טענות בתורת הקבוצות

- **תת-קבוצה חלקית ממש** (אמיתית) – אם $A\subseteq B$ אבל $A\neq B$ אז $A\subset B$. (ע"מ 6)
- **כל קבוצה חלקית לעצמה**- $A\subseteq A$ (נובע מהגדרה, ע"מ 6) **ועבור כל קבוצה A כלשהי, מתקיים** $\emptyset\subseteq A$ (ע"מ 7).
- **מספר האיברים בקבוצת החזקה:** אם ב- A יש x איברים **אזי ב- P(A) יש 2^x איברים.** (שאלה 1.7 ע"מ 9)

- **תכונות האיחוד והקיבוץ:**
  - **תכונות האיחוד** (ע"מ 10) –
    - קומוטטיביות: $A\cup B = B\cup A$
    - אסוציאטיביות: $(A\cup B)\cup C = A\cup(B\cup C)$
    - אידמפוטנטיות: $A\cup A = A$
    - איחוד עם הקבוצה הריקה: $A\cup\emptyset = A$
    - כן מתקיים: $A\subseteq A\cup B$, $B\subseteq A\cup B$
  - **תכונות החיתוך:** (ע"מ 15)
    - קומוטטיביות: $A\cap B = B\cap A$
    - אסוציאטיביות: $(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$
    - אידמפוטנטיות: $A\cap A = A$
    - חיתוך עם הקבוצה הריקה: $A\cap\emptyset = \emptyset$
  - **טענה (שוויון בעזרת חיתוך ואיחוד)** $A\cap B=A\cap C$ **וגם** $A\cup B=A\cup C \Rightarrow B=C$ (ע"מ 20)
  - **חוקי הספיגה (אבסורבציה)** - $A\cup(A\cap B) = A$ $A\cap(A\cup B) = A$. (ע"מ 19)
  - **דיסטריביוטיביות** (ע"מ 18)
    - החיתוך מעל האיחוד - $A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C)$
    - האיחוד מעל החיתוך- $A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C)$
  - **תכונות ההפרש** (ע"מ 21) –
    $\emptyset-A=\emptyset$ $A-A=\emptyset$ $A-\emptyset=A$ $A-B=\emptyset \Leftrightarrow A\subseteq B$,
    $A-B=A \Leftrightarrow A\cap B=\emptyset$
  - **תכונות המשלים** (ע"מ 22)- U היא הקבוצה האוניברסלית
    $x\notin A \Leftrightarrow x\in A'$ $x\notin A' \Leftrightarrow x\in A$ $A\cap A'=\emptyset$; $A\cup A'=U$
    $\emptyset'=U$; $\emptyset=U'$ $(A')'=A$ $\mathbf{A-B=A\cap B'}$ (ע"מ 23)
  - **כללי דה מורגן:** (ע"מ 24) $(A\cup B)'=A'\cap B'$ $(A\cap B)'=A'\cup B'$.
  - שאלות בע"מ 24 - $A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)$ $A\cup(B-A)=A\cup B$ $A\cap(B-A)=\emptyset$

- **טענות הקשורות לקבוצות חלקיות:**
  - **שוויון דרך תת-קבוצות**– $A=B \Leftrightarrow A\subseteq B$ and $B\subseteq A$. (ע"מ 6)
    הוכחה: $A=B \Leftrightarrow (x\in A \Leftrightarrow x\in B) \Leftrightarrow A\subseteq B$ and $B\subseteq A$.
  - **טענת טרנזיטיביות של ההכלה** $A\subseteq B$ and $B\subseteq C \Rightarrow A\subseteq C$. (ע"מ 8 שאלה 1.6)
    הוכחה: נתון $A\subseteq B$, לכן אם $x\in A$ אז $x\in B$. נתון גם $B\subseteq C$, לכן מתקיים לאותו $x\in B$ גם $x\in C$. ומכאן נקבל $x\in A \Rightarrow x\in C$, כלומר $A\subseteq C$.
  - $A\cup B\subseteq C \Leftrightarrow B\subseteq C$ ו- $A\subseteq C$. (שאלה 1.9 ע"מ 11)
  - $A\cap B\subseteq A$ (ע"מ 15 שאלה 1.10א)
  - $C\subseteq A\cap B \Leftrightarrow C\subseteq B$ ו- $C\subseteq A$ (ע"מ 15 שאלה 1.10ב)
  - $A\cap B=A \Leftrightarrow A\subseteq B \Leftrightarrow A\cup B=B$ (ע"מ 16 שאלה 1.11ב)
  - **שאלה 1.16** ע"מ 19– $A\subseteq B$ and $C\subseteq D \Rightarrow A\cup C\subseteq B\cup D$
    וגם $A\subseteq B$ and $C\subseteq D \Rightarrow A\cap C\subseteq B\cap D$

