

CARATTERIZZAZIONE DI UNA MOLLA E STUDIO DEL MOTO ARMONICO

INTRODUZIONE

Sotto l'azione di una forza un corpo si deforma. La forza e la deformazione sono dette elastiche se terminata l'azione della forza il corpo riassume la forma che aveva precedentemente. Per una forza elastica la deformazione prodotta nel corpo risulta proporzionale all'intensità della forza stessa (legge di Hooke).

Si consideri una molla appesa ad un estremo, fisso, all'altro estremo si sospenda una massa M . Sia x_0 l'allungamento della molla rispetto la sua posizione di riposo. In condizione di equilibrio statico la forza di richiamo della molla bilancia la forza peso e risulta:

$$Mg = k x_0 \quad (1)$$

dove k è una costante, detta costante elastica della molla, che dipende dal materiale e dalle caratteristiche geometriche della molla.

Se la massa M sospesa alla molla viene spostata dalla sua posizione di equilibrio (sia x l'allungamento totale), su di essa agirà una forza totale pari a $F' = -k x + Mg$ risultante tra la forza di richiamo della molla e la forza peso. L'equazione del moto è:

$$M \, d^2x/dt^2 = -k x + Mg$$

cioè:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{M}(x - x_0) = 0$$

che descrive un moto armonico semplice, con oscillazioni attorno la posizione di equilibrio $x_0 = Mg/k$ descritto da:

$$x(t) - x_0 = A \sin(\omega t + \phi)$$

La pulsazione del moto è $\omega^2 = k/M$ ed il periodo vale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \quad (2)$$

Questa soluzione vale per molle ideali, cioè prive di massa, ossia quando $M \gg m$ massa della molla. Altrimenti il periodo risulta dato da:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + m/3}{k}} \quad (3)$$

PROCEDURA SPERIMENTALE

A) Verifica della legge di Hooke e determinazione **statica** della costante elastica della molla k .

Si sceglie una molla e si fissa un suo estremo al supporto verticale, all'altro estremo e si sospendono masse di valori diversi (misurati con la bilancia), via via crescenti. Si misura l'elongazione della molla direttamente con un'asta graduata oppure utilizzando il sensore di posizione, acquisito tramite PC, il quale fornisce la variazione della quota dell'estremo inferiore del supporto masse, collegato alla molla.

La legge di Hooke implica una proporzionalità diretta tra il valore della massa sospesa e quello dell'allungamento della molla prodotto. Il rapporto tra le due quantità deve rimanere invece costante e dipende dalla costante elastica della molla. Per verificare la legge si costruisce un **grafico** in cui si riportano i valori delle elongazioni della molla in funzione dei valori della massa sospesa. Utilizzando la relazione (1) si determina il valore di k , ed il suo errore, dal coefficiente angolare della retta che meglio approssima i dati sperimentali. Si assuma $g = 9.81 \pm 0.01 \text{ m/s}^2$.

B) Determinazione **dinamica** della costante elastica della molla k

Sospesa una massa alla molla spostarla delicatamente dalla sua posizione di equilibrio e lasciarla libera di oscillare. Utilizzare il sensore di posizione per misurare lo spostamento $x(t)$ della massa oscillante dalla sua posizione di equilibrio.

Si osservi il grafico dello spostamento $x(t)$ e lo si confronti con quanto previsto per un moto armonico. Il programma di acquisizione permette di calcolare le derivate numeriche delle grandezze misurate e pertanto di ottenere i valori della velocità in funzione del tempo $v(t)$ e dell'accelerazione $a(t)$. Osservare le caratteristiche dei grafici di $v(t)$ e di $a(t)$ e verificare che corrispondano alle aspettative.

Utilizzando il grafico di $x(t)$ in funzione di t si ricavi il valore del periodo di oscillazione T dalla distanza tra N massimi successivi (in tal modo si riduce di un fattore N l'errore su T).

Ripetere le misure per diversi valori della massa sospesa alla molla.

Si riportino in **grafico** i valori di T^2 in funzione di M e, utilizzando la relazione (2), si effettua un'interpolazione lineare per determinare il valore di k ed il suo errore.

Confrontare le misure di k ottenute coi 2 metodi e verificarne la compatibilità.

Se c'è tempo ripetere le misure con una molla avente diversa costante elastica.

OSSERVAZIONI

- Pesare la molla sulla bilancia. Se la correzione dovuta alla massa m della molla appare significativa ricavare k usando la relazione (3) invece che la (2).
- Che precisione si è ottenuta sulle misure degli allungamenti? Da che cosa risulta dipendere? A che tipo di errore sistematico è soggetta (si pensi al funzionamento del sensore)?
- Fissato un valore della massa sospesa, e misurato il valore di k della molla, è possibile definire le grandezze energia cinetica ed energia potenziale della molla e costruirne il grafico in funzione del tempo, così come quello dell'energia totale. Verificarne gli andamenti. Si osservino anche grafici di v e di a in funzione dell'allungamento x .

C) Determinazione **statica** della costante elastica equivalente per due molle collegate in **serie** e in **parallelo**

Si ripeta l'esperimento A per due molle 1 e 2 in modo da determinare le due costanti elastiche k_1 e k_2 . Successivamente si colleghino le due molle **in serie** e si misuri la costante elastica k_{eq} procedendo allo stesso modo.

La costante equivalente k_{eq} per due molle in serie è data dalla relazione

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Confrontare il valore di k_{eq} ottenuto sperimentalmente con quello ricavato dalla formula con i valori misurati di k_1 e k_2 .

Per determinare sperimentalmente la costante elastica equivalente di un sistema di due molle collegate in parallelo, si utilizzino due molle identiche di costante elastica k_1 . Quindi si colleghino in parallelo le due molle e si determini sperimentalmente la costante elastica equivalente k_{eq}

La costante equivalente k_{eq} per due molle identiche **in parallelo** è data dalla relazione

$$k_{eq} = k_1 + k_1 = 2 k_1$$

Confrontare il valore di k_{eq} ottenuto sperimentalmente con quello ricavato dalla formula. Discutere i risultati determinando le possibili sorgenti di errore dell'esperimento.