מטלת מחשב (ממ"ח) 01

הקורס: **20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב**

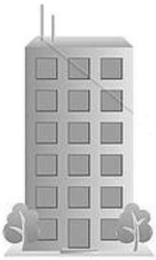
חומר הלימוד למטלה: פרקים 1 ו- 2

קומבינטוריקה ; חישובי הסתברויות קומבינטוריים

מספר השאלות: 20 **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: 2018 א **מועד אחרון להגשה:** 12.11.2017

שלחו את התשובות לממ"ח באמצעות מערכת שאילתא בכתובת www.openu.ac.il/sheilta



שאלות 1-4 מתייחסות לבעיה הבאה:

בבניין 8 קומות ובכל קומה 4 דירות : צפונית, דרומית, מערבית ומזרחית.
בוחרים ועד-בית, הכולל יו"ר, גזבר ו- 2 נציגים נוספים שאינם בעלי תפקידים מוגדרים.
בסך-הכל בוחרים 4 חברי-ועד מ- 4 דירות שונות (מתוך 32 הדירות בבניין),
כאשר ההנחה היא שבכל דירה קיים אדם אחד (בדיוק) שאפשר לבוחרו לוועד וכי הוא מתאים לכל תפקיד.

<u>שאלה 1</u>

מהו מספר הבחירות השונות האפשריות?

א. $\binom{32}{4}\cdot 4!$ ב. $\binom{32}{4}\cdot 2!$ ג. $\binom{32}{2}\binom{30}{2}\cdot 4!$ ד. $\binom{32}{2}\binom{30}{2}\cdot 2!$

<u>שאלה 2</u>

בכמה בחירות שונות לפחות אחד מ- 2 הנציגים הנוספים (שאינם בעלי תפקידים)
הוא דייר של דירה צפונית?

א. $8\cdot\binom{31}{3}\cdot 3!$ ב. $\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 31\cdot\binom{30}{2}\cdot 2!$ ג. $\left[\binom{32}{2}-\binom{24}{2}\right]\cdot\binom{30}{2}\cdot 2!$ ד. $\left[\binom{32}{2}-\binom{24}{2}\right]\cdot\binom{30}{2}\cdot 4!$

<u>שאלה 3</u>

בכמה בחירות שונות היו"ר ובדיוק אחד מהנציגים הנוספים הם מאותה הקומה?

א. $32\cdot 3\cdot 28\cdot 29$ ב. $32\cdot 3\cdot 28\cdot 27$ ג. $32\cdot 3\cdot\binom{28}{2}$ ד. $32\cdot 3\cdot 28\cdot 24$

<u>שאלה 4</u>

בכמה בחירות שונות היו"ר הוא דייר של אחת מִקומות 6-8 והגזבר הוא דייר של אחת מִקומות 4-6?

א. $128\cdot\binom{30}{2}$ ב. $132\cdot\binom{30}{2}$ ג. $140\cdot\binom{30}{2}$ ד. $144\cdot\binom{30}{2}$

שאלות 5-7 מתייחסות לבעיה הבאה:

חוקר פרפרים מחליט לצוד 8 פרפרים לצורך מחקרו.

לשם כך, הוא יוצא לצוד פרפרים באיזור המאוכלס ב- 4 סוגים שונים של פרפרים.

פרפרים מאחד הסוגים (ורק מסוג זה) הם ירוקים.

הוא צד פרפר אחר פרפר, עד שברשותו 8 פרפרים.

כל פרפר שניצוד יכול להיות מכל אחד מ- 4 הסוגים בהסתברויות שוות.

<u>שאלה 5</u>

מהי ההסתברות ששמונת הפרפרים יהיו **בדיוק משני סוגים**? (לא פחות ולא יותר)

א. $\dfrac{12\cdot(2^8-2)}{4^8}$ ב. $\dfrac{6\cdot(2^8-2)}{4^8}$ ג. $\dfrac{2^8-4}{4^8}$ ד. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^8$

<u>שאלה 6</u>

מהי ההסתברות שבין שמונת הפרפרים הניצודים יהיה לפחות אחד ירוק?

א. $\dfrac{1\cdot 4^7}{4^8}$ ב. $\dfrac{8\cdot 4^7}{4^8}$ ג. $\dfrac{4^8-3^8}{4^8}$ ד. $\dfrac{4^7-3^7}{4^8}$

<u>שאלה 7</u>

מהי ההסתברות שבין שמונת הפרפרים הניצודים יהיו בדיוק 3 ירוקים?

א. $\dfrac{13{,}608}{4^8}$ ב. $\dfrac{243}{4^8}$ ג. $\dfrac{57{,}344}{4^8}$ ד. $\dfrac{1{,}024}{4^8}$

שאלות 8-13 מתייחסות לבעיה הבאה:

נתונה קבוצה של 20 ילדים – 10 בנים ו- 10 בנות.

מחלקים לילדים באקראי 20 כובעים צבעוניים – 10 אדומים, 5 כחולים ו- 5 ירוקים.

