + 1]) {
23                 aux = vetor[j];
24                 vetor[j] = vetor[j + 1];
25                 vetor[j + 1] = aux;
26             }
27         }
28     }
29     //Mostra valores do vetor ordenado
30     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
31         printf("%d\t", vetor[i]);
32     }
33     printf("\n");
34     tempoFinal = clock(); //finaliza contagem do tempo
35     //calcula e mostra o tempo total de execucao
36     printf("Tempo: %f s\n", (double) (tempoFinal - tempoInicial) / CLOCKS_PER_SEC);
37 }

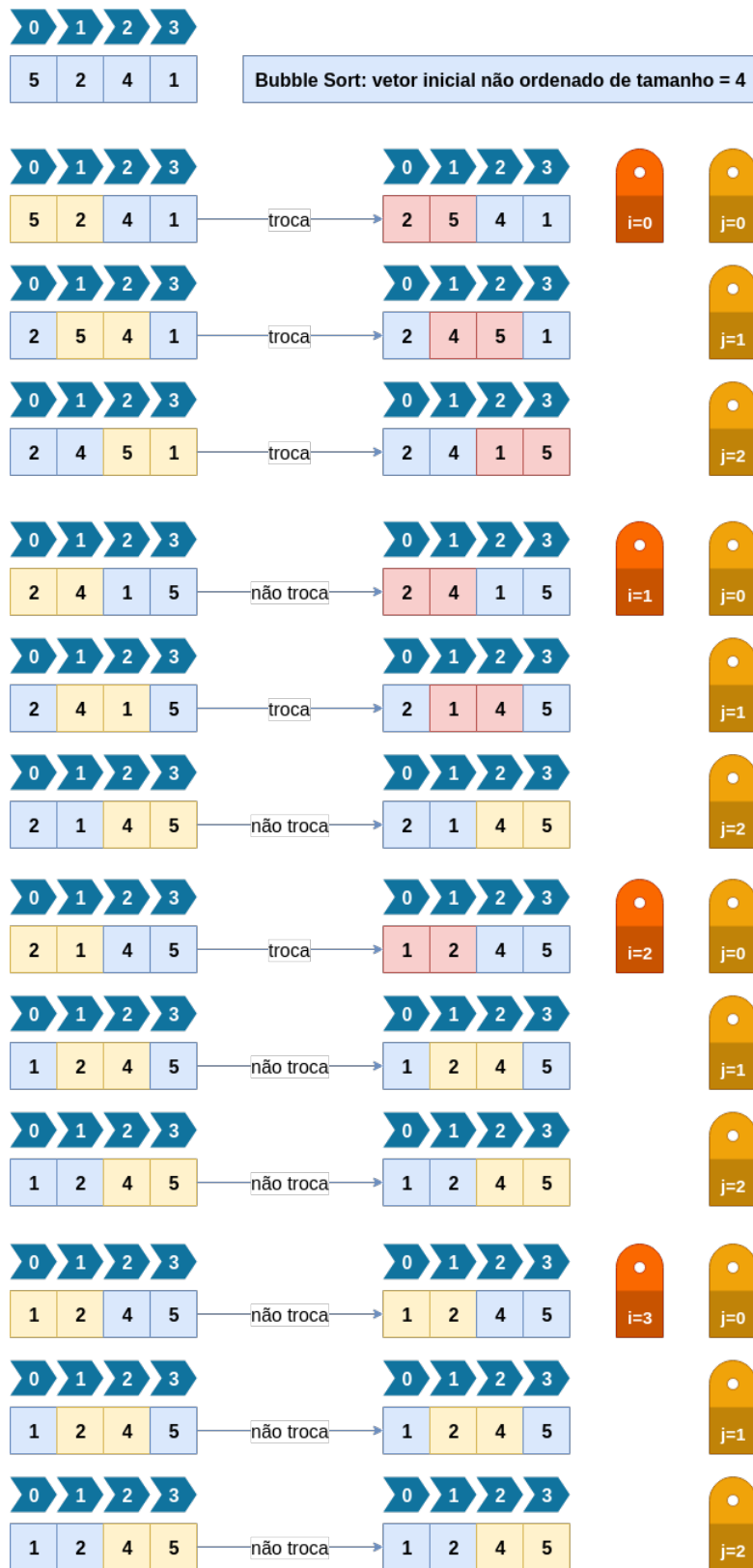
```

---

### Exercícios

- Atualizar a implementação do *Bubble Sort* para executar as seguintes tarefas:
  - tamanho do vetor = 100000;
  - criar variáveis contadoras para quantidade de comparações e quantidade de trocas;
  - executar o algoritmo em ordenação crescente para o vetor com valores já ordenados, com valores aleatórios e com valores decrescentes;
- Criar gráficos para as três execuções comparando quantidade de comparações e quantidade de trocas e o tempo de execução;



Fig. 4.1: Algoritmo *Bubble Sort* para um vetor de tamanho 4.

