מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

מספר תעודת זהות (9 ספרות)	מספר הקורס	מועד
305478638	204007	84

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

N101031317

ת.ז: 305478638 מספר סידורי: 10

לשימוש הבודק

$\frac{T(n)}{n-1} = T(1) + \sum^{n} k^2$

$T(n-1) + \frac{n}{n-1}$

$= T(n-i) + \sum_{k=n-i}^{n} \frac{k}{k-1}$

$T(2) + \sum_{k=2}^{n} \frac{k}{k-1}$ $i = n-1$ נניח

$c + \sum_{k=2}^{n} \frac{k}{k-1} \leq$

$\frac{T(n)}{n-1} = \Theta(n^2)$

$f(n) \leq c \cdot g(n)$

$h(f(n)) \leq h(c \cdot g(n))$

$1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4}$

$n \leq n^2$

$n > n_0$

$h(n$

$f(n) \leq c\, g(n)$

$f(n) = n!$

$2n \leq 2 \cdot n$

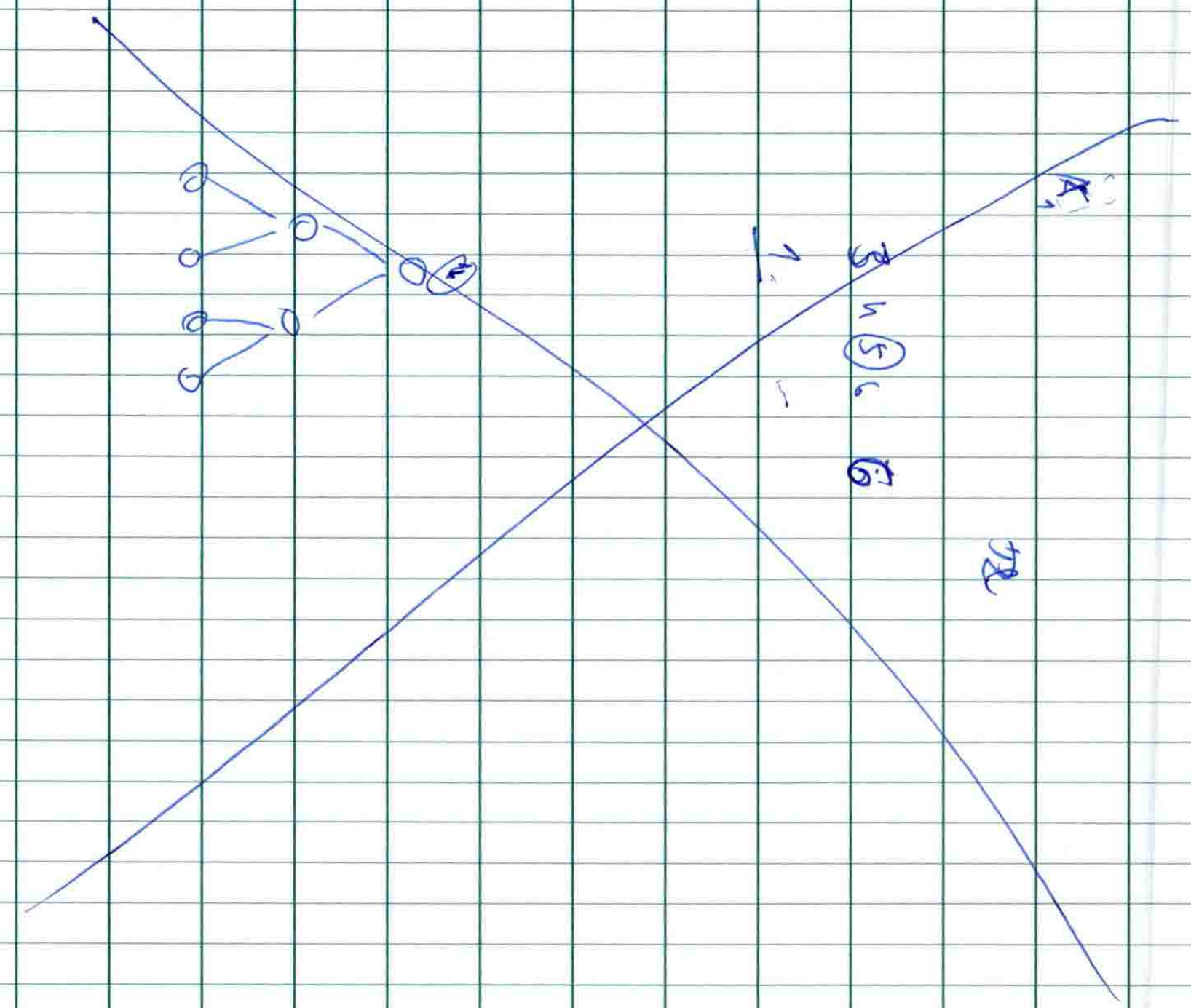
$f(2^n)$ $g(2^n)$

$f(n) = 2n$

$g(n) = n$

$h(2n) = 2^{2n}$ $h(n) = 2^n$

297622


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J

לשימוש הבודק

(ב) מבנה הנתונים שנשתמש בו בשאלה

יהיה עץ S ערכי מיקום כפי שהוגדר בספר (ברק ו')
(עם שדה size).

insert - תהיה הכנסה לעץ גיש רגיל insert - BR
(כמו בספר) ובנוסף נבדוק עדכון לשדה size
כפי שמוגדר בספר.

find - תקרא לשגרה Tree-Search עם
שורש העץ S ועם המפתח x המתקבל בקריאה
שמחזירה את האיבר עם הנתון ומצביע מחזרה לוח
(כפי שצוין בברק בו)

range-LS: רשימת מקבלת את האיבר שמפתחו שלו הכי קטן
מכל המפתחות האיברים שמתחילים בגדולים מ-X
ופשוט לא יכול: ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~