❖ **איחוד קבוצות לכל משפחה של קבוצות** – האסוציאטיביות של איחוד הקבוצות מאפשרת לרשום איחוד של קבוצה כלשהי של קבוצות. לכל קבוצה ניתן אינדקס $i\in I$, וכדי לסמן קבוצה של קבוצות A נסמן: $\{A_i\}_{i\in I}$. כאשר i "עובר" על קבוצות האינדקסים הנתונה I.
איחוד קבוצות לכל משפחה של קבוצות מסמנים: $\bigcup_{i\in I} A_i$.
$x\in\bigcup_{i\in I} A_i$ אם ורק אם קיים $i_1\in I$ לפחות אחד, כך ש- $x\in A_{i_1}$. (הגדרה 1.6 ע"מ 12)

❖ **חיתוך קבוצות לכל משפחה קבוצות** – עבור קבוצת קבוצות $\{A_i\}_{i\in I}$, מסמנים ב- $\bigcap_{i\in I} A_i$ את הקבוצה המקיימת $x\in\bigcap_{i\in I} A_i$ אם ורק אם $x\in A_i$ עבור כל $i\in I$. אם אין איברים כאלה החיתוך הוא הקבוצה הריקה $\varnothing$.

❖ **קבוצות זרות** – אם $A\cap B=\varnothing$. (ע"מ 15)

❖ **קבוצה של קבוצות זרות** – קבוצה של קבוצות $\{A_i\}_{i\in I}$ נקראת קבוצה של קבוצות זרות (זו לזו) אם $A_{i_1}\cap A_{i_2}=\phi$ עבור כל $i_1,i_2\in I$. כלומר, אם כל שתי קבוצות מתוך אוסף הקבוצות הזה זרות זו לזו.

❖ **סכומי קבוצות -**
עבור 2 קבוצות **סופיות**: $|A\cup B| = |A| + |B| - |A\cap B|$
בפרט עבור **זרות** נקבל: $|A\cup B| = |A| + |B|$
עבור 3 קבוצות **סופיות** מתקיים:
$$|A\cup B\cup C| = |A| + |B| + |C| - |A\cap B| - |B\cap C| - |C\cap A| + |A\cap B\cap C|$$

❖ **ביטוי דואלי** – **העשרה** (ע"מ 25) –יהא נתון ביטוי באלגברת הקבוצות, נבצע בעת ובעונה אחת את ההחלפות הבאות:
כל סימן איחוד $\cup$ יוחלף בסימן חיתוך $\cap$ ולהפך, כל הופעה של U תוחלף בהופעה של $\varnothing$ ולהפך.
הביטוי המתקבל נקרא ביטוי דואלי לביטוי הנתון.

❖ **הפרש סימטרי** – (ע"מ 27) מגדירים את ההפרש הסימטרי של הקבוצות A ו- B ע"י:
$A\oplus B = (A-B)\cup(B-A)$. ההפרש הסימטרי מקיים את התכונות הבאות:

קומוטטיביות:	$A\oplus B = B\oplus A$
אסוציאטיביות:	$(A\oplus B)\oplus C = A\oplus(B\oplus C)$
הפרש סימטרי עם הקבוצה הריקה:	$A\oplus\varnothing = A$
הפרש סימטרי בין קבוצה לבין עצמה:	$A\oplus A = \varnothing$
כן מתקיים:	$A\cap(B\oplus C) = (A\cap B)\oplus(A\cap C)$, $A\oplus B\oplus(A\cap B) = A\cup B$.