## Selection Sort

No algoritmo de ordenação por seleção (*Selection Sort*) cada número do vetor, a partir do primeiro, é eleito e comparado com o menor número<sup>1</sup> entre aqueles que estão à direita do eleito. O programa 4.2 apresenta uma implementação em C do algoritmo *Selection Sort*, e a Figura ?? ilustra seu funcionamento para um vetor de tamanho 4.

Programa 4.5: Implementação em C do algoritmo de ordenação Selection.

---

```

1  #include <stdio.h>
2  #include <time.h>
3  #include <stdlib.h>
4  #define TAMANHO 4
5  void main() {
6      int vetor[TAMANHO]; //vetor com tamanho definido
7      int aux = 0; //variavel para ser usada na troca
8      int eleito, menor, posicaoDoMenor;
9      clock_t tempoInicial, tempoFinal; //Variaveis para guardar o tempo de execucao
10     srand(time(NULL)); //Cria uma semente para numeros aleatorios
11     tempoInicial = clock(); //inicia contagem do tempo
12     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
13         vetor[i] = rand() % 10; //Atribui um inteiro aleatorio entre 0 e 5
14     }
15     //Mostra valores do vetor nao ordenado
16     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
17         printf("%d\t", vetor[i]);
18     }
19     printf("\n");
20     //Ordena vetor pelo metodo da da selecao
21     for (int i = 0; i < TAMANHO-2; i++) { // 0 -> penultima posicao
22         eleito = vetor[i];
23         menor = vetor[i+1];
24         posicaoDoMenor = i+1;
25         for (int j = i+1; j < TAMANHO; j++) {
26             if (vetor[j] < menor) {
27                 menor = vetor[j];
28                 posicaoDoMenor = j;
29             }
30         }
31         if (menor < eleito) {
32             vetor[i] = vetor[posicaoDoMenor];
33             vetor[posicaoDoMenor] = eleito;
34         }
35     }
36     //Mostra valores do vetor ordenado
37     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
38         printf("%d\t", vetor[i]);
39     }
40     printf("\n");
41     tempoFinal = clock(); //finaliza contagem do tempo
42     //calcula e mostra o tempo total de execucao
43     printf("Tempo: %f s\n", (double) (tempoFinal - tempoInicial) / CLOCKS_PER_SEC);
44 }

```

---

## Exercícios

- Atualizar a implementação do *Selection Sort* para executar as seguintes tarefas:
  - tamanho do vetor = 100000;
  - criar variáveis contadoras para quantidade de comparações e quantidade de trocas;
  - executar o algoritmo em ordenação crescente para o vetor com valores já ordenados, com valores aleatórios e com valores decrescentes;
- Criar gráficos para as três execuções comparando quantidade de comparações e quantidade de trocas e o tempo de execução;

---

<sup>1</sup>Ou maior dependendo da ordenação desejada.

