

תשובה 1

א: [3]

ב: [1]

ג: [1]

תשובה 2

א. לא, כי הוא לא סימטרי.

ב. כן.

ג. לא, כי הוא לא רפלקסיבי (וגם לא טרנזיטיבי).

ד. לא, כי הוא לא טרנזיטיבי (תנו דוגמא המראה שהוא לא).

תשובה 3

א. $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

ב. סטנדרטי. בהכלה והפרדה מתקבל

$$(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3) - 4 \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3) + 6 \cdot (4 \cdot 3) - 1 \cdot (4 \cdot 3) + 1$$

תשובה 4

א. $a_0 = 1$ (סדרה ריקה! נוח להיעזר ב- a_0 לסעיף ב)

$a_1 = 1$ (רק בלוק 2×1 עומד אפשרי)

$a_2 = 3$ בלוק של 2×2 , או שני בלוקים 2×1 עומדים, או שני בלוקים 2×1 שוכבים).

יחס נסיגה: נתבונן בריצוף באורך $n + 1$.

* אם הוא מסתיים בבלוק 2×1 עומד, אז

* אם הוא מסתיים בבלוק של 2×2 , אז לפני הבלוק הזה יכול לבוא כל ריצוף באורך $n - 1$, כלומר

* אם הוא מסתיים בבלוק 2×1 שוכב, אז בהכרח מדובר בשני בלוקים 2×1 שוכבים זה מעל זה. לפניהם יכול לבוא

$$\text{בסה"כ קיבלנו: } a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}$$

נבדוק שזה תואם את תנאי ההתחלה שרשמנו.

ב. המשוואה האפיינית: $\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$. פתרונותיה: $-1, 2$.

$$\text{לפיכך } a_n = A \cdot 2^n + B \cdot (-1)^n$$

בהצבת a_1, a_0 נקבל: $A + B = 1$, $2A - B = 1$.

מחיבור שתי משוואות אלה $3A = 2$, כלומר $A = 2/3$. מכאן $B = 1/3$.

$$\text{לפיכך } a_n = \frac{2}{3} \cdot 2^n + \frac{1}{3}(-1)^n = \frac{1}{3}(2^{n+1} + (-1)^n)$$

נבדוק את עצמנו עבור אחד האברים בסדרה...

תשובה 5

א. להתקדם בהדרגה מסכום לסכום...

ב. הסכומים השונים האפשריים הם: $2, 3, 4, 5, 6$.

מספר הצמתים מכל סוג הוא, בהתאמה: $1, 2, 3, 2, 1$.

הדרגות הן, בהתאמה: $2, 4, 4, 4, 2$.

$$\text{ג. } (1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 2) / 2 = 16$$

ד. כן: הגרף קשיר וכל הצמתים בעלי דרגה זוגית.