תרגיל בית 1 – מבוא לבינה מלאכותית

1. לא קיים פתרון לבעיית המבוך הנ"ל, מצב סופי = ראש הרובוט (ספרה 2) מונחת על ריבוע מס' 4, זנב הרובוט (ספרה 1) מונחת על ספרה 3.   
   יהי המצב ההתחלתי נסתכל על הצעד הראשון:  
   אופרטור קדימה: מצב זה הוא למעשה לבור => אין פתרון.  
   אופרטור סיבוב שמאלה: מהמצב הזה ניתן רק לבצע סיבוב ימינה ולחזור ל-  
   סיבוב ימינה: אי אפשר  
   סה"כ אין פתרון.
2. תהא הבעיה :

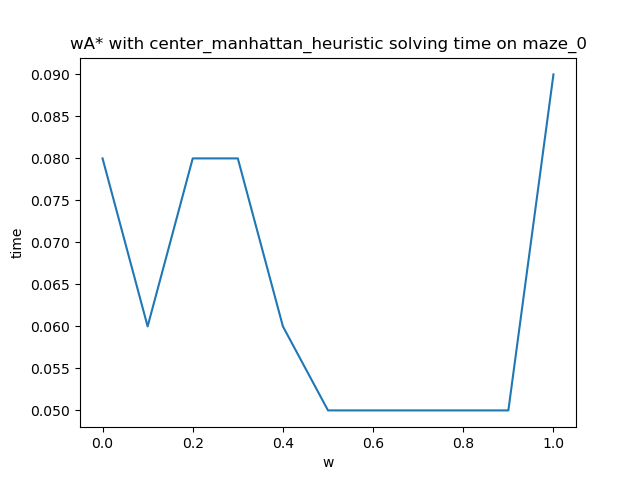
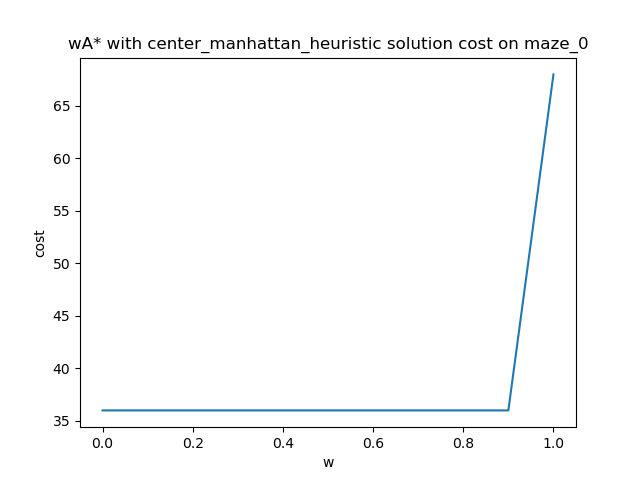
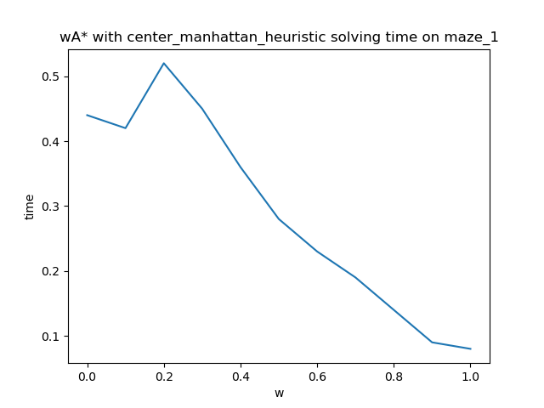
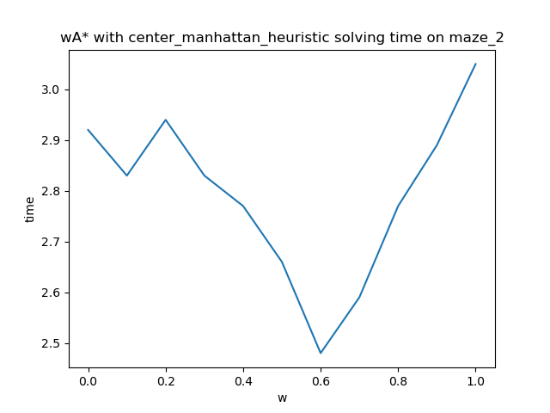
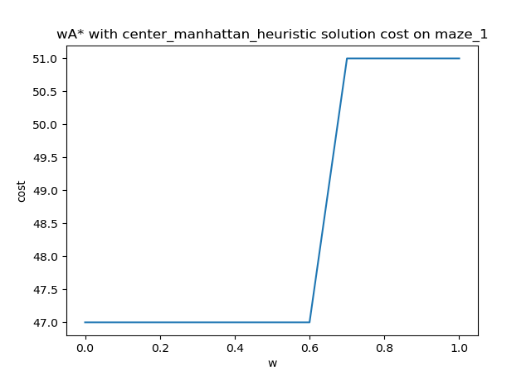
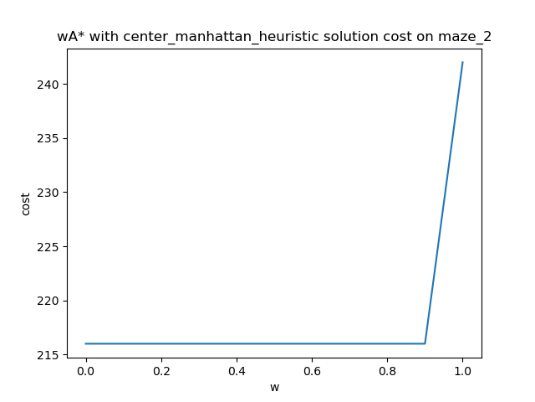
ייתכנו מעגלים, יהא המצב ההתחלתי של הבעיה הנתונה s0.  
נבצע סיבוב ימינה 4 פעמים, וחזרנו אל נקודת ההתחלה s0 => מצאנו מעגל.