הערות / טיפים:

- בקורס שלנו, קבוצת המספרים הטבעיים **N** כוללת את המספר 0.
- לשים לב בהוכחות שבהם יש התייחסות למשלים **לבחור קבוצה אוניברסלית מתאימה**. לדוג' "נבחר קבוצה אוניברסלית U המכילה את A וגם את B"
- כל טענה או מעבר שאינו הגדרה יש לנמק בקצרה, מספיק לרשום את התרגיל/ המשפט בספר שבו זה מופיע

טענות ברלציות*

❖ **הגדרות:**

מכפלה קרטזית - $A\times B = \{(a,b) \mid a\in A, b\in B\}$ (הגדרה 2.2)

רלציה בינארית – תת קבוצה של AXB. רלציה טרינארית – תת קבוצה של AXBXC

איבר ברלציה - $(a,b)\in R; aRb$

תחום – $Domain(R)=\{x\in A \mid there is\ y\in B\ so\ xRy\}$ (הגדרה 2.4) 🡐 $Domain(R)\subseteq A$

טווח - $Range(R)=\{y\in B \mid there is\ x\in A\ so\ xRy\}$ (הגדרה 2.5) 🡐 $Range(R)\subseteq B$

רלציה הופכית - $R^{-1}=\{(b,a) \mid (a,b)\in R\}$ או $bR^{-1}a=aRb$ (הגדרה 2.6)

המשלים ליחס - $R' = A\times A - R$

מכפלת רלציות - $RS=\{(a,c) \mid (thre is\ b\in B\ so\ aRb\ and\ bSc\}$. (הגדרה 2.7).

רלציה מעל קבוצה A - רלציה מ A ל A.

רלציית היחידה - $I_A=\{(a,a) \mid a\in A\}$. (הגדרה 2.9)

❖ **טענות (חזקות והיפוך):**

$\varnothing R=\varnothing\ ;\ R\varnothing=\varnothing$ (ישירות מהגדרה)

$I_A R=R\ ;\ RI_A=R$

$(R^{-1})^{-1}=R$ (שאלה 2.6)

$(RS)^{-1}=S^{-1}R^{-1}$. (שאלה 2.8)

$R^nR^m=R^{n+m}$

❖ **טענות (חיתוך, איחוד והכלה):**

$(R\bigcup S)^{-1}=R^{-1}\bigcup S^{-1};(R\bigcap S)^{-1}=R^{-1}\bigcap S^{-1};R\subseteq S\Leftrightarrow R^{-1}\subseteq S^{-1}$ (שאלה 2.6)

$R(S\bigcup T)=RS\bigcup RT$ (שאלה 2.10)

$R(S\bigcap T)=RS\bigcap RT$. (שאלה 2.10)

$R\subseteq S\Rightarrow RT\subseteq ST, VR\subseteq VS$. (שאלה 2.10)

❖ **טענות (תחום וטווח):**

$Domain(R^{-1})=Range(R)\ ;\ Range(R^{-1})=Domain(R)$ (שאלה 2.6)

$I_A\subseteq RR^{-1}\Leftrightarrow Domain(R)=A$. (שאלה 2.12)

$I_A=R^{-1}R\Leftrightarrow Range(R)=A$. (שאלה 2.12)

❖ **מכפלת רלציות היא אסוציאטיבית:** a(RS)Tb <=> aR(ST)b **(משפט 2.8)**

❖ **מספר האיברים** של מכפלות קרטזיות של קבוצות סופיות: $|A_1\times\ldots\times A_n|=|A_1|\cdot\ldots\cdot|A_n|$

בפרט |AXB|=|A|*|B|

❖ **כמות הרלציות השונות** מ- A ל B הוא $2^{|A||B|}$

טענה (ע"מ 47):

תהי R^m החזקה הקטנה ביותר של R, השווה לחזקה R^k של R שקודמת בסדרה $R,R^2,R^3\ldots$.
אזי כל חזקה של R הגבוהה מ R^m, שווה אף לחזקה קודמת של R ולכן מספר החזקות השונות של R הוא m-1. הטענה נכונה כל עוד מדובר ברלציה מעל קבוצה סופית.

*מכיל את כל החומר שנלמד בפרק פרט ל"סגור"

תכונות מיוחדות:

	הגדרה	תכונות
רפלקסיביות** (2.10)	$I_A \subseteq R$ **או** $a \in A \Rightarrow (a,a) \in R$	$R \subseteq R^2$ $R \subseteq R \subseteq R^3 \subseteq \ldots \subseteq R^n \subseteq \ldots$. (שאלה 2.18)
סימטריות* (2.10)	$R = R^{-1}$ **או** $aRb \Leftrightarrow bRa$ **או** SR=RS (מ2.12)	$R\bigcup R^{-1}$, $R\bigcap R^{-1}$ סימטריות (ש 2.23)
אנטי סימטריות* (2.13)	$aRb \text{ and } bRa \Rightarrow a = b$ **או** $R\bigcap R^{-1} \subseteq I_A$	
טרנזיטיביות** (2.14)	$aRb \text{ and } bRc \Rightarrow aRc$ **או** $(a,b),(b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$	$R^2 \subseteq R$ $R \supseteq R^2 \supseteq R^3 \supseteq \ldots \supseteq R^n \supseteq \ldots$. (ש 2.29)