בעזרת שגרת העזר הרקורסיבית Search-m(P, X) - מקבל
לשגרה עם שורש העץ S ועם הערך - X,
בעזרת Search-m: (1) אם מפתח הצומת הנבדק P גדול מ-X,
מ-X, ~~[illegible]~~ נחזיר את המינימלי
מבין המפתחות של P לבין ~~[illegible]~~ האיבר הכי קטן
מהאיברים שגדולים מ-X בתת עץ השמאלי
נעשה זאת בעזרת קריאה רקורסיבית ל- Search-m
על הבן השמאלי של P,
(2) אם המפתח של הצומת הנבדק גדול מ-X מקבל Search-m
עם הבן הימני של P, (3) אם המפתח של P שווה ל-X נחזיר את P

297622

המשך ←

לשימוש הבודק

המשך (3) (ח) אין הצדקה ל לוח נתיר מלא אינסוף את.

בהנחה שאין insert: אין הסבר ל חל-חל-אל !

ובמידה שאין המפתח שווה ל-X אין הוא יכול קיים
מצלה שגדולים או שווים ל-X (האיברים שונים) (הסבר לב)
אף הוא גדול מ-X אין כל אלה שנקבל ימין אם ן
גדולים יותר מ-ן ולכן לא מתעניינים אותנו
אך סדר"ן יתכן שבעבר שמצל יש כאלה שגדולים מ-X
אך קטנים מ-ן (הסבר ל ①)
אם מפתח קיים מ-X והוא שכל אלה שמשמאלו קטנים גם כן
ולכן נחפש בעבר ימין (הסבר ל ②)
אם הצדקה לוח נתיר את, בגלל הקריאה הרקורסיבית
בה קטנים ל מינימלי. אם תבר אינסוף לשרה שRange כפ
נתיר לוח (כל האיברים קטנים מ-X)
אחרי שמצאנו את הנומרת המבוקש (הקטן ביותר מהגדולים
מ-X) נקרא לו c, ונמצא את דירוגו בעזרת S
בעזרת השרה Rank-Select, ונוסיף לדירוגו
את המספר - m, מספר לה מיינג
את הדרגה של האיבר המבוקש (ה-m הכי קטן
בתת הקבוצה המעניינת בשאלה) בעזרת כולן, ונמצא
את האיבר שבדרגה לה בעזרת select-Select
ובמידה ואין המפתח שלו קיים מ-X נתיר אותו
אחרת (אין איבר שמקיים $x \le k \le y$) נתיר nil.