1. לא בכל מרחב חיפוש ניתן להגיע לבור.  
   נסתכל שוב על הבעיה הנ"ל, קל לראות כי בכל מצב ניתן להפעיל את האופרטורים ימין/שמאל ולכן אין בור.
2. רטוב
3. רטוב
4. שאלה 6:
   1. לכל אופרטור קיים מחיר, במקרה שלנו –   
      UCS קביל, ולכן בהשתמש בו נקבל את המסלול האופטימלי בהתבסס על מחיר  
      בעוד ש- BFS אינו מסתכל על מחיר אלא רק אורך המסלול ויביא לנו את המסלול הקצר ביותר שמביא אותנו למטרה ללא התחשבות במחיר.
   2. אם ניתן לכל אופרטור אותו מחיר, אלגוריתם UCS יבחר מסלול זהה לBFS המתקדם לרוחב עץ החיפוש עד הפתרון הקרוב ביותר.
5. רטוב
6. שאלה 8: יוריסטיקה היא קבילה אם כלומר, היוריסטיקה אף פעם לא מעריכה יתר על המידה את העלות.  
   טענת עזר : אם היוריסטיקה עקבית, היא קבילה. (הוכח בהרצאה)

נסתכל על אופרטור קדימה : ,

נסתכל על אופרטור סיבוב (ימין/שמאל), :

