

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI
MILANO BICOCCA
DIPARTIMENTO DI FISICA

**Misura della velocità al suolo dei muoni
tramite rivelatori a scintillazione organici**

Azzolari Stefano
Blanco Federico
Cantarini Giulia
Venturoli Federico

ANNO ACCADEMICO 2022/2023

Indice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introduzione | 3 |
| 1.1 | Descrizione e scopo dell'esperienza | 5 |
| 2 | Ottimizzazione e caratterizzazione dei rivelatori | 7 |
| 2.1 | Tensione di soglia ottimale per T_1 e T_2 | 7 |
| 2.2 | Tensione di alimentazione ottimale per S_1 e S_2 | 9 |
| 2.2.1 | Valutazione dell'efficienza dei rivelatori | 11 |
| 2.3 | Tensione di soglia ottimale per S_1 ed S_2 | 14 |
| 2.4 | Coincidenze accidentali | 15 |
| 2.4.1 | Osservazioni preliminari | 15 |
| 2.4.2 | Raccolta dati e osservazioni | 17 |
| 2.4.3 | Stima finale | 18 |
| 3 | Simulazione del fenomeno | 20 |
| 3.1 | Esposizione dell'algoritmo | 20 |
| 3.2 | Esito della simulazione | 21 |
| 4 | Misura del flusso e asimmetria est - ovest | 23 |
| 4.1 | Asimmetria Est-Ovest | 23 |
| 4.2 | Stima del flusso di muoni sul livello del mare | 25 |
| 5 | Misura della velocità dei muoni cosmici | 27 |
| 5.1 | Calibrazione TDC | 27 |
| 5.2 | Configurazione rivelatori | 28 |
| 5.3 | Distribuzioni delle energie e dei tempi | 30 |
| 5.4 | Correzione di Amplitude walk | 33 |
| 5.5 | Velocità dei muoni | 37 |
| A | Dati sperimentali | 41 |
| A.1 | Ottimizzazione dei rivelatori test T_1 e T_2 | 41 |
| A.2 | Ottimizzazione dei rivelatori principali S_1 e S_2 | 42 |
| A.3 | Coincidenze accidentali doppie S_1 e S_2 | 45 |
| A.4 | Asimmetria est - ovest | 46 |
| A.5 | Velocità dei muoni | 47 |

1 Introduzione

In questa esperienza verificheremo alcune proprietà dei muoni, particelle elementari appartenenti alla famiglia dei fermioni.

Possiedono una carica elettrica negativa e spin pari a $1/2$ ¹. Nella teoria del modello standard appartengono al gruppo dei leptoni.

Il primo indizio che portò alla scoperta del muone arrivò nel 1936 quando, studiando i raggi cosmici, si osservò che alcune particelle nell'attraversare un campo magnetico subivano una deviazione dalla propria traiettoria. In particolare questa curvatura era inferiore rispetto a quella subita dagli elettroni, ma maggiore rispetto a quella dei protoni. Questo fece avanzare la proposta che questa particella avesse una massa intermedia tra quella dell'elettrone e del protone.

La massa del muone è ricavata con grande precisione dai livelli di energia dell'atomo muone-elettrone (μ^+e^- , detto *muonio*), e vale 105,7 MeV[1] (207 volte la massa dell'elettrone).

Nel corso del tempo si scoprirono altre particelle che possedevano anche loro una massa intermedia, tuttavia si osservò che quello che venne poi battezzato come *muone* durante il suo decadimento emette sia un neutrino sia un antineutrino, contrariamente agli altri che emettevano solo uno dei due.

Si comprese in un secondo momento che le altre particelle fossero *adroni*, ovvero composte da quark, soggette quindi alla forza nucleare forte. Nel 1945 si dimostrò che i muoni erano particelle prive di interazioni nucleari e quindi più simili all'elettrone. La maggior parte dei muoni che raggiungono la terra sono prodotti dai raggi cosmici nella regione più esterna dell'atmosfera. Questi penetrando gli strati superiori dell'atmosfera generano pioni (π) che a loro volta decadono in muoni e neutrini:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \qquad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

I muoni così prodotti si muovono ad una velocità prossima a quella della luce. Per questo motivo, in accordo con quanto previsto dalla relatività ristretta, la loro vita media osservata da un osservatore solidale con la Terra è maggiore di quella misurata da un osservatore per il quale essi sono in quiete. La misura più accettata sulla vita media del muone risulta essere pari a:

$$\tau = 2,2 \times 10^{-6} \text{ s}$$

¹I fermioni possono avere anche spin pari a $-1/2$

Proprio grazie al fenomeno della dilatazione dei tempi una frazione importante dei muoni prodotti nell'atmosfera riesce a raggiungere la superficie terrestre prima di decadere, ed è possibile rilevarli al suolo.

I muoni sono inoltre particelle molto penetranti. Si può ricavare questo risultato andando a considerare la *formula di Bethe*, un'estensione quantistica del calcolo di Bohr². La formula di Bethe

(Eq. 1.1), essa descrive le perdite di energia per unità di spazio percorso di una radiazione ionizzante che colpisce un bersaglio:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \left(\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2} \right) \quad (1.1)$$

dove

- m_e e r_e sono la massa e il raggio classico dell'elettrone;
- I è il potenziale di ionizzazione³;
- β il rapporto tra la velocità della particella e la velocità della luce nel vuoto;
- γ è il fattore di Lorentz;
- $\delta(\gamma)$ è un fattore di correzione che limita la crescita logaritmica della perdita di energia in condizioni di velocità prossime a quelle della luce.

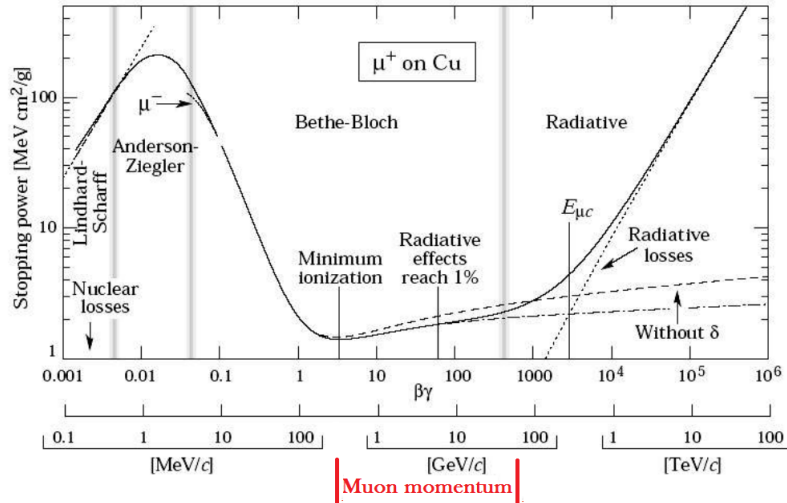


Figura 1.1: Grafico dell'Eq. 1.1 dove si è evidenziato il range energetico dei muoni

²Il calcolo di Bohr è uno dei primi modelli che descrivono le perdite di energia di particelle cariche per ionizzazione

³Energia minima richiesta per portare a distanza infinita un elettrone di un atomo o una molecola, in condizioni di energia cinetica nulla

I muoni possiedono in media una quantità di energia adatta a collocarli in una zona di minima perdita di energia (Figura 1.1) nel transito all'interno della materia. Sono quindi poco interagenti e tendono a procedere poco disturbati. Alla luce di questo possiamo affermare che il tetto del laboratorio non influisce in maniera significativa alla misura del flusso al suolo.

1.1 Descrizione e scopo dell'esperienza

Lo scopo di questa sezione è quello di esporre i fini dell'esperienza e descrivere le metodiche e le apparecchiature utilizzate.

Abbiamo utilizzato come rivelatori dei *rivelatori plastici a scintillazione*. Questi rilevatori convertono l'energia che è stata depositata dalla particella incidente in fotoni in un tempo caratteristico per scintillatori *organici* di 2/3 ns. I fotoni, entrando in un fotomoltiplicatore inducono l'emissione di fotoelettroni che producono un segnale di corrente negativa proporzionale all'energia depositata. Abbiamo utilizzato quattro rivelatori. Due più grandi che indicheremo con S_1 e S_2 e due di dimensione minore che indicheremo con T_1 e T_2 . Il segnale di corrente così prodotto viene tradotto in tensione e fatto passare attraverso un *discriminatore a soglia*. Questo riceve segnali analogici in ingresso, se essi superano un certo valore di soglia, regolabile tra i -0.3 V e i -9 V, restituisce un segnale logico per ciascuno.

I conteggi degli eventi vengono acquisiti grazie allo *scaler*, un modulo elettronico che riceve segnali logici in input. È stato necessario effettuare anche misure di coincidenza, per questo abbiamo utilizzato la *coincidence-unit* impostata sull'opzione AND. In tal modo, ricevendo due segnali logici in input il modulo restituisce un output logico di durata regolabile tra 5 ns e 1 μ s secondo la seguente tabella di verità:

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Tabella 1.1: Tabella di verità per le misure in coincidenza in AND

La soglia che un segnale logico deve superare per essere letto dalla CU è di -600 mV. Per caratterizzare lo spettro energetico degli eventi registrati è stato usato l'ADC (*Analog to Digital Converter*), un modulo che riceve un massimo di 12 segnali lineari in input ed un input logico che impone la durata del *gate* di apertura. L'ADC converte l'ampiezza di ciascun segnale lineare in un numero digitale. Per misurare gli intervalli di tempo tra due eventi rilevati prima da un rivelatore e successivamente dal secondo è stato utilizzato il TDC (*Time to Digital Converter*), il quale misura l'intervallo di tempo trascorso dall'arrivo di un segnale logico di *start* e un segnale logico di *stop*. Il valore restituito di questo intervallo è espresso ancora in

unità digitali, pertanto è stato necessario calibrare lo strumento con degli intervalli di tempo noti per determinare i parametri di conversione in nanosecondi. La soglia che l'ampiezza dei segnali in input deve superare è di -450 mV.

Per permettere al computer di ricevere i dati ricavati con gli strumenti precedentemente descritti è stato utilizzato un *bus* CAMAC ovvero un canale di comunicazione che permette il collegamento di Scaler, ADC e TDC ad un *crate-controller* per l'acquisizione dei dati. Quest'ultimo è successivamente interfacciato con il PC.

Per le misure dei tempi di volo è stato necessario effettuare misure in coincidenza che hanno richiesto l'introduzione di ritardi intenzionali nel circuito realizzato per acquisire tali misure. A questo proposito sono stati utilizzati cavi LEMO con un ritardo intrinseco noto, variabile da i 2 e 16 nanosecondi per cavo. Per visualizzare l'andamento nel tempo dei segnali elettrici d'interesse è stato adoperato un oscilloscopio digitale. Il valore del ritardo associato a ciascun cavo è stato confrontato con il ritardo osservato dai segnali tramite l'oscilloscopio e la discussione sull'incertezza associata è discussa nella sezione (METTERE RIFERIMENTO SEZIONE).

2 Ottimizzazione e caratterizzazione dei rivelatori

Per poter iniziare ad effettuare la raccolta di dati è necessario pulire il segnale in arrivo dai rivelatori da tutto ciò che non siamo interessati a studiare. Siamo interessati a conservare solamente i segnali elettrici emessi dai rivelatori che corrispondono esclusivamente o quasi a interazioni con muoni e non ad altri tipi di radiazione o da rumore. Perciò è necessario un processo di ottimizzazione dei segnali e caratterizzazione degli strumenti che permetta di riconoscere questo tipo di particelle con adeguata precisione.

2.1 Tensione di soglia ottimale per T_1 e T_2

Il primo passo è stato trovare la tensione di soglia ottimale associata ai rivelatori di test T_1 e T_2 in quanto saranno usati per la caratterizzazione dei rivelatori principali S_1 e S_2 . Abbiamo quindi impostato una tensione di alimentazione pari a 1500 ± 2 V per entrambi, sufficiente ad accelerare i fotoelettroni senza saturare il segnale. L'errore scelto per le tensioni di alimentazione è ricavato dal fatto che i valori mostrati a schermo dall'alimentatore oscillavano di una quantità pari a 2 V rispetto all'alimentazione impostata da noi.

Collegando il discriminatore allo *scaler* abbiamo quindi acquisito i conteggi al variare della tensione di soglia. Questa e le soglie successive sono state misurate tramite l'utilizzo del multimetro collegato ai capi del discriminatore. Le misure raccolte sono riportate nell'appendice A nelle tabelle A.1 e A.2.

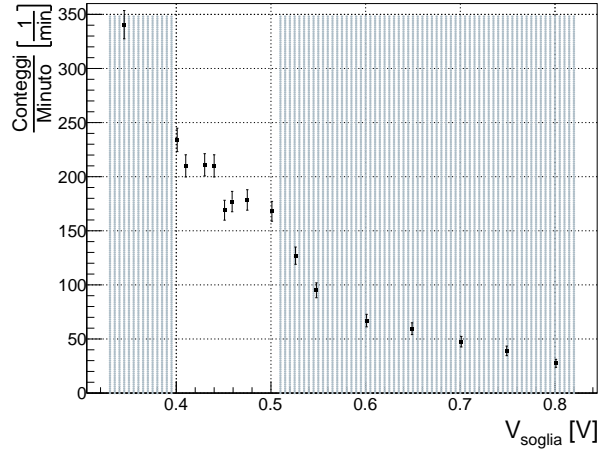
La natura di questi dati è aleatoria, l'andamento dei conteggi è descritto quindi da una distribuzione di probabilità poissoniana. L'errore associato ad ogni misura è per cui dato da

$$\sigma_{\text{conteggi}} = \sqrt{n^\circ \text{ conteggi}} \quad (2.1)$$

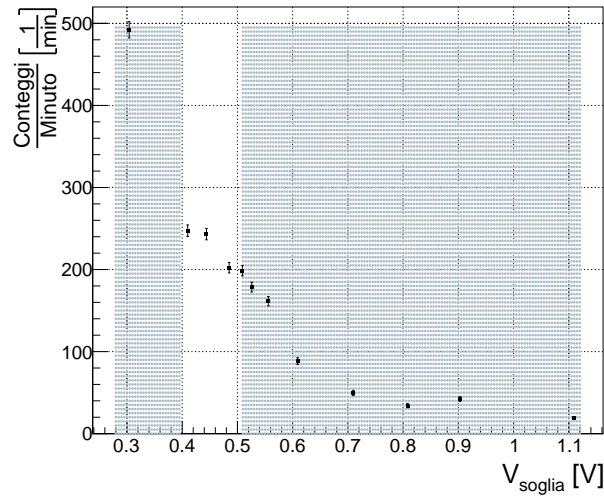
L'errore su un conteggio sarebbe radice del valore di aspettazione, approssimando il nostro conteggio al valor medio... va bene. Inoltre abbiamo associato ad ogni tensione un errore pari alla sensibilità dello strumento con il quale sono state misurate, ovvero pari a

$$\sigma_{\text{tensione}} = 0,001V$$

Riportiamo di seguito in Figura 2.1 i grafici dell'andamento dei conteggi al variare della tensione di soglia del discriminatore.



(a) T_1 - Conteggi VS tensione di soglia



(b) T_2 - Conteggi VS tensione di soglia

Figura 2.1: Conteggi in funzione della tensione di soglia dei due rivelatori

Si osserva come aumentando la tensione di soglia tutti i segnali dovuti a rumore termico, quindi poco energetici, vengano mano a mano eliminati per giungere ad una regione in cui la discesa dei conteggi rallenta, dove possiamo osservare due plateau distinti. Questo accade perché superata una determinata soglia rimangono solamente segnali derivanti da muoni e particelle gamma, due specie che hanno tipicamente energie medie differenti. Il nostro obiettivo è fissare una tensione di soglia che tagli anche i segnali dovuti alle particelle gamma, che essendo meno energetiche dei

muoni popolano solo il primo plateau, ci posizioniamo quindi al punto medio del secondo plateau, quello associato a tensioni maggiori. All'aumentare della tensione di soglia il numero di conteggi ricomincia a scendere tagliando anche muoni sempre più energetici fino al punto in cui il numero di conteggi significativi va a zero.