הערכת זמן ריצה עבור insert ו find

זמן הריצה חשוב נובע מגובה הריצה

של RB-insert ו search שהוא חשוף

כפי שנה במסגר

עשה [גם מגיע במסגר רק הגיה על O

נוסף שהכונסה תמיד עוברים את כל שלבי שבשלב

משרש העל עד לעלה שנה חשוב

וגם בהימש במידה והשינוי לא בעל עדיפות על גובה

העל וגם זמן הריצה שלהם הוא גם (חשוב) עשה].

עבור OS-Rabee - בהתאמה קיים מבנה נתונים על גובה

העל ומשתמשת ב OS-select - ו OS-Rabee

$\Theta \log n$ = Θ ב: $\Theta \log n$ מגיע מבנה נתונים

[אם יהיה לזמן אחרת יותר יפה]*

לשימוש הבודק

(ג) נ' נסכים את הנימוקים בצורה הקורסיבית,
נתחיל מהשורש עם i (איינדקס) = 0, אותם אלגוריתם
ועם מחיר (סכום) = 0, לכל i>d נעבור לשלב
הבא
לבדנו את הטווח הנדרש ולכן נעבור,
אחרת נוסיף לסכום הנוכחי את סכום הצומת הנוכחי
ונמשיך בצורה הקורסיבית לשני הבנים (שמאלי וימני)
עם האינדקס ואורך ו.
בצורה כזאת אנחנו סוכמים רק מה שלא עברנו את
הטווח הנדרש,
לכן הרצה הוא $\Theta(n)$,
חסם עליון $O(n)$, כי אנחנו עוברים בכל
צומת פעם אחת ויש n אינדקסים בעץ
אבל חסם תחתון $\Omega(n)$ במקרה שכל
אינדקס הוא נמצא בטווח ל.

ב. בשביל שנוכל לסכום את האינדקסים בטווח ל
נצטרך קודם לבדוק עד הגובה שיכול להגדרת הטווח
ובקבלת בהתאם למרחק מהמלה הנמוך ביותר שהוא באנצ'ר
של אותו צומת
לכן נבדוק לכל צומת בצורה הקורסיבית מה המרחק הנמוך
ביותר הלה מבין כל האינדקס שהם באנצ'ר של אותו
הצומת ונוסיף לו אחד עבור הצומת עצמו ונבדוק
אם מספר זה קטן או שווה לל ונוסיף את המחיר
לסכום (שמתחיל מ-0)
בצורה כזאת אנחנו סוכמים רק את האינדקסים
שנמצאים קטן או שווה לל (בתוך כל האינדקסים הללו

המשך (ג)

← המשך (ד)

צמן ריצה ח(+) :

[illegible]

יש לנו רצים על כל איברי הרשת כי הם תמיד בקלט

וריצה לאורך נשלח פעם אחת (פעמיים אם מסתלים
על כך שאובדים דרכו ואתר כך תוצרים אלו)
כלומר צמן ריצה ח(+).

סיבוכיות מקום ח(+) כי הקבלנו רק 2
מערכים מגיע index (יש בגל אם
בכל)

לשימוש הבודק
297622
IT@AI/KA/ACTIVIKA

לשימוש הבודק

(5) מבנה הנתונים ל בו נשתמש יהיה מורכב

מעץ אוֹשׁ כאשר בנוסף כל צומת מכילה 2

שדות נוספים:

(1) שדה fr שמייצג מבור כל צומת (שמייצג

מפתח x) כמה מפתחות x ישנם מעל

(2) שדה smaller שמייצג מבור

כל צומת את סכום כל שדות fr של כל

הצמתים שמושרשים בצומת זה.

(לא יהיה לו שדות אלו יהיו 0)

(א,ג) insert: נקרא לשדה tree-search עם ערך העץ,

ואם x, (1) אם x קיים מעל, נוסיף לצומת

ש-x הוא המשתנה שלו לשדה fr של הצומת 1

ונעלה במעלה העץ (עד שורש ל לוח) ונעדכן את השדה

small של כל הורים של הצומת

מכיוון ש small של כל צומת מוגדר מ כי

הערך fr של וכי small של בן ילדיו -

[small(y) = left(small(y)) + right(small(y)) + 1 (fr) : עבור צומת y]

ולכן לבסוף עדכון זה בזמן לוגי

לעץ אוֹשׁ משפט ו.ח.ו.

