

# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 6

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 6.1.2013

סמסטר: א 2013

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
  - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

## שאלה 1 (24 נקודות)

מפזרים באקראי  $n$  כדורים שונים ב- $n$  תאים ממוספרים. נניח כי  $n > 2$ .

יהיו  $X$  = מספר הכדורים בתא 1;

$Y$  = מספר הכדורים בתא 2;

$W$  = מספר התאים הריקים.

(6 נק') א. האם המשתנים המקריים  $X$  ו- $Y$  בלתי-תלויים? נמק בפירוט את תשובתך.

(6 נק') ב. האם המשתנים המקריים  $X$  ו- $W$  בלתי-תלויים? נמק בפירוט את תשובתך.

(6 נק') ג. רשום באופן מדויק את פונקציית ההסתברות המשותפת של  $X$  ו- $Y$ .

(6 נק') ד. חשב את  $P\{XY=0\}$ .

## שאלה 2 (20 נקודות)

מטילים 30 פעמים שלוש קוביות תקינות.

יהיו:  $X$  = מספר ההטלות שבהן לא מתקבלת התוצאה 4 באף אחת מהקוביות;

$Y$  = מספר ההטלות שבהן התוצאה 4 מתקבלת בדיוק באחת משלוש הקוביות;

$Z$  = מספר ההטלות שבהן התוצאה 4 מתקבלת בדיוק בשתיים משלוש הקוביות.

(8 נק') א. חשב את  $P\{X=16, Y=11, Z=2\}$ .

(6 נק') ב. רשום את פונקציית ההסתברות המשותפת של  $X$  ו- $Y$ .

כלומר, רשום ביטוי כללי ל-  $P\{X=i, Y=j\}$ .

(6 נק') ג. חשב את  $\text{Var}(X+Y+Z)$ .

### שאלה 3 (28 נקודות)

נתונה קופסה ובה 20 כדורים :

10 כדורים אדומים ממוספרים מ-1 עד 10 ו-10 כדורים כחולים ממוספרים מ-1 עד 10.

מוציאים מהקופסה 4 כדורים, באקראי וללא החזרה.

נסמן ב- $X$  את מספר זוגות הכדורים שנבחרים,

כאשר שני כדורים נחשבים ל"זוג" אם רשום עליהם אותו המספר ;

ונסמן ב- $Y$  את מספר הכדורים שנבחרים הנושאים את המספרים 1 או 2.

(12 נק') א. מצא את פונקציית ההסתברות המשותפת של  $X$  ו- $Y$  ואת פונקציות ההסתברות השולית של  $X$  ו- $Y$ .

ערוך את תשובתך בטבלה ובדוק שסכום ההסתברויות המשותפות שווה ל-1.

(4 נק') ב. האם המשתנים המקריים  $X$  ו- $Y$  בלתי-תלויים? נמק את תשובתך.

(6 נק') ג. אם ידוע שנבחר בדיוק זוג כדורים אחד, מהי ההסתברות שזהו זוג כדורים הנושא את המספרים 1 או 2?

(6 נק') ד. מצא את פונקציית ההסתברות המותנית של  $X$  בהינתן  $Y=2$ .

### שאלה 4 (10 נקודות)

נניח כי  $X_1, X_2, X_3$  ו- $X_4$  הם משתנים מקריים בלתי-תלויים שכל אחד מהם מקבל את הערכים 1, 2 או 3 בהסתברויות שוות (כלומר, הסתברות  $\frac{1}{3}$  לכל ערך אפשרי);

ונגדיר את המשתנה המקרי  $Y = \min_{i=1, \dots, 4} X_i$ .

מצא את פונקציית ההסתברות המשותפת של  $X_1$  ו- $Y$ .

### שאלה 5 (18 נקודות)

מספר הגברים הנפגעים בתאונות דרכים במהלך שנה אחת, בקטע כביש מסוים, הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר 4; מספר הנשים הנפגעות בתאונות דרכים, במהלך שנה אחת באותו קטע כביש, הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר 3.

אין תלות בין מספר הנפגעים/ות בקטע כביש זה באותה השנה או בשנים שונות.

(6 נק') א. מהי ההסתברות שבשנה מסוימת ייפגעו בקטע הכביש הזה 9 או 10 בני אדם?

(6 נק') ב. אם בארבע שנים נפגעו בקטע כביש זה 30 בני אדם בסך-הכל, מהי ההסתברות שבין הנפגעים בשנתיים הראשונות (מתוך ארבע השנים האלו) היו בדיוק 4 נשים ובשנתיים האחרונות היו בדיוק 6 נשים?

(6 נק') ג. ההסתברות שהגיל של אישה, שנוסעת בקטע כביש זה, גבוה מ-50 היא 0.4 (ואין תלות בין גיל האישה לסיכוייה להיפגע). מהי ההסתברות שבשנה מסוימת ייפגעו בקטע הכביש הזה לפחות 2 נשים שגילן גבוה מ-50?