מבנה הבחינה: בבחינה **שש** שאלות. עליכם לענות על **חמש** מהן.

שאלה 1

נניח שנשנה את ההגדרה של פונקצית המעברים δ במכונות טיורינג באופן הבא:

$$\delta: Q\times\Gamma \rightarrow Q\times\Gamma\times\{L_k, R_k \mid k \text{ is natural}, k > 0\}$$

הפירוש של הפונקציה החדשה הוא כזה: כאשר המכונה נמצאת במצב q, והראש קורא את הסמל a, אם $\delta(q, a) = (r, b, R_k)$, אז כותבים b במקום a, עוברים מהמצב q למצב r, והראש נע על הסרט k ריבועים ימינה. אם $\delta(q, a) = (r, b, L_k)$, אז כותבים b במקום a, עוברים מהמצב q למצב r, והראש נע על הסרט k ריבועים שמאלה. אם במהלך התנועה שמאלה מגיעים לריבוע השמאלי ביותר של הסרט, נשארים בריבוע זה.

האם למכונה כזו **יש יותר כוח** מאשר למכונה רגילה?

אם עניתם שכן, עליכם להראות שמכונה כזו יכולה לזהות שפות שאי אפשר לזהות אותן בעזרת מכונה רגילה.

אם עניתם שלא, עליכם להראות כיצד מכונה רגילה יכולה לחקות את פעולתה של המכונה החדשה.

שאלה 2

נגדיר את השפה $FIVE_{\mathrm{LBA}}$:

$$FIVE_{\mathrm{LBA}} = \{\langle M\rangle \mid M \text{ is an LBA}, |L(M)|=5\}$$

(זוהי שפת התיאורים של אוטומטים חסומים לינארית שבשפה שהם מזהים יש בדיוק 5 מילים).

האם השפה $FIVE_{\mathrm{LBA}}$ היא שפה **כריעה**? הוכיחו את תשובתכם.

שאלה 3

א. הראו ש- $HALT_{\mathrm{TM}} \leq_{\mathrm{P}} A_{\mathrm{TM}}$ או הוכיחו שלא קיימת רדוקציה פולינומיאלית כזו.

ב. הראו ש- $ALL_{\mathrm{TM}} \leq_{\mathrm{P}} E_{\mathrm{TM}}$ או הוכיחו שלא קיימת רדוקציה פולינומיאלית כזו.

שאלה 4

בעיית קיומו של מסלול המילטון בגרף מכוון G ($EHAMPATH$) היא הבעיה הבאה:

הקלט: גרף מכוון $G = (V, E)$

השאלה: האם יש ב-G מסלול המילטון (מסלול שמכיל כל צומת בגרף פעם אחת ויחידה)?

א. הראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של $HAMPATH$ ל- $EHAMPATH$.

$HAMPATH = \{<G, s, t> \mid G$ is a directed graph with a Hamiltonian path from s to $t\})$

$EHAMPATH = \{<G> \mid G$ is a directed graph that contains a Hamiltonian path$\}$

עליכם להראות פונקציה חשיבה בזמן פולינומיאלי, שעל קלט מהצורה $<G, s, t>$ היא מחזירה תיאור של גרף מכוון $<H>$ ומתקיים: $<G, s, t>\in HAMPATH \Leftrightarrow <H>\in EHAMPATH$.

ב. הוכיחו: $EHAMPATH$ היא בעיה **NP- שלמה**.

שאלה 5

הבעיה $HITTING\text{-}SET$ מוגדרת כך:

הקלט: קבוצה סופית S; אוסף $\{S_1, S_2, ..., S_m\}$ של תת-קבוצות של S (כל S_i היא תת-קבוצה של S); מספר טבעי k.

השאלה: האם יש ל-S תת-קבוצה T בגודל k כך שלכל $1\le i\le m$, $T\cap S_i \ne \varnothing$? (כלומר, האם יש ל-$S$ תת-קבוצה בגודל k שהחיתוך שלה עם כל אחת מן התת-קבוצות S_i איננו ריק?)

הוכיחו: $VERTEX\text{-}COVER \le_L HITTING\text{-}SET$.

($VERTEX\text{-}COVER$ מוגדרת בעמוד 312 בספר).

עליכם לתאר את הרדוקציה, להוכיח שהיא תקפה, ולהוכיח בפירוט שהיא יכולה להתבצע **במקום לוגריתמי**.

שאלה 6

הוכיחו כי המחלקה RP **סגורה לשרשור**.

(כלומר, אם השפות A ו-B שייכות ל-RP, אז גם השפה AB שייכת ל-RP).