כל אחד מהילדים מקבל כובע אחד, ואין הבדל בין כובעים <u>מאותו</u> הצבע.

<u>שאלה 8</u>

כמה אפשרויות חלוקה קיימות?

א. $\dfrac{20!}{10!\cdot 5!\cdot 5!}$ ב. $\dfrac{20!}{10!\cdot 5!}$ ג. $\dfrac{20!}{10!\cdot 5!\cdot 5!}\cdot(10!)^2$ ד. $\dfrac{20!}{10!}\cdot\dfrac{10!}{5!}$

<u>שאלה 9</u>

מהי ההסתברות שכל הכובעים הכחולים יינתנו לְבָנִים?

א. $\dfrac{15!\cdot 10!}{20!\cdot 5!\cdot 5!}$ ב. $\dfrac{15!}{20!}$ ג. $\dfrac{15!\cdot 10!}{20!\cdot 5!}$ ד. $\dfrac{5!\cdot 10!\cdot 5}{20!}$

שאלה 10

מהי ההסתברות שלפחות בן אחד ולפחות בת אחת יקבלו כובעים אדומים?

א. $1-2\cdot\frac{10!}{20!}$ ב. $1-2\cdot\frac{10!\cdot10!}{20!}$ ג. $\frac{10^2\cdot8!\cdot5!\cdot5!}{18!}$ ד. $\frac{10^2\cdot18!\cdot10!}{20!\cdot8!}$

שאלה 11

לאחר שמחלקים לילדים את הכובעים, הם מסתדרים באופן אקראי בשורה.
מהי ההסתברות שכל הילדים שקיבלו כובעים ירוקים יעמדו במחצית השמאלית של השורה?
(כלומר, במקומות 1- 10)?

א. $\frac{5!}{10!}$ ב. $\frac{5!\cdot5!\cdot10!}{20!}$ ג. $\frac{5!\cdot15!}{10!\cdot10!}$ ד. $\frac{10!\cdot15!}{5!\cdot20!}$

שאלה 12

לאחר שמחלקים לילדים את הכובעים, הם מסתדרים באופן אקראי בשורה.
מהי ההסתברות שלא יהיו בשורה שני ילדים סמוכים שלשניהם כובעים ירוקים?

א. $\frac{89}{323}$ ב. $\frac{90}{323}$ ג. $\frac{91}{323}$ ד. $\frac{92}{323}$

שאלה 13

לוקחים את 20 הכובעים ומחלקים אותם באקראי ל-4 ערימות שוות-גודל.
מהי ההסתברות שתיווצר בדיוק ערימה אחת שאין בה בכלל כובעים כחולים?

א. 0.0242 ב. 0.0484 ג. 0.29025 ד. 0.5805

שאלות 14-17 מתייחסות לבעיה הבאה:

באכסניה 7 חדרים זוגיים.
לבעל האכסניה יש 14 מפתחות לחדרים – 2 מפתחות זהים לכל חדר.
בערב מגיעים לאכסניה 14 אורחים, 7 נשים ו-7 גברים, שהם 7 זוגות נשואים, כדי ללון בה. בעל האכסניה אינו יודע שמדובר ב-7 זוגות נשואים, ומחלק להם באקראי את 14 המפתחות – מפתח אחד לכל אורח.

שאלה 14

כמה חלוקות שונות יש במרחב המדגם?

א. $14!$ ב. $\frac{14!}{7!}$ ג. $\frac{14!}{2^7}$ ד. $\frac{14!}{2^7\cdot7!}$

שאלה 15

מהי ההסתברות שבדיוק ב- 5 זוגות האישה תקבל מפתח זהה לזה שקיבל בעלה?

א. 0.00031   ב. 0.00062   ג. 0.00093   ד. 0.00104

שאלה 16

מהי ההסתברות שבכל אחד מהחדרים יהיו גבר ואישה (כלומר, זוג מעורב אך לאו דווקא זוג נשוי)?

א. $\frac{2^7}{14!}$ ב. $\frac{7!\cdot 2^7}{14!}$ ג. $\frac{(7!)^2}{14!}$ ד. $\frac{(7!)^2\cdot 2^7}{14!}$

שאלה 17

מהי ההסתברות שבדיוק ב- 2 זוגות האישה תקבל מפתח זהה לזה שקיבל בעלה?

א. 0.085   ב. 0.042   ג. 0.014   ד. 0.007

שאלות 18-20 מתייחסות לבעיה הבאה:

נתונים 6 ספלים בגדלים שונים ו- 6 תחתיות שונות המתאימות לספלים אלו.

כל תחתית מתאימה בדיוק לאחד מ- 6 הספלים.

מניחים באקראי את הספלים על התחתיות (ספל אחד על כל תחתית).

שאלה 18

מהי ההסתברות ששני הספלים הקטנים ביותר יונחו על התחתיות המתאימות להם?