In particolare osservando i grafici abbiamo adottato come tensioni di soglia rispettivamente:

$$V_{\text{soglia } T_1} = 0,476 \pm 0.001 \text{ V} \quad V_{\text{soglia } T_2} = 0,497 \pm 0.001 \text{ V}$$

È possibile fare un appunto relativo al fatto che il grafico riferito al primo rivelatore (Figura 2.1 (a)) possiede meno misurazioni rispetto al secondo. Ciò è dovuto al fatto che inizialmente i dati per il rivelatore T_1 erano stati presi a cavallo fra due giorni diversi. Risultava però che i dati dei due giorni posti nello stesso grafico non corrispondevano per nulla non mostrando alcun plateau. Ci si è però potuti accorgere del fatto che dividendo i dati dei due giorni in due differenti grafici l'andamento era lo stesso ma il grafico del secondo giorno era traslato verso l'alto di una quota di circa 50 conteggi/min. In entrambi i casi i plateau erano visibili. Abbiamo quindi capito essere un cambiamento dovuto a fattori esterni e dovuto per esempio al cambiamento atmosferico. Perciò visto che l'andamento del grafico era conservato nei grafici dei due giorni, i plateau si trovavano nelle stesse zone ed il grafico composto da i dati del primo giorno risultava più completo abbiamo deciso di utilizzare quest'ultimo per le nostre conclusioni.

2.2 Tensione di alimentazione ottimale per S_1 e S_2

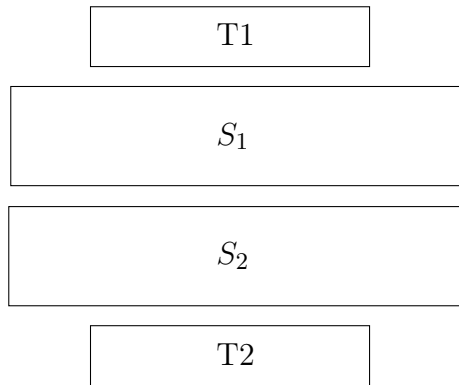
Una volta caratterizzati i due rivelatori più piccoli si è passati alla caratterizzazione dei due rivelatori più grandi. In particolare questa fase consiste nel trovare la tensione di alimentazione ottimale e la miglior tensione di soglia, quest'ultima verrà discussa nella prossima sezione. Per cominciare abbiamo fissato una tensione di soglia temporanea a $850 \pm 1 \text{ mV}$ per S_1 e $900 \pm 1 \text{ mV}$ per S_2 ; scelta suggerita da un nostro precedente tentativo di misurare la tensione di soglia ottimale fissando provvisoriamente l'alimentazione. Anche se alla fine abbiamo optato per trovare prima l'alimentazione ottimale, in quanto volevamo essere sicuri essa implicasse una efficienza del 100%, abbiamo considerato la soglia trovata come buona soglia provvisoria.

Commento: è meglio impostare le condizioni di una efficienza del 100% prima della soglia perché si rischia che con una efficienza minore i plateau non si vedano proprio (ci abbiamo provato) infatti se per caso molti eventi vengono per la maggior parte trascurati in quel conteggio si può abbassare il primo plateau oppure se per caso molti eventi vengono presi nei conteggi successivi si può alzare il secondo plateau. Per ottenere una alimentazione che garantisca l'efficienza dei conteggi al 100% è necessario effettuare misure in coincidenza con i rivelatori test.

La tensione di alimentazione dei rivelatori T_1 e T_2 per questo passaggio è stata impostata rispettivamente a

$$V_{\text{alimentazione } T_1} = 1500 \pm 2 V \quad V_{\text{alimentazione } T_2} = 1500 \pm 2 V$$

A questo proposito abbiamo posto i rivelatori a "sandwich" come illustrato dalla seguente figura:



Andiamo ora a definire tre tipi di eventi:

- *coincidenza doppia*: evento registrato almeno sia da T_1 che da T_2 ;
- *coincidenza tripla con S_1* : evento registrato da T_1 e T_2 e da S_1 ;
- *coincidenza tripla con S_2* : evento registrato da T_1 e T_2 e da S_2 ;

Riportiamo in figura 2.2 lo schema del setup utilizzato per misurare le coincidenze doppie e triple.

Per il controllo della coincidenza ci siamo serviti della *coincidence unit* la cui descrizione è riportata nella sezione 1.1.

A questo punto, al variare della tensione di alimentazione dei rivelatori S_1 e S_2 , attraverso lo *scaler* sono stati acquisiti contemporaneamente i conteggi dei tre tipi di coincidenza e il numero di conteggi effettuati singolarmente dai rivelatori S_1 ed S_2 . I dati raccolti sono riportati nell'appendice A alla tabella A.3. Gli errori riferiti ai conteggi sono stati ottenuti come già spiegato precedentemente tramite la distribuzione di probabilità Poissoniana. Invece gli errori sulle tensioni di alimentazione sono stati fissati secondo il ragionamento precedente e sono pari a 2V. Riportiamo ora in figura 2.3 i grafici relativi ai conteggi al variare della loro tensione di alimentazione. Questi dati ci daranno una prima stima del rate di eventi rilevati una volta che sceglieremo la alimentazione ottimale.

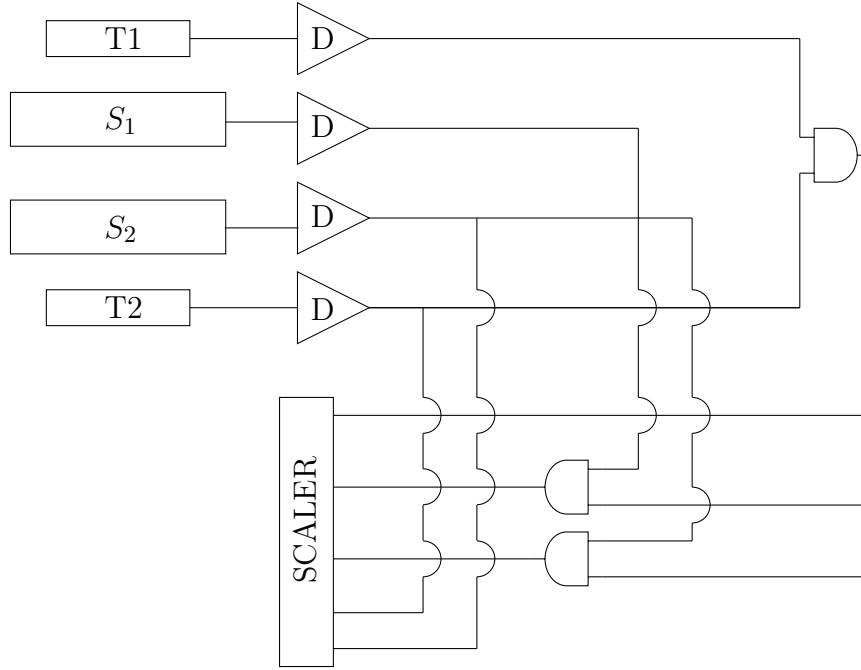


Figura 2.2: Setup per misure in coincidenza

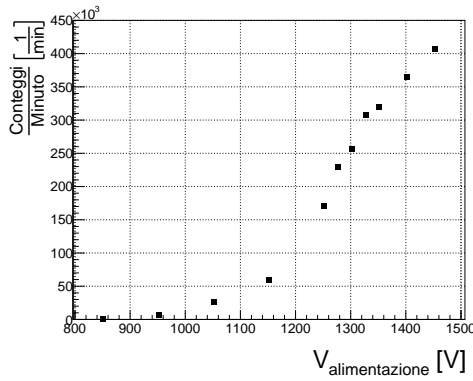
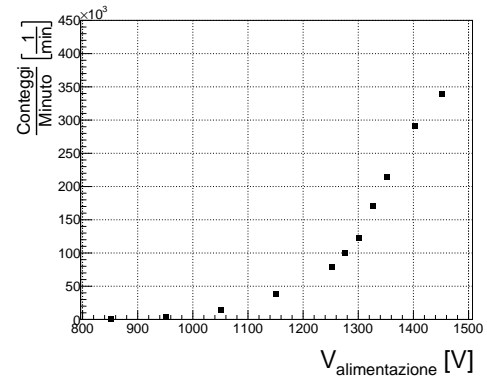
(a) S_1 - Conteggi VS alimentazione(b) S_2 - Conteggi VS alimentazione

Figura 2.3: Conteggi in funzione della tensione di alimentazione dei due rivelatori

2.2.1 Valutazione dell'efficienza dei rivelatori

Per caratterizzare al meglio i due rivelatori più grandi si va a valutare la loro efficienza. Definiamo l'efficienza come:

$$\mathcal{E} = \frac{\text{Coincidenze triple}}{\text{Coincidenze doppie}} \quad (2.2)$$

A questo valore va associato un errore. Gli errori assegnati alle coincidenze triple sono determinati dalla natura binomiale dell'andamento delle coincidenze, considerate come i successi della distribuzione. Si riconosce dunque come varianza sulle

triple:

$$\sigma_{tripla\ S_i}^2 = np(1-p) = (T1\&T2) \times \mathcal{E}_{S_i}(1 - \mathcal{E}_{S_i}) \quad (2.3)$$

Assumendo il conteggio sulle coincidenze doppie ($T1\&T2$), ovvero il numero di tentativi n , una variabile non aleatoria e non soggetta ad errori di misurazione, tratteremo quei dati come costanti adoperate per normalizzare il calcolo dell'efficienza. L'errore sui conteggi di singola è determinato dalla distribuzione Poissoniana come già detto nell'equazione 2.1.

Riportiamo ora, in Figura 2.4 i due grafici relativi all'efficienza dei rivelatori, i dati con cui sono stati realizzati sono riportati nella tabella A.4 nell'appendice A.

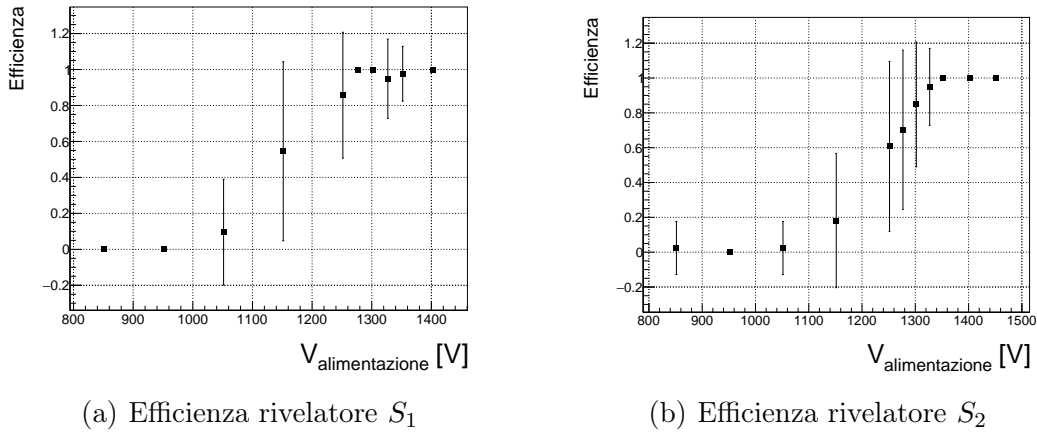


Figura 2.4: Efficienze dei rivelatori

E' possibile notare come, con l'aumento della tensione di alimentazione che accelera i fotoelettroni, l'efficienza di S_1 ed S_2 aumenta gradualmente, fino ad un punto in cui la probabilità per i due scintillatori di rivelare ogni evento avvenuto si massimizza a circa 1 originando un plateau. Ha quindi senso scegliere come tensione di alimentazione per i due rivelatori un valore corrispondente al punto di massimizzazione dell'efficienza. Nella scelta è stato importante anche osservare il grafico del numero di conteggi singoli di S_1 ed S_2 in funzione della tensione di alimentazione.

Si nota che nonostante con l'aumentare della tensione di alimentazione migliori l'efficienza, anche il numero di particelle rilevate da S_1 ed S_2 aumenta notevolmente, includendo nel conteggio sicuramente anche eventi distinti dal passaggio di muoni. Abbiamo perciò scelto come tensione di alimentazione i valori corrispondenti all'inizio dei plateau dell'efficienza di S_1 ed S_2 , ovvero:

$$V_{alimentazione\ S_1} = 1275 \pm 2\ V \quad V_{alimentazione\ S_2} = 1350 \pm 2\ V$$

Si osserva che il numero di particelle rilevate da S_1 ed S_2 in corrispondenza delle tensioni di alimentazione scelte è comunque più alto del numero di muoni che ci aspetteremmo di rilevare a parità di tempo.

- rate di S_1 : $95 \frac{\text{muone}}{\text{cm}^2 \times \text{min}}$
- rate di S_2 : $89 \frac{\text{muone}}{\text{cm}^2 \times \text{min}}$
- rate teorico: $1 \frac{\text{muone}}{\text{cm}^2 \times \text{min}}$

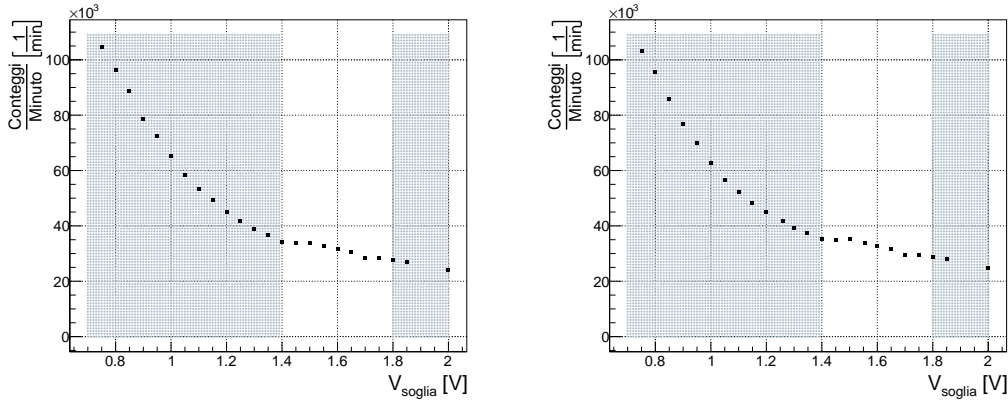
Nonostante ciò sorvoliamo momentaneamente il problema dando maggiore importanza all'efficienza. Questa incongruenza verrà successivamente risolta scegliendo una tensione di soglia di S_1 ed S_2 più restrittiva.

Commento: puo darsi che la scelta di alimentazione sia leggermente alta perché la nostra stima di coinc acc è ingente (sulle coinc acc influisce la soglia troppo bassa, la larghezza dei segnali in uscita dal discriminatore, la poca sovrapposizione tra i due, da mettere ritardi magari) e sebbene queste non varino col ritardo variano se le valuto per doppie o per triple. Le doppie hanno più probabilità di avere una coinc acc e quindi ora che raggiungo il 1/1 ci vuole alimentazione maggiore anche se non servirebbe, le doppie di troppo sono acc.

Una alim maggiore provoca più rumore \rightarrow piu rumore \rightarrow piu accidentali

2.3 Tensione di soglia ottimale per S_1 ed S_2

Per ricavare la tensione di soglia adeguata per i rivelatori S_1 ed S_2 abbiamo proceduto analogamente a quanto effettuato con T_1 e T_2 . Mantenendo lo stesso setup utilizzato nel punto precedente abbiamo effettuato vari conteggi della durata di un minuto con i rivelatori S_1 ed S_2 in funzione della tensione di soglia. I dati raccolti sono riportati nelle tabelle A.5 e A.6. Associamo ancora come errore alle misure la radice del numero di conteggi. Riportiamo di seguito in Figura 2.5 i grafici così ottenuti.



