החלפת משתנה סכימה

מדובר במניפולציה טכנית של סכומים. הדרך הטובה ביותר להבין אותה היא ע"י דוגמאות.

א. נתבונן בסכום $\sum_{i=7}^{50}(i-2)^3$
.

נרשום את הביטוי מחדש בעזרת משתנה אחר: $j = i - 2$.
עלינו לעשות שני דברים:

- להציב j במקום $i-2$ בתוך הסכום.
- לרשום מהיכן עד היכן מסכמים בעזרת j במקום בעזרת i .

את הסעיף הראשון ברור איך לבצע.
לגבי הסעיף השני, הסכום המקורי הוא מ- i=7 עד i=50 .
כאשר i=7 אז j=5 ; כאשר i=50 אז j=48 .

אחרי החלפת המשתנה הסכום הוא אפוא: $\sum_{j=5}^{48} j^3$

שימו לב שאם נכתוב את אברי הסכום במפורש ולא בעזרת סיגמא, נקבל מהביטוי המקורי $\sum_{i=7}^{50}(i-2)^3$ **בדיוק אותם מחוברים** שנקבל מהביטוי $\sum_{j=5}^{48} j^3$ - בידקו זאת עבור המחוברים הראשונים והאחרונים בסכום ! זה נכון כללית לגבי החלפת משתנה סכימה.

ב. דוגמא נוספת:

תהי a סדרה כלשהי. נתבונן בביטוי $\sum_{i=0}^{n}\binom{n+i}{i}a_{n+i}$.
כאן n הוא פרמטר קבוע, ומשתנה הסכימה הוא i .

נעבור למשתנה $k = n + i$.
כאשר $i = 0$, $k = n$; כאשר $i = n$, $k = 2n$.
הסכום בצורתו החדשה הוא: $\sum_{k=n}^{2n}\binom{k}{k-n}a_k$.

בעזרת הזהות הידועה $\binom{k}{k-n} = \binom{k}{n}$ נקבל שניתן לרשום זאת גם כך :

$$\sum_{k=n}^{2n}\binom{k}{n}a_k$$