(2) אם x לא קיים בעץ נכניס לו צומת חדש

עם הערך x בעזרת RB-insert ונאתחל את שדה fr

שלו ל-1 ונעדכן את שדה small של אביו כפי שהסברתי קודם

(5) המשך

המשך (ד) - freq - אם נחפש בעזרת tree-search

את הצומת X, אם המשתמשים הגיע לו בעזר tree search (הוא) התעדכן

ותעדכן ס,

אחרת נחזיר את fp של הצומת שמצאנו.

smaller - נחפש בסדרת שורה מקבלה

ל - Search-m שהגענו משאלה ג

רק שהפעם היא מחפשת את המפתח הכי גדול

בעל שקטן או שווה ל X, (אם יש מספרים נחזיר ס)

לאחר שמצאנו אותו

נסכום את מספר המפתחות הקטנים ממנו

בצורה נכונה: כל הקטנים מהצומת שמצאנו

נמצאים או בתת עץ שמשרש בבן השמאלי שלו

או בצמתים * והצאצאים שהצומת שמצאנו הוא נמצא בתת עץ

ימני שמושרש בתת, (כיוון שיכולנו לומר כל הקטנים גדולים יותר)

לכן נסכום כך: נחסר את מקום מתעד מחוץ

שמאותחל ל-0 ונוסיף אליו את ה smaller שלו

ושל בני השמאלי (במידה והוא קיים) ואין עלה

במקרה הזה:

אם הצומת ממנו אנו הולכים בן שמאלי לא נעשה כלום

ואם הולכים בן ימני נוסיף את ה smaller של הצומת

אליו עולים ואת ה smaller שלו, כך עד שנגיע ל nil

שבבן של שורש העץ.

כמו כן: חשב * - h שפל * - Search-m

ולאחר מכן עולה מעל h שפל * (לא נסבור על

יותר מאומה העץ יוצ לכן (חשב) אך במידה ו-X לא נמצא

בסמיים נסבור בחיפוש על שבה העץ (חשב) w.

לשימוש הבודק

297622

יחו
בסר
ר א ר כ ו ל ל ת ם
יחו
בסר

(1) ג. ו. הטענה לא נכונה!

$\frac{8}{8}$

דוגמה נגדית: $h(n)=2^n$ $g(n)=n$ $f(n)=2n$

אין מתקיים עבור $c_1=2$ $f(n)=2n\le 2n=c_1\cdot g(n)$

לכל $n\ge 1$. כלומר $f(n)=O(g(n))$

אבל, אין ענ"ח שמתקיים $h(f(n))=O(h(g(n)))$ (*)

נגד לסתירה,

כי נקבל שקיימים n_0, c_2 כך שלכל n כך

$$2^{2n}\le c\cdot 2^n$$
$$\Updownarrow$$
$$2^n=\frac{2^{2n}}{2^n}\le c$$

אך לכל $n>\max\{c,2\}$ $2^n>c$, סתירה!

לכן בהכרח התחתנו (*) שגיה, כלומר הטענה

שלנו נכונה!

←

המשך (ד)

← הוכח (1)

$\frac{3}{8}$

א 2. הטענה נכונה!

(*) אם $f(n) = O(g(n))$ אז לפי ההגדרה

קיימים n_0 ו c_1 כך שלכל n מתקיים

$$f(n) \le c_1 \cdot g(n)$$

~~[illegible]~~

מכיוון $h(n)$ היא פונקציה עולה מ $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$

קיים n_1 כך שלכל $n > n_1$ מתקיים

$$h(n) > n_0$$

יתכן שגם h אינה עולה ממש.