ולכן נדרוש כי

1. יוריסטיקה מרכז הרובוט קבילה – נראה זאת ע"י הוכחת קבילות המבטיחה כי אם קיים פתרון עבור A\*, הוא האופטימילי - כנגזרת מהטענה, אם קיים פתרון אזי האלגוריתם יימצא אותו ולכן הינו קביל:
   * 1. לאחר הפעלת אופרטור סיבוב יחיד, הערך היוריסטי אינו ישתנה.
     2. לאחר הפעלת אופרטור התקדמות יחיד, הערך היוריסטי ישתנה במחיר האופרטור.
     3. קיבלנו כי כמות אופרטורי התקדמות (a) חייבת להיות גדולה או שווה למרחק מנהטן של המרכז, וזה נכון תמיד מכיוון שהאופרטור היחיד שמקטין את המרחק מנהטן הינו האופרטור התקדמות והוא יקטין את מרחק מנהטן ב1 בכל הפעלה (אופרטור סיבוב משאיר את המרכז באותו מקום) ובמטרה היוריסטיקה שווה ל0.
   1. לכן היוריסטיקה קבילה ן-wA\* יחזיר תוצאה אופטימלית כפי שהוכח בהרצאה.
2. הסברים לתוצאות הגרפים:
   1. באופן כללי עבור w=1 נקבל פתרון G-BFS שאינו קביל ומביא פתרון שאינו אופטימלי ועבור w=0 נקבל פתרון UCS שכן קביל ולכן בהכרח הוא הפתרון האופטימלי.
   2. כפי שנראה בהרצאה UCS ייפתח צמתים בכל הכיוונים, A\* ייתן ייפתח רק את הצמתים בעלי היוריסטיקה הנמוכה ובכך ימקד את כיוון החיפוש וייקצר בזמני הריצה ופתרון G-BFS ש"אינו חושב קדימה" ומנסה לפתח לכל מצב את המצב האידיאלי הבא, ייתכן מצב שבו הוא יגיע לפתרון הכי מהר, אך ייתכן שייתקע ויבזבז זמן על פיתוח צמתים שלא יביאו לפתרון הבעיה.
3. יהא רובוט במצב s, ויהיו אופרטורים שהרובוט יכול לבצע כדי להגיע לs' לכן אם נסתכל על רצף האופרטורים בסדר הפוך כאשר כל אופרטור מבצע את הפעולה ההפוכה (קדימה = אחורה, סיבוב ימינה = סיבוב שמאלה, סיבוב שמאלה = סיבוב ימינה) ברור כי ניתן להגיע חזרה ממצב s' למצב s, וכעת אם נהפוך בין הראש והזנב של הרובוט אז אופרטור קדימה יהיה שווה לתזוזה אחורה במצב הרגיל של הרובוט ולכן נקבל כי הרובוט עדיין עומד בתנאי המשחק בk צעדים.
4. שאלה 12 – מכיוון שערכי מחושבים לפי רובוט קטן יותר, הערכים הללו יהוו חסם תחתון על ערכי g של הבעיה המקורית, זאת מכיוון שייתכן שבעקבות הקטנת הרובוט קיבלנו מסלול קצר יותר שלא התאפשר מקודם (התקלות במכשול לדוגמא)
   1. יוריסטיקה לא קבילה ולא עקבית – **לא ניתן לדעת**

ערכי לא בהכרח האופטימליים ולכן גם ולכן גם הפתרון שהבעיה המקורית תגיע אליה ע"י שימוש היוריסטיקת לא יהיה בהכרח אופטימלי.

* 1. יוריסטיקה קבילה אך לא עקבית – **הפתרון לבעיה המקורית יהיה אופטימלי** מכיוון שהיוריסטיקה המוקטנת קבילה, ומהווה חסם תחתון ליוריסטיקת הבעיה המוגדלת, A\* יימצא פתרון אופטימלי:
  2. יוריסטיקה קבילה ועקבית - **הפתרון לבעיה המקורית יהיה קביל:**
  3. יוריסטיקה המסתמכת על UCS במקום A\*: **הפתרון לבעיה המקורית יהיה אופטימלי:** UCS יחשב את המשקל האופטימלי לכל מצב ולכן:

ולכן היוריסטיקה אדמיסבילית בבעיה המקורית ולפי הוכחה מהרצאה A\* יימצא עבורה את הפתרון האופטימילי.

