

BILANCIA ELETTROSTATICA DI COULOMB

ATTENZIONE: *in questo esperimento si utilizza un generatore di alta tensione (0-6000 V). NON TOCCARE LA PUNTA DELL'ELETTRODO COLLEGATO ALL'ALIMENTATORE. NON TOCCARE LE SFERE QUANDO SONO CARICHE. Prima di caricare le sfere farsi spiegare bene la procedura da seguire.*

INTRODUZIONE

La forza elettrostatica fra due cariche puntiformi q_1 , q_2 poste a distanza r l'una dall'altra è direttamente proporzionale alle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della distanza, secondo la legge di Coulomb, il modulo della forza è

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (1)$$

la forza è diretta lungo la retta congiungente q_1 e q_2 , è repulsiva per cariche dello stesso segno ed attrattiva per cariche di segno opposto.

Nel SI la costante k è espressa come $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}$

dove ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto (o permittività dielettrica del vuoto) $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$, ed ϵ_r è una costante specifica del mezzo in cui sono poste le cariche, detta costante dielettrica relativa. Il valore di ϵ_r per l'aria è 1.00059 e sarà approssimato ad 1 nel seguito.

In questo esperimento si vuole verificare la legge di Coulomb, analizzando la dipendenza della forza dalle quantità in gioco e misurare la costante dielettrica ϵ_0 . Sarà pertanto necessario disporre di un apparato che permetta di misurare la forza di repulsione o attrazione tra due cariche puntiformi, misurare le cariche e la distanza a cui sono poste.

La carica di una sfera conduttrice è legata al potenziale V cui sono poste dalla relazione

$$q = CV \quad (2)$$

dove C è la capacità della sfera. Nel caso di una sfera conduttrice isolata, $C=4\pi\epsilon_0 a$, dove a è il raggio della sfera. Se si considerano due sfere, sostituendo la (2) nella (1) si vede che la forza di Coulomb tra le due sfere cariche è proporzionale al prodotto dei potenziali V_1 e V_2 a cui sono state poste le sfere e inversamente proporzionale al quadrato della distanza

$$F \propto \frac{V_1 V_2}{r^2} \quad (3)$$

DESCRIZIONE DELL'APPARATO SPERIMENTALE

La bilancia di torsione utilizzata permette di studiare l'interazione elettrostatica fra due sfere cariche. Una sfera leggera ricoperta di vernice conduttiva è sostenuta da un braccio rigidamente collegato ad un equipaggio mobile, contrappesato, ancorato a sua volta ad un sottile filo di torsione. Una sfera identica è montata su un supporto a slitta, in modo che si possa posizionare a diverse distanze rispetto la prima. Per eseguire gli esperimenti, si caricano entrambe le sfere con carica dello stesso segno. La forza elettrostatica fra le due sfere causa l'allontanamento della sfera mobile che, essendo vincolata, si allontana ruotando di un certo angolo.

Lo sperimentatore ruota la testa di sospensione del filo in senso contrario, fino a riportare l'equipaggio mobile nella posizione di equilibrio iniziale. L'angolo di cui si è dovuto torcere il filo per riportare la sfera mobile nella posizione iniziale permette di calcolare il momento della forza di Coulomb che agisce sulla sfera. All'equilibrio, il momento della forza elettrostatica è uguale al momento elastico sviluppato dal filo. Il modulo del momento delle forze elastiche è dato da: $\tau_{tor} = C_{tor} \theta$, dove C_{tor} è la costante di torsione del filo.

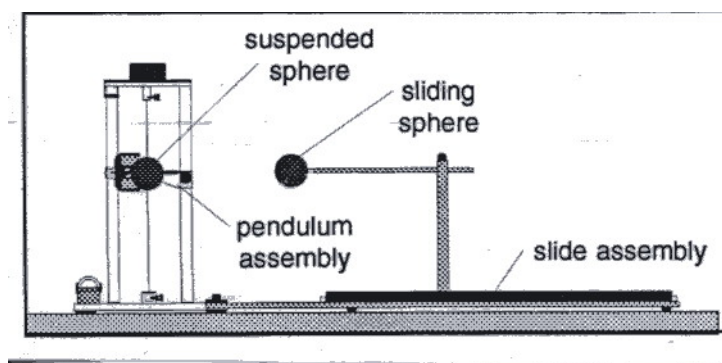
Essendo la forza di Coulomb applicata perpendicolarmente alla congiungente la sfera con il filo di torsione, il modulo del suo momento vale: $\tau_{Coulomb} = F_{Coulomb} b$, dove b è il braccio della forza.

Pertanto all'equilibrio si ha: $F_{Coulomb} = (C_{tor}/b) \theta$.

Essendo C_{tor}/b una costante, si vede che la forza risulta direttamente proporzionale all'angolo di torsione θ , e quindi dalla (3) risulta anche

$$\theta \propto \frac{V_1 V_2}{r^2}$$

Lo schema della bilancia è mostrato in figura.



