

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית חומר הלימוד למטלה: קומבינטוריקה פרקים 3,4,5

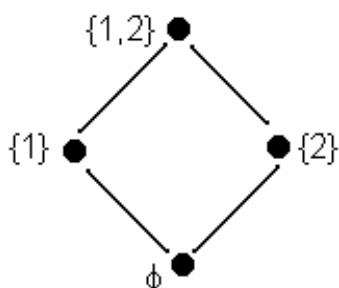
מספר השאלות: 4 משקל המטלה: 3 נקודות

סמסטר: 2008 מועד אחרון להגשה: יום ו' 9.5.08

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1



באיור מופיעה דיאגרמת הסה ("תורת הקבוצות" עמ' 88) של

יחס ההכלה \subseteq מעל $P(\{1,2\})$.

אנו רואים כי בדיאגרמה 4 קטעים.

תהי A קבוצה בת n איברים ($n > 0$). מצאי את מספר

הקטעים בדיאגרמת הסה של יחס ההכלה מעל $P(A)$.

את הביטוי המתקבל סכמי לביטוי פשוט שאינו מכיל סכומים,

בעזרת נוסחה המופיעה באחת השאלות בספר הלימוד.

שאלה 2

דנה, תלמידה בכיתה א', קראה בספר את המשפט המעניין: **דנה קמה דנה נמה**.

אחרי שקראה בהצלחה את המשפט, עלו בדעתה של דנה כמה שאלות מעניינות לא פחות:

א. (3 נק') בכמה דרכים אפשר לסדר את כל 12 האותיות שבמשפט הזה במחרוזת אחת

ללא רווחים, כגון **דנהקמהדנהנמה**.

ב. (4 נק') בכמה מהדרכים הללו מופיע בתוך המחרוזת הרצף **דמקה**?

ג. (18 נק') מה מספר הדרכים לסדר את 12 האותיות כך **שלא** תופיע בתוך המחרוזת

אף אחת מארבע המחרוזות הבאות: **דמקה**, **קהה**, **ממד**, **נננה**.

הדרכה: הכלה והפרדה.

שימו לב לצירופי מחרוזות שלא יכולים לקרות יחד, וכאלה שכן אפשריים.

בכל הסעיפים בשאלה זו יש להגיע לתשובה סופית מספרית. כמובן יש לפרט את הדרך.

שאלה 3

תהינה $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

(5 נק') א. כמה פונקציות חד-חד-ערכיות של X ל- Y קיימות ?

(20 נק') ב. מצא כמה פונקציות חד-חד-ערכיות של X ל- Y מקיימות:

$$\text{לכל } i \in X, f(i) \neq i .$$

שאלה 4

תהי A קבוצה של 100 מספרים טבעיים כלשהם.

הוכח שקיימת קבוצה חלקית לא-ריקה של A , **שסכום** איבריה מתחלק ב- 100.

הדרכה: נמספר את אברי A : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$.

נסתכל בסכומים:

$$a_1$$

$$a_1 + a_2$$

$$a_1 + a_2 + a_3$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100} .$$