1. רטוב
2. לא קיים
3. שאלה 15:
   1. נניח בשלילה כי התנאי מתקיים אך קיימים יותר מפתרון אחד בבעיה המקורית:

נסתכל על שני פתרונות שונים של הבעיה המקורית, ברור כי שתי הפתרונות תקפים גם לבעיה המוקטנת (לאו דווקא האופטימליים) בסתירה לכן קיימים שני מסלולים מ- ל בסתירה לכך שקיים מסלול יחיד.

* 1. **הטענה אינה נכונה** – ניתן לבנות מבוך בו ע"י הקטנה של הרובוט ייוצר מסלול קצר ביותר שאינו אפשרי בבעיה המקורית, לכן כלומר הפונקציה היוריסטית תחזיר ערך קטן יותר (כלומר אנחנו יותר קרובים בבעיה המוקטנת לפתרון אך בפועל יותר רחוקים מהפתרון בבעיה המקורית) ולכן היא לא היוריסטיקה האופטימלית.
  2. אם קיים פתרון לבעיה המקורית, וקיים מסלול יחיד בין - ל אז לפי 1 מסלול הפתרון של הבעיה המקורית הוא המסלול של הבעיה המוקטנת.

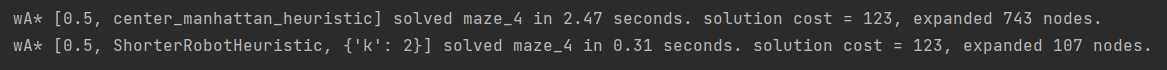
מכיוון שקיים רק מסלול יחיד בין ל , אז היוריסטיקה של כל מצב שאינו במסלול הנ"ל יחזיר ערך אינסופי (ע"פ הגדרת היוריסטיקה בחלק ה' עבור מצבים לא ישיגים מהמטרה במסלול ההפוך). לכן אלגוריתם A\* לעולם לא ייבחר לפתח צומת שאינו במסלול הנ"ל (מכיוון שלצומת כזה מחזיר ערך יוריסטי אינסופי).

* 1. מכיוון שהיוריסטיקה משתמשת באלגוריתם UCS בחישוב המקדים, אשר מפתח את כל הצמתים הנגישים, נקבל כי . בנוסף, לפי סעיף 15.3 בזמן ריצת A\* עם היוריסטיקה יפותחו אך ורק צמתים שעוברים במסלול האופטימלי שאורכו ושאר האופרטורים ייכנסו לקבוצת ה"סגור" אבל לא יפותחו ולכן ולכן: ולכן התנאי ההכרחי הינו:
  2. כפי שהראינו בסעיף 15.4 נרצה לבנות מפה עבורה לבעיה - הצמתים הנגישים מנק' ההתחלה הם בדיוק המסלול הפותר של הבעיה הרגילה ובבעיה הרגילה קיימים צמתים רבים אשר נגישים מנק' ההתחלה ויורסטיקת center Manhattan תעדיף לפתח על פני הצמתים הנמצאים במסלול הפותר היחידי – דוגמא למפה כזאת הינה מפה 4 עבור k=2,4.

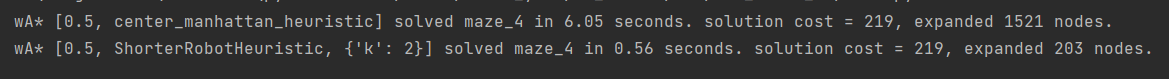
אם נרצה להגדיל את פער הזמנים, נוסיף עוד צמתים שנגישים מנק' ההתחלה בבעיה הרגילה אשר מתקרבים לפתרון עבור center Manhattan אך אינם נגישים מהבעיה .

מבוך - ניתן להגדיל את המבוך (תוך שמירה על מסלול פותר יחיד) וכך להגדיל את זמן ריצת האלגוריתם עם יורסטיקת center מול shorter – כפי שנראה בדוגמא למטה.