נקח $n_2 = \max\{n_1, n_0\}$ אז לכל $n > n_2$

מתקיים $h(n) > n_0$

ולכן לפי ההנחה (*) מתקיים

$$f(h(n)) \le c_1 g(h(n))$$

מ.ש.ל.

$$f(h(n)) = O(g(h(n)))$$

← (1) נמוך

297622

1 ב

$$T(n) = T(n-1) + \frac{n}{n-1}$$
$$T(n-1) = T(n-2) + \frac{n-1}{n-2}$$

$\frac{8}{9}$

$$T(n) = T(n-2) + \frac{n-1}{n-2} + \frac{n}{n-1}$$

$$T(n) = T(n-i) + \sum_{k=n-i}^{n} \frac{k}{k-1}$$

מתקיים

ובאיזו הוכחה יש לשים?

* עדיין ש- $T(1)$ לא מוגדר כי אז - כי הנוסחה נכונה

$$T(1) = T(0) + \frac{1}{0}$$

לא מוגדר

[לכן נגדיר $T(1) = c > 0$]

עבור $i = n-2$ נקבל:

$$T(n) = T(2) + \sum_{k=2}^{n} \frac{k}{k-1}$$

נראה שלכל $\frac{k}{k-1} \le 2$ $k \ge 2$ לכל מספר

$c_1 > \max\{T(2), 2\}$

$$T(n) = T(2) + \sum_{k=2}^{n} \frac{k}{k-1} \le c_1 + \sum_{k=2}^{n} 2 = c_1 + 2n - 2 \le 2n$$

לכן נבחר $c_2 = 2$

$$T(n) \le c_2 \cdot n \iff T(n) = O(n).$$

מכיוון שלכל $k \ge 2$ מתקיים $1 < \frac{k}{k-1}$

נקבל לכל $n > 1$ ונבחר $c_3 = \frac{1}{2}$

$$T(n) = T(2) + \sum_{k=2}^{n} \frac{k}{k-1} \ge \sum_{k=2}^{n} 1 = n-1 \ge \frac{n}{2} = c_3 n$$

כלומר $T(n) = \Omega(n)$ וסה"כ $T(n) = \Theta(n)$

לשימוש הבודק

297622

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

297622

יחיד בסרטי

לשימוש הבודק

גליון תשובות לשאלות רב-ברירתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1	א ב ג ד ה ו ז ח ט	21	א ב ג ד ה ו ז ח ט
2	א ב ג ד ה ו ז ח ט	22	א ב ג ד ה ו ז ח ט
3	א ב ג ד ה ו ז ח ט	23	א ב ג ד ה ו ז ח ט
4	א ב ג ד ה ו ז ח ט	24	א ב ג ד ה ו ז ח ט
5	א ב ג ד ה ו ז ח ט	25	א ב ג ד ה ו ז ח ט
6	א ב ג ד ה ו ז ח ט	26	א ב ג ד ה ו ז ח ט
7	א ב ג ד ה ו ז ח ט	27	א ב ג ד ה ו ז ח ט
8	א ב ג ד ה ו ז ח ט	28	א ב ג ד ה ו ז ח ט
9	א ב ג ד ה ו ז ח ט	29	א ב ג ד ה ו ז ח ט
10	א ב ג ד ה ו ז ח ט	30	א ב ג ד ה ו ז ח ט
11	א ב ג ד ה ו ז ח ט	31	א ב ג ד ה ו ז ח ט
12	א ב ג ד ה ו ז ח ט	32	א ב ג ד ה ו ז ח ט
13	א ב ג ד ה ו ז ח ט	33	א ב ג ד ה ו ז ח ט
14	א ב ג ד ה ו ז ח ט	34	א ב ג ד ה ו ז ח ט
15	א ב ג ד ה ו ז ח ט	35	א ב ג ד ה ו ז ח ט
16	א ב ג ד ה ו ז ח ט	36	א ב ג ד ה ו ז ח ט
17	א ב ג ד ה ו ז ח ט	37	א ב ג ד ה ו ז ח ט
18	א ב ג ד ה ו ז ח ט	38	א ב ג ד ה ו ז ח ט
19	א ב ג ד ה ו ז ח ט	39	א ב ג ד ה ו ז ח ט
20	א ב ג ד ה ו ז ח ט	40	א ב ג ד ה ו ז ח ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____

297622