*= שקילות
*= סדר חלקי

הפעולה / התכונה	איחוד $R \cup S$	חיתוך $R \cap S$	הופכי R^{-1}	כפל RS	חזקה $R^n\ (n \geq 1)$	הפרש $R - S$	משלים ל-$A \times A$ R'
רפלקסיביות	כן	כן	כן	כן	כן	לא	לא
סימטריות	כן	כן	כן	לא	כן	כן	כן
אנטיסימטריות	לא	כן	כן	לא	לא	כן	לא
טרנזיטיביות	לא	כן	כן	לא	כן	לא	לא

טענות (שאלה 2.31): (תכונות של רלציות מיוחדות)

הרלציה $A \times A$ היא: רפלקסיבית, סימטרית וטרנזיטיבית (**שקילות**)

הרלציה $\varnothing$ היא: סימטרית, אנטי-סימטרית וטרנזיטיבית (על ריק).

- כדאי להכיר גם את התכונות של I_A למרות שזה לא מופיע בספר (רפלקסיבית, סימטרית, אנטיסימטרית וטרנזיטיבית – עבור $|A| \geq 2$)

רלציית שקילות:

❖ **הגדרות:**

חלוקה של A (π_A)- קבוצת תת-קבוצות זרות זו לזו של קבוצה A, אשר איחודן הוא A
מחלקות/ בלוקים – כל אחת מתת הקבוצות הנ"ל
הרלציה R_π (מעל A) - $xR_\pi y \Leftrightarrow x, y\ are\ in\ the\ same\ block$.
רלציית שקילות (E)– אם היא רפלקסיבית, סימטרית וטרנזיטיבית
קבוצת המנה (A/E) – קבוצת מחלקות השקילות של רלציית שקילות E מעל A
האינדקס של E – מספר מחלקות השקילות של E (יכול להיות סופי / אינסופי) = |A/E|
עידון (π_2 הוא <u>עידון</u> של π_1)- כל בלוק של π_2 מוכל בבלוק של π_1.

❖ **משפטים:**

❖ R_π היא סימטרית, רפלקסיבית וטרנזיטיבית (ע"מ 60)
❖ **משפט (2.19):** תהא E רלציה מעל A המוגדרת כך $xEy \Leftrightarrow x\ and\ y\ are\ in\ the\ same\ block$. אזי E רלציית שקילות מעל A.
❖ **משפט (2.20):** שקילות E מעל קבוצה A משרה חלוקה של הקבוצות למחלקות שקילות. כל האיברים במחלקת אחת (או בבלוק אחד של החלוקה המתקבלת) נמצאים ביחס E זה עם זה, ואף אחד מהם אינו ביחס E עם איבר ממחלקה אחרת.
❖ **טענות (שאלה 2.40):** תהיינה E_1, E_2 שקילויות מעל A. אזי:
(א) $E_1 \cap E_2$ היא שקילות מעל A.
(ב) E_1E_2 שקילות מעל A אם ורק אם $E_1E_2 = E_2E_1$.
(ד) אם $E_1 \cup E_2$ היא שקילות אזי $E_1E_2 = E_2E_1 = E_1 \cup E_2$.
❖ **טענה (תשובה 2.46):** כל שקילות E מעל A מקיימת $I_A \subseteq E \subseteq A \times A$.

❖ **טענות בנושא עידון:**

(שאלה 2.45): π_2 היא עידון של π_1. אזי השקילויות המתאימות מקיימות $E_2 \subseteq E_1$.
ולהיפך, אם $E_2 \subseteq E_1$ אזי π_2 היא עידון של π_1.
טענות (שאלה 2.46): החלוקה התאימה לשקילות I_A היא עידון של כל חלוקה שהיא π.
ואילו כל חלוקה π היא עידון של החלוקה התאימה לשקילות $A \times A$.
טענה (שאלה 2.48): אם π_2 היא עידון של π_1 אזי $\pi_1\pi_2 = \pi_2$.
טענה (שאלה 2.49): יהיו E_1, E_2 השקילויות המתאימות ל π_1, π_2 בהתאמה. אזי $E_1 \cap E_2$ היא רלציית השקילות המתאימה ל $\pi_1\pi_2$.