PREPARAZIONE DELL'ESPERIENZA

Leggete innanzitutto le “note tecniche” nell’ultimo paragrafo della scheda.

NB. Prima di procedere a qualsiasi misura, assicurarsi che le sfere siano completamente scariche, toccandole con l’apposita sonda metallica collegata a terra.

La sfera mobile è inserita nel braccio (cannuccia di plastica bianca), ma non incollata. Fare attenzione perché durante l’uso non fuoriesca.

Per prima cosa mettere in equilibrio e allineare l’equipaggio mobile

- Sbloccare il contrappeso allentando la vite superiore del fermo, quindi allontanare il fermo e fissarlo in posizione parallela alla base della bilancia in modo che funzioni da riferimento per la posizione di equilibrio.

- Ruotare la manopola di azzeramento della torsione fino a portare l’indice sullo zero della scala graduata. Agendo sul fermo alla base del filo di torsione, azzerare la bilancia facendo in modo che l’indice inciso sul contrappeso a paletta vada a coincidere con quello inciso sul fermo con indice.

- In situazione di equilibrio: nel piano orizzontale la bacchetta della sfera mobile deve essere perpendicolare rispetto la bacchetta della sfera fissa, nel piano verticale le due sfere devono essere alla stessa altezza.

- Poste le sfere a contatto, la distanza che si legge sulla scala graduata della slitta deve corrispondere alla distanza tra i centri delle sfere, cioè al diametro della sfera che può essere misurato con un calibro.

*Prima di caricare le sfere riportare **sempre** la sfera montata sul supporto a slitta alla **distanza massima possibile** dalla sfera sospesa all’equipaggio mobile.*

SVOLGIMENTO DELL'ESPERIENZA

1) FORZA IN FUNZIONE DELLA DISTANZA

Si vuole verificare la dipendenza della forza di Coulomb dall’inverso del quadrato della distanza tra le cariche. Poiché abbiamo visto che nella bilancia di torsione l’angolo di torsione θ risulta direttamente proporzionale alla forza applicata, si può studiare semplicemente la dipendenza dell’angolo di torsione da r .

Caricare entrambe le sfere ad un potenziale di 6 kV mediante la sonda di carica, avendo cura di mettere a terra un terminale dell’alimentatore. Spegnerne immediatamente l’alimentatore, per evitare effetti di dispersione.

Portare la sfera mobile alla distanza (r) di 20 cm. La forze repulsiva agente fra le due sfere farà ruotare l’equipaggio mobile appeso al filo di torsione. Ruotare la manopola di azzeramento della torsione del filo fino a far coincidere nuovamente lo zero

dell'equipaggio mobile con quello fisso. Leggere il valore dell'angolo, θ , di cui avete dovuto ruotare la manopola.

Ripetere la procedura per diversi valori della distanza r , compresi tra circa 20 cm e 5 cm, e riportare in una tabella i valori misurati di r e θ .

Ripetere più volte ogni misura, calcolando il valore medio e le deviazioni standard dell'angolo di torsione osservato ad una data distanza.

Per determinare la relazione funzionale fra l'angolo di torsione θ e la distanza r tra le sfere, potete riportare in grafico θ in funzione di $1/r^2$ e verificare se θ è direttamente proporzionale a $1/r^2$. Alternativamente potete utilizzare una scala logaritmica determinando la relazione lineare tra $\ln \theta$ e $\ln r$.

In realtà, la dipendenza lineare non è ben verificata per piccoli valori di r . Ciò è dovuto al fatto che le sfere cariche non sono esattamente assimilabili a cariche puntiformi. Le cariche sulla sfera (elettroni) si possono muovere ma in assenza di forze elettrostatiche esterne la loro distribuzione sarà uniforme sulla superficie. La sfera conduttrice carica si può allora assimilare ad una carica puntiforme posta nel centro della sfera. Tuttavia, quando le due sfere cariche si trovano a una distanza confrontabile con il loro raggio, le cariche si ridistribuiscono sulla loro superficie in modo da rendere minima l'energia elettrostatica (quindi il più lontano possibile). La forza dei Coulomb tra le due sfere risulta pertanto minore di quella ideale fra due cariche puntiformi poste nei rispettivi centri.

Per tenere in conto di questo effetto si può correggere la formula moltiplicandolo il valore dell'angolo θ per un fattore $1/B$, con

$$B(r) = 1 - \frac{4a^3}{r^3}$$

dove a è il raggio delle sfere.

Il fattore $1/B$ va calcolato per i diversi valori di r e utilizzato **prima di effettuare l'interpolazione** dei dati.

2) FORZA IN FUNZIONE DELLA CARICA

Per determinare la dipendenza dalla carica della forza di Coulomb si raccolgono misure vengono ad una distanza r costante tra le sfere. Si consiglia di scegliere una distanza di circa 7-10 cm. Poiché la capacità delle sfere è costante, la carica è direttamente proporzionale al potenziale. Pertanto basta studiare la dipendenza della forza di Coulomb dal potenziale.

