

מבנה הבחינה :

בבחינה **שש** שאלות.

עליך לענות על **חמש** שאלות.

כל שאלה מזכה ב- 20 נקודות.

הנחיות :

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.

שאלה 1

מצא חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור $T(n)$ בכל אחת מנוסחאות הנסיגה שלהלן:

א. $T(n) = 3T(n/2) + n \cdot \lg n$

ב. $T(n) = 9T(n/3) + \binom{n}{2}$

שאלה 2

נתון מערך של $n = 2^k$ מספרים, $k \geq 0$. כתוב אלגוריתם למציאת k ערכי המינקס $2^{k-1}, \dots, 8, 4, 2, 1$. האלגוריתם חייב לרוץ בזמן $\Theta(n)$ במקרה הגרוע.

שאלה 3

הוכח שכל אלגוריתם מיון מבוסס השוואות בהפעלתו על מערך בעל 5 איברים חייב לבצע לפחות 7 השוואות.
רמז: התבונן בעץ ההחלטה.

שאלה 4

בהנתן סדרה של n מספרים שלמים בתחום $1..n^2$, האם אפשר לבנות עץ חיפוש בינרי המכיל את n המפתחות האלה, בזמן $O(n)$ במקרה הגרוע? הראה כיצד או נמק מדוע לא.

שאלה 5

מוסיפים לכל צומת בעץ אדום-שחור שדה המכיל את גובה-השחור שלו. האם ניתן לתחזק שדות אלה בלי להשפיע על הביצועים האסימפטוטיים של הפעולות על עצים אדומים-שחורים? הראה כיצד או נמק מדוע לא.

שאלה 6

נבחן את בעיית המימוש של מונה עשרוני בן k ספרות. המונה מונה החל מ-0. אנו משתמשים במערך ספרות $A[0..k-1]$, כאשר $\text{length}[A] = k$. עבור מספר עשרוני המאוחסן במונה, הספרה הכי פחות משמעותית נמצאת ב- $A[0]$, והספרה המשמעותית ביותר נמצאת ב-

$$A[k-1]. \quad x = \sum_{i=0}^{k-1} A[i] \cdot 10^i$$

במצב ההתחלתי, $x = 0$, ולכן $A[i] = 0$ עבור $i = 0, 1, \dots, k-1$.

כדי להוסיף 1 (מודולו 10^k) לערך המונה, אנו משתמשים בשגרה שלהלן:

INCREMENT (A)

$i \leftarrow 0$

while $i < \text{length}[A]$ *and* $A[i] = 9$

do $A[i] \leftarrow 0$

$i \leftarrow i + 1$

if $i < \text{length}[A]$

then $A[i] \leftarrow A[i] + 1$

השתמש בשיטת הצבירה כדי לחשב את העלות לשיעורין של כל פעולה.

בהצלחה!