א. $\frac{15}{30}$ ב. $\frac{11}{30}$ ג. $\frac{2}{30}$ ד. $\frac{1}{30}$

שאלה 19

מהי ההסתברות ששלושת הספלים הקטנים ביותר יונחו על שלוש התחתיות המתאימות לספלים הגדולים ביותר?

א. $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{1}{20}$ ג. $\frac{1}{40}$ ד. $\frac{1}{120}$

שאלה 20

מהי ההסתברות שבדיוק ספל אחד יונח על התחתית המתאימה לו?

א. $\frac{25}{30}$ ב. $\frac{11}{30}$ ג. $\frac{6}{30}$ ד. $\frac{5}{30}$

מטלת מנחה (ממ״ן) 11

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 2 ו- 3

דיאגרמת ון וטענות הסתברות בסיסיות; הסתברות מותנית ואי-תלות

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: 2018 א **מועד אחרון להגשה:** 26.11.2017

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

הסבר מפורט ב״נוהל הגשת מטלות מנחה״

שאלה 1 (20 נקודות)

תהליך ייצור של רכיב מסוים מורכב משלושה שלבים, שבכל אחד מהם הוא עלול להיפגם.
הפגם הנוצר בכל שלב אופייני רק לאותו שלב.
אין דרך לבחון את הפגמים במהלך הייצור, אלא רק בסופו.
נניח שידוע כי –

ההסתברות שהרכיב לא ייפגם בשלב השלישי היא 0.8 ;
ההסתברות שהרכיב ייפגם רק בשלבים הראשון והשני היא 0.06 ;
הסתברות שהרכיב ייפגם בשלב הראשון ובשלב השלישי היא 0.15 ;
ההסתברות שהרכיב ייפגם בדיוק בשני שלבים היא 0.15 ;
אם הרכיב נפגם בשלב השלישי, ההסתברות שלא ייפגם בשלבים האחרים היא 0.05 ;
אם הרכיב לא נפגם בשלב השלישי, ההסתברות שלא ייפגם גם בשלבים האחרים היא 0.9 ;
ואם הרכיב נפגם בשלב השני, אז בהכרח הוא ייפגם לפחות בשלב נוסף אחד.

(12 נק׳) א. הגדר בדיוק 3 מאורעות המתאימים לבעיה ופרט באמצעותם את רשימת הנתונים שלעיל.
צייר דיאגרמת ון מתאימה למאורעות שהגדרת, ורשום בה את כל ההסתברויות המתאימות לשטחים החלקיים שנוצרים בה. (במידת האפשר וביחס לנתוני הבעיה.)
הסבר באמצעות טענות הסתברות את דרך החישוב של ההסתברויות הרשומות בדיאגרמה, וְוַדא שסכומן הוא 1.

(2 נק׳) ב. מהי ההסתברות שיהיו ברכיב מקרי כל שלושת הפגמים האפשריים?

(2 נק׳) ג. מהי ההסתברות שרכיב מקרי ייפגם בשלב הראשון או בשלב השני?

(2 נק׳) ד. מהי ההסתברות שרכיב מקרי ייפגם בשלב השני, אם ידוע שלא נפגם בשלב הראשון?

(2 נק׳) ה. אם ידוע שרכיב מקרי לא נפגם לפחות באחד מהשלבים, מהי ההסתברות שנפגם בשלב הראשון?

שאלה 2 (24 נקודות)

נתונה קבוצה של n אנשים וביניהם איתמר.
כל אחד מחברי הקבוצה בוחר כדור אחד.
הצבע של כל כדור שנבחר הוא אדום בהסתברות p $(0 < p < 1)$, ואחרת – שחור בהסתברות $1 - p$.
אין תלות בין הבחירות של האנשים בקבוצה.

לאחר שכל אחד מחברי הקבוצה בוחר כדור, בוחרים באקראי אחד מבין האנשים **שבחרו בכדור אדום**.
אם אף אחד מחברי הקבוצה לא בחר בכדור אדום, בוחרים באקראי אחד מבין n האנשים בקבוצה.

(8 נק׳) א. ידוע שבדיוק 4 מאנשי הקבוצה בחרו בכדור אדום.
מהי ההסתברות שאיתמר בחר בכדור אדום?

ב. נגדיר את המאורעות: A = איתמר הוא חבר הקבוצה שנבחר;
B = איתמר בחר בכדור אדום.

(8 נק׳) 1. הוכח כי: $P(A|B) = \dfrac{1-(1-p)^n}{np}$.

(8 נק׳) 2. השתמש בתוצאה המובאת בסעיף ב1, כדי להוכיח כי: $P(A) = \dfrac{1}{n}$.
נמק את כל צעדי החישוב.

שאלה 3 (24 נקודות)

חברת חטיפים מכניסה מדבקה אחת, לכל אריזה של חטיפים שהיא מייצרת.
קיימים 10 סוגים אפשריים של מדבקות, ובכל אריזה יש סיכויים שווים למצוא כל סוג של מדבקה.
אין תלות בין סוגי-מדבקות שמוכנסים לאריזות שונות.