### Insertion Sort

O algoritmo de ordenação por inserção (*Insertion Sort*), funciona como uma mão de baralho onde você ordena suas cartas começando a comparação entre as duas primeiras. No *Insertion Sort*, é eleito o segundo elemento do vetor para iniciar a comparação. É percorrido o vetor de forma a garantir que todos os números à esquerda do eleito sejam menores que ele. O programa 4.2 apresenta uma implementação em C do algoritmo *Insertion Sort* para um vetor de tamanho 4.

Programa 4.6: Implementação em C do algoritmo de ordenação Insertion Sort.

---

```

1  #include <stdio.h>
2  #include <time.h>
3  #include <stdlib.h>
4  #define TAMANHO 4
5  void main() {
6      int vetor[TAMANHO]; //vetor com tamanho definido
7      int eleito = 0;
8      int j = 0;
9      clock_t tempoInicial, tempoFinal; //Variaveis para guardar o tempo de execucao
10     srand(time(NULL)); //Cria uma semente para numeros aleatorios
11     tempoInicial = clock(); //inicia contagem do tempo
12     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
13         vetor[i] = rand() % 10; //Atribui um inteiro aleatorio entre 0 e 5
14     }
15     //Mostra valores do vetor nao ordenado
16     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
17         printf("%d\t", vetor[i]);
18     }
19     printf("\n");
20     //Ordena vetor pelo metodo da da selecao
21     for (int i = 1; i < TAMANHO; i++) {
22         eleito = vetor[i];
23         j = i - 1;
24         while (j >= 0 && vetor[j] > eleito) {
25             vetor[j + 1] = vetor[j];
26             j--;
27         }
28         vetor[j + 1] = eleito;
29     }
30     //Mostra valores do vetor ordenado
31     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
32         printf("%d\t", vetor[i]);
33     }
34     printf("\n");
35     tempoFinal = clock(); //finaliza contagem do tempo
36     //calcula e mostra o tempo total de execucao
37     printf("Tempo: %f s\n", (double) (tempoFinal - tempoInicial) / CLOCKS_PER_SEC);
38 }

```

---

### Exercícios

- Atualizar a implementação do *Insertion Sort* para executar as seguintes tarefas:
  - tamanho do vetor = 100000;
  - criar variáveis contadoras para quantidade de comparações e quantidade de trocas;
  - executar o algoritmo em ordenação crescente para o vetor com valores já ordenados, com valores aleatórios e com valores decrescentes;
- Criar gráficos para as três execuções comparando quantidade de comparações e quantidade de trocas e o tempo de execução;

## Merge Sort

O algoritmo de ordenação *Merge Sort* a técnica de divisão e conquista, ou seja, o problema é dividido em subproblemas menores até que a solução para o subproblema seja simples. As soluções dos subproblemas são combinadas para prover a solução do problema original.

No *Merge Sort*, o vetor é dividido em partes iguais recursivamente até que haja apenas um elemento. Por exemplo se um vetor tem  $n$  elementos, ele é dividido em  $n/2$ , o resultado é novamente dividido por 2 até que o vetor não seja mais divisível. Os pares da última divisão são ordenados entre si assim como na volta recursiva montando o vetor original que estará então ordenado. O programa 4.2 apresenta uma implementação em C do algoritmo *Insertion Sort* para um vetor de tamanho 4.

Programa 4.7: Implementação em C do algoritmo de ordenação Merge Sort.

