

## תקציר פתרון מועד 85 סמסטר 2014

### שאלה 1

א. [2]      ב. [3]      ג. [3]

### שאלה 2

- א. למשל יחס הזהות. כללית, כל יחס שבו 1 עומד ביחס רק עם עצמו.
- ב. 1 אינו גדול ביותר: אילו 1 היה גדול ביותר הוא היה גדול מ-2, כלומר 2 היה קטן מ-1, ואז 1 לא היה מינימלי.
- אף אבר **אחר** בקבוצה אינו גדול ביותר: אילו היה כזה, הוא היה גדול מ-1, ואז 1 לא היה מקסימלי.
- בדומה לגבי קטן ביותר.
- ג. גדול ביותר הוא בפרט מקסימלי, קטן ביותר הוא בפרט מינימלי.
- לכן מסעיף ב' נובע מיד שלא ייתכן  $S$  כזה.

### שאלה 3

באותו יום מה שנבדק הוא בעצם **קבוצת** התווים בסיסמא. מכיון שאורך סיסמא הוא עד 100, כל קבוצה של תווים מתוך 62 התווים אפשרית, ובלבד שתכיל אות קטנה, אות גדולה וספרה.

$$\text{מכאן בהכלה והפרדה: } 2^{62} - (2 \cdot 2^{36} + 2^{52}) + (2 \cdot 2^{26} + 2^{10}) - 1$$

### שאלה 4

$$\text{א. } b_i = D(10, i) = \binom{9+i}{i}, \quad a_i = (-1)^i \binom{9}{i}$$

$$\text{ב. } \sum_{i=0}^k (-1)^i \binom{9}{i} D(10, k-i) = \sum_{i=0}^k (-1)^i \binom{9}{i} \binom{9+k-i}{9} = 1$$

עבור  $k=1$  מקבלים  $10-9=1$ .

### שאלה 5

מכיון ש- $T$  הוא עץ, מספר הקשתות שלו הוא  $8-1=7$ .

מספר קשתות  $G$  הוא אפוא 9.

$$\text{מספר הקשתות בגרף המשלים של } G \text{ הוא } \binom{8}{2} - 9 = 28 - 9 = 19$$

מסקנה 5.4 בתורת הגרפים אומרת שמספר הקשתות בגרף מישורי הוא לכל היותר  $3n-6=18$ .  
לכן המשלים של  $G$  אינו מישורי.

## תקציר פתרון מועד 87 סמסטר 2014

### שאלה 1

א. [5]      ב. [3]      ג. [2]

### שאלה 2

א. יהי  $x \in A$ . עלינו להראות שיש לו מקור. נסמן  $y = f(x)$ .  
 בשל הנתון  $f(f(x)) = x$  מתקיים  $f(y) = x$ .  
 מצאנו אבר ב- $A$  (האבר  $y = f(x)$ ) שתמונתו היא  $x$ .  
 ב. יהיו  $x_1, x_2 \in A$  כך שמתקיים  $f(x_1) = f(x_2)$ .  
 נפעיל את  $f$  בשני האגפים ונקבל  $f(f(x_1)) = f(f(x_2))$ .  
 מהנתון  $f(f(x)) = x$ , קיבלנו  $x_1 = x_2$ .  
 ג. רפלקסיביות וסימטריות – קל.  
 טרנזיטיביות: לפרק לארבעה מקרים ולהראות שבכל אחד מהם מתקיים הנדרש.

### שאלה 3

א.  $2^n$   
 ב.  $2^{n+3} - 3 \cdot 2^{n+2} + 3 \cdot 2^{n+1} - 2^n$   
 ג. חישוב

### שאלה 4

א.  $D(3,12)$   
 ב. אם המספר המבוקש הוא  $x$  אז מטעמי סימטריה  $2x + (D(3,12))^2 = D(6,24)$ .  
 מכאן  $x = (D(6,24) - (D(3,12))^2) / 2 = \binom{29}{5} - \binom{14}{2}^2 = 118,755 - 91 = 118,664$

### שאלה 5

א. הצדדים של  $H$  הם  $\{1,2,3,4\}$ ,  $\{5,6,7,8,9\}$ .  
 ב. ב- $G$  יש  $\binom{4}{2} + \binom{5}{2} + 5 = 6 + 10 + 5 = 21$  קשתות.  
 לכן ב- $H$  יש  $\binom{9}{2} - 21 = 36 - 21 = 15$  קשתות.  
 המשפט של מועד א' אינו עוזר כאן כי  $3n - 6 = 21$  כך ש-15 קשתות לא מתנגש עם חסם זה. אבל בהמשך הפרק בתורת הגרפים (שאלה 3) מראים שלגרף מישורי פשוט, קשיר ודו-צדדי מספר הקשתות הוא לכל היותר  $2n - 4$ , משמע אצלנו 14.