(8 נק׳) א. ידוע שב- 20 אריזות כלשהן יש 2 מדבקות מכל אחד מ-10 הסוגים.
מהי ההסתברות לחלק באקראי את 20 האריזות הללו לשתי קבוצות שוות-גודל,
כך שבכל קבוצה יהיו כל 10 סוגי המדבקות?

(8 נק׳) ב. יובל קנה 10 אריזות של חטיפים. נגדיר את המאורעות הבאים:
A = באריזות שיובל קנה יש לפחות 8 סוגים של מדבקות;
B = באריזות שיובל קנה יש בדיוק 3 מדבקות מסוג X;
C = באריזות שיובל קנה יש בדיוק 2 מדבקות מסוג Y ובדיוק 2 מדבקות מסוג Z.
חשב את $P(A \cup B \mid C)$.

(8 נק׳) ג. האם המאורעות B ו- C בלתי-תלויים בתנאי A?

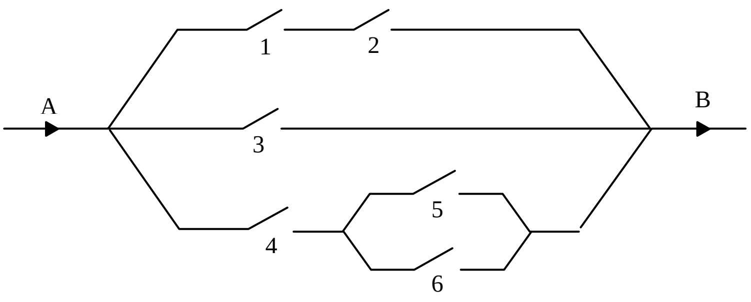
הערה: אפשר לקבוע את התשובה גם מבלי לחשב באופן מדויק את כל ההסתברויות בתנאי אי-התלות. מספיק הסבר מילולי, אך מנומק.

שאלה 4 (32 נקודות)

במעגל שלהלן, כל אחד מן המתגים 1, 2, 5 ו- 6 סגור בהסתברות 0.7 ;

וכל אחד מן המתגים 3 ו- 4 סגור בהסתברות 0.8.

כל מתג פועל באופן בלתי-תלוי באחרים וכשמתג סגור עובר בו זרם.



(8 נק׳) א. מהי ההסתברות שיעבור זרם מ-A ל-B?

(8 נק׳) ב. אם עובר זרם מ-A ל-B, מהי ההסתברות שמתג 4 סגור?

(8 נק׳) ג. אם עובר זרם מ-A ל-B, מהי ההסתברות שמתג 3 סגור?

(8 נק׳) ד. אם מתגים 1 ו- 3 פתוחים וגם לפחות אחד ממתגים 5 ו- 6 פתוח, מהי ההסתברות שיעבור זרם מ-A ל-B?

מטלת מחשב (ממ"ח) 02

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 4

מספר השאלות: 20 **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: 2018 א **מועד אחרון להגשה:** 10.12.2017

שלחו את התשובות לממ"ח באמצעות מערכת שאילתא בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

שאלות 1-3 מתייחסות לבעיה הבאה:

מטילים קובייה תקינה 60 פעמים.

יהי X משתנה מקרי המוגדר על-ידי מספר התוצאות **הזוגיות** שהתקבלו ב- 60 ההטלות.

<u>שאלה 1</u>

מהי ההסתברות המדויקת ש- $X > 30$?

א. 0.449 ב. 0.5 ג. 0.549 ד. 0.897

<u>שאלה 2</u>

יהי Y המשתנה המקרי המוגדר על-ידי מספר התוצאות **האי-זוגיות** שהתקבלו באותן 60 ההטלות.

מהי $P\{X^2 + Y^2 = 1{,}872\}$?

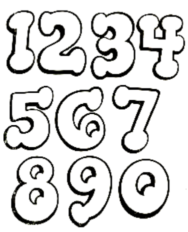
א. 0.0313 ב. 0.0625 ג. 0.0993 ד. 0.1030

<u>שאלה 3</u>

איזה מהביטויים הבאים נכון?

א. $\mathrm{Var}(Y) = \mathrm{Var}(X)$ ב. $\mathrm{Var}(Y) < \mathrm{Var}(X)$ ג. $\mathrm{Var}(Y) = -\mathrm{Var}(X)$ ד. $\mathrm{Var}(Y) = 60 - \mathrm{Var}(X)$

שאלות 4-6 מתייחסות לבעיה הבאה:



לחמישה שחקנים, המסומנים בספרות 1 עד 5, מחלקים באקראי חמישה מספרים שונים. (אין חשיבות למספרים המסוימים שהם מקבלים, אלא רק לכך שהם שונים זה מזה).

בכל שלב של המשחק, שניים מהשחקנים משווים את המספרים שבידיהם, ובעל המספר הגדול יותר הוא המנצח. תחילה משווים השחקנים 1 ו- 2 את מספריהם; אחר-כך המנצח משווה את מספרו לזה של שחקן 3, וכן הלאה.