רלציית מיוחדות:

❖ **הגדרות:**

פונקציה - רלציה שבה לכל איבר בתחום מתאים איבר אחד ויחיד בטווח $aRb_1 \ and \ aRb_2 \Rightarrow b_1 = b_2$.

פונקציה חלקית – תחומה חלקי ממש ל-A

פונקציה על – אם טווח הפונקציה הוא כל B. (לכל איבר בטווח מגיע לפחות חץ אחד בדיגרף)

פונקציה חח״ע – לכל איבר תמונה שונה. לכל $a_1, a_2 \in A$ מתקיים $f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$

או $a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$

פונקציה הופכית (φ^{-1}) – $\varphi(\mathrm{b}) = \mathrm{a} \Leftrightarrow a \in \varphi^{-1}(b)$

פונקציית הזהות – לכל $a \in A$ מתקיים $\varphi(a) = a$

מכפלת פונקציות- $\varphi\psi(a) = \psi(\varphi(a))$ (דורשים $\varphi: A \to B$ ו $\psi: B \to C$)

פונקציה של תת קבוצה של התחום- $\varphi(\mathrm{A}_1) = \{\varphi(\mathrm{a}) | \mathrm{a} \in \mathrm{A}_1\}$ ו- $R(A_1) = \{b | (a,b) \in R, a \in A_1\}$

התאמה – פונקציה חח״ע ועל (״התאמה חח״ע בין A ל B״)

תמורה – פונקציה חח״ע מ-A על-A

העתק טבעי – כל פונקציה משרה חלוקה לרכיבי שקילות. הרלציה המתאימה היא $E = ff^{-1}$ (ע 84)

פונקצייה אופיינית- $f_A = \begin{cases} 1 & if \ x \in A \\ 0 & if \ x \in U - A \end{cases}$ (למי שלמד אינפי, זה מזכיר את פונ׳ דיריכלה)

טענה(שאלה 3.3): **שיוויון עוצמות**

אם A ו B הן קבוצות סופיות, וקיים העתק (פונקציה) חד-חד-ערכי של A על B אז |A|=|B|;
ולהיפך, אם |A|=|B| אזי אפשר לקבוע התאמה חד-חד-ערכית בין A ל B.

טענה (שאלה 3.7): **תכונות של מכפלת פונקציות**

מכפלת פונקציות היא פונקציה. כמו כן כפל פונקציות הוא **אסוציאטיבי**. אם 2 פונקציות הן על אז גם מכפלתם היא על ואם שתיהן חח״ע אז גם מכפלתם חח״ע.

טענות (שאלה 3.2): **תכונות של פונקציה הופכית**

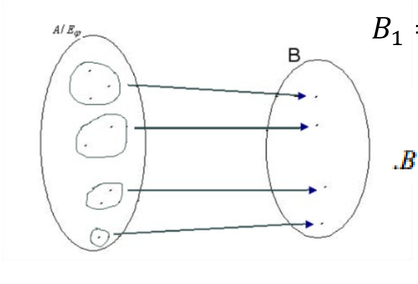
(א) f^{-1} היא פונקציה מ B ל A אסם f היא פונ׳ חח״ע מ A ל B. יתרה מזו, גם f^{-1} היא חח״ע.

(ב) אם f היא פונקציה חח״ע של A על B, אזי f^{-1} היא פונקציה חח״ע של B על A (נובע מא׳)

(ג) תהי f פונקציה חח״ע של A על B: אזי מתקיים $f^{-1}f = I_B$ $ff^{-1} = I_A$ כאשר I היא פונקצית הזהות על A או B בהתאם לסימון.

שאלה 3.8 – **תכונות של פונקציה של תת קבוצה:**

(א) $A_1 \subseteq \varphi\varphi^{-1}(A_1)$ (ב) $B_1 = \varphi^{-1}\varphi(B_1)$



תכונות של העתק הטבעי(עפ״י ״הבהרה לסעיף העתק טבעי״ שבאתר):

פונקציה φ של A לקבוצה B כלשהי משרה חלוקה של A.

אם φ היא **על** B, יש התאמה **חח״ע** של קבוצת מחלקות השקילות A/E_φ **על** B.

טענות (שאלה 3.11): **תכונות של תמורות**

(א) אם f ו g הן תמורות של A, אזי f^{-1}, fg אף הן תמורות של A.