Caricate le sfere allo stesso potenziale, in valori crescenti fino a 6 kV. Misurate ogni volta la forza di repulsione risultante. Costruite un grafico per l'angolo θ , proporzionale alla forza, in funzione del potenziale $V = V_1 = V_2$.

Tenete quindi costante il potenziale su una sfera e variatelo solo sull'altra. Riportate in grafico l'angolo di torsione in funzione del valore del potenziale che è stato variato. Verificare se la dipendenza funzionale è quella prevista.

Nota: per caricare le sfere, è opportuno ogni volta scaricarle completamente, allontanarle il più possibile l'una dall'altra, caricarle, quindi riportarle alla distanza a cui si vuole effettuare la misura.

3) MISURA DELLA COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO

Le misure effettuate fino ad ora hanno permesso di verificare la dipendenza della forza di Coulomb dalle grandezze in gioco, ma non di calcolarne il valore numerico in quanto non conosciamo il valore della costante di proporzionalità (C_{tor}/b) fra la forza applicata alla sfera e l'angolo di torsione θ .

Quando questa sarà nota, allora sarà anche possibile utilizzare le misure fatte per calcolare il valore la costante dielettrica del vuoto ϵ_0 .

Per determinare (C_{tor}/b) si calibra la bilancia di torsione utilizzando una forza nota. Si usa la forza di gravità.

Misura della costante di torsione del filo

Coricare delicatamente la bilancia sul fianco, dopo aver estratto la barretta di supporto laterale. Sistemare il tubo di supporto sotto la sfera, per sostenerla fino a regolazione ultimata, evitando così torsioni eccessive del filo.

Azzerare la bilancia, ruotando la manopola di regolazione della torsione, fino a portare l'indice inciso sul contrappeso a paletta in corrispondenza di quello inciso sul braccio fisso con indice.

Appoggiare con delicatezza sulla sfera conduttiva la massa da 20 mg. Ruotare la manopola di regolazione della torsione fino a riportare la sfera nella posizione di equilibrio di partenza e leggere il valore dell'angolo di torsione.

Ripetere l'operazione aggiungendo sulla sfera conduttiva masse di valore crescente. Riportare in grafico i valori dell'angolo di torsione θ in funzione della massa m posizionata sulla sfera. Ricavare il valore della costante di torsione da una interpolazione lineare della forza peso F in funzione di θ :

$$mg = F = (C_{tor}/b) \theta = K_{tor} \theta$$

dove b è il braccio della forza e C_{tor} la costante di torsione del filo.

Noto il valore di K_{tor} , si può quindi calcolare il valore della forza di Coulomb corrispondente a ciascun valore di θ misurato precedentemente.

Misurando la cariche sulle due sfere q_1 e q_2 e la distanza r fra esse è possibile determinare tramite la legge di Coulomb (1) il valore del fattore di proporzionalità k ,

e ricavarne la costante dielettrica del vuoto ϵ_0 (avendo approssimato ad 1 la costante dielettrica relativa dell'aria ϵ_r).

Calcolare il valore di ϵ_0 utilizzando le misure precedenti di θ, V_1, V_2 ed r , con opportuna trattazione statistica dei dati. Confrontarlo con il valore previsto.

NOTE TECNICHE

- La sfera sul supporto mobile potrebbe sfilarsi da esso. Prima di cominciare le misure, e dopo aver scaricato la sfera, verificate che sia ben infilata nella cannuccia di plastica che la sorregge.
- Per caricare correttamente le sfere, accendete l'alimentatore, caricate le sfere avvicinandovi ad esse in direzione frontale rispetto alla cannuccia di supporto (per evitare spostamenti laterali), quindi spegnete immediatamente l'alimentatore. L'alta tensione presente ai capi dell'alimentatore può generare correnti di dispersione, che influiscono sulla misura.
- Quando caricate le sfere, impugnate la sonda il più possibile lontano dall'elettrodo, in modo che la vicinanza della vostra mano non produca sulla sfera un effetto capacitivo, aumentando la carica su di essa. Mantenetevi poi il più lontano possibile dalle sfere mentre fate la misura, ed evitate di avvicinare alle sfere oggetti carichi o che potrebbero caricarsi per induzione.
- Impurità sulla superficie delle barrette in plastica che sostengono le sfere o sul filo di torsione della bilancia possono generare perdite di carica. Si eviti il più possibile di toccare queste parti.
- Nonostante tutte le precauzioni, le dispersioni di carica sono inevitabili. Cercate quindi di eseguire tutte le misure il più velocemente possibile, dopo aver caricato le sfere, in modo da minimizzare gli effetti dovuti alla dispersione.
- Ricaricate le sfere prima di ogni misura, dopo averle ogni volta scaricate completamente ed allontanate.