יהי X מספר הפעמים ששחקן 1 מנצח.

<u>שאלה 4</u>

מהי $P\{X=1\}$?

א. $\frac{1}{2}$ ב. $\frac{1}{4}$ ג. $\frac{1}{6}$ ד. $\frac{1}{8}$

<u>שאלה 5</u>

מהי $P\{X=3\}$?

א. $\frac{1}{2}$ ב. $\frac{1}{8}$ ג. $\frac{1}{20}$ ד. $\frac{1}{30}$

<u>שאלה 6</u>

מהי סטיית-התקן של X ?

א. 1.28 ב. 1.58 ג. 2.50 ד. 4.15

שאלות 7-8 מתייחסות לבעיה הבאה:

שני שחקנים, A ו-B, משחקים משחק של הטלת מטבעות.

ברשות כל אחד מהם מטבע, שההסתברות לקבל בו **H** היא p $(0<p<1)$.

השחקנים מטילים שוב ושוב ו<u>בו-זמנית</u> את שני המטבעות שברשותם (כל אחד את המטבע שלו), עד לפעם הראשונה שבה הם מקבלים תוצאות שונות.

<u>שאלה 7</u>

מהי שונות מספר השלבים במשחק?

א. $\frac{1-p(1-p)}{p^2(1-p)^2}$ ב. $\frac{1-2p(1-p)}{4p^2(1-p)^2}$ ג. $\frac{1-p^2-(1-p)^2}{[p^2+(1-p)^2]^2}$ ד. $\frac{1-p^2}{p^4}$

<u>שאלה 8</u>

נניח שהמשחק הסתיים לאחר 5 שלבים בדיוק.

מהי הסתברות שבמהלך המשחק היו בדיוק 2 שלבים שבהם התוצאה היתה (H,H),

כלומר, ששני השחקנים קיבלו בו-זמנית את התוצאה H?

א. $\frac{6p^4(1-p)^4}{[p^2+(1-p)^2]^4}$ ב. $12p^5(1-p)^5$ ג. $10p^4(1-p^2)^3$ ד. $\frac{5p^3(1-p^2)^3}{[p^2+(1-p)^2]^4(1-p)}$

שאלות 9-10 מתייחסות לבעיה הבאה:

נתון לוח ריבועי, שעליו מצוירות 64 משבצות זהות בגודלן,

המסודרות במבנה של 8 שורות ו- 8 עמודות.

נתונות גם 64 דסקיות, ש- 34 מהן לבנות והשאר שחורות.

מפזרים באקראי את הדסקיות על הלוח. דסקית אחת על כל משבצת.

<u>שאלה 9</u>

מהי ההסתברות שב- 3 השורות העליונות של הלוח תהיינה בדיוק 11 דסקיות שחורות?

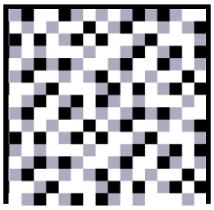
א. 0.1609 ב. 0.2022 ג. 0.2449 ד. 0.2820

<u>שאלה 10</u>

מהי שונות מספר הדסקיות השחורות שימוקמו ב- 3 השורות העליונות של הלוח?

א. 3.795 ב. 5.977 ג. 11.25 ד. 14.941

<u>שאלה 11</u>

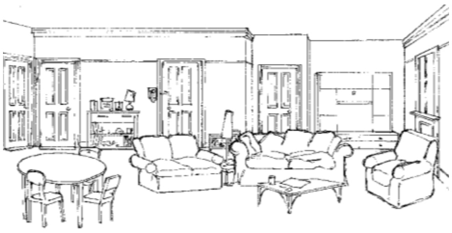


נתון לוח משבצות <u>אחר</u> שגודלו 100×100 .

בלוח זה כל משבצת נצבעת בצבע לבן בהסתברות 0.995, ואחרת בצבע שחור.

חשב **קירוב** להסתברות שיהיו בלוח בדיוק 54 משבצות שחורות.

א. 0.0464 ב. 0.0484 ג. 0.0542 ד. 0.0563



שאלות 12-14 מתייחסות לבעיה הבאה:

אדם נכנס לחדר שהוחבאו בו X חפצים,

כאשר X הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר $\lambda = 8$.

<u>שאלה 12</u>

מהי ההסתברות שבחדר הוחבאו 7 חפצים?

א. 0.1258 ב. 0.1304 ג. 0.1396 ד. 0.1490

<u>שאלה 13</u>

אם ידוע שבחדר הוחבאו לפחות 3 חפצים, מהי ההסתברות שהוחבאו בו 7 חפצים?

א. 0.0573 ב. 0.0996 ג. 0.1415 ד. 0.1923

<u>שאלה 14</u>

ידוע שאם מחביאים בחדר בדיוק $X = i$ חפצים $(i = 0,1,\ldots)$, ההסתברות שאדם, שייכנס לחדר ויחפש אותם, ימצא **לפחות** אחד מהם היא $\frac{i}{i+1}$.

