

מבנה הבחינה :

- * יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.
- * משקל כל שאלה 25% .
- * אם תשיב/י על יותר מ- 4 שאלות, יחושב הציון לפי 4 התשובות הראשונות.

משך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: כל חומר עזר מותר, כולל מחשבון.

שימו לב:

- * **יש לנמק כל תשובה**, גם אם זה לא נאמר במפורש בשאלה.
 - * **מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.**
 - * **אם ברצונך להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליך לחזור ולהוכיחן.**
 - * **בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרת אותם.**
-

אין צורך להחזיר את השאלון בתום הבחינה

אנא קרא/י בתשומת-לב את כל ההנחיות שבעמוד הקודם !

שאלה 1

(12 נק') א. תן דוגמא ליחס R שהוא רפלקסיבי וטרנזיטיבי מעל $A = \{1, 2, 3\}$, אך $R \cup R^{-1}$ אינו יחס שקילות מעל A . הראה שהדוגמא שנתת מקיימת את הנדרש.

(13 נק') ב. הוכח: אם R הוא יחס רפלקסיבי וטרנזיטיבי מעל A כלשהי אז $R \cap R^{-1}$ הוא יחס שקילות מעל A . נמק בפירוט כל צעד בהוכחה.

שאלה 2

(10 נק') א. הוכיחו שעוצמת קבוצת היחסים (רלציות) מעל N היא C .

(15 נק') ב. מהי עוצמת קבוצת היחסים הסימטריים מעל N ? הוכיחו.

שאלה 3

ארבעה אנשים שונים (ששמותיהם $1, 2, 3, 4$) אחראים יחד על ביצוע של חמש משימות שונות (משימות א, ב, ג, ד, ה). לביצוע כל משימה נדרשים בדיוק שני אנשים. אין הבדל בין תפקידי שני האנשים בצוות המבצע משימה נתונה.

(7 נק') א. בכמה דרכים ניתן להקצות את חמש המשימות לצוותים של שני אנשים?

הנה כמה דוגמאות לדרכים לגיטימיות לעשות זאת:

דוגמא 1: הצוות $\{1, 2\}$ יבצע את כל 5 המשימות!

דוגמא 2: הצוות $\{1, 2\}$ יבצע את משימות א, ב, הצוות $\{1, 3\}$ את משימות ג, ד,

והצוות $\{2, 3\}$ את משימה ה.

דוגמא 3: הצוות $\{1, 2\}$ יבצע את משימות א, ב, הצוות $\{3, 4\}$ את משימות ג, ד,

והצוות $\{2, 3\}$ את משימה ה.

(18 נק') ב. בכמה דרכים ניתן להקצות את חמש המשימות לצוותים של שני אנשים,

אם אסור שמישהו יתחמק לגמרי מעבודה: כל אחד מ-4 האנשים חייב לקחת

חלק במשימה אחת לפחות (דוגמאות 1, 2 בסעיף א אינן חוקיות כעת).

דוגמא 3 - חוקית).

הדרכה לסעיף ב: הכלה והפרדה.

בשני הסעיפים יש להגיע לתשובה סופית מספרית.

שאלה 4

בידינו מספר לא מוגבל של מרצפות מכל אחד מהסוגים הבאים: מרצפות אדומות באורך 2, מרצפות ירוקות באורך 2, מרצפות סגולות באורך 2, מרצפות שחורות באורך 1 ומרצפות לבנות באורך 1.

יהי a_n מספר הדרכים לרצף שביל ישר באורך n בעזרת מרצפות מהסוגים הללו. לא חייבים להשתמש בכל הסוגים.

(11 נק') א. רשמי את a_0, a_1, a_2 . רשמי יחס נסיגה עבור a_n .

ודא י שיחס הנסיגה מתיישב עם ערכי ההתחלה שרשמת.

(14 נק') ב. פתרי את יחס הנסיגה שקיבלת בסעיף הקודם ורשמי ביטוי מפורש עבור a_n .

שאלה 5

תהי L שפה חלקית לשפת תחשיב הפרדיקטים, ובה בין השאר סימני משתנים x, y, z , סימן קבוע a וסימן פרדיקט דו-מקומי R .

לכל אחד מהפסוקים הבאים (הכתובים בכתוב מקוצר), קבעו אם הוא:

(i) אמיתי לוגית (ii) שקרי לוגית (iii) אינו אמיתי לוגית ואינו שקרי לוגית.

במקרים (i), (ii) הסבירו בקצרה את תשובתכם באופן מילולי. אין צורך בהוכחה מלאה.

במקרה (iii) - תנו דוגמא לאינטרפרטציה שבה הפסוק אמיתי ודוגמא לאינטרפרטציה שבה

הפסוק שקרי. בכל אינטרפרטציה, ציינו מהו העולם (תחום האינטרפרטציה), מהו הפירוש של R

ומהו הפירוש של a .

(6 נק') א. $\forall x(R(x, x))$

(6 נק') ב. $(\exists x R(x, a)) \leftrightarrow (\exists y R(y, a))$

(6 נק') ג. $(\exists x R(x, a)) \wedge (\sim \exists y \exists z R(y, z))$

(7 נק') ד. $(\exists y \exists z R(y, z)) \wedge (\sim \exists x R(x, a))$

בהצלחה!