מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית **חומר הלימוד למטלה**: תורת הקבוצות פרק 1

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: 2008ב **מועד אחרון להגשה:** יום ו' 14.3.08

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (24 נק')

שאלה זו נועדת לתרגל מושגים בסיסיים בתורת הקבוצות ולחדד כמה נקודות שכדאי להבינן בשלב מוקדם:

* ההבדל בין A לבין $\{A\}$ (קבוצה שהאיבר היחיד שלה הוא A).
* מקרה פרטי: ההבדל בין הקבוצה הריקה $\varnothing$ לבין $\{\varnothing\}$.
* ההבדל בין "x איבר של y" לבין "x חלקי ל- y".

תהיינה: $X = \varnothing$, $Y = \{\varnothing, \mathbf{foo}\}$, $Z = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$ (**foo** הוא עצם כלשהו שאינו קבוצה).

לכל אחת מהטענות הבאות קבע אם היא נכונה.

בשאלה זו בלבד אין צורך לנמק, די לרשום בכל סעיף נכון / לא נכון.

א. $X \cup Y = Y$ ב. $\{X\} \in Y$ ג. $Y \cap Z = X$

ד. $\{X\} \cup Y = Y$ ה. $X \cup \{Y\} = Y$ ו. $|X \cup Y \cup Z| = 4$

ז. $Z \subseteq P(Y)$ ח. $Y \in P(Y)$

שאלה 2 (21 נק')

א. הוכח: $A - (B - A) = A$.

ב. הוכח או הפרך: $A \subseteq P(A)$.

ג. הוכח או הפרך: $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$.

כדי להפריך טענה - הביאו דוגמא נגדית.