---

```

1  #include<stdlib.h>
2  #include <stdio.h>
3  #include <time.h>
4  #include <stdlib.h>
5  #define TAMANHO 10
6  void merge(int vetor[], int inicio, int meio, int fim);
7  void mergeSort(int vetor[], int inicio, int meio);
8
9  void main() {
10     int vetor[TAMANHO]; //vetor com tamanho definido
11     clock_t tempoInicial, tempoFinal; //Variaveis para guardar o tempo de execucao
12     srand(time(NULL)); //Cria uma semente para numeros aleatorios
13     tempoInicial = clock(); //inicia contagem do tempo
14     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
15         vetor[i] = rand() % 10; //Atribui um inteiro aleatorio entre 0 e 5
16     }
17     //Mostra valores do vetor nao ordenado
18     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
19         printf("%d\t", vetor[i]);
20     }
21     printf("\n");
22     //Chama a fucao passando o vetor como parametro
23     mergeSort(vetor, 0, TAMANHO - 1);
24     //Mostra valores do vetor ordenado
25     for (int i = 0; i < TAMANHO; i++) {
26         printf("%d\t", vetor[i]);
27     }
28     printf("\n");
29     tempoFinal = clock(); //finaliza contagem do tempo
30     //calcula e mostra o tempo total de execucao
31     printf("Tempo: %f s\n", (double) (tempoFinal - tempoInicial) / CLOCKS_PER_SEC);
32 }
33
34 void merge(int vetor[], int inicio, int meio, int fim) {
35     int i, j, k;
36     int n1 = meio - inicio + 1;
37     int n2 = fim - meio;
38     int L[n1], R[n2];
39     for (i = 0; i < n1; i++)
40         L[i] = vetor[inicio + i];
41     for (j = 0; j < n2; j++)
42         R[j] = vetor[meio + 1 + j];
43     i = 0;
44     j = 0;
45     k = inicio;
46     while (i < n1 && j < n2) {
47         if (L[i] <= R[j]) {
