

קורס: 20425 "הסתברות לתלמידי מדעי המחשב"
תאריך הבחינה: 31.1.2008 (סמסטר א 2008 - מועד 2א/83)

עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות הבאות.

כל השאלות זהות במשקלן.

בכל תשובותיכם **חשבו את התוצאה הסופית** (כמובן, במידת האפשר).

(לבחינה מצורפת טבלת ערכים של פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית.)

שאלה 1 (25 נקודות)

מטילים קובייה תקינה 12 פעמים.

בהנחה שהטלות הקובייה בלתי-תלויות זו בזו –

- (6 נק') א. מהי ההסתברות שבדיוק ב-8 מההטלות תתקבל תוצאה זוגית?
(8 נק') ב. אם עבור כל הטלה מקבלים פרס שגובהו מחצית מתוצאת ההטלה, מהן תוחלת ושונות הפרס הכולל שיתקבל בתום 12 ההטלות?
(11 נק') ג. יהי X מספר ההטלות שבהן מתקבלות התוצאות 1 או 2;
ויהי Y מספר ההטלות שבהן מתקבלות התוצאות 2 או 3.
חשב את $\text{Var}(X + Y)$.

שאלה 2 (25 נקודות)

נתונה פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי X :
$$f_X(x) = \frac{4}{x^5}, \quad x \geq 1$$

- (7 נק') א. חשב את $P\{X < 2\}$.
ב. יהי $Y = X^3$.
(6 נק') 1. מצא את פונקציית ההתפלגות המצטברת של Y ורשום אותה באופן מדויק.
(6 נק') 2. מצא את פונקציית הצפיפות של Y ורשום אותה באופן מדויק.
(6 נק') 3. חשב את $E[Y]$.

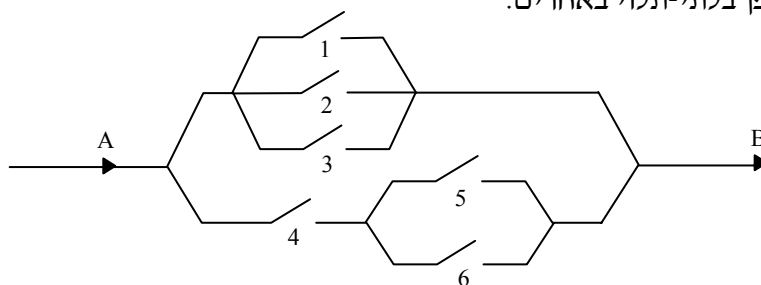
שאלה 3 (25 נקודות)

גננת מכינה ל-20 ילדי הגן 20 כריכים – 10 כריכים עם ממרח שוקולד, 5 כריכים עם חומוס ו-5 עם גבינה. הגננת מחלקת באקראי את הכריכים לילדים: כריך אחד לכל ילד. כמו כן, נניח כי אין הבדל בין כריכים מאותו הסוג.

- (6 נק') א. מהו מספר החלוקות האפשריות?
(7 נק') ב. שי לא אוהב כריך עם שוקולד וכן לא אוהב כריך עם חומוס.
מהי ההסתברות שהם יקבלו כריכים המרוחים בממרח שאהוב עליהם?
(12 נק') ג. הילדים יושבים סביב 4 שולחנות בצבעים שונים, 5 ילדים סביב כל שולחן.
1. מהי ההסתברות שבשולחן האדום יקבלו בדיוק 3 כריכים עם שוקולד?
2. מהי שונות מספר הילדים בשולחן האדום שיקבלו כריכים עם שוקולד?

שאלה 4 (25 נקודות)

במעגל שלהלן, כל אחד מן הממסרים סגור בהסתברות 0.6 (ואז יכול לעבור בו זרם).
כמו כן, כל ממסר פועל באופן בלתי-תלוי באחרים.



- 9 נק' א. מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
8 נק' ב. אם עובר זרם מ-A ל-B, מהי ההסתברות שממסר 4 סגור?
8 נק' ג. אם ממסרים 1 ו-2 פתוחים, מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?

שאלה 5 (25 נקודות)

יהיו A , B ו- C מאורעות לא-ריקים במרחב מדגם S .

נתון כי: A ו- C מאורעות זרים זה לזה;

$$P(B | A) = P(B | C) = 0.25$$

$$P(A \cap B^C) = 0.3$$

$$P(C \cap B^C) = 0.15$$

$$P(A^C \cap B^C \cap C^C) = 0.2$$

7 נק' א. חשב את $P(A^C \cap B \cap C^C)$.

6 נק' ב. חשב את $P(B | A \cup C)$.

ג. נסמן ב- X את מספר המאורעות שמתרחשים, מבין 3 המאורעות המוגדרים בתחילת

השאלה, וב- Y אינדיקטור המצביע על התרחשות המאורע B . כלומר, $Y=1$, אם

המאורע B מתרחש ו- $Y=0$, אם הוא אינו מתרחש.

6 נק' 1. מצא את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו- Y .

6 נק' 2. האם X ו- Y בלתי-מתואמים?

בהצלחה!

ערכים של פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית, $\Phi(x)$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

$\Phi(x)$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90
x	0.0	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282
$\Phi(x)$	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
x	1.341	1.405	1.476	1.555	1.645	1.751	1.881	2.054	2.326