

**מבנה הבחינה :**

בבחינה חמש שאלות.  
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.  
לכל השאלות משקל שווה.

**הנחיות :**

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.  
**אין** לכתוב בצבע אדום.  
**אין** לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת. אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

## שאלה 1

נתונה ערמת מינימום  $H$  בת  $n$  איברים. נניח שכל שורה בערמה ממוינת משמאל לימין, בסדר לא יורד.

**א'** (10 נקודות) כתבו אלגוריתם לא רקורסיבי המבצע חיפוש אחר ערך נתון  $z$  בין איברי הערמה; האלגוריתם יבצע את החיפוש באמצעות קריאה לחיפוש בינרי על כל אחת מהשורות. יש לכתוב את האלגוריתם בפסידוקוד.

**ב'** (10 נקודות) נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם.

**ג'** (5 נקודות) הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

## שאלה 2

ענו לשאלות הבאות ונמקו את תשובותיכם:

**א'** (13 נקודות) מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך  $A = [2, 3, \dots, n, 1]$ ?

**ב'** (12 נקודות) מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך  $A = [1, n, \dots, 3, 2]$ ?

**הערה:** מדובר באלגוריתם מיון-מהיר המוצג בספר הלימוד.

## שאלה 3

נתון עץ חיפוש בינרי  $T$ ; נסמן ב- $n$  את מספר הצמתים וב- $h$  את גובה העץ. נסיר מהעץ צומת כלשהו  $y$ ; המבנה  $T - \{y\}$  מתפרק ל- $m$  ( $1 \leq m \leq 3$ ) עצי חיפוש בינריים.

**א'** (10 נקודות) תארו אלגוריתם לאיחוד  $m$  העצים הנ"ל לעץ חיפוש בינרי אחד  $U$ ; זמן הריצה הנדרש:  $O(h)$ .

**ב'** (5 נקודות) באלו מקרים הגובה של  $U$  קטן מ- $h$ ?

**ג'** (10 נקודות) מהו הגובה המכסימלי האפשרי של  $U$  כפונקציה של  $h$ ? באלו מקרים מתקבל גובה זה?

**הערה:** שימו לב שלצומת  $y$  שמוסר מהעץ  $T$  יכולים להיות שני בנים ולכן אי אפשר להשתמש באלגוריתם המתואר בספר הלימוד למחיקת צומת מעץ חיפוש בינרי.

#### שאלה 4

הציעו מבנה נתונים  $S$  התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים במבנה):

- BUILD( $S$ ) : בניית המבנה  $S$  מסדרה של  $n$  מפתחות; זמן הריצה:  $O(n \cdot \lg n)$  ;
- INSERT( $S, k$ ) : הכנסת המפתח  $k$  לתוך המבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;
- DELETE-MAX( $S$ ) : מחיקת האיבר בעל המפתח המכסימלי מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;
- DELETE-OLD( $S, t$ ) : מחיקת האיבר ה- $t$  הוותיק ביותר מהמבנה  $S$  ( $1 \leq t \leq n$ ); זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;
- ADD-TO-NEW( $S, d$ ) : הוספת הערך  $d$  לאיבר שנכנס לאחרון למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  .

#### שאלה 5

נתון מספר טבעי  $m > 0$  (קבוע).

הציעו מבנה נתונים  $S$  התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים במבנה):

- BUILD( $S$ ) : בניית המבנה  $S$  מסדרה **ממוינת** של  $n$  מפתחות שלמים; זמן הריצה:  $O(n)$  ;
- INSERT( $S, k$ ) : הכנסת המפתח  $k$  לתוך המבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;
- DELETE-MIN( $S, r$ ) : מחיקת האיבר בעל המפתח המינימלי  $k$  המקיים  $k \bmod m = r$  מהמבנה  $S$  ( $0 \leq r < m$ ); זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;
- MODE( $S, r$ ) : החזרת המפתח  $k$  בעל השכיחות המכסימלית, המקיים  $k \bmod m = r$  ( $0 \leq r < m$ ); זמן הריצה:  $O(1)$  .

**הערות:** המפתחות במבנה הם מספרים שלמים. המבנה  $S$  יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים פשוטים יותר.

**בהצלחה !**