(a) S_1 - Conteggi VS tensione di soglia (b) S_2 - Conteggi VS tensione di soglia

Figura 2.5: Conteggi in funzione della tensione di soglia dei due rivelatori

E' possibile notare anche qui due plateau per entrambi i grafici. Avrebbe senso quindi scegliere dei valori delle tensioni di soglia corrispondenti a punti del grafico posizionati nel mezzo del secondo plateau in modo da escludere tutti i segnali emessi da particelle diverse da muoni. Nel nostro caso però ai due plateau sono associati un numero di conteggi al minuto basso e molto simile tra il primo e il secondo plateau. Ha senso quindi porsi all'inizio del primo di questi due nonostante il rischio di includere particelle gamma, in modo da mantenere una soglia non troppo restrittiva visto il basso numero di conteggi al minuto. Inoltre la nostra scelta risulta ugualmente sensata poiché la differenza di conteggi tra i due plateau che risulta significativa nel migliorare la statistica dei dati, è comunque abbastanza piccola da assicurarci di non ammettere un quantitativo significativo di conteggi di particelle gamma. In conclusione i valori da noi scelti secondo questa logica sono:

$$V_{\text{soglia } S_1} = 1.400 \pm 0.001 V \quad V_{\text{soglia } S_2} = 1.400 \pm 0.001 V$$

2.4 Coincidenze accidentali

Nel conteggio delle coincidenze attraverso i rivelatori una frazione di queste sarà formata da coincidenze accidentali. Per coincidenze accidentali intendiamo la classificazione di una coincidenza tra due eventi come unico fenomeno anche se questa non è causata dal passaggio di un singolo muone ma da due eventi distinti. Un esempio può essere il passaggio di un muone attraverso un rivelatore e un segnale di rumore nell'altro. In Figura 2.6 sono riportati altri esempi.

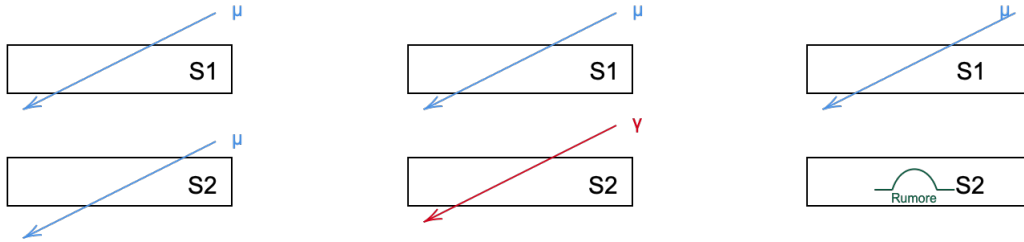


Figura 2.6: Esempio di coincidenze doppie accidentali

2.4.1 Osservazioni preliminari

Come avvengono coincidenze accidentali doppie, anche quelle triple sono soggette ad errore; tuttavia, siccome abbiamo adoperato il rate di coincidenze triple esclusivamente per ricavare informazioni qualitative sul funzionamento della strumentazione, e siccome le coincidenze accidentali nel caso di tripla sono meno probabili, riteniamo sufficiente effettuare uno studio del rate effettivo di coincidenze spurie solo nel caso di doppia.

Sebbene il caso di coincidenza doppia sia il più intuitivo indicatore che il fenomeno rivelato coincide con il passaggio di un muone; nel caso in cui il rate di eventi spuri si riveli consistente, faremo in modo di tenerne conto per le stime del flusso muonico.

Per valutare la correzione che sarebbe necessario applicare, abbiamo stimato il rate di coincidenze accidentali per i rivelatori in laboratorio adottando due strade differenti. La prima strada si basa su un calcolo puramente probabilistico che richiede di conoscere il modo in cui opera una unità di coincidenza. Quando l'unità di coincidenza riceve il primo segnale, lo strumento rimane in attesa del successivo per un *Gate* temporale pari alla durata del primo segnale logico in entrata. Leggendo il manuale del modulo intuivamo che nel momento dell'arrivo del secondo segnale il *Gate* si allunga e l'unità potrebbe rimanere attiva per un tempo maggiore, pari alla durata della sovrapposizione dei due segnali.

Dati i conteggi/min associati a S_1 ed S_2 alle relative tensioni ottimizzate, pari a:

- $\text{rate } S_1 = r_1 = (229165 \pm 479) \frac{1}{\text{min}} = (3,819 \pm 0,007) \times 10^{-6} \frac{1}{\text{ns}}$

- rate $S_2 = r_2 = (213969 \pm 463) \frac{1}{\text{min}} = (3,566 \pm 0,007) \times 10^{-6} \frac{1}{\text{ns}}$

nell'assunzione per cui il *resolving time*¹ della CU Δt sia molto minore di $1/r_1$ e di $1/r_2$ ci aspettiamo che la stima cercata sia calcolabile tramite:

$$R_{acc} = r_1 \cdot r_2 \cdot \Delta t$$

Una possibilità sarebbe quindi stimare l'intervallo di tempo in cui l'unità di coincidenza rimane in ascolto visualizzando l'uscita dei discriminatori sull'oscilloscopio e misurando la larghezza del segnale in sovrapposizione usando i cursori (noi ad esempio abbiamo ottenuto 24.7 ± 0.4 ns). Tuttavia, siccome non riteniamo sufficientemente attendibile la nostra interpretazione del manuale della CU non possiamo adottare questo metodo. Effettueremo una stima approssimativa del resolving time seguendo un metodo legato alle nostre osservazioni sperimentali.

A livello più pratico, possiamo infatti osservare il ruolo che le coincidenze spurie hanno all'interno del nostro contesto sperimentale rendendole protagoniste della nostra misura, configurando i rivelatori più grandi nel modo in cui li adopereremmo per valutare il flusso muonico ed includendo dei ritardi:

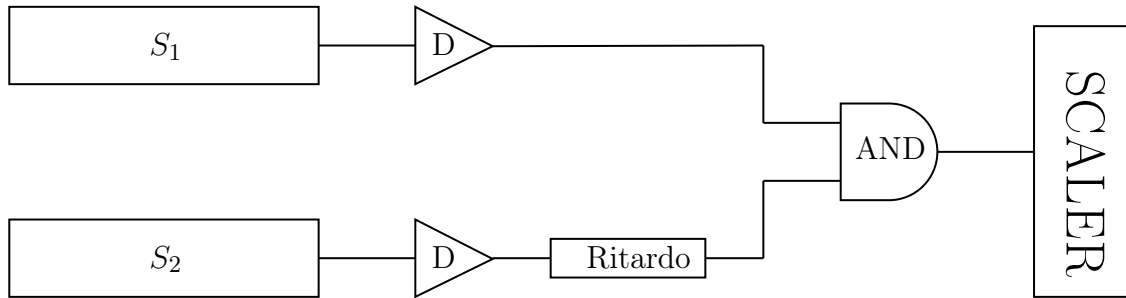


Figura 2.7: Setup per le coincidenze accidentali

Questo setup include il ritardo su uno dei due segnali, che aggiungiamo alla classica configurazione delle coincidenze doppie solo al fine di indagare le coppie spurie. Siccome si tratta di coincidenze tra fenomeni non correlati fra loro, il rate di coincidenze accidentali sarà costante al variare dei ritardi; facciamo notare inoltre che mentre gli eventi spuri possono avere una distanza tra il segnale 1 ed il segnale 2 casuale, anche molto alta, il passaggio di un solo muone per S_1 e successivamente per S_2 , richiede teoricamente un tempo dell'ordine dei decimi di nanosecondo per rivelatori distanti 9,5 cm come i nostri (velocità dei muoni $\simeq c$) e quindi avrà una tempistica media fissa, corrispondente ad una piccola frazione del *Gate* di ascolto. Applicando un ritardo sempre maggiore ad uno dei due segnali (da S_1 o da S_2), possiamo perciò aspettarci un calo netto delle coincidenze in prossimità del ritardo che coincide con la chiusura del *Gate*, calo che esporrà la persistente presenza di conteggi con tempistiche che normalmente non sarebbero rientrate nel conteggio, e quindi associabili

¹tempo utile durante il quale l'unità di coincidenza rimane attiva dopo l'arrivo del segnale iniziale

sicuramente a coincidenze accidentali. Siccome il rate di coincidenze spurie che non sarebbero rientrate nel conteggio deve essere uguale a quello delle coincidenze spurie che rientrano nei nostri conteggi abituali, andremo misurare la quota del fondo che si verrà a formare per stimare il rate di conteggi indesiderati che affollano le nostre misurazioni.

2.4.2 Raccolta dati e osservazioni

Nel raccogliere le misure indichiamo come positivi i ritardi applicati a S_2 , che esporranno coincidenze accidentali dove cronologicamente il segnale emesso da S_2 parte prima di quello su S_1 , e come negativi i ritardi applicati a S_1 , indicatori della presenza di coincidenze accidentali dove l'ordine cronologico è invertito. Facciamo notare che il grafico dei conteggi in confronto con i ritardi sarà simmetrico rispetto allo 0 siccome sia il segnale che arriva da S_1 che quello che arriva da S_2 sono in grado di avviare la CU perciò il nostro è un esperimento completamente simmetrico. In questo modo, applicando ritardi sempre maggiori prima ad un rivelatore e poi al successivo, otteniamo il seguente grafico:

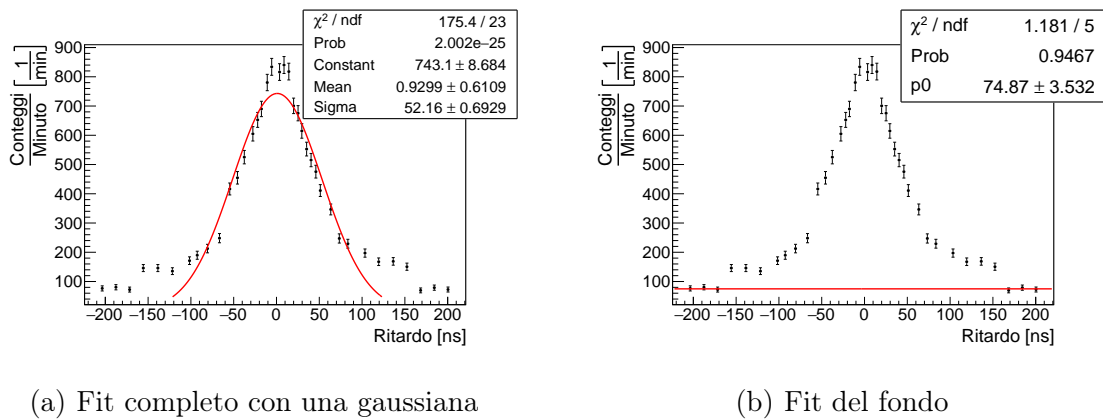


Figura 2.8: Coincidenze doppie al variare del ritardo

I dati riportati nel grafico sono elencati in Appendice nella Tabella A.7. L'andamento dei conteggi rispetta qualitativamente quello atteso per quanto riguarda simmetria e picco in corrispondenza dello 0, ci soffermiamo sulle sue caratteristiche descrivendo solo un lato, quello dove S_2 è stato ritardato, notiamo:

- il plateau centrale in totale largo circa 20 ns. Per ritardi inferiori alla larghezza del *Gate* non ci aspettiamo di perdere alcun tipo di conteggio.
- la rapida discesa iniziale, che dura oltre i 50 ns. Immaginiamo che con l'avvicinarsi del ritardo al valore effettivo del *Gate* di apertura della CU, cominceremo prima a perdere conteggi sui muoni con tempi di transito più lunghi, fino a perdere anche i muoni più veloci. Sicuramente per un ritardo superiore a Δt_{Gate} i conteggi legati ai muoni saranno terminati.

- il rallentamento della discesa indica che la totalità dei conteggi legati al passaggio di muoni è stata esclusa (ritardo $> \Delta t_{\text{Gate}}$). nonostante ciò alcune coincidenze vengono comunque escluse dall'aumento dei ritardi. La spiegazione di questo fenomeno inanzi tutto è legata a coincidenze per cui il segnale da S2 è partito cronologicamente prima del segnale da S1; in tale casistica è possibile che il Gate venga aperto da S2 (ritardi minori) oppure che il Gate venga aperto da S1 (ritardi maggiori). In entrambi i casi all'aumentare del ritardo stiamo escludendo quelle coincidenze accidentali che hanno $\Delta t_{\text{cronologico}}$ piccolo a favore di coincidenze che hanno $\Delta t_{\text{cronologico}}$ grande. Siccome i conteggi stanno scendendo, supponiamo che ci siano fenomeni non accidentali che non conosciamo che attivano prima il rivelatore sotto e con $\Delta t_{\text{cronologico}}$ maggiore di Δt_{Gate} ma limitato superiormente (a ritardi lunghi vediamo un fondo costante).
- il fondo costante di quota stimata con una interpolazione a retta orizzontale a 75 ± 4 ns. Osserviamo che ad un certo punto i conteggi smettono di scendere, concludiamo di aver escluso gli eventi con rate maggiore e di aver raggiunto un punto di equilibrio dove a ritardi anche grandi il numero di conteggi rimarrà lo stesso, rimanendo quindi solo con i conteggi relativi alle spurie.

2.4.3 Stima finale

Come già accennato, questo metodo legato a misurazioni sperimentali può darci una idea pratica del valore di Δt_{Gate} , facciamo notare che, escludendo il fondo, la campana ottenuta nel grafico non rappresenta certamente una Gaussiana, ma osserviamo che il ritardo intorno al quale abbiamo escluso quasi tutti i muoni dal conteggio (verso la fine della discesa rapida) potrebbe dare una stima del Δt_{Gate} . Abbiamo perciò eseguito il fit dell'andamento con una gaussiana escludendo i 6 punti più estremi a destra e a sinistra al fine di ottenere una stima della mezza larghezza σ della Gaussiana che si sovrappone meglio al grafico, ottenendo 52.2 ± 0.7 ns.

Le due possibili stime che possiamo fare del rate di coincidenze accidentali sono quindi due. La prima attraverso la formula teorica e la stima approssimativa di Δt_{Gate} :

$$\begin{aligned}
 R_{acc} &= r1 \cdot r2 \cdot \Delta t_{\text{Gate}} \\
 &= [(3,819 \pm 0,007) \cdot (3,566 \pm 0,007)] 10^{-6} \frac{1}{\text{ns}^2} \cdot (52,2 \pm 0,7)\text{ns} \\
 &= 42,65 \pm 0,6 \frac{1}{\text{min}}
 \end{aligned}$$

Oppure attraverso la quota del fondo ricavata dal fit:

$$R_{acc} = 75 \pm 4 \frac{1}{\text{min}}$$

Le due stime non sono compatibili, ciò potrebbe essere dovuto al fatto che aumentando ancora di più i ritardi e prendendo più misure avremmo forse riconosciuto un fondo ancora più basso di quello trovato. Le due misure hanno tuttavia lo stesso ordine di grandezza, procediamo quindi calcolando una media pesata delle due.

$$\frac{\sum \frac{R_{acc}}{\sigma_R^2}}{\sum \frac{1}{\sigma_R^2}} \pm \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{\sigma_R^2}}} = 43,4 \pm 0,6 \frac{1}{\text{min}} \quad (2.4)$$

Se avessimo controllato e impostato una larghezza dei segnali logici uscenti dai discriminatori inferiore, avremmo probabilmente rilevato meno coincidenze accidentali.

