שאלה 4

(בהנתן, על פי בסיס של מספר log)

קביעו, לגבי כל אחד מהבאים הבאות:

$$\binom{n}{2} = \Theta(n^2)$$

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \Theta(\lg n)$$

$$8n^2 = \Theta(n^2)$$

(ספר הגדרות, עמ' 41)

$$\lg \sqrt{\lg n} = \frac{1}{2} \lg \lg n$$

$$\lg n! = \Theta(n \cdot \lg n)$$ (תכונות לוגריתמים)

$$4^{\lg n} = 2^{2\lg n} = (2^{\lg n})^2 = n^2$$ (ספר הגדרות, עמ' 33)

(תכונות לוגריתמים)

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$$

$$2^{\lg^2 n} = (2^{\lg n})^{\lg n} = n^{\lg n}$$

(תכונות לוגריתמים)

$$10^{100} = \Theta(1)$$

$$(\sqrt{2})^{\lg n} = 2^{\frac{1}{2}\lg n} = (2^{\lg n})^{1/2} = \sqrt{n}$$ (תכונות לוגריתמים)

$$(n-1)! = \frac{1}{n} \cdot n!$$

$$3n^3 = \Theta(n^3)$$

$$5\sqrt{n} = \Theta(\sqrt{n})$$

הקשרים הבאים:

$$10^{100} = O(\lg \lg n), \qquad \lg \sqrt{\lg n} = \Theta(\lg \lg n)$$

$$\lg \lg n = O(\lg n), \qquad \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \Theta(\lg n)$$

$$\lg n = O(\sqrt{n}), \qquad 5\sqrt{n} = \Theta(\sqrt{n}), \qquad (\sqrt{2})^{\lg n} = \Theta(\sqrt{n})$$

$$\sqrt{n} = O(n \cdot \lg n), \qquad \lg n! = \Theta(n \cdot \lg n)$$

$$n \cdot \lg n = O(n^2), \qquad \binom{n}{2} = \Theta(n^2), \quad 8n^2 = \Theta(n^2), \quad 4^{\lg n} = \Theta(n^2)$$

$$n^2 = O(n^3), \qquad 3n^3 = \Theta(n^3)$$

$$n^3 = O(n^{\lg n}), \qquad 2^{\lg^2 n} = \Theta(n^{\lg n})$$

$$n^{\lg n} = O(2^n) \qquad (\lg^2 n = O(n) \quad \text{משום אחרת}), \qquad \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \Theta(2^n)$$

$$2^u = O(3^u)$$

$$3^u = O((u-1)!)$$

$$(u-1)! = O(u!)$$

$$10^{100}$$

$$\{ \lg\lg u, \quad \lg\sqrt{\lg u} \}$$

$$\{ \lg u, \quad \sum_{k=1}^{u} \frac{1}{k} \}$$

$$\{ 5\sqrt{n}, \quad (\sqrt{2})^{\lg u} \}$$

$$\{ n \lg u, \quad \lg u! \}$$

$$\{ 8u^2, \quad \binom{u}{2}, \quad 4^{\lg u} \}$$

$$3u^3$$

$$\{ u^{\lg u}, \quad 2^{\lg^2 u} \}$$

$$\{ 2^u, \quad \sum_{k=0}^{u} \binom{u}{k} \}$$

$$3^u$$

$$(u-1)!$$

$$u!$$