

**מבנה הבחינה :**

בבחינה שני חלקים.

**חלק א' הוא שאלת חובה. בחלק ב' יש לענות על 3 מתוך 4 השאלות.**

בסך הכל יש לענות אפוא על ארבע שאלות :

שאלה 1 שבחלק א' ועוד שלוש מארבע השאלות שבחלק ב'.

אם בחלק ב' תשיב/י על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.

**משך המבחן: 3 שעות.**

**חומר עזר:** כל חומר עזר מותר, כולל מחשבון.

---

**שימו לב:**

\* בחלק ב' של הבחינה יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.

\* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.

\* אם ברצונך להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליך לחזור ולהוכיחן.

\* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרת אותם.

---

אין צורך להחזיר את השאלון בתום הבחינה

## חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

### שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף.

**בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה.** אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבדוק לתת לכם נקודה או שתיים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתיים.

(6 נק') א.  $\alpha, \beta$  הם פסוקים מורכבים. ידוע שהפסוק  $\alpha \rightarrow \beta$  אינו טאוטולוגיה.

$L$  הוא לוח אמת משותף של  $\alpha, \beta$ . מהאמור נובע:

[1] **בכל** שורה של  $L$  שבה  $\alpha$  מקבל ערך  $T$ ,  $\beta$  מקבל  $F$ .

[2] **בכל** שורה של  $L$  שבה  $\beta$  מקבל ערך  $T$ ,  $\alpha$  מקבל  $F$ .

[3] **יש** ב- $L$  שורה בה  $\alpha$  מקבל ערך  $T$  ו- $\beta$  מקבל  $F$ .

[4] **יש** ב- $L$  שורה בה  $\beta$  מקבל ערך  $T$  ו- $\alpha$  מקבל  $F$ .

[5] אף אחת מהטענות הקודמות אינה נכונה.

(7 נק') ב.  $A$  היא קבוצת הפונקציות של  $N$  לקבוצה  $\{0,1\}$ , המקיימות:

לכל  $n$  **זוגי**,  $f(n) = 0$  (אין דרישה מיוחדת מ- $f(n)$  כאשר  $n$  הוא אי-זוגי).

עוצמתה של  $A$  היא:

[1] מספר סופי [2]  $\aleph_0$  [3]  $C$

[4] גדולה מ- $C$  [5] לא ניתן לקבוע מהנתונים את עוצמת  $A$

(6 נק') ג.  $G$  הוא הגרף הדו-צדדי המלא  $K_{3,5}$  ("תורת הגרפים" הגדרה 1.5).

$G$  הוא אפוא גרף על 8 צמתים.

מספר הקשתות בגרף המשלים של  $G$  ("תורת הגרפים" הגדרה 1.4), הוא:

[1] 8 [2] 13 [3] 15

[4] 30 [5] אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה

**חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות**  
משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

**שאלה 2**

בכל סעיפי השאלה  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq n \leq 12\}$  ו-  $D$  הוא יחס מעל  $A$  המוגדר כך:

$(a, b) \in D$  אם  $b$  מתחלק ב-  $a$  ללא שארית.

לפי "תורת הקבוצות" עמ' 90 שאלה 3.14,  $D$  הוא יחס סדר-חלקי מעל  $A$ .

א. מצאו את כל האברים ב-  $A$  (אם יש כאלה), שהם אברים מינימליים לגבי היחס  $D$ .

בסעיפים ב, ג נתבונן במכפלת היחסים  $D, D^{-1}$  (כפל רלציות).

ב. מצאו  $a, b \in A$  כך ש-  $(a, b) \in DD^{-1}$  אבל  $(a, b) \notin D^{-1}D$ .

ג. מצאו  $c, d \in A$  כך ש-  $(c, d) \in D^{-1}D$  אבל  $(c, d) \notin DD^{-1}$ .

**בכל הסעיפים - הוכיחו את תשובותיכם!**

**שאלה 3**

במכולת יש ארבעה סוגי קרטיבים: לימון, אננס, דובדבן ומשמש.

יש במכולת רק 11 קרטיבים מכל סוג, סה"כ 44 קרטיבים.

בכמה דרכים אפשר לבחור 26 קרטיבים מתוך 44 הקרטיבים האלה?

אין חשיבות לסדר הבחירה. קרטיבים בעלי אותו טעם נחשבים זהים.

אפשר לפתור בעזרת הכלה והפרדה, אפשר בעזרת פונקציה יוצרת ואפשר בכל דרך אחרת.

**יש להגיע לתשובה סופית מספרית, ולא ע"י חיבור ידני של עשרות מחוברים.**

**שאלה 4**

נתון  $k \neq 0$ . סדרה מסוימת מקיימת את יחס הנסיגה (יחס רקורסיה):

$$a_{n+2} = -4ka_{n+1} + 12k^2a_n, \quad \text{ידוע כי } a_1 = 8k, \quad a_0 = 0.$$

21 נק') א. פתרו את יחס הנסיגה ורשמו ביטוי מפורש עבור  $a_n$ .

את הביטוי עליכם להביא לצורה:  $a_n = (\text{משהו}) \cdot k^n$ ,

כאשר הביטוי שבסוגריים תלוי ב-  $n$  אך אינו תלוי ב-  $k$ .

6 נק') ב. חשבו בשתי דרכים את  $a_2$  (התשובה כמובן תלויה ב-  $k$ ).

**שאלה 5**

יהי  $G$  גרף פשוט בעל שני רכיבי קשירות. בכל אחד מרכיבי הקשירות יש לפחות 3 צמתים.

הוכיחו שהגרף המשלים של  $G$  ("תורת הגרפים" הגדרה 1.4) אינו מישורי.

**בהצלחה!**