(ב) I_A היא תמורה של A. עבור כל תמורה f מתקיים של A מתקיימים $ff^{-1} = f^{-1}f = I_A$ $I_A f = fI_A = f$.

טענות (שאלה 3.12): **תכונות של פונקציות אופייניות**

$f_A = f_B \Leftrightarrow A = B$. $f_{A\cap B}(x) = f_A(x) \cdot f_B(x)$

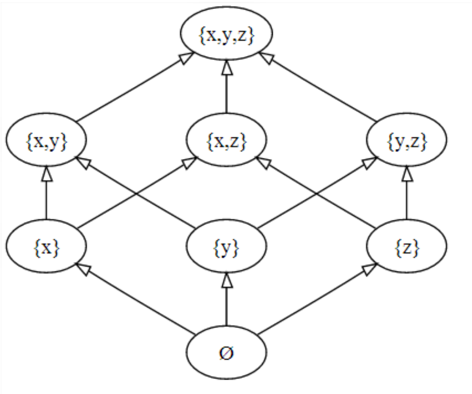
$f_{A\cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x) - f_A(x) \cdot f_B(x)$. $f_{U-A}(x) = 1 - f_A(x)$

$f_{A-B}(x) = f_A(x) \cdot (1 - f_B(x))$.

סדר חלקי:

❖ **הגדרות:**

סדר חלקי – (מעל A) רלציה רפלקסיבית, טרנזיטיבית ואנטי-סימטרית.
קבוצה סדורה חלקית - קבוצה עם רלציית סדר חלקי מעליה
סדר מלא – סדר חלקי המשווה בין כל 2 איברים ב- A (3.5) – כלומר מתקיים רק אחד מבין הבאים: aRb או bRa (אלה אם a=b)
b **מכסה את** a אם $a,b \in A$, $a \neq b$, $a \leq b$ ואין $c \in A$, $c \neq a,b$ כך ש $a \leq c \leq b$ ($\leq$ סדר חלקי מעל A)
רלציית "מחלק בלי שארית" - $a \mid b$ אם ורק אם a מחלק את b ללא שארית
קבוצה סדורה ליניארית (שרשרת) - קבוצה עם סדר מלא מעליה
איבר מינימאלי- אם לכל $x \in A$, $x \leq a \Rightarrow x = a$ כלומר, אם אין איבר x השונה מ a המקיים $x \leq a$.
איבר מקסימאלי- אם עבור כל $x \in A$ מתקיים $b \leq x \Rightarrow b = x$, כלומר, אם אין ב A איבר x שונה מ b המקיים $b \leq x$.
איבר קטן ביותר - אם עבור כל $x \in A$ מתקיים $a \leq x$.
איבר גדול ביותר - אם עבור כל $x \in A$ מתקיים $x \leq b$.



מבנה דיאגרמת הסה:
ענף מחבר איבר b עם איבר a, אם ורק אם b מכסה את a בסדר החלקי. איבר b המכסה את איבר a, נמצא גבוה ממנו בדיאגרמה.

טענה (שאלה 3.13): אם R הוא סדר חלקי מעל A אז גם R^{-1} הוא סדר חלקי מעל A (שני סדרים חלקיים אלה נקראים סדרים חלקיים דואליים).

משפט (3.8): קיום איבר מינמלי בקבוצה <u>סופית</u>
בקבוצה סדורה חלקית סופית, חייב להיות איבר מינימלי אחד לפחות.

טענות (שאלה 3.21): יחידות האיבר הקטן והגדול
בקבוצה סדורה חלקית יכולים להיות לכל היותר איבר קטן ביותר אחד ואיבר גדול ביותר אחד.
כמו כן, בקבוצה סדורה חלקית שיש בה איבר קטן ביותר **יש רק איבר מינימלי אחד** ובקבוצה סדורה חלקית שיש בה איבר גדול ביותר יש רק **איבר מקסימלי אחד**.

טענות (שאלה 3.22): על בקבוצה סדורה בסדר מלא <u>בלבד</u>
אם בקבוצה <u>סדורה בסדר מלא</u> יש איבר מינימלי, אזי הוא יחיד והוא גם האיבר הקטן ביותר. אם בקבוצה סדורה בסדר מלא יש איבר מקסימלי, אזי הוא יחיד והוא גם האיבר הגדול ביותר.

טענות (שאלה 3.25א): כל קבוצה היא סדורה בסדר חלקי לגבי <u>הכלה</u> ($\subseteq$).