3 Simulazione del fenomeno

Nel momento in cui sovrapponiamo due rivelatori, si potrebbe pensare che la distanza D tra S_1 ed S_2 risulti effettivamente la distanza media percorsa dai muoni che attraversano. Ciò non è del tutto corretto e la simulazione risulta utile per introdurre termini correttivi per questa distanza.

La ragione di questa correzione è da ricercarsi nel fatto che una volta che i muoni attraversano il primo rivelatore solamente un'esigua frazione di questi avrà una traiettoria verticale. In generale ci possiamo aspettare che la maggior parte di questi arrivino da direzioni per cui la loro traiettoria risulti inclinata rispetto alla perpendicolare, di conseguenza la distanza percorsa prima di essere rilevati da S_2 è maggiore di D .

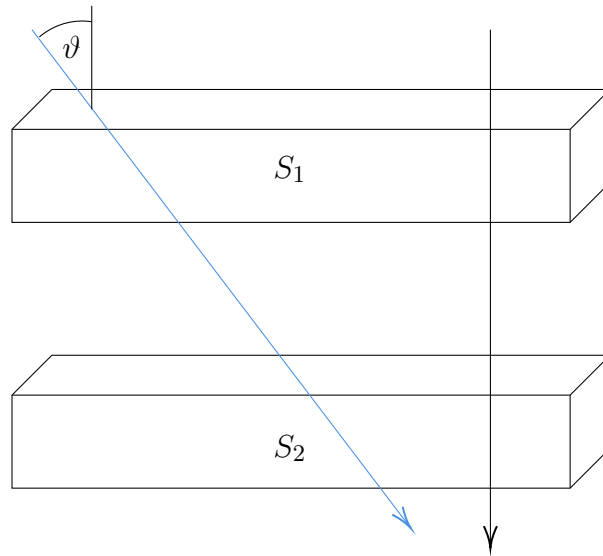


Figura 3.1: confronto grafico tra una traiettoria inclinata e una verticale

3.1 Esposizione dell'algoritmo

Per quanto riguarda la simulazione effettuata ci siamo occupati di creare un algoritmo che simuli il passaggio dei muoni attraverso i due rivelatori. Per far ciò abbiamo generato con distribuzione uniforme un punto di coordinate (x, y) sulla superficie del rivelatore S_1 con z fissato a 0. La posizione di partenza di ogni muone è stata

successivamente generata in modo da trovarsi sulla superficie di una calotta sferica centrata nel punto $(x, y, 0)$, ed individuata dall'angolo azimutale e dall'angolo zenitale.

In particolare l'angolo azimutale φ è stato estratto tra 0 e 2π secondo una distribuzione uniforme. L'angolo zenitale ϑ invece è stato estratto tra $-\pi/2$ e 0 secondo una distribuzione $\frac{4}{\pi}\cos^2\vartheta$ che emula il modo in cui il flusso di muoni viene rilevato a terra. Nella simulazione il muone seguirà quindi una traiettoria identificata dalla retta passante per il punto $(x, y, 0)$ e con inclinazione rispetto alla verticale pari a ϑ e proiezione orizzontale inclinata di φ . In questo modo è assicurato il passaggio simulato del muone attraverso il primo rivelatore ma non necessariamente il passaggio attraverso il secondo. Per ogni evento simulato è stata misurata, nel caso ci fosse passaggio attraverso il secondo rivelatore, la distanza percorsa dal muone dal punto di attraversamento di S_1 all'arrivo a S_2 . Per ogni simulazione abbiamo svolto 10^8 estrazioni del tipo appena descritto svolgendo media e deviazione standard sulla distanza simulata percorsa dai muoni. Abbiamo quindi svolto diverse simulazioni a varie distanze D tra i due rivelatori.

3.2 Esito della simulazione

Riportiamo in Figura 3.2 la distribuzione spaziale di muoni simulati passanti per il secondo rivelatore. Sotto ad ogni figura è riportata la percentuale di eventi su $N_{\text{tot}} = 10^8$ che hanno originato una coincidenza.

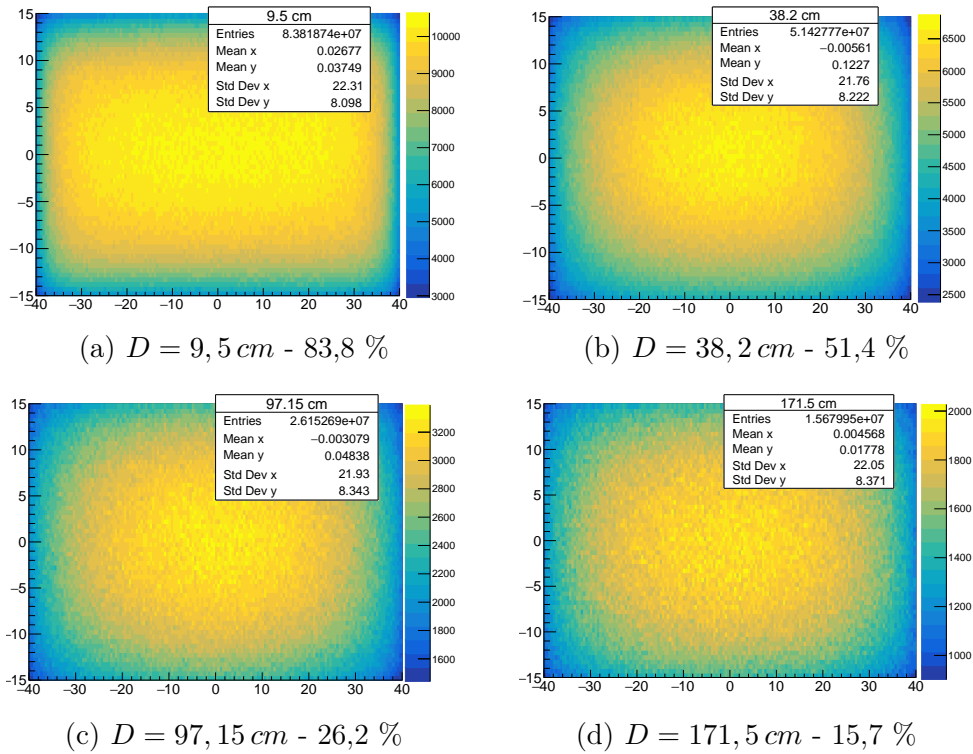


Figura 3.2: Distribuzione degli eventi sul secondo rivelatore

Si nota dalle *heatmap* come all'aumentare della distanza D fra i rivelatori risulta sempre meno probabile osservare muoni che colpiscono le zone più periferiche di S_2 . Infatti all'aumentare della distanza tra S_1 ed S_2 cala la probabilità che i muoni molto inclinati colpiscano il secondo rivelatore.

Per le varie distanze da noi utilizzate abbiamo creato degli istogrammi che mostrano il numero di muoni per ogni possibile distanza percorsa mostrati in Figura 3.3.

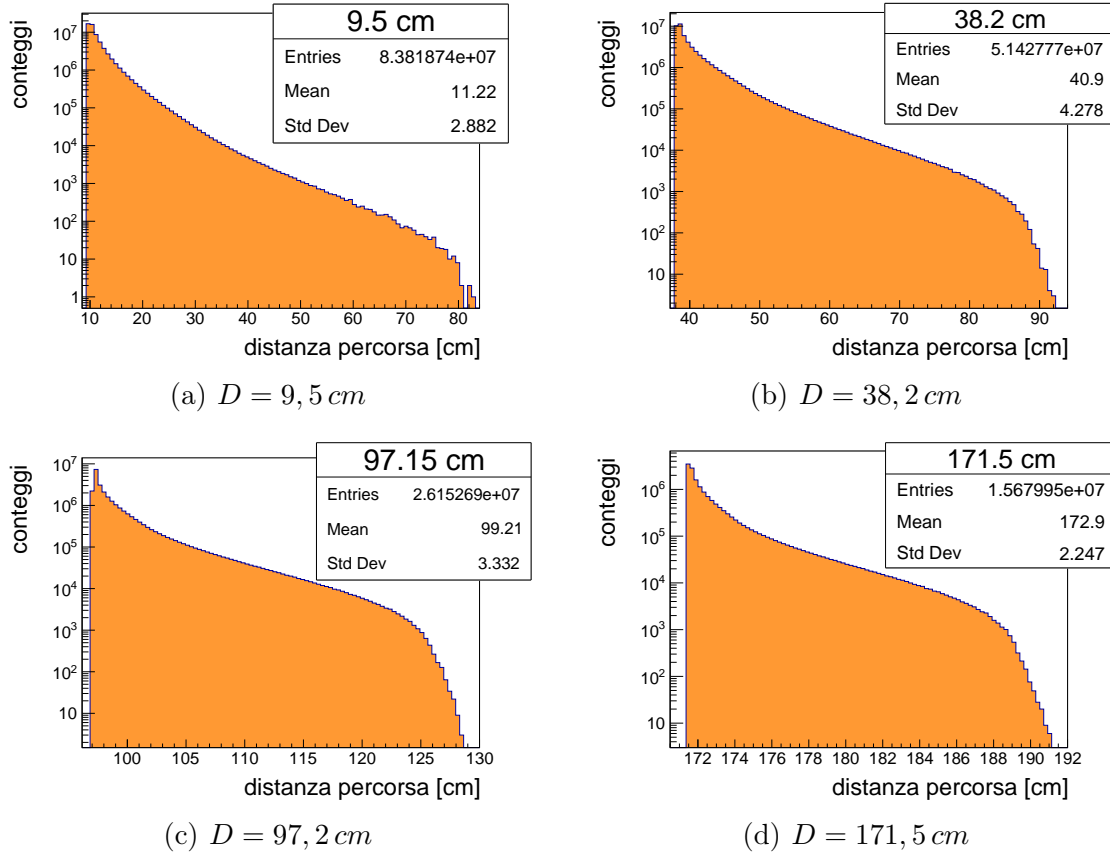


Figura 3.3: Istogrammi delle distanze effettive percorse dai muoni

A muoni con grandi inclinazioni corrispondono distanze percorse molto grandi rispetto alla distanza iniziale tra S_1 ed S_2 . Inoltre notiamo che a distanze D maggiori risulta meno probabile che muoni con grandi inclinazioni colpiscano il secondo rivelatore. Queste due affermazioni combinate implicano naturalmente che all'aumentare della distanza tra i rivelatori sia nettamente meno probabile trovare muoni che percorrono distanze molto maggiori dalla distanza iniziale. Di conseguenza con questo andamento cala l'effetto della correzione sulla distanza iniziale. Inoltre si nota dall'istogramma che a distanze D maggiori la maggior parte dei conteggi si concentra nelle distanze più prossime alla D di partenza. Ciò è perché il numero di *entries* è in ogni caso dello stesso ordine di grandezza ma le distanze su cui questi si possono distribuire diminuiscono all'aumentare di della distanza tra S_1 ed S_2 .

4 Misura del flusso e asimmetria est - ovest

In questo capitolo andremo ad esporre i nostri risultati per quanto concerne la misurazione del flusso dei muoni al variare dell'angolo di inclinazione zenitale ϑ .

4.1 Asimmetria Est-Ovest

Nell'introduzione abbiamo mostrato come i muoni siano il risultato di decadimenti di particelle che compongono i raggi cosmici primari. I raggi cosmici primari sono composti da particelle cariche, che, se hanno energia sufficiente, incontrando il campo magnetico terrestre vengono deviate dalla loro traiettoria: siccome il polo sud magnetico della Terra coincide con il polo Nord geografico, le particelle positive dirette verso la superficie saranno deviate verso Est e quelle negative verso Ovest. Essendo i raggi cosmici prevalentemente composti da particelle cariche positivamente (protoni), ci aspettiamo una asimmetria del flusso di muoni proveniente da Est rispetto a quello proveniente da Ovest, con una differenza tra i due circa del 10% a favore del lato Est, anche se la percentuale potrebbe cambiare in base alla latitudine e dalla longitudine geomagnetica del luogo in cui si effettuano le misurazioni.

Per eseguire questa misura, abbiamo posto S_1 ed S_2 su una struttura vincolata a ruotare rispetto all'asse Nord-Sud. La struttura è costruita in modo da mantenere i due rivelatori paralleli tra loro e orientata in modo che il lato lungo sia diretto Nord-Sud. Per ogni angolo fissato, abbiamo raccolto un set di dati corrispondente al numero di coincidenze rivelate al minuto, ne abbiamo poi fatto una media a cui abbiamo associato un errore dato dalla deviazione standard della media. All'angolo invece abbiamo associato un errore di 2 gradi, il doppio rispetto alla sensibilità dello strumento, per motivi legati alle difficoltà nell'orientare i rivelatori con estrema precisione, come la possibilità di commettere errori di parallasse o la instabilità dell'intero set up di misura.

Ci aspettiamo che il flusso segua una distribuzione del tipo $\varphi \propto \cos^2 \vartheta$. Il flusso è definito come:

$$\varphi = \frac{\text{Conteggi}}{\text{Area}[cm^2] \cdot \text{tempo}[min] \cdot Sr} \quad (4.1)$$

notiamo però come la superficie e il tempo della misura siano le stesse per ogni set di dati raccolto, dunque possiamo considerare direttamente i conteggi in funzione dell'angolo zenitale. Abbiamo riportato nelle Tabelle A.8 e A.9 i dati sperimentali. Nel seguente grafico inoltre, abbiamo normalizzato le nostre curve, dividendo il numero di conteggi al variare degli angoli con il valore medio dei conteggi quando $\vartheta = 0$. Notiamo come i conteggi rilevati con una rotazione verso Est siano superiori rispetto ad una rotazione degli stessi angoli verso Ovest

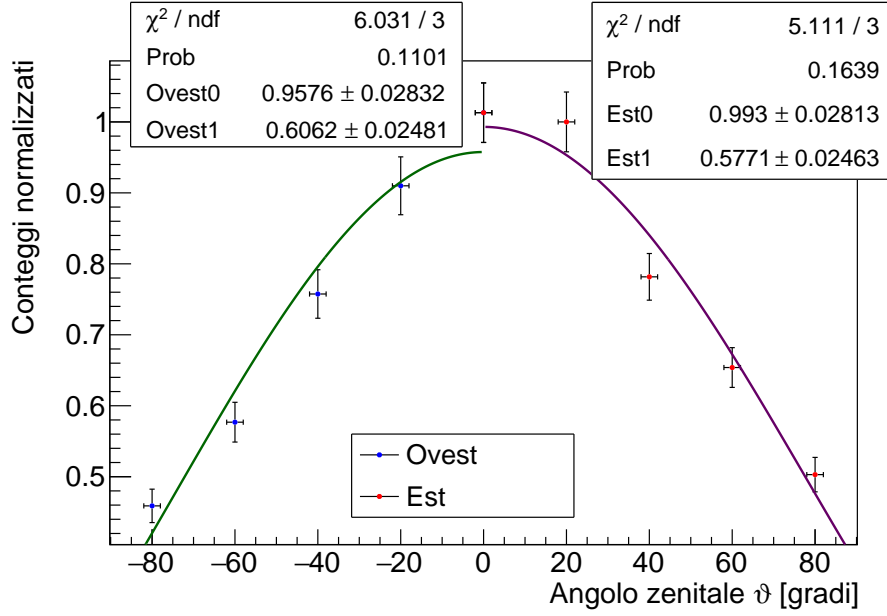


Figura 4.1: Andamento dei conteggi al variare dell'angolo ϑ

In particolare si può osservare come in corrispondenza di $\vartheta = \pm 20^\circ$ si ha la maggior differenza di flusso. Calcoliamo la percentuale di variazione del flusso come:

$$\Delta\varphi(\vartheta) = \frac{\Delta\text{Conteggi}(\vartheta)}{\text{Conteggi Est}(\vartheta)} \times 100 \cdot \left[1 \pm \left(\frac{\sigma_{\Delta\text{Conteggi}}}{\Delta\text{Conteggi}} + \frac{\sigma_{\text{Conteggi Est}}}{\text{Conteggi Est}} \right) \right]$$

inoltre calcoleremo la differenza percentuale media come:

$$\overline{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{\vartheta}^{\vartheta_N} \Delta\varphi(\vartheta) \frac{1}{\sigma_{\Delta\varphi}^2}}{\sum_{\vartheta}^{\vartheta_N} \frac{1}{\sigma_{\Delta\varphi}^2}} \pm \sqrt{\frac{1}{\sum_{\vartheta}^{\vartheta_N} \frac{1}{\sigma_{\Delta\varphi}^2}}}$$

in particolare si ha che $\Delta\varphi(20^\circ) = (9 \pm 5) \%$ ed eseguendo una media pesata sugli errori: $\overline{\Delta\varphi} = (8 \pm 2) \%$. Eseguendo un t test, questa stima risulta compatibile con il valore approssimativo atteso del 10 %, con una probabilità del 32 %.