**מבוך 4 הרגיל:**



**מבוך 4 המורחב:**

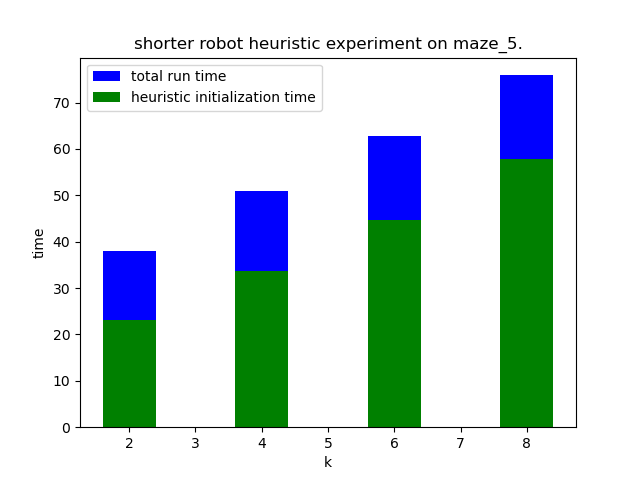
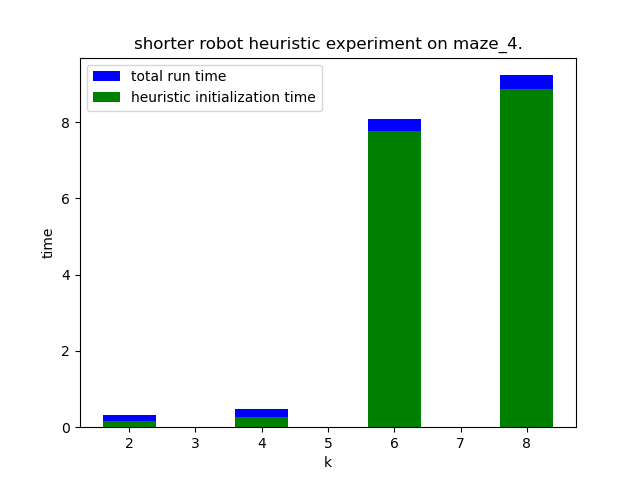
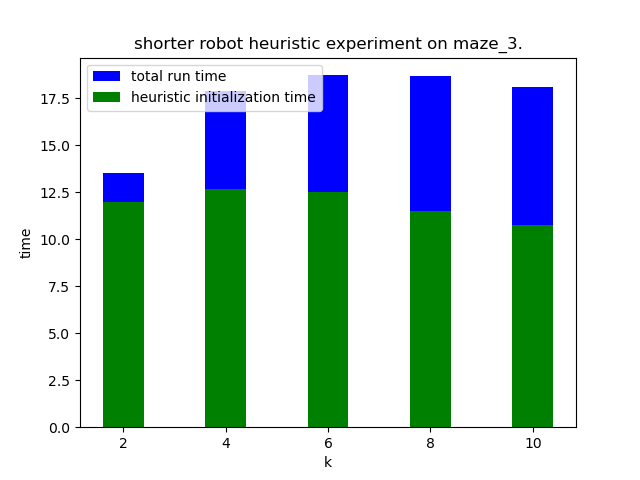
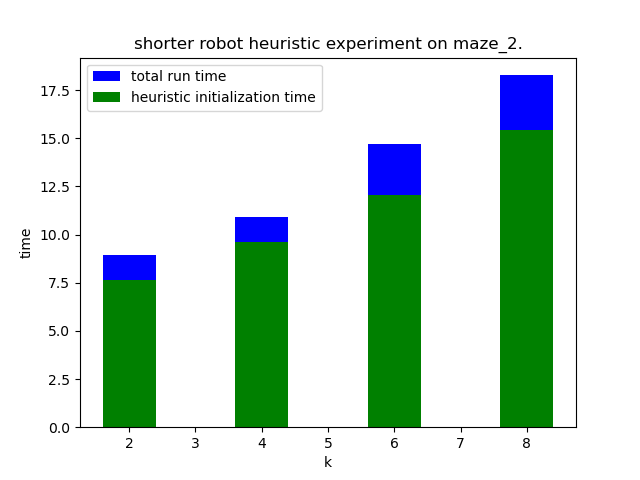
**

