

אלגוריתמים – תרגיל 3

תאריך הגשה: 22.12.05

1. נתון גרף מכוון $G=(V,E)$. תארו אלגוריתם יעיל שמוצא את כל הקודקודים שמכל אחד מהם יש מסלול לכל קודקוד בגרף. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
2. גרף מכוון $G=(V,E)$ ייקרא חצי קשיר בחוזקה אם לכל $u,v \in V$ יש מסלול מכוון מ- u ל- v או מ- v ל- u . תארו אלגוריתם יעיל הבודק אם גרף מכוון הוא חצי קשיר בחוזקה. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
3. יהי $G=(V,E)$ גרף לא מכוון וקשיר, ו- $w:V \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה משקל על הקודקודים. תארו אלגוריתם יעיל למציאת עץ פורש T , המביא למינימום את $\sum_{v \in V} d_T(v) \cdot w(v)$, כאשר $d_T(v)$ זו הדרגה של v ב- T . הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
4. יהי $G=(V,E)$ גרף לא מכוון וקשיר, ו- $w:E \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה משקל על הקשתות. נגדיר משקל עץ פורש להיות המשקל המקסימלי של קשת בעץ. תארו אלגוריתם יעיל למציאת עץ פורש מינימלי לפי הגדרה זו. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
5. נתון גרף לא מכוון וקשיר $G=(V,E)$, פונקציה משקל $w:E \rightarrow \mathbb{R}$, וקודקוד $u \in V$. תארו אלגוריתם יעיל שמוצא עץ פורש בעל משקל מינימלי מבין העצים הפורשים שבהם u הוא עלה, או מודיע שאין עץ כזה. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
6. נתון גרף לא מכוון וקשיר $G=(V,E)$, פונקציה משקל $w:E \rightarrow \mathbb{R}$, וקשת $(u,v) \in E$. תארו אלגוריתם לינארי שבודק האם קיים עץ פורש מינימלי של G שמכיל את הקשת (u,v) . הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.