Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni $n \geq 1$, vale:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni $n \geq 2$, vale la seguente disuguaglianza:

$$n^3 - n^2 - n + 1 \geq 0.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$9 \cdot 4 + 18 \cdot 4^2 + 27 \cdot 4^3 + \ldots + 9n \cdot 4^n = 4 + 4^{n+1}(3n-1).$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$\frac{3}{3 \cdot 5} + \frac{3}{5 \cdot 7} + \ldots + \frac{3}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n}{2n+3}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \ldots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 0$, vale:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \ldots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni $n \geq 2$, vale:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + (n-1) \cdot n = \frac{n \cdot (n^2 - 1)}{3}.$$

Esercizio 1. Provare per induzione su n che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 2$, vale:

$$6 + 24 + 54 + \cdots + 6n^2 = n(n+1)(2n+1).$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 5$, vale:

$$2^n > n^2 - \tfrac{1}{2}.$$

Si calcoli inoltre il minimo intero $m \in \mathbb{N}$ per cui la precedente disuguaglianza sia valida per ogni $n \geq m$.

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$\frac{4}{3} + \frac{8}{3^2} + \frac{12}{3^3} + \ldots + \frac{4n}{3^n} = 3 - \frac{2n+3}{3^n}.$$

Esercizio 1. Si enunci il principio di induzione nella prima forma.
Si utilizzi tale principio per dimostrare che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$\frac{2}{1! \cdot 3} + \frac{2}{2! \cdot 4} + \frac{2}{3! \cdot 5} + \ldots + \frac{2}{n! \cdot (n+2)} = 1 - \frac{2}{(n+2)!}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \ldots + 3 \cdot 4^n = 4^{n+1} - 4.$$

Si deduca da questa uguaglianza che, per ogni $n \geq 1$, il numero intero $4^{n+1} - 4$ è multiplo di 3.

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 0$, vale:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 5} + \ldots + \frac{2}{(3n+1)(3n+4)} = \frac{2n+2}{3n+4}.$$

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$5 + 5^2 + \cdot 5^n = \frac{5^{n+1} - 5}{4}.$$

Dedurre dalla precedente uguaglianza che, per ogni $n \geq 1$, l'intero $5^{n+1} - 5$ è divisibile per 20.

Esercizio 1. Si dimostri per induzione su n che, per ogni intero $n \geq 1$, vale:

$$1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}.$$

Esercizio 1. *Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :*

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{n}{6n+4} \qquad \forall n \geq 1$$

Esercizio 1. *Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :*

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n} \qquad \forall n \geq 1$$

Esercizio 1. *Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :*

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1} \qquad \forall n \geq 1$$

Esercizio 1. *Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :*

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4k^2 + 2k - 1}{(2k+1)!} = 1 - \frac{1}{(2n+1)!} \qquad \forall n \geq 1$$

Esercizio 1. *Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :*

$$\sum_{k=0}^{n} k!k = (n+1)! - 1 \qquad \forall n \geq 0$$

Esercizio 1 Siano F_i i numeri di Fibonacci. Si provi che

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Esercizio 1 Si provi che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha che

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$