

E11

ЭII	- שאלון	OII	פתוחה	האוניברסיטה ר
			18	ח' באייר תשע"ג
94	Ļ	באפריל 2013		
מועד)' מועד	מכ 			סמסטר 2013א 20585 / 4
התלמיד הנבחן ' תשע הספרות	מספר ה רשום את כל	נ גמר	שאלון בחינו	
20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות				
		שעות 3	משך בחינה:	
		<u>עמודים</u>	בשאלון זה 3	מבנה הבחינה:
				בבחינה שש שאלות.
			שאלות בלבד.	עליכם לענות על חמש
	משקל כל שאלה 20 נקודות.			
בהצלחה !!!		ור בשימוש.	ותר בשימוש. ב נישא ו/או כף יד אס	חומר עזר: כל חומר עזר מ השימוש במחש
			השאלון	החזירו למשגיח את

שאלה 1 (כל סעיף 10 נקודות)

תהיM מכונת טיורינג $oldsymbol{ au}$ טיורינג אורינג מכונת

 \mathbb{R} (מניחים ש- \mathbb{R} כוללת גם את ה $f_M\colon \mathbb{N} o \mathbb{N}$ נגדיר את הפונקציה

על מספר הצעדים המקסימלי שמבצעת המכונה M על מילת קלט כלשהי שאורכה $f_M(n)$ הוא מספר הצעדים המקסימלי שמבצעת המכונה $f_M(n)=0$ לעצירה. אם M לא עוצרת על אף מילת קלט שאורכה n, אז

א. האם הטענה הבאה נכונה? הוכיחו את תשובתכם.

. אם Mהיא פונקציה **ניתנת לחישוב**, אז השפה ש-M מזהה היא שפה **כריעה**

ב. הראו שייתכן שהשפה ש-M מזהה היא שפה כריעה, ו f_M איננה פונקציה ניתנת לחישוב.

בשני הסעיפים מדובר על מכונה שלא בהכרח מכריעה את השפה שהיא מזהה. כלומר, ייתכנו קלטים שעליהם המכונה לא עוצרת.

שאלה 2

משתנה A בדקדוק חסר הקשר (CFG) נקרא הכרחי, אם יש מילה w בשפה שהדקדוק יוצר, כך G משתנה A משתתף בכל גזירה של w (משתנה B איננו הכרחי, אם לכל מילה w בשפה שהדקדוק יוצר, יש גזירה שבה המשתנה B לא משתתף).

:NECESSARY_{CFG} נגדיר את השפה

 $NECESSARY_{CFG} = \{ \langle G, A \rangle \mid G \text{ is a CFG and } A \text{ is a necessary variable in } G \}$

 $NECESSARY_{\mathrm{CFG}}$ איננה כריעה. הוכיחו: השפה

הדרכה: אפשר להראות רדוקציה של שפה בלתי כריעה בדקדוקים חסרי הקשר.

שאלה 3

. דרגת הכניסה של צומת v בגרף מכוון G=(V,E) היא מספר הקשתות שנכנסות לצומת v בגרף פגרף. דרגת היציאה של צומת v בגרף מכוון G=(V,E) היא מספר הקשתות שיוצאות מהצומת v בגרף נעיון בבעיה הבאה:

 $C \subseteq V$ ממתים אוקבוצת מכוון G = (V, E) וקבוצת אמתים ($C \subseteq V$).

השאלה: האם אפשר לקבוע כיוון לכל קשת של הגרף (להפוך אותו מגרף לא מכוון לגרף u של ייכנסו ל-u מכוון), באופן שלכל צומת u של v, או שדרגת הכניסה של v תהיה v (לא ייכנסו v ב-v קשתות), או שדרגת היציאה של v תהיה v (לא יצאו מ-v קשתות), ולכל צומת v ב-v דרגת הכניסה של v תהיה לפחות v.

הוכיחו: הבעיה הזו היא NP-שלמה.

הדרכה: הוכיחו שהבעיה שייכת ל-NP, והראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של 3SAT. (הצמתים בגרף הלא מכוון יתאימו למשתנים, לשלילות של המשתנים ולפסוקיות).

שאלה 4

תזכורות: פסוק בתחשיב הפסוקים (נוסחה בוליאנית) ב-CNF הוא קבוצה של פסוקיות כך שבין הפסוקיות יש הקשר ∧, וכל פסוקית היא קבוצה של ליטרלים שביניהם יש הקשר √.

ליטרל הוא משתנה או שלילה של משתנה.

ליטרל נקרא **חיובי** אם הוא משתנה; ליטרל נקרא **שלילי** אם הוא שלילה של משתנה.

.P הבאה שייכת למחלקה POSITIVE-CNF הבאה שייכת

 $POSITIVE\text{-}CNF = \{ < \phi > \mid \phi \text{ is a satisfiable CNF-formula where each clause contains at most one negated literal} \}$

מילה ϕ > שייכת לשפה, אם ϕ הוא פסוק **ספיק** בתחשיב הפסוקים ב-CNF, **ובכל** פסוקית של ϕ יש מילה ϕ לכל היותר ליטרל שלילי אחד. (או שאין ליטרלים שליליים בכלל, או שיש ליטרל שלילי יחיד).

 $(x_1 \lor x_2) \land (\neg x_2 \lor x_3) \land (\neg x_3)$: דוגמה למילה בשפה

שאלה 5

 \cdot שלמה -NL הוכיחו שהשפה $OVERLAP_{\mathrm{DFA}}$ הבאה היא

$$OVERLAP_{DFA} = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are DFAs and } L(M_1) \cap L(M_2) \neq \emptyset \}$$

(זוהי שפת התיאורים של זוגות של אוטומטים סופיים דטרמיניסטיים שהשפות שהם מזהים **אינן** זרות זו לזו. כלומר, יש מילה ששייכת לשתי השפות).

 $\overline{L_{\mathrm{DFA}}} \leq_{\mathrm{L}} OVERLAP_{\mathrm{DFA}}$ כי הדרכה: שייכת שהבעיה שייכת ל-NL, והראו

שאלה 6

w- מילה לא ריקה. נסמן על-ידי $MOVE ext{-}FIRST(w)$ את קבוצת כל המילים שמתקבלות מ-w- על-ידי העברת הסמל הראשון של w- למקום כלשהו במילה.

 $MOVE\text{-}FIRST(w) = \{111\}$ אם 111 אם w = 111

תהי א שפה. של היא של היא שפת כל המילים המתקבלות ממילים של א על-ידי העברה של MOVE-FIRST(A) . הסמל הראשון :

$$MOEP$$
- $FIRST(A) = \bigcup_{w \in A} MOVE$ - $FIRST(w)$

נתון שהשפה A שייכת למחלקה RP. האם בהכרח $MOVE ext{-}FIRST(A)$ שייכת למחלקה RP? הוכיחו