1. שאלה 16:
   1. ניתן לראות כי השימוש ביוריסטיקה החדשה אינו משפיע על עלות הפתרונות (כצפוי, מכיוון ששתיהן יוריסטיקות קבילות) היוריסטיקה החדשה תבצע את החישוב בזמן מהיר יותר וע"י פיתוח כמות קטנה יותר של צמתים – עבור בחירת k אידיאלי.
   2. באופן כללי ככל שk קטן יותר, כלומר הרובוט בבעיה המוקטנת גדול יותר וקרוב יותר לרובוט המקורי, כך היוריסטיקה תהיה יעילה יותר – זאת מכיוון שע"י הקטנה משמעותית יותר של הרובוט אנחנו מעלים את ההסתברות שהמסלול האופטימילי המתקבל בין - ל אינו יאפשר מעבר לרובוט מוגדל ולכן לא יהיה מסלול מאפשר עבור הבעיה המקורית.

בנוסף, עבור k גדול נקבל כי יפותחו מס' גבוהה יותר של צמתים מכיוון שלרובוט קטן יהיו יותר אפשרויות התקדמות מאשר לרובוט המקורי ולכן זמן החישוב המקדים יהיה גדול יותר.

* 1. רטוב
  2. ניתן לראות כי באופן כללי, הפתרון היעילים ביותר יהיו עבור k קטנים, ובכל המצבים ניתן לראות כי זמן הריצה קטן משמעותית מזמן הריצה המקדימה.

בנוסף ניתן לראות כי במבוך 3 עבור רובוטים קצרים מאוד הפתרון דווקא משתפר ועבור מבוך 4 זמן האתחול קצר מאד עבור k=2,4 מכיוון שקיים פתרון יחסית טריוויאלי, דווקא עבור רובוט ארוך.



1. שאלה 17:
   1. מכיוון שנכנסו לעוד איטרציה באלגוריתם נסיק כי לא התקבל פתרון בפונקציית DFS-f , כלומר לא קיים פתרון עבור הבעיה המוקטנת וערך ה הנוכחי.

לאחר החזרה קיבלנו שעשוי לפתור את הבעיה המקורית.

כפי שראינו בסעיפים הקודמים (כאשר הינה הבעיה המוגדלת בסעיף זה)

לכן הינו הערך המינימלי שיכול לפתור את הבעיה המוקטנת, ובגלל שהערך היוריסטי של הבעיה הגדולה לכל הפחות שווה לערך בבעיה הקטנה,כלומר -

ניתן להפעיל את האלגוריתם עם הערך החדש ולקבל פתרון אופטימלי עבור הבעיה המוגדלת, במידה ואכן קיים פתרון כזה.

* 1. נבחר את ה – להיות

יהא הערך שפתר את הבעיה עם האלגוריתם עבור הרובוט הקטן ביותר.

לפי סעיף 17.1 נוכל להפעיל עם ערך התחלתי על הבעיה של הרובוט השני הקטן בגודלו ולקבל פתרון אופטימלי.

כך נמשיך עד לפתרון כל הבעיות הבאות – כאשר הערך ההתחלתי יהיה הערך שפתר את לרובוט הקודם (בסדר עולה לפי גודל) ונבטיח כי כלל הפתרונות יהיו האופטימליים וכמובן חסכנו בזמן שכן אנו מאתחלים את DFS עם ערך התחלתי   
שקרוב יותר לערך ה- f שיפתור את הבעיה.