48             vetor[k] = L[i];
49             i++;
50         }
51         else {
52             vetor[k] = R[j];
53             j++;
54         }
55     }
56 }
```



```
55         k++;
56     }
57     while (i < n1) {
58         vetor[k] = L[i];
59         i++;
60         k++;
61     }
62
63     while (j < n2) {
64         vetor[k] = R[j];
65         j++;
66         k++;
67     }
68 }
69
70 void mergeSort(int vetor[], int inicio, int fim) {
71     if (inicio < fim) {
72         int m = inicio + (fim - inicio) / 2;
73         mergeSort(vetor, inicio, m);
74         mergeSort(vetor, m + 1, fim);
75         merge(vetor, inicio, m, fim);
76     }
77 }
```

---

### Exercícios

1. Atualizar a implementação do *Merge Sort* para executar as seguintes tarefas:
  - tamanho do vetor = 100000;
  - criar variáveis contadoras para quantidade de comparações e quantidade de trocas;
  - executar o algoritmo em ordenação crescente para o vetor com valores já ordenados, com valores aleatórios e com valores decrescentes;
2. Criar gráficos para as três execuções comparando quantidade de comparações e quantidade de trocas e o tempo de execução;

### 4.3 Listas

### 4.4 Pilhas

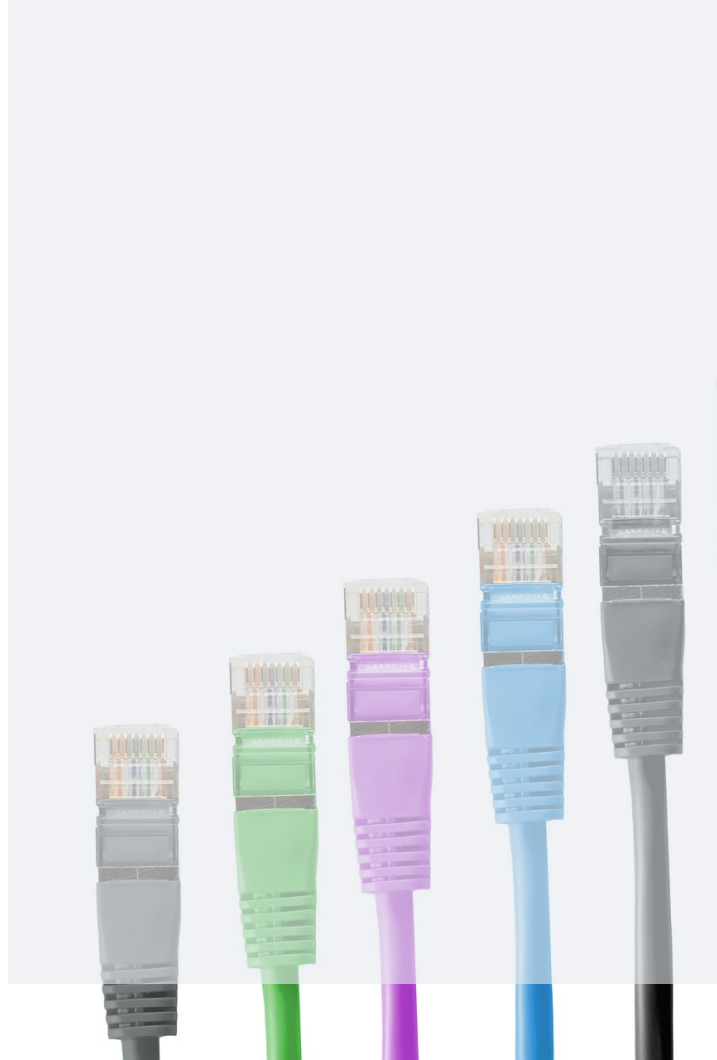
### 4.5 Filas

### 4.6 Tabelas Hashing

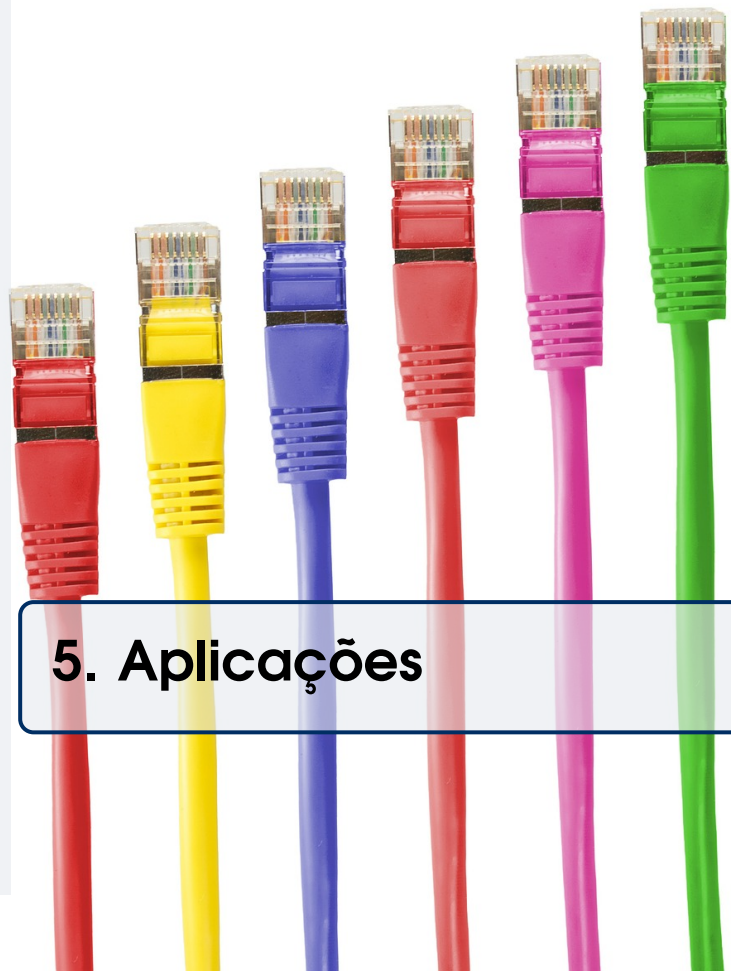
### 4.7 Árvores

### 4.8 Grafos

#### 4.8.1 Busca em Grafos



## 5. Aplicações



## Referências Bibliográficas

ASCENCIO, Ana Fernanda G.; ARAÚJO, Graziela S. de. Estruturas de Dados: algoritmos, análise da complexidade e implementações em JAVA e C/C++. **São Paulo: Perarson Prentice Halt**, v. 3, 2010.

CORMEN, Thomas H. et al. **Introduction to algorithms**. [S.l.]: MIT press, 2009.

## 6. Apêndice