מהי ההסתברות שאדם הנכנס לחדר, ומחפש את החפצים שהוחבאו בו, ימצא לפחות חפץ אחד?

א. $\frac{i^2}{i+1}$ ב. $\frac{i}{i(i+1)}$ ג. $1-\frac{1}{8}$ ד. $1-\frac{1-e^{-8}}{8}$

שאלות 15-20 מתייחסות לבעיה הבאה:

ארבעה חברים – אבנר, ברק גד ודן – מטילים בזה אחר זה ובסדר זה מטבע, שההסתברות לקבל בו H היא ⅓. כל אחד משלושת החברים הראשונים (כלומר, אבנר, ברק וגד) מטיל בתורו את המטבע עד שלראשונה הוא מקבל H, ואילו דן מטיל את המטבע עד שלראשונה הוא מקבל T.

<u>שאלה 15</u>

מהי ההסתברות שאבנר יטיל את המטבע שלו לפחות 8 פעמים?

א. 0.0130 ב. 0.0195 ג. 0.0390 ד. 0.0585

<u>שאלה 16</u>

מהי ההסתברות שמספר ההטלות הכולל של אבנר, ברק וגד יהיה שווה בדיוק ל- 7?

א. 0.0073 ב. 0.0658 ג. 0.1097 ד. 0.2560

<u>שאלה 17</u>

מהי ההסתברות שאבנר יטיל את המטבע מספר זוגי של פעמים?

א. $\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{2i-1}$ ב. $\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{2i}$ ג. $\frac{1}{2}$ ד. $\frac{2}{5}$

<u>שאלה 18</u>

אם מספר ההטלות הכולל של אבנר, ברק וגד הוא מספר זוגי,
מהי ההסתברות שמספר ההטלות של אבנר זוגי?

א. 0.208 ב. 0.419 ג. 0.500 ד. 0.560

<u>שאלה 19</u>

אם W הוא המספר הכולל של ה-H-ים שהתקבלו בהטלות שביצעו ארבעת החברים.
מהי $P\{W=i\}$, לכל $i=3,4,\ldots$?

א. $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{i-3}$ ב. $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{i-2}$ ג. $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{i-1}$ ד. $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{i}$

<u>שאלה 20</u>

אם W הוא המספר הכולל של ה-H-ים שהתקבלו בהטלות שביצעו ארבעת החברים.
מהי השונות של W ?

א. 0.75 ב. 1.5 ג. 2.75 ד. 6

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 5

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: 2018 א **מועד אחרון להגשה:** 24.12.2017

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

אהרון צריך לבצע משימה, ועומדות בפניו שתי דרכים לבצע אותה: דרך A ודרך B.

אם ינקוט בדרך A – התפלגות זמן הביצוע של המשימה (בימים) תהיה מעריכית עם הפרמטר λ_1 ;

ואם ינקוט בדרך B – התפלגות זמן הביצוע של המשימה (בימים) תהיה מעריכית עם הפרמטר λ_2 .

ההסתברות שאהרון ינקוט בדרך A היא 0.4; אחרת, ינקוט בדרך B.

יהיו: X_1 = זמן ביצוע המשימה (בימים) בדרך A;

X_2 = זמן ביצוע המשימה (בימים) בדרך B;

Y = זמן ביצוע המשימה (בימים) על-ידי **אהרון**.

(8 נק') א. מהי ההסתברות שזמן הביצוע של המשימה על-ידי אהרון יהיה ארוך מיומיים?

(8 נק') ב. מהי פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי Y?

(14 נק') ג. הוכח או הפרך כל אחת משתי הטענות שלהלן:

1. $E[Y] = 0.4E[X_1] + 0.6E[X_2]$

2. $\text{Var}(Y) = 0.4\,\text{Var}(X_1) + 0.6\,\text{Var}(X_2)$

שאלה 2 (28 נקודות)

נתונה פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי X: $f_X(x) = \dfrac{4k^4}{x^5} \quad , \quad x \ge 1$

(7 נק') א. מצא את ערכו של k .

(7 נק') ב. חשב את התוחלת של X .

(7 נק') ג. מצא את פונקציית ההתפלגות המצטברת של X ורשום אותה באופן מדויק.

(7 נק') ד. חשב את $E[2X^3 - 4]$.

שאלה 3 (14 נקודות)

נתונה פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי Y : $\quad y>1 \quad , \quad f_Y(y)=k\cdot e^{-4(y-1)}$

(7 נק׳) א. ללא חישוב – קבע את ערכו של k . נמק את תשובתך.

(7 נק׳) ב. חשב את התוחלת של Y.

שאלה 4 (28 נקודות)

מכונה מייצרת חישוקי פלסטיק שקוטרם אינו קבוע.

ידוע שהתפלגות קוטר החישוק (בס״מ) היא נורמלית עם שונות השווה ל- 1.21 ס״מ^2.

(7 נק׳) א. אם הקוטר של חישוק מקרי, שהמכונה מייצרת, גדול מ- 31.111 ס״מ בהסתברות 0.1562, מהי התוחלת של התפלגות הקוטר?

