

## בחינה 2 - מסמטר ב - 1996

משך הבחינה - 3 שעות  
משקל כל השאלות זהה  
כל חומר עזר מותר בשימוש

### שאלה 1

נדון בבעיה הבאה:

קלט: מערך (לאו דווקא ממויין)  $A$ .

דרישה: מצא את כמות ההיפוכים ב- $A$ .

היפוך הוא זוג  $i, j$  כך ש-  $i < j$  אך  $A[i] > A[j]$ .

לדוגמה ב:  $A = \langle 7, 2, 3, 1, 4 \rangle$

ההיפוכים הם:  $\{(7, 4), (7, 3), (7, 2), (7, 1), (3, 1), (2, 1)\}$

ולכן יש שישה היפוכים.

כתוב אלגוריתם לבעיה. נתח את סיבוכיות האלגוריתם.

### שאלה 2

כתוב אלגוריתם לבעיה הבאה:

קלט: מערך  $A$  של מספרים בגודל  $n$ , ומספר  $k < n$  (אברי  $A$  לאו דווקא שונים).

שאלה: האם יש ערך  $x$  ששכיחותו  $k$  או יותר (כלומר  $x$  חוזר  $k$  פעמים או יותר).

הערה:  $k$  אינו בהכרח קבוע. ייתכן ש- $k$  ישתנה עם  $n$  כלומר ייתכן למשל ש-  $k = n/2$ .

### שאלה 3

א. כתוב אלגוריתם הממין מערך בן  $n$  מספרים אם ידוע שכל מספר  $a_i$  במערך מקיים

$$1 \leq a_i \leq n^2$$

הערה: אין צורך להצמד למודל ההשוואה (כלומר ניתן לבצע פעולות נוספות פרט להשוואות).

ב. הצע תיקון לאלגוריתם מיון-דלי כך שזמן הריצה שלו במקרה הגרוע יהיה  $\Theta(n \log n)$ , אך

בממוצע הוא עדיין ירוץ בזמן  $\Theta(n)$  (לקלט מתפלג אחיד).

#### שאלה 4

בכל סעיף הצע מבנה נתונים לפעולות הסעיף. נתח את הסיבוכיות של כל שגרה במימוש שבחרת.

א. הפעולות שיש לממש בסעיף זה הן:

INSERT ( $S, x$ ): הכנסת איבר  $x$  לקבוצה  $S$ .

DELETE ( $S, x$ ): מחיקת  $x$  מ- $S$ .

MAX-GAP ( $S$ ): החזרת שני האיברים  $x$  ו- $y$  ב- $S$  עבורם  $|x - y|$  מקסימלי.

ב. הפעולות שיש לממש בסעיף זה הן:

BUILD ( $L, S$ ): איתחול מבנה הנתונים מרשימה  $L$ . האיתחול נדרש להתבצע ב-  $O(n)$

זמן כאשר  $n$  היא מספר אברי  $L$ .

DEL-MAX ( $S$ ): מחק המקסימום מ- $S$ .

INSERT ( $S, x$ ): הכנס את  $x$  ל- $S$ .

DEL-MED ( $S$ ): מחק החציון מ- $S$ .

ג. הפעולות שיש לממש בסעיף זה הן:

INSERT ( $S, x$ ): הכנס את  $x$  ל- $S$ .

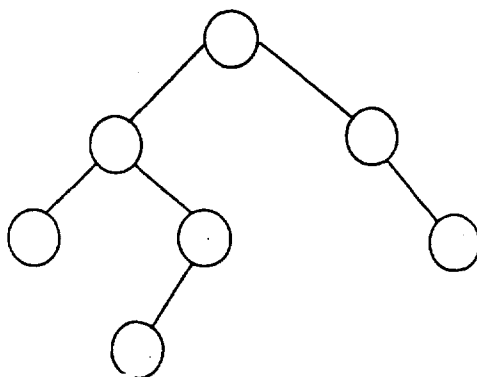
DELETE ( $S, x$ ): מחק את  $x$  מ- $S$ .

RANGE ( $S, a, b$ ): הדפס את כל המספרים  $x$  ב- $S$  המקיימים  $a \leq x \leq b$ .

#### שאלה 5

א. תן לכל צומת בעץ הבא את אחד הערכים:

$\{6, 22, 9, 14, 13, 1, 8\}$  כך שהעץ המתקבל יהיה עץ וזיפוש בינרי חוקי.



ב. תן לכל צומת בעץ צבע אדום או שחור כך שיתקבל עץ אדום-שחור חוקי.

ג. בצע סיבוב ימני לשורש, באם ניתן לשנות את צבעי הצמתים בעץ המתקבל כך שיתקבל עץ אדום-שחור חוקי?

סוף !