Le interpolazioni risultano valide con probabilità di correttezza del 11 % e del 16 %, che superano il limite minimo posto al 5 %, ci riteniamo perciò soddisfatti.

Come già detto, per effettuare i fit abbiamo supposto che gli eventi seguano una distribuzione $\cos^2 \vartheta$ del tipo:

$$y(x) = p_0 \times \cos^2(p_1 \cdot x)$$

I parametri EST1 e OVEST1 sono legati a fattori di scala sul periodo della funzione armonica ottenuta. Sotto un t test OVEST1 = 0.61 ± 0.02 ed EST1 0.58 ± 0.02 sono compatibili secondo una probabilità del 29%; per entrambi i lati un fattore moltiplicativo dell'argomento < 1 implica un allargamento del periodo del coseno, ciò è per lo più dovuto al fatto che la nostra raccolta dati si ferma all'angolo di 80° , perciò l'interpolazione risulta molto più allungata rispetto a quanto avremmo ottenuto con dei punti a 90° , che avrebbero sicuramente accelerato l'annullamento della funzione. Tuttavia, anche nel caso in cui avessimo preso le misure per 90° , ci saremmo aspettati una leggera dilatazione del periodo siccome anche con orientazione orizzontale non sarebbe stato impossibile rilevare delle coincidenze significative e avere un numero di conteggi $\neq 0$.

4.2 Stima del flusso di muoni sul livello del mare

Numerose osservazioni sperimentali hanno constatato che in media il flusso di muoni sul livello del mare è pari a $\frac{1 \text{ muone}}{\text{min cm}^2}$.

La stima più accurata che noi possiamo fare di questa misura richiede di effettuare conteggi in coincidenza, siccome molto probabilmente un segnale che viene rilevato sia da S1 che da S2 è riconducibile al passaggio di una particella. Trascuriamo i casi in cui si tratti di particelle gamma, in quanto il flusso dei fotoni gamma in un range da 100 MeV a 100 GeV misurato per una blazar,¹ che è tra le principali sorgenti di raggi gamma osservate, è compreso tra $6.01 \times 10^{-10} \frac{\text{fotoni}}{\text{s cm}^2}$ e $2.10 \times 10^{-6} \frac{\text{fotoni}}{\text{s cm}^2}$ [3]; ed escludiamo i conteggi dovuti alle coincidenze spurie, stimati per i nostri rivelatori a $43.4 \pm 0.6 \frac{\text{muoni}}{\text{min}}$.

A seguito di tali accorgimenti supponiamo che una buona stima del flusso muonico possa essere ricavata a partire dai conteggi/min misurati a 0° , pari a $1212 \frac{\text{muoni}}{\text{min}}$; questa misura è stata effettuata quando i rivelatori erano distanti circa 32 cm tra loro, perciò è possibile che alcune coincidenze siano state scartate perché la traiettoria era eccessivamente inclinata. Il passaggio che andiamo fare è quindi quello di stimare prima i conteggi/min di muoni con traiettoria simile a quella verticale; utilizzando la simulazione descritta al Capitolo 3 possiamo stimare la percentuale di coincidenze dovute a muoni con inclinazione compresa entro 1 steradiano per una distanza come quella adoperata in laboratorio. Considerando quindi $(1212 - 43.4 \pm 0.6) \times 87\% \frac{\text{muoni}}{\text{minSr}} = 1016.7 \pm 0.5 \frac{\text{muoni}}{\text{minSr}}$ una buona stima dei conteggi al minuto dei muoni con direzione quasi verticale per rivelatori come i nostri di dimensioni di circa $(30 \pm 0.1 \times 80 \pm 0.1) \text{cm}^2$; la stima del flusso sulla verticale risulta

¹Un tipo di Nucleo Galattico Attivo

$$\varphi_{\text{verticale}} = \frac{1016.7 \pm 0.5 \frac{\text{muoni}}{\text{min Sr}}}{(30 \times 80) \pm 11 \text{ cm}^2} = 0.424 \pm 0.002 \frac{\text{muoni}}{\text{min Sr cm}^2}$$

Integrando sulla calotta sferica superiore con $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$, otteniamo il flusso totale:

$$\varphi = \varphi_{\text{verticale}} \cdot \frac{2\pi}{3} = 0.887 \pm 0.005 \frac{\text{muoni}}{\text{cm}^2 \cdot \text{min}}$$

La misura non è compatibile con il valore atteso, ipotizziamo di aver sovrastimato il conteggio di coincidenze spurie e probabilmente anche sottostimato l'errore ad esso associato. Avremmo infatti potuto considerare il fatto che utilizzare come Δt_{Gate} la FWHM/2 di una gaussiana è una scelta piuttosto arbitraria e potrebbe essere soggetta ad un errore sistematico non trascurabile.

Commento: è una sottostima anche per il fatto che sto prendendo solo i verticali che fanno coincidenza. I verticali che arrivano sul bordo non fanno coincidenza ma sono comunque verticali. Avere un rivelatore sotto più grande di quello sopra aiuterebbe. ATTENZIONE alcuni di questi potrebbero essere gamma, motivo di sovrastima invece

5 Misura della velocità dei muoni cosmici

Al fine di stimare la velocità dei muoni abbiamo utilizzato delle misure in coincidenza e misurato il rapporto tra l'intervallo di tempo intercorso tra il segnale su S_1 ed il segnale su S_2 e la distanza a cui si trovavano i rivelatori, per fare ciò è servito il modulo TDC che abbiamo calibrato appositamente. Al fine di svolgere importanti correzioni abbiamo sdoppiato il segnale a livello dell'oscilloscopio e collegato i segnali uscenti dai rivelatori direttamente a due entrate del modulo ADC in modo che anche l'ampiezza dei segnali venisse registrata.

5.1 Calibrazione TDC

I valori dei tempi vengono inizialmente restituiti dal TDC in canali digitali, ovvero un'unità di misura legata allo strumento di misurazione. Per poter utilizzare realmente i dati ottenuti in questo modo è necessario poterli convertire in nanosecondi. E' stato possibile risolvere questo problema tramite la calibrazione del TDC. Per avere un metro di riferimento abbiamo sdoppiato il segnale in uscita dall'unità di coincidenza ed inserito dei ritardi su uno dei due rami tramite l'utilizzo di alcuni cavi. I ritardi effettivamente applicati sono stati misurati sia attraverso visualizzazione sull'oscilloscopio per averne una stima in ns, che attraverso il TDC.

Con un fondo scala impostato a 100ns il TDC è in grado di mostrare solo differenze di tempo comprese tra 4 e 100 ns; i dati utilizzati sono riportati in Appendice in Tabella A.10, con essi abbiamo eseguito un fit lineare riportato in Figura 5.1. I ritardi misurati con l'utilizzo dell'oscilloscopio hanno un errore stimato in base alla minima variazione di tempo rilevabile utilizzando i cursori, ovvero pari a 0,4 ns. L'errore associato ai valori restituiti dal TDC viene stimato pari alla sensibilità dello strumento, ovvero un canale, in quanto tentando di eseguire molteplici misure per lo stesso ritardo abbiamo ottenuto una deviazione standard $\ll 1$.

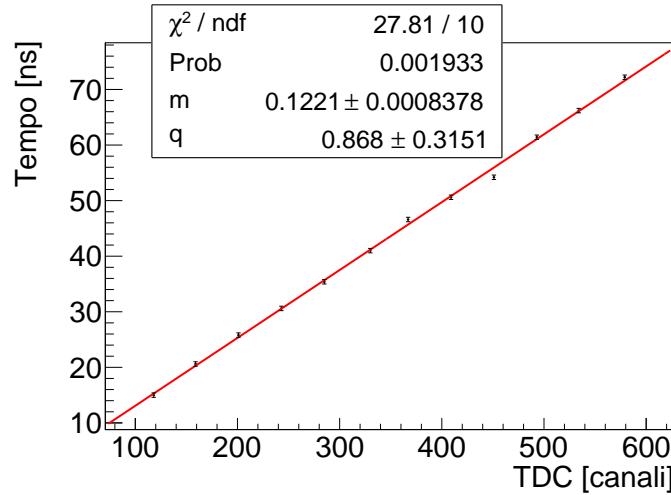


Figura 5.1: Fit di calibrazione del TDC

I punti considerati mostrano un chiaro andamento lineare, immaginiamo quindi di poter applicare lo stesso fattore correttivo a tutti i dati che riceveremo dall'unità TDC. Le correzioni avverranno quindi secondo la formula:

$$t = q + TDC \cdot m \quad \sigma_t = \sqrt{\sigma_q^2 + (\sigma_m TDC)^2 + (\sigma_{TDC} m)^2}$$

Per uno studio più completo avremmo potuto effettuare misure anche con ritardi più lunghi o più corti per rilevare l'effettivo intervallo per cui si può applicare una correzione lineare, in quanto non è scontato che la relazione ch VS ns rimanga costante.

5.2 Configurazione rivelatori

Per eseguire ed ottimizzare al meglio la raccolta dati abbiamo preso un paio di accorgimenti.

Innanzitutto, abbiamo posto un ritardo di $(16 - 5)\text{ns} = 11\text{ ns}$ sul cammino del segnale proveniente da S_1 , così che il *Gate* dell'unità di coincidenza venga sempre aperto dall'arrivo della particella su S_2 . Ciò permette di evitare che l'unità di coincidenza venga attivata inutilmente da segnali che possono interessare solo S_1 , come ad esempio segnali di rumore termico.

Per sincerarci di stare immagazzinando dati consistenti abbiamo visualizzato sullo schermo dell'oscilloscopio i segnali diretti da S_1 e da S_2 e l'uscita della CU, per controllare che quest'ultima non si chiudesse prima dell'arrivo di uno dei due e che quindi l'ADC stesse ricevendo entrambi i segnali correttamente.

Per controllare che il ritardo di 64 ns applicato ad S_2 fosse sufficiente a permettergli di arrivare dopo lo *Start* abbiamo visualizzato nuovamente sull'oscilloscopio l'uscita della CU e il segnale in uscita dal discriminatore di S_2 e verificato che il secondo

arrivasse effettivamente più tardi.

Ciò fa sì che la differenza temporale misurata dal TDC sia effettivamente la differenza di tempo tra i due segnali a scanco di una quota fissa di ritardo, ininfluente sulla stima del rapporto spazio/tempo che vogliamo portare a termine. Abbiamo inoltre osservato che il ritardo dei segnali che seguono la catena non corrisponde a quello segnato dato dai cavi, questo perché anche i moduli introducono un ritardo proprio. Immaginiamo quindi che la quota fissa di cui scalerà ogni Δt misurato sarà al massimo sui $(64 - 16 - 5) \text{ ns} = 43 \text{ ns}$, ma potrebbe essere abbassata dal ritardo interno della CU. Riportiamo di sotto la configurazione descritta più in dettaglio:

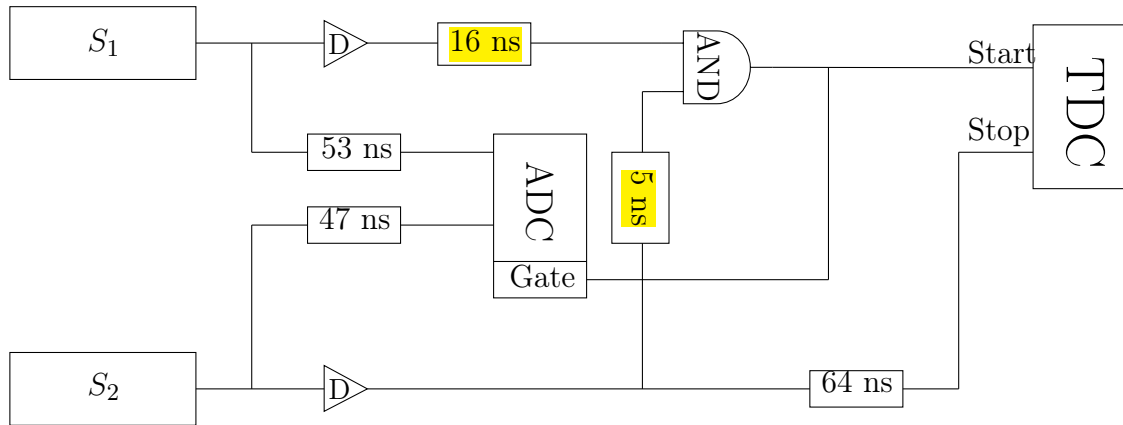


Figura 5.2: Catena elettronica per la misura della velocità

D'ora in poi, faremo riferimento alle energie rilasciate dalle particelle nei due rivelatori come ADC1 e ADC2, e ai tempi di attraversamento come TDC, in quanto saranno termini utilizzati frequentemente. A tali valori assoceremo l'unità di misura dei canali, legata alle proprietà logistiche di incanalamento dei dati dei nostri strumenti di misurazione.

Successivamente, abbiamo variato la distanza verticale tra i due rivelatori, ottenendo quattro serie di dati relative alle distanze di

$$0,095 \text{ m} \quad 0,382 \text{ m} \quad 0,972 \text{ m} \quad 1,715 \text{ m}$$

In particolare, per ogni serie sono state ricavate circa 8000 combinazioni di tempi di percorrenza e di energie rilasciate, rispettivamente nel primo e nel secondo rivelatore.

5.3 Distribuzioni delle energie e dei tempi

Abbiamo proceduto ricostruendo le distribuzioni di energia sui due rilevatori. Come si può subito notare dal grafico preso ad esempio in Figura 5.3 per energie inferiori a 18 ch si osserva una zona vuota dovuta alla tensione di soglia scelta con il discriminatore, pari a $1.400 \pm 0.001\text{ V}$ per entrambi. Tuttavia si nota anche che per valori di ADC1 e ADC2 entrambi inferiori a 120 ch si osserva una zona di vuoto quadrata. Questo non rispecchia le nostre aspettative infatti anche questa regione dovrebbe mostrare la presenza di eventi. Il fatto che la regione sia limitata allo stesso modo sia sulle energie rilevate da S_1 che sulle energie rilevate da S_2 ci fa pensare che la zona di vuoto sia legata ad una proprietà discriminatoria proprio dell'unità di coincidenza. Sappiamo che quest'ultima non registra segnali inferiori a 600 mV , ma dato che la regione interessa energie di oltre 120 ch escludiamo questa ipotesi, inoltre i due segnali logici in entrata dovrebbero sovrapporsi di almeno 1 ns per attivare l'unità, una nostra ipotesi è che questa richiesta non sia stata soddisfatta per alcuni segnali troppo deboli. In particolare sotto un certo valore di ADC nessuna particella risulta essere abbastanza energetica da soddisfare la condizione precedente e perciò non avvengono rivelazioni. Applicando ritardi leggermente inferiori forse avremmo annullato tale effetto indesiderato; tuttavia non è per noi più possibile accertarci che tale ipotesi sia quella corretta.