(7 נק׳) ב. מהי ההסתברות שהקוטר של חישוק מקרי יהיה גדול מ- 29.2 ס״מ?

(7 נק׳) ג. נניח שדרוש חישוק שקוטרו בין 30.8 ס״מ ל- 31.2 ס״מ.
מהי ההסתברות שיצטרכו למדוד בדיוק 10 חישוקים עד שימצאו את החישוק המתאים?

(7 נק׳) ד. נניח שבוחרים 6 חישוקים שקוטרם גדול מ- 30.5 ס״מ.
מהי ההסתברות שיהיו ביניהם לפחות שני חישוקים שקוטרם בין 30.8 ס״מ ל- 31.2 ס״מ?

הערה: בכל סעיפי השאלה החישובים צריכים להיות **מדויקים**, עד כמה שאפשר.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 6

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: 2018 א **מועד אחרון להגשה:** 7.1.2018

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (28 נקודות)

יותם משתתף בתחרות שנמשכת 4 ימים.

בכל יום של התחרות עליו להצליח לעבור מכשול מסוים (תמיד אותו מכשול). בכל יום יותם מנסה לעבור את המכשול שוב ושוב עד שהוא מצליח בפעם הראשונה. מספרו הסידורי של הניסיון שבו הוא מצליח לעבור את המכשול בפעם הראשונה נרשם כתוצאה היומית שלו. **ככל שמספר הנסיונות קטן יותר**, **התוצאה נחשבת טובה יותר**. כמו כן, נניח כי בכל אחד מנסיונותיו לעבור את המכשול הוא מצליח בהסתברות 0.3, וכל הנסיונות במשך התחרות בלתי-תלויים זה בזה.

נסמן ב- Y את התוצאה הטובה ביותר שיותם משיג בארבעת ימי התחרות.

(7 נק') א. חשב את $P\{Y \le i\}$ לכל $i = 1,2,...$.

(7 נק') ב. חשב את $P\{Y = 4\}$. העזר בתוצאת סעיף א.

(7 נק') ג. מהי ההסתברות, שבארבעת ימי התחרות, יותם ישיג פעמיים את התוצאה 1 ופעמיים את התוצאה 3?

(7 נק') ד. נניח שיותם משיג ארבע תוצאות שונות בארבעת ימי-התחרות.
מהי ההסתברות שהתוצאה הטובה ביותר התקבלה ביום התחרות השני והגרועה ביותר ביום השלישי?

שאלה 2 (21 נקודות)

מטילים שתי קוביות תקינות.

יהיו: X = תוצאת ההטלה בקובייה הראשונה ;
Y = תוצאת ההטלה בקובייה השנייה.

(7 נק') א. נגדיר שני מאורעות כדלקמן: $A = \{X < Y\}$ ו- $B = \{|X - Y| \le 2\}$.
חשב את $P(A)$ ואת $P(B)$.

(7 נק') ב. מצא את פונקציית ההסתברות המותנית של X בהינתן שהמאורע A מתרחש.

(7 נק') ג. מצא את פונקציית ההסתברות המותנית של $|X - Y|$ בהינתן שהמאורע B מתרחש.

שאלה 3 (31 נקודות)

מטילים מטבע תקין 50 פעמים.

יהיו X = מספר ה-H שהתקבלו ב-50 הטלות המטבע;

Y = מספר ה-H שהתקבלו ב-20 ההטלות <u>הראשונות</u> של המטבע.

(7 נק׳) א. מצא את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו-Y.

(7 נק׳) ב. מצא את פונקציית ההסתברות המותנית של X בהינתן $Y = j$, לכל $j = 0,1,\ldots,20$.
מה הקשר בין פונקציית ההסתברות שהתקבלה להתפלגות הבינומית?

(7 נק׳) ג. מצא את פונקציית ההסתברות המותנית של Y בהינתן $X = i$, לכל $i = 0,1,\ldots,50$.
זהה את ההתפלגות המותנית שהתקבלה.

(5 נק׳) ד. האם המשתנים המקריים X ו-Y בלתי-תלויים זה בזה? נמק את תשובתך.

(5 נק׳) ה. חשב את $P\{X = Y\}$.

שאלה 4 (20 נקודות)

קלדנית מקלידה 40 עמודים, הממוספרים מ- 1 עד 40, בזה אחר זה ולפי סדר המספרים שעליהם.
התפלגות מספר טעויות-ההקלדה בכל עמוד היא פואסונית עם הפרמטר 1,
ואין תלות בין עמודים שונים שהקלדנית מקלידה.

(8 נק׳) א. מהי ההסתברות שהטעות השנייה של הקלדנית נמצאת בעמוד 6?
רמז: חשוב היכן יכולה להיות הטעות הראשונה.

(6 נק׳) ב. נניח שבשני העמודים הראשונים יש בדיוק 4 טעויות-הקלדה.
מהי ההסתברות שבעמוד הראשון יש בדיוק טעות אחת (מתוך ה- 4)?

