

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת. אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

נתון מערך ממוין $T[1..n]$ של שלמים שונים זה מזה. כתבו שגרת הפרד-ומשול למציאת אינדקס i ($1 \leq i \leq n$) המקיים $T[i] = n - i$ (אם הוא קיים). זמן הריצה הנדרש של השגרה הינו $O(\lg n)$. כתבו את השגרה גם בצורת פסידוקוד.

שאלה 2

ענו על השאלות הבאות ונמקו את תשובותיכם:

א' (12 נקודות) מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך $A = [3, 4, \dots, n, 1, 2]$?

ב' (13 נקודות) מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך $A = [2, 1, n, \dots, 4, 3]$?

הערה: מדובר באלגוריתם מיון-מהיר המוצג בספר הלימוד.

שאלה 3

נגדיר מבנה נתונים S באופן הבא (נקרא לו **דו-ערמה**):

המבנה S מורכב משתי ערמות L ו- R ומתא נוסף w . L היא ערמת מינימום ו- R היא ערמת מקסימום; כל ערמה מכילה n איברים; כל עלה ב- L קטן או שווה העלה המתאים ב- R (כלומר, $L[i] \leq R[i]$ לכל $\lfloor n/2 \rfloor < i \leq n$). נסמן ב- N את המספר הכולל של איברים ב- S ; אם N אי-זוגי, אחד האיברים של הדו-ערמה נשמר בתא w .

תארו פעולות מתאימות עבור הכנסת איבר, מחיקת המינימום ומחיקת המקסימום במבנה S . זמן הריצה הנדרש לכל אחת מהפעולות הינו $O(\lg n)$.

שאלה 4

נתונים עץ חיפוש בינרי T , x צומת כלשהו ב- T ו- y הבן הימני של x .

א' איך משתנה הסריקה התחילית של העץ T אחרי ביצוע הסיבוב $\text{LEFT-ROTATE}(T, x)$?

באלו תנאים נשארת הסריקה ללא שינוי?

ב' איך משתנה הסריקה הסופית של העץ T אחרי ביצוע הסיבוב $\text{LEFT-ROTATE}(T, x)$? באלו

תנאים נשארת הסריקה ללא שינוי?

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים במבנה):

$\text{INSERT}(S, k)$: הכנסת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{DELETE}(S, p)$: מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{DEL-OLD}(S, t)$: מחיקת האיבר ה- t הוותיק ביותר ($1 \leq t \leq n$) מהמבנה S ; זמן הריצה $O(\lg n)$;

$\text{MAX-FREQ}(S)$: החזרת המפתח השכיח ביותר שבמבנה S ; זמן הריצה $O(1)$;

$\text{MIDTIME}(S)$: החזרת המפתח בעל זמן ההכנסה שהוא החציון של זמני ההכנסה של כל

האיברים; זמן הריצה: $O(1)$.

הערה: המבנה S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.

בהצלחה!