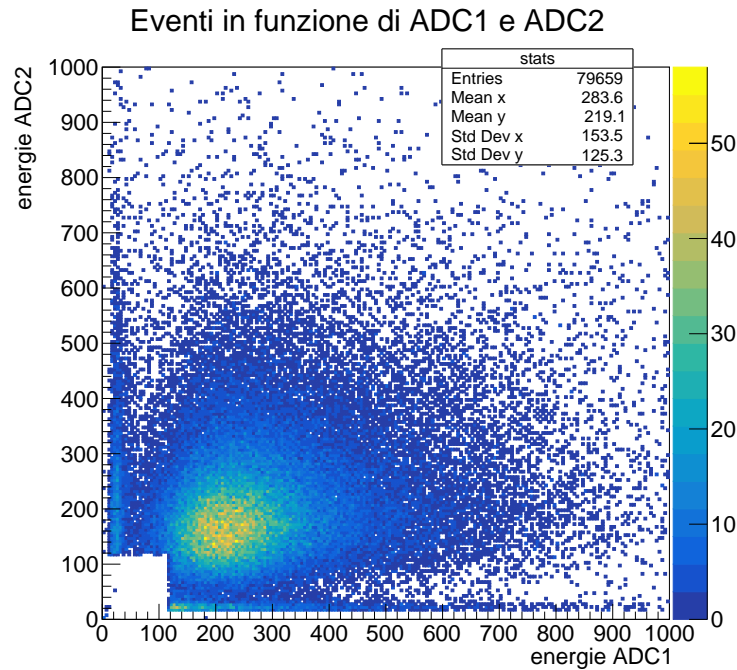


Figura 5.3: Distribuzione dei conteggi in funzione delle energie $D = 38.2\text{cm}$

Osservando il grafico in figura, si nota la formazione di una zona ad alta densità di particelle con centro in $(210, 160)\text{ ch}$ che poi degrada in vari range concentrici per energie più alte e più basse. Osserviamo anche una risalita di densità a energie

di circa 20 *ch*, probabilmente dovuta alla rilevazione di particelle gamma (le quali hanno in genere energie almeno 10 volte inferiori rispetto ai muoni). Possiamo concludere che nonostante il processo di calibrazione e ottimizzazione dei rivelatori, non è stato possibile escludere del tutto la ricezione di particelle differenti da muoni.

È facile però capire che i muoni tendano a concentrarsi in un intervallo di energie simili ovvero nel picco della heatmap riconoscibile dal colore giallo. È stato perciò possibile eseguire dei tagli per ognuno dei quattro grafici ottenuti escludendo tutte le rilevazioni esterne alla zona più densa isolando quindi i muoni. In particolare gli intervalli di taglio sono stati scelti come:

| Distanza [cm] | taglio su ADC1 [ch] | taglio su ADC2 [ch] |
|---------------|---------------------|---------------------|
| 9.5 ± 1 | 180 - 300 | 120 - 240 |
| 38.2 ± 1 | 140 - 320 | 120 - 240 |
| 97.15 ± 1 | 120 - 320 | 80 - 200 |
| 171.5 ± 1 | 120 - 320 | 80 - 200 |

Tabella 5.1: tagli effettuati sulle energie rilevate da S_1 e da S_2

Commento: cifre significative delle distanze sbagliate

Non trascuriamo la possibilità di aver commesso errori nell'effettuare i tagli, è possibile che alcune particelle di nostro interesse siano state scartate perché cadevano di poche decine di canali fuori dalla regione di taglio. Valuteremo qualitativamente le ripercussioni di tale errore sistematico sull'errore della stima dei tempi di percorrenza medi più avanti nella discussione.

Per ogni serie di dati consideriamo solo quelli interni alla regione di taglio, così da considerare una distribuzione di soli eventi legati al passaggio di un muone; in Figura 5.4 riportiamo un istogramma che mostra la distribuzione dei TDC. Successivamente, tramite ROOT è stato possibile ricavare media e deviazione standard per ognuno di questi istogrammi. Sono state sfruttate le deviazioni standard come errori da assegnare ad ogni misura effettuata TDC. Agli ADC è stato invece associato un errore pari a 1 canale pari alla sensibilità dello strumento.

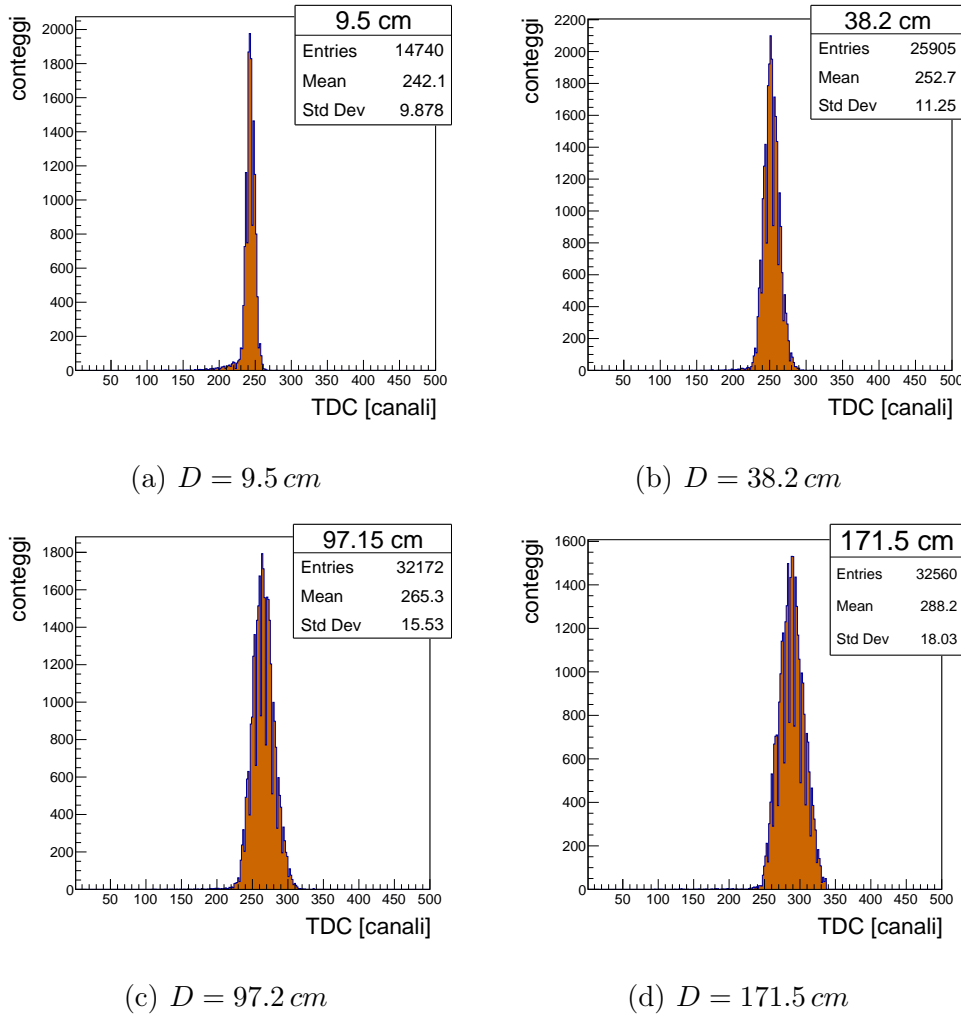


Figura 5.4: Distribuzione dei valori del TDC per le varie distanze utilizzate

Osservando gli istogrammi, le medie e gli errori sui valori uscenti dal TDC risultano quindi essere:

| Distanza tra S_1 ed S_2 [cm] | Media sui tempi [ch] | Errore sui tempi [ch] |
|----------------------------------|----------------------|-----------------------|
| 9.5 | 242.1 | 9.878 |
| 38.2 | 252.7 | 11.25 |
| 97.2 | 265.3 | 15.53 |
| 171.5 | 288.2 | 18.03 |

Tabella 5.2: Caratteristiche delle distribuzioni dei tempi

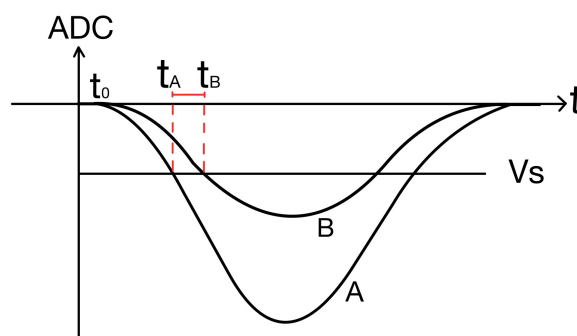
Facciamo notare che la distribuzione dei tempi di transito presenta una dispersione che non si concentra solo sul lato destro come nel caso delle distanze percorse simulate nel capitolo 3; deduciamo perciò che oltre alla dispersione dovuta all'inclinazione che la traiettoria del muone può assumere, altri fenomeni contribuiranno ad aumentare σ_{TDC} . In breve tali fattori sono:

- *Amplitude walk*. Provoca un aumento rispetto all'intervallo di tempo di transito reale.
- *Time jitter*. Può provocare un allungamento o una restrizione dell'intervallo di tempo misurato rispetto all'intervallo effettivo tra le emissioni di due segnali.
- *Dispersione dei tempi di raccolta*. Produce un allungamento o un accorciamento dell'intervallo di tempo trascorso tra l'emissione dei due segnali rispetto al caso di traiettoria verticale.

Si può inoltre osservare come all'aumentare della distanza D tra i due rivelatori la larghezza degli istogrammi e di conseguenza la deviazione standard associata ad essi tenda ad aumentare. Ciò potrebbe sembrare controintuitivo. Infatti come spiegato nella Sezione 3 all'aumentare della distanza tra i rivelatori cala anche la dispersione delle distanze effettivamente percorse che risultano tutte circa simili alla distanza D di partenza. Ciò farebbe pensare che in questo caso visto che le distanze percorse non si discostano molto l'una dall'altra anche i tempi di percorrenza debbano seguire lo stesso andamento. Questo ragionamento però non è del tutto corretto. Infatti a D grandi sono associate distanze percorse grandi. A prescindere delle dispersioni di esse, anche piccole variazioni di velocità tra i muoni possono causare significative variazioni temporali di percorrenza che allargano inevitabilmente l'istogramma. A distanze D piccole invece nonostante ci sia maggior dispersione nei percorsi le piccole variazioni di velocità dei muoni non causano grosse variazioni temporali e di conseguenza la deviazione standard in questa casistica risulta inferiore.

5.4 Correzione di Amplitude walk

L'apparato strumentale con cui vengono misurati i tempi di attraversamento introduce inevitabilmente una fonte di errore sulle misure. Ciò è dovuto al fenomeno dell'*amplitude walk*. Due segnali elettrici generati da S_1 ed S_2 possono avere ampiezze diverse; in tal caso, anche se venissero emessi nello stesso istante, attraverserebbero inevitabilmente la soglia impostata sul discriminatore a tempi diversi. Una rappresentazione elementare del fenomeno:



È chiaro come il segnale con ampiezza maggiore supererà la soglia prima del segnale più basso, nonostante l'effettiva istantaneità dei due segnali. È necessario quindi introdurre delle correzioni che ci permettano di avere intervalli di tempo legati alla differenza degli istanti di partenza dei segnali, e non agli istanti di superamento della soglia.

In particolare per tempi piccoli è possibile ricavare il legame tra t_0 , l'istante di partenza di un segnale, e t_{th} , l'istante di superamento della soglia, come

$$V_{th}(t_{th}) \propto V_{max} \left(1 - \exp \left(\frac{t_{th} - t_0}{\tau} \right) \right)$$

dove V_{th} è la tensione di soglia mentre V_{max} l'ampiezza del segnale. Questo combacia anche con il valore dell'energia rilasciato nel rivelatore che viene anch'esso misurato sotto forma di differenza di tensione, ovvero ciò che abbiamo finora chiamato ADC. Facciamo notare che τ rappresenta il tempo caratteristico del circuito RC che costituisce la catena di lettura del segnale di ciascuno dei rivelatori.

Possiamo successivamente invertire la relazione in modo da poter scrivere

$$t_{th} = t_0 + \tau \ln \left(\frac{ADC}{ADC - V_{th}} \right)$$

I dati raccolti però consistono di differenze temporali e non di precisi istanti temporali in cui è avvenuto il passaggio della particella attraverso i due rivelatori. Perciò è possibile riscrivere la relazione precedente in termini della differenza tra i contributi dei due diversi rivelatori. Ciò che si ottiene è

$$t_{th,1} - t_{th,2} = t_{0,1} - t_{0,2} + \tau_1 \ln \left(\frac{ADC1}{ADC1 - V_{th,1}} \right) - \tau_2 \ln \left(\frac{ADC2}{ADC2 - V_{th,2}} \right)$$

Questa risulta quindi descritta dalle differenze temporali, quindi dai valori restituiti dal TDC come

$$TDC = TDC_0 + \tau_1 \cdot \ln \left(\frac{ADC1}{ADC1 - V_{th,1}} \right) - \tau_2 \cdot \ln \left(\frac{ADC2}{ADC2 - V_{th,2}} \right)$$

Come ultimo, dalle relazioni

$$TDC = p_{1a} + p_{1b} \cdot \ln \left(\frac{ADC1}{ADC1 - p_{1c}} \right)$$

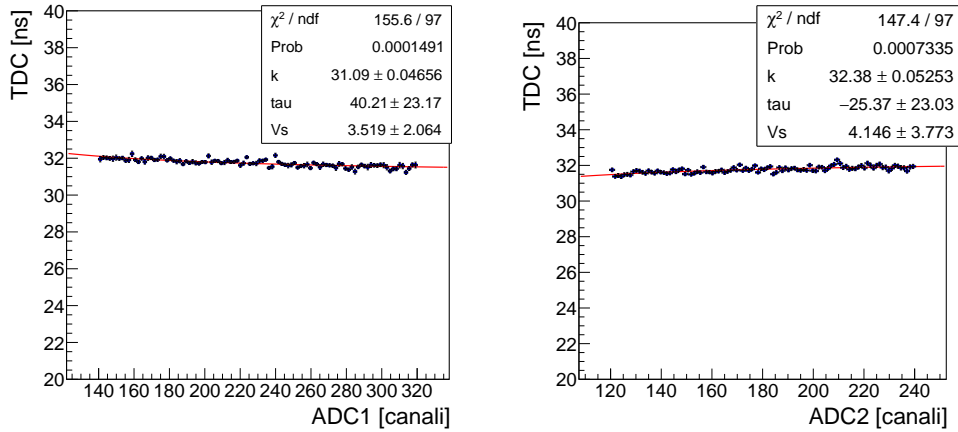
$$TDC = p_{2a} - p_{2b} \cdot \ln \left(\frac{ADC2}{ADC2 - p_{2c}} \right)$$

parametrizzando parte della relazione in modo da poter effettuare un'interpolazione con TDC come ordinata e a turno con ADC1 e ADC2 come ascisse si ricavano i valori dei parametri che corrispondono a

$$p_{1b} = \tau_1 \quad p_{2b} = \tau_2 \quad p_{1c} = V_{th,1} \quad p_{2c} = V_{th,2}$$

In particolare, per effettuare correttamente l'interpolazione, è stato necessario effettuare delle manipolazioni per quanto riguarda i dati e la loro rappresentazione. Abbiamo iniziato trasformando i valori dei TDC in nanosecondi sfruttando quanto ricavato nella Sezione 5.1 associando gli errori tramite propagazione. Inoltre se tutti i parametri rimanessero uguali per ogni particella l'andamento dei tempi in funzione delle energie sarebbe quello descritto. In realtà si ha che i valori p_{1a} o p_{2a} risultano caratteristici di ogni particella. Infatti fissata una x , la y fluttua attorno ad un valore medio perché l'altra energia può cambiare. È stato perciò necessario dividere l'asse delle ascisse relativo alle energie in intervalli, selezionare i dati con energia compresa in ognuno di questi range ed effettuare una media pesata degli intervalli temporali, associando ad essi un'incertezza relativa alla media pesata. In questo modo sono stati ricavati dei valori di tempo di attraversamento medio, uno per intervallo, che effettivamente seguono l'andamento descritto in precedenza e che quindi rendono possibile l'interpolazione.

Commento: al variare di ADC1, ADC2 cambia a caso, ma in media rimane uguale perché alla fine i due sono indipendenti. Anche TDC0 (in media o no) rimane lo stesso al variare di ADC1, il suo valore è il motivo per cui stiamo facendo la correzione in primo luogo.



(a) energia sul rivelatore 1

(b) energia sul rivelatore 2

Figura 5.5: Interpolazione Amplitude walk $D = 38,2$ cm

Le interpolazioni hanno $\chi^2 > \text{NDF}$, dove con NDF si indica il numero di gradi di libertà dell'interpolazione, ovvero il valore di aspettazione del χ^2 . Ciò è probabilmente causato da una sottostima degli errori sui tempi, legata probabilmente alla sottostima dei parametri di conversione da canali del TDC a nanosecondi (m e q). Ci riteniamo comunque soddisfatti dalla probabilità restituita dal fit, siccome sia lo 0.015% che lo 0.07% superano il limite minimo fissato a 0.005%, limite che può sembrare basso ma che riteniamo più che sufficiente per una interpolazione eseguita con 3 parametri liberi.

Nella tabella A.11 riportiamo le statistiche relative ai fit eseguiti anche con le altre distanze.

Avendo stimato i valori dei parametri τ_1 , τ_2 , $V_{th,1}$ e $V_{th,2}$ per ciascuna distanza abbiamo potuto eseguire una media pesata dei valori presenti in tabella A.11 per ottenere i seguenti risultati:

| Parametro | Media pesata |
|------------|------------------|
| τ_1 | 65 ± 15 ns |
| τ_2 | -29 ± 13 ns |
| $V_{th,1}$ | 2.2 ± 0.5 ch |
| $V_{th,2}$ | 1.1 ± 0.4 ch |

Tabella 5.3: parametri medi risultati dalle interpolazioni

Commento: il - viene dal fatto che abbiamo interpolato entrambi i grafici con la stessa funzione, in realtà le funzioni differiscono di un - davanti a tau. Era meglio tenerlo senza meno perché è così che poi lo sostituiamo sotto Tali parametri medi, combinati con la relazione

$$TDC_0 = TDC - \tau_1 \cdot \ln \left(\frac{ADC1}{ADC1 - V_{th,1}} \right) + \tau_2 \cdot \ln \left(\frac{ADC2}{ADC2 - V_{th,2}} \right)$$

ci hanno permesso di ricavare TDC_0 per ogni singola misurazione effettuata, ovvero il valore della differenza temporale corretto.

L'errore sugli intervalli di tempo corretti dipenderà dall'errore che grava sulla stima dei parametri τ e V_{th} e quello sul valore non corretto dell'intervallo di tempo σ_t . Siccome $\Delta t = mTDC + q$ dalla conversione da canali a nanosecondi, allora

$$\sigma_t^2 = (m\sigma_{TDC})^2 + (\sigma_m TDC)^2 + \sigma_q^2$$

dove ogni deviazione standard σ_{TDC} è riportata nella Tabella 5.2, e varia da distanza a distanza.

Abbiamo perciò adoperato la formula di propagazione degli errori calcolando le derivate parziali dell'espressione riportata sopra rispetto a ciascuno di questi fattori.

Andando ad osservare ora i grafici dei TDC corretti in funzione di ADC1 e ADC2 si nota come l'andamento risulta costante come dovrebbe essere. Non avrebbe infatti senso che i tempi di percorrenza varino al variare dell'energia e questo effetto era causato proprio dal fenomeno dell'amplitude walk.

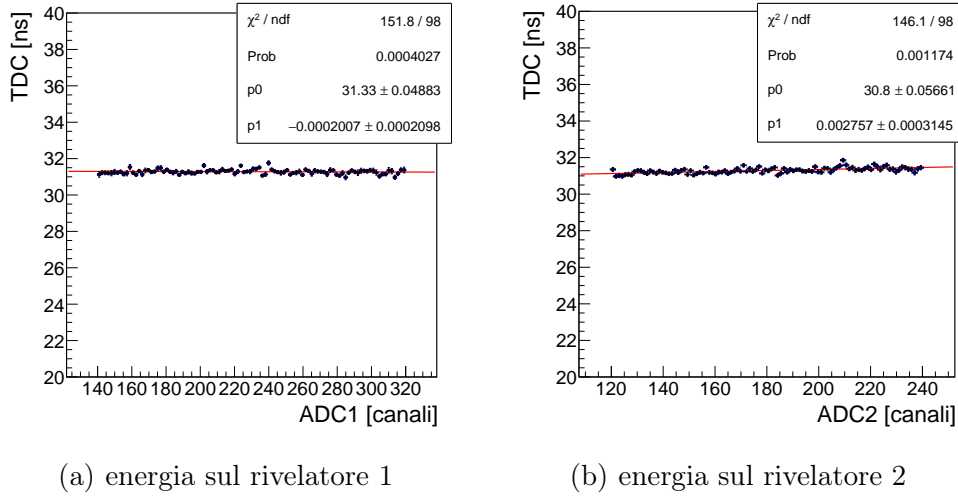


Figura 5.6: Interpolazione Amplitude Walk con le correzioni sopracitate

In tabella A.12 sono riportati i parametri risultati dall'interpolazione lineare eseguita per tutte le distanze, non in tutti i casi riportati il valore di aspettazione per il coefficiente angolare $p1$, ovvero lo 0, è compreso nell'intervallo $p1 \pm 4\sigma_{p1}$, tuttavia la probabilità che la funzione lineare sia adeguata supera il limite prefissato di 0.005%. Perciò supponiamo di aver semplicemente sottostimato gli errori sui tempi ad esempio trascurando gli effetti della covarianza tra τ e V_s ; per questo motivo gli errori sui coefficienti $p1$ potrebbero risultare sottostimati.

Si può quindi concludere che la correzione ha dato gli esiti desiderati.

5.5 Velocità dei muoni

Dopo aver applicato le dovute correzioni e tagli necessari per risolvere il problema dell'amplitude walk siamo passati a valutare eventuali correzioni da applicare alle distanze percorse dai muoni. Tramite il programma di simulazione da noi svolto è stato possibile, inserendo le distanze pure misurate in laboratorio, ricavare le distanze medie percorse dai muoni e le relative deviazioni standard.

| Distanza (D) [m] | $D_{\text{effettiva}}$ [m] | DevStd [m] | parametro scala |
|----------------------|----------------------------|------------|-----------------|
| $0,10 \pm 0,01$ | 0,112 | 0,002 | 1.2 |
| $0,38 \pm 0,01$ | 0,409 | 0,004 | 1.1 |
| $0,97 \pm 0,01$ | 0,992 | 0,003 | 1.0 |
| $1,72 \pm 0,01$ | 1,729 | 0,002 | 1.01 |

Tabella 5.4: Confronto: distanza tra i rilevatori e spazio effettivamente percorso

Facciamo notare che l'errore sulla $D_{\text{effettiva}}$, essendo questa una media di circa $N = 10^8$ tentativi simulati, risulterà pari a $\sigma/\sqrt{N} \simeq 0$.

Abbiamo ricavato per ogni distanza un fattore di correzione che perciò riteniamo privo di errore; e con esso scalato le distanze misurate ed il loro errore, stimato ad 1cm per possibili errori di parallasse o di trascrizione. Abbiamo così ottenuto le distanze efficaci:

- $D_1 = 0.11 \pm 0.01$ m
- $D_2 = 0.41 \pm 0.01$ m
- $D_3 = 0.99 \pm 0.01$ m
- $D_4 = 1.73 \pm 0.01$ m

Successivamente per ogni distanza abbiamo calcolato media pesata e σ_m sui tempi di percorrenza corretti, σ_m varia a seconda della distanza come variava la distribuzione dei canali del TDC, ma rimanendo in un range di 1.4 - 2.43 ns. Tale errore non tiene conto dell'errore sistematico legato ai tagli a cui abbiamo accennato precedentemente, perciò abbiamo deciso di valutare il valor medio sui tempi anche nel caso di un taglio effettuato su una regione di energie di due intervalli (un intervallo = 20 canali) più larga sia dal lato di energie più alte che dal lato di energie più basse (si veda il grafico di Figura 5.3). Il confronto tra distribuzione tempi con i tagli utilizzati da noi e distribuzione tempi con i tagli allargati è riportato sotto:

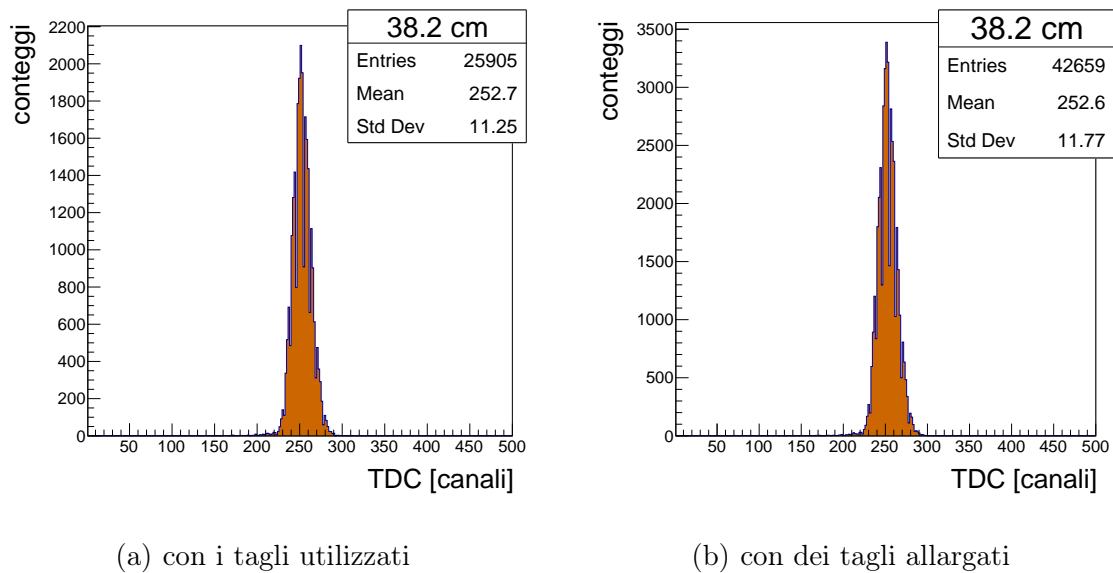


Figura 5.7: Confronto tra i valor medi dei tempi nei due casi

Osserviamo che, sebbene la differenza tra il caso (b) ed il caso (a) sia solo di -0.1 canali; esso si traduce in un errore di -0.88 ns sul valor medio stimato per i tempi. Riportiamo sotto la tabella con le variazioni sul valore dei canali medio ed il corrispondente Δt , che riteniamo un errore sistematico da applicare direttamente sulla media dei tempi.

| Distanza (D) [m] | ΔTDC [canali] | Δt [ns] |
|------------------|-----------------------|-----------------|
| 0,10 ± 0.01 | -0.4 | -0.92 |
| 0,38 ± 0.01 | -0.1 | -0.88 |
| 0,97 ± 0.01 | +0.1 | +0.88 |
| 1,72 ± 0.01 | -0.4 | -0.92 |

Tabella 5.5: Errore sistematico sui tempi

Conseguentemente i tempi di percorrenza effettivi saranno le medie pesate sui tempi corretti dall'amplitude walk con i relativi errori e, in aggiunta, i relativi errori sistematici.

- $\Delta t_1 = (30.0 \pm 0.01 - 0.9) \text{ ns}$
- $\Delta t_2 = (31.2 \pm 0.009 - 0.9) \text{ ns}$
- $\Delta t_3 = (32.8 \pm 0.01 + 0.9) \text{ ns}$
- $\Delta t_4 = (35.6 \pm 0.01 - 0.9) \text{ ns}$

Abbiamo interpolato con una retta i tempi di percorrenza come ordinate e le distanze medie percorse come ascisse ottenendo:

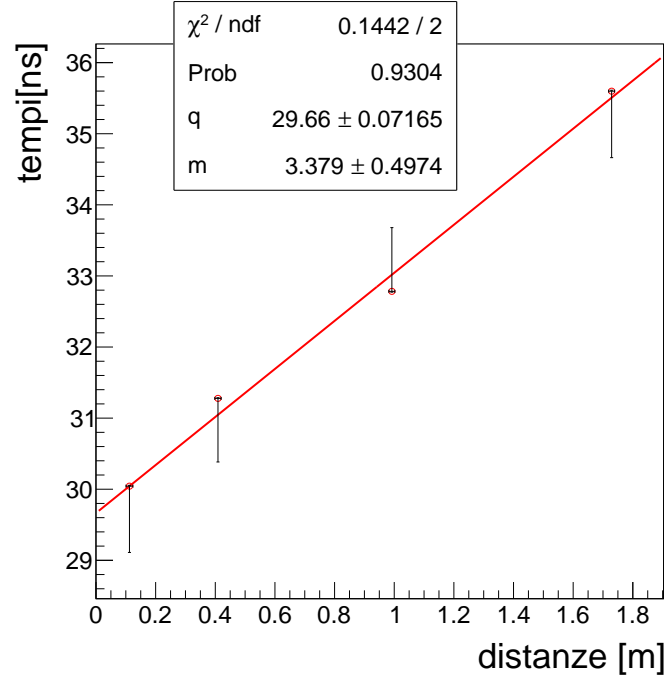


Figura 5.8: fit lineare tempi Vs distanze

Notiamo immediatamente che l'intercetta q , pari a $29.66 \pm 0.07 \text{ ns}$, è molto diversa dal valore teorico che dovrebbe avere ovvero 0 ns , infatti a causa dei ritardi utilizzati per

rendere più efficiente la raccolta dati, il valore ottenuto dal TDC non è propriamente la differenza di tempo tra il passaggio della particella attraverso S_1 e l'arrivo in S_2 . E' infatti sempre presente nelle differenze temporali un valore aggiuntivo costante dovuto a ritardi dei cavi e ritardi interni dei moduli . L'effetto è una traslazione in positivo tutti i dati ricavati dal TDC.

Dall'interpolazione è stato possibile ricavare il valore del coefficiente angolare che risulta pari a $m = (3.4 \pm 0.5) \frac{ns}{m}$. Questo invertito secondo

$$v = \left(\frac{1}{m} \pm \sigma_m \frac{1}{m^2} \right) \frac{m}{ns} \cdot 10^9 \frac{ns}{s}$$

restituisce il valore della velocità dei muoni che risulta essere

$$v = (2,959 \pm 0,436) \times 10^8 \frac{m}{s} \simeq (3,0 \pm 0,4) \times 10^8 \frac{m}{s}$$

Il valore ottenuto dista 0.02 deviazioni standard dal valore teorico riconosciuto intorno a $2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}$ [2] e risulta perciò in accordo con quest'ultimo di una probabilità del 98%.

A Dati sperimentali

A.1 Ottimizzazione dei rivelatori test T_1 e T_2

I rivelatori sono stati posti entrambi ad alimentazione di 1500V. Facciamo notare che l'errore su ogni misura della VSoglia è stato stimato pari all'errore strumentale, pari a 0.001V.

| V_{soglia} [V] | Conteggi | Tempo di raccolta [<i>min</i>] | Conteggi/Tempo [min^{-1}] |
|-------------------------|----------|----------------------------------|--------------------------------------|
| 0,345 | 681 | 2 | 341 ± 18 |
| 0,401 | 468 | 2 | 234 ± 15 |
| 0,410 | 420 | 2 | 210 ± 14 |
| 0,430 | 422 | 2 | 211 ± 15 |
| 0,440 | 420 | 2 | 210 ± 14 |
| 0,451 | 338 | 2 | 169 ± 13 |
| 0,459 | 354 | 2 | 177 ± 13 |
| 0,475 | 357 | 2 | 179 ± 13 |
| 0,501 | 336 | 2 | 168 ± 13 |
| 0,526 | 254 | 2 | 127 ± 11 |
| 0,548 | 190 | 2 | 95 ± 10 |
| 0,601 | 134 | 2 | 67 ± 8 |
| 0,649 | 119 | 2 | 60 ± 8 |
| 0,701 | 95 | 2 | 48 ± 7 |
| 0,749 | 78 | 2 | 39 ± 6 |
| 0,801 | 55 | 2 | 28 ± 5 |

Tabella A.1: Variazione della Vsoglia per T_1

| V_{soglia} [V] | Conteggi | Tempo di raccolta [s] | Conteggi/Tempo [min^{-1}] |
|-------------------------|----------|-----------------------|--------------------------------------|
| 0,304 | 2461 | 5 | 492 ± 22 |
| 0,410 | 1237 | 5 | 247 ± 16 |
| 0,444 | 1216 | 5 | 243 ± 16 |
| 0,485 | 1011 | 5 | 202 ± 14 |
| 0,509 | 993 | 5 | 198 ± 14 |
| 0,526 | 893 | 5 | 178 ± 13 |
| 0,556 | 807 | 5 | 161 ± 13 |
| 0,609 | 442 | 5 | 88 ± 9 |
| 0,710 | 248 | 5 | 49 ± 7 |
| 0,808 | 171 | 5 | 34 ± 6 |
| 0,903 | 211 | 5 | 42 ± 6 |
| 1,110 | 294 | 15 | 20 ± 4 |

Tabella A.2: Variazione della Vsoglia per T_2

Le soglie ottimali per T1 e T2 sono state ricavate tramite una media tra i due valori evidenziati nelle tabelle A.1 e A.2, estremi dell'intervallo di interesse.

A.2 Ottimizzazione dei rivelatori principali S_1 e S_2

Con lo scopo di ottimizzare l'efficienza di rilevazione di S_1 ed S_2 , abbiamo impostato delle soglie provvisorie:

V Soglia $S_1 = 0.850 \pm 0.001V$ e V Soglia $S_2 = 0.900 \pm 0.001V$.

L'operazione ha richiesto anche l'utilizzo dei rivelatori di test, impostati a:

VSoglia T1 = $0.476 \pm 0.001 V$ e VSoglia T2 = $0.497 \pm 0.001 V$.

VAlimentazione T1 = $1500 \pm 2 V$ e VAlimentazione T2 = $1500 \pm 2 V$.

Nota: le coincidenze di doppia e tripla indicano tutte dei conteggi/ 1 minuto.

| $V_{\text{alimentazione}} [V]$ | Triple S_1 | Tripla S_2 | $T_1 \& T_2$ | Rate $S_1 [\frac{1}{min}]$ | Rate $S_2 [\frac{1}{min}]$ |
|--------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 852 ± 2 | 0 ± 0 | 1 ± 1 | 42 | 776 ± 28 | 428 ± 21 |
| 952 ± 2 | 0 ± 0 | 0 ± 0 | 41 | 6679 ± 82 | 3763 ± 61 |
| 1052 ± 2 | 4 ± 2 | 1 ± 1 | 42 | 26206 ± 162 | 14958 ± 122 |
| 1152 ± 2 | 18 ± 3 | 6 ± 2 | 33 | 58773 ± 242 | 37643 ± 194 |
| 1252 ± 2 | 24 ± 2 | 17 ± 3 | 28 | 170917 ± 413 | 79349 ± 282 |
| 1277 ± 2 | 37 ± 0 | 26 ± 3 | 37 | 229165 ± 479 | 100644 ± 317 |
| 1302 ± 2 | 33 ± 0 | 28 ± 2 | 33 | 256766 ± 507 | 122102 ± 349 |
| 1327 ± 2 | 37 ± 1 | 37 ± 1 | 39 | 308051 ± 555 | 171187 ± 414 |
| 1352 ± 2 | 41 ± 1 | 42 ± 0 | 42 | 320282 ± 566 | 213969 ± 463 |
| 1403 ± 2 | 48 ± 0 | 48 ± 0 | 48 | 364257 ± 604 | 291702 ± 541 |
| 1452 ± 2 | 58 ± 2 | 63 ± 0 | 63 | 407166 ± 638 | 339494 ± 583 |

Tabella A.3: Misure per stimare l'efficienza di S_1 ed S_2 al variare di Valimentazione

Utilizzando l'equazione 2.2 otteniamo:

| $V_{\text{alimentazione}} [V]$ | \mathcal{E}_{S_1} | \mathcal{E}_{S_2} |
|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 852 ± 2 | 0 ± 0 | $0 \pm 0,2$ |
| 952 ± 2 | 0 ± 0 | 0 ± 0 |
| 1052 ± 2 | $0,1 \pm 0,3$ | $0 \pm 0,2$ |
| 1152 ± 2 | $0,5 \pm 0,5$ | $0,2 \pm 0,4$ |
| 1252 ± 2 | $0,9 \pm 0,3$ | $0,6 \pm 0,5$ |
| 1277 ± 2 | 1 ± 0 | $0,7 \pm 0,5$ |
| 1302 ± 2 | 1 ± 0 | $0,8 \pm 0,4$ |
| 1327 ± 2 | $0,9 \pm 0,2$ | $0,9 \pm 0,2$ |
| 1352 ± 2 | $1,0 \pm 0,2$ | 1 ± 0 |
| 1403 ± 2 | 1 ± 0 | 1 ± 0 |
| 1452 ± 2 | $0,9 \pm 0,3$ | 1 ± 0 |

Tabella A.4: Efficienza dei rivelatori

I rivelatori sono stati posti ad alimentazioni ottimali di:

$V1 = 1275 \pm 2$ V e $V2 = 1350 \pm 2$ V.

L'errore su ogni misura della VSoglia è stato stimato pari all'errore strumentale, pari a 0.001V. I conteggi rappresentati nelle due tabelle seguenti sono stati già scalati e arrotondati per difetto rispetto al tempo impiegato per ogni singolo conteggio al variare della soglia che è stato di 2 minuti.

| VSoglia [V] | Conteggi/Tempo $[\frac{1}{min}]$ |
|--------------|----------------------------------|
| 0.750 | 104741 \pm 324 |
| 0.800 | 96285 \pm 310 |
| 0.850 | 88766 \pm 298 |
| 0.900 | 78749 \pm 281 |
| 0.950 | 72353 \pm 269 |
| 1.000 | 65089 \pm 255 |
| 1.050 | 58542 \pm 242 |
| 1.100 | 53240 \pm 231 |
| 1.150 | 49254 \pm 222 |
| 1.200 | 44927 \pm 212 |
| 1.250 | 41717 \pm 204 |
| 1.300 | 38832 \pm 197 |
| 1.350 | 36562 \pm 191 |
| 1.400 | 34349\pm185 |
| 1.450 | 33779 \pm 184 |
| 1.500 | 33824 \pm 184 |
| 1.550 | 32726 \pm 181 |
| 1.600 | 31562 \pm 178 |
| 1.650 | 30598 \pm 175 |
| 1.700 | 28375 \pm 168 |
| 1.750 | 28393 \pm 169 |
| 1.800 | 27690 \pm 166 |
| 1.850 | 26851 \pm 164 |
| 2.000 | 23916 \pm 155 |

Tabella A.5: Variazione della V Soglia per S_1

| VSoglia [V] | Conteggi/Tempo [$\frac{1}{min}$] |
|-------------|------------------------------------|
| 0.750 | 103141 \pm 321 |
| 0.800 | 95766 \pm 309 |
| 0.850 | 85859 \pm 293 |
| 0.900 | 76760 \pm 277 |
| 0.950 | 69976 \pm 265 |
| 1.000 | 62572 \pm 250 |
| 1.050 | 56717 \pm 238 |
| 1.100 | 52144 \pm 228 |
| 1.150 | 48175 \pm 219 |
| 1.200 | 44916 \pm 212 |
| 1.260 | 41793 \pm 204 |
| 1.300 | 39126 \pm 198 |
| 1.348 | 37535 \pm 194 |
| 1.400 | 35388 \pm 188 |
| 1.450 | 34786 \pm 187 |
| 1.500 | 35221 \pm 188 |
| 1.556 | 33787 \pm 184 |
| 1.600 | 32798 \pm 181 |
| 1.650 | 31655 \pm 178 |
| 1.700 | 29358 \pm 171 |
| 1.750 | 29453 \pm 172 |
| 1.800 | 28690 \pm 169 |
| 1.850 | 27983 \pm 167 |
| 2.000 | 24844 \pm 158 |

Tabella A.6: Variazione della V Soglia per S_2

I valori evidenziati rappresentano le tensioni di alimentazione e di soglia ottimali per i rivelatori S_1 ed S_2 .

A.3 Coincidenze accidentali doppie S1 e S2

I ritardi sono stati misurati con l'utilizzo dell'oscilloscopio, hanno un errore stimato in base alla minima variazione di tempo rilevabile utilizzando i cursori, ovvero pari a 0,4 ns

| Ritardi S1[ns] | Conteggi[$\frac{1}{min}$] | Ritardi S2[ns] | Conteggi[$\frac{1}{min}$] |
|----------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|
| -202.0 | 76 \pm 9 | 5.2 | 816 \pm 29 |
| -186.0 | 80 \pm 9 | 10.4 | 840 \pm 29 |
| -170.0 | 72 \pm 9 | 16.0 | 818 \pm 29 |
| -154.0 | 146 \pm 12 | 21.6 | 701 \pm 26 |
| -137.0 | 146 \pm 12 | 26.8 | 675 \pm 26 |
| -120.0 | 135 \pm 12 | 31.2 | 615 \pm 25 |
| -100.0 | 171 \pm 13 | 36.8 | 553 \pm 24 |
| -91.0 | 190 \pm 14 | 42.0 | 515 \pm 23 |
| -79.0 | 213 \pm 15 | 47.6 | 476 \pm 22 |
| -65.0 | 248 \pm 16 | 52.8 | 411 \pm 20 |
| -53.0 | 416 \pm 20 | 65.0 | 346 \pm 19 |
| -44.0 | 455 \pm 21 | 75.0 | 247 \pm 16 |
| -36.0 | 525 \pm 23 | 85.0 | 229 \pm 15 |
| -26.0 | 605 \pm 25 | 105.0 | 197 \pm 14 |
| -20.4 | 653 \pm 26 | 121.0 | 168 \pm 13 |
| -16.0 | 690 \pm 26 | 138.0 | 169 \pm 13 |
| -9.2 | 780 \pm 28 | 154.0 | 151 \pm 12 |
| -4.0 | 834 \pm 29 | 170.0 | 70 \pm 8 |
| | | 186.0 | 79 \pm 9 |
| | | 202.0 | 73 \pm 9 |

Tabella A.7: Variazione dei ritardi e conteggi

A.4 Asimmetria est - ovest

La scelta dell'errore pari a 2 gradi per gli angoli di inclinazione è stata giustificata nel paragrafo 4.1

| Angolo [in gradi] | Conteggi [$\frac{1}{min}$] |
|-------------------|------------------------------|
| 0 ± 2 | 1212 ± 35 |
| 20 ± 2 | 1196 ± 36 |
| 40 ± 2 | 935 ± 28 |
| 60 ± 2 | 782 ± 24 |
| 80 ± 2 | 602 ± 23 |

Tabella A.8: Conteggi al variare dell'angolo verso est

| Angolo [in gradi] | Conteggi [$\frac{1}{min}$] |
|-------------------|------------------------------|
| 0 ± 2 | 1212 ± 35 |
| 20 ± 2 | 1089 ± 36 |
| 40 ± 2 | 906 ± 31 |
| 60 ± 2 | 690 ± 26 |
| 80 ± 2 | 549 ± 23 |

Tabella A.9: Conteggi al variare dell'angolo verso ovest

A.5 Velocità dei muoni

Ogni errore sui ritardi è stimato a 0.4 ns, mentre i ritardi sui canali sono di 1 ch, come giustificato a paragrafo 5.1.

| Ritardo [ns] | Output TDC [Canali] |
|--------------|---------------------|
| 10,0 | 118 |
| 15,6 | 159 |
| 20,8 | 201 |
| 25,6 | 243 |
| 30,4 | 285 |
| 36,0 | 330 |
| 41,6 | 367 |
| 45,6 | 409 |
| 49,2 | 451 |
| 56,4 | 493 |
| 61,2 | 534 |
| 67,2 | 579 |

Tabella A.10: Misure calibrazione TDC

| Distanza (D) [cm] | $V_{th, 1}$ [ch] | $V_{th, 2}$ [ch] | τ_1 [ns] | τ_2 [ns] | Prob ₁ | Prob ₂ |
|-----------------------|------------------|------------------|---------------|---------------|-------------------|-------------------|
| 9.5 | 4 \pm 4 | 4 \pm 4 | 38 \pm 42 | -19 \pm 17 | 50% | 100% |
| 38.2 | 4 \pm 2 | 4 \pm 4 | 40 \pm 23 | -25 \pm 23 | 0.015% | 0.070% |
| 97.15 | 2.0 \pm 0.6 | 1.0 \pm 0.6 | 95 \pm 28 | -98 \pm 52 | 1.2% | 77% |
| 171.5 | 2.4 \pm 0.9 | 1.1 \pm 0.7 | 96 \pm 37 | -103 \pm 63 | 57% | 39% |
| Medie: | 65 \pm 15 | 29 \pm 13 | 2.2 \pm 0.5 | 1.1 \pm 0.4 | | |

Tabella A.11: Stime parametri per correzione AW

Chiamando $p0$ l'intercetta e $p1$ il coefficiente angolare:

| D [cm] | $p0$ ADC1 [ns] | $p1$ ADC1[ns] | $p0$ ADC1[$\frac{ns}{ch}$] | $p1$ ADC2[$\frac{ns}{ch}$] | P_1 | P_2 |
|----------|------------------|---------------------|------------------------------|------------------------------|--------|-------|
| 9.5 | 30.06 \pm 0.09 | 0.0001 \pm 0.0004 | 29.76 \pm 0.06 | 0.0017 \pm 0.0004 | 64% | 100% |
| 38.2 | 31.33 \pm 0.05 | 0.0002 \pm 0.0002 | 30.80 \pm 0.06 | 0.0028 \pm 0.0003 | 0.04 % | 0.11% |
| 97.15 | 33.12 \pm 0.07 | 0.0016 \pm 0.0003 | 32.18 \pm 0.06 | 0.0043 \pm 0.0004 | 11% | 99% |
| 171.5 | 36.11 \pm 0.08 | 0.0025 \pm 0.0004 | 34.88 \pm 0.06 | 0.0054 \pm 0.0005 | 91% | 89 % |

Tabella A.12: Probabilità e parametri del fit post correzione AW

Bibliografia

- [1] Benjamin Brau. Determining the muon mass in an instructional laboratory. *physics.ed-ph*, 07 2009.
- [2] Pfeffer Jeremy I. Modern physics. *Imperial College Press*, 2005.
- [3] J.Singal. A determination of the gamma-ray flux and photon spectral index distributions of blazars from the fermi-lat 3lac. *Physics Department, University of Richmond Gottwald Center for the Sciences 28 Westhampton Way, Richmond, VA 23173 Accepted to MNRAS*, 2018.