(6 נק׳) ג. לאחר שהקלדנית מסיימת להקליד את 40 העמודים, היא קוראת את מה שהקלידה,
כדי למצוא טעויות. היא מוצאת כל טעות בהסתברות 0.8.
מהי שונות מספר הטעויות שהקלדנית מוצאת?

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 7

מספר השאלות: 5   **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: 2018 א   **מועד אחרון להגשה:** 29.1.2018

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (32 נקודות)

למשתנה המקרי X יש התפלגות **אחידה בדידה** בין הערך השלם x_1 לערך השלם x_{10} (כך ש- $x_{10} = x_1 + 9$ ו- $x_1 \geq 0$), ומתקיים $\sum_{i=1}^{10} x_i = 145$ ו- $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 2{,}185$.

למשתנה המקרי המותנה Y בהינתן $X = i$ יש התפלגות (מותנית) בינומית עם הפרמטרים i ו- ⅓ .

(8 נק׳) א. חשב את התוחלת של Y .

(8 נק׳) ב. חשב את השונות של Y .

(8 נק׳) ג. מה צפוי להיות הסימן של מקדם המתאם בין X ל- Y?
נמק את תשובתך, **ולא** באמצעות חישוב הערך של מקדם המתאם.

(8 נק׳) ד. חשב את השונות המשותפת של X ו- Y.

שאלה 2 (14 נקודות)

הפונקציה יוצרת המומנטים של המשתנה המקרי X קיימת לכל t ממשי ונתונה על-ידי:

$$M_X(t) = \left(\frac{1+e^{t-\theta}}{1+e^{-\theta}}\right)^{3n} \qquad , \qquad -\infty < \theta < \infty \;;\; n = 1,2,...$$

(7 נק׳) א. חשב את התוחלת של X .

(7 נק׳) ב. זהה את ההתפלגות של X .

שאלה 3 (16 נקודות)

חברת חטיפים מכניסה מדבקה אחת, לכל אריזה של חטיפים שהיא מייצרת.

קיימים 10 סוגים אפשריים של מדבקות,

ובכל אריזה, ההסתברות לקבל כל סוג של מדבקה (מתוך ה-10) היא 0.1.

אין תלות בין סוגי-מדבקות שמוכנסים לאריזות שונות.

(8 נק׳) ב. ארז מחליט לקנות אריזות של חטיפים, בזו אחר זו, עד שישיג את כל 10 סוגי המדבקות.
מהי תוחלת מספר האריזות שיקנה?

(8 נק׳) ג. אלון קנה 15 אריזות של חטיפים.
מהי תוחלת מספר סוגי המדבקות שיקבל ב- 15 האריזות שקנה?

שאלה 4 (20 נקודות)

מספר הקונים המגיעים ביום ראשון לסניף מסוים של סופרמרקט הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר 1,000.

הקונה ה-i-י, שמגיע ביום ראשון לסניף זה ממחזר X_i בקבוקים, לכל $i = 1,2,\ldots$, כאשר המשתנים המקריים X_i , מוגדרים על-ידי $X_i = Y_i - 1$, עבור Y_i-ים שהתפלגותם גיאומטרית עם הפרמטר 0.2.

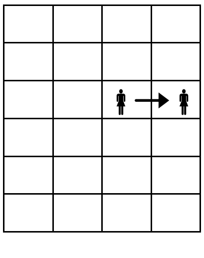
כמו כן, נניח שאין תלות בין מספר הבקבוקים שקונים שונים ממחזרים, וגם כי אין תלות בין מספר הקונים שמגיעים לסניף ביום ראשון למספר הבקבוקים שכל אחד מהם ממחזר.

(6 נק׳) א. חשב את תוחלת מספר הבקבוקים הממוחזרים ביום ראשון.

(6 נק׳) ב. חשב את שונות מספר הבקבוקים הממוחזרים ביום ראשון.

(8 נק׳) ג. מצא את הפונקציה יוצרת המומנטים של מספר הבקבוקים הממוחזרים ביום ראשון;
חשב באמצעות הפונקציה שמצאת את התוחלת של מספר הבקבוקים הממוחזרים ביום ראשון, והשווה את התוצאה שקיבלת לתוצאת סעיף א.
רמז: העזר בדוגמה 6׳ בספר הקורס.

שאלה 5 (18 נקודות)



קבוצה של 24 אנשים – 14 נשים ו-10 גברים מסתדרת באופן אקראי במבנה מלבני בן 6 שורות ו-4 טורים.

נסמן ב-X את מספר הנשים שבמקום הצמוד להן מצד ימין באותה השורה עומדת אישה נוספת.

(4 נק׳) א. 1. הגדר סדרה של **14** אינדיקטורים, שסכומם הוא X .
2. הגדר סדרה אחרת של **18** אינדיקטורים, שסכומם הוא X .

(6 נק׳) ב. חשב את התוחלת של X .

(8 נק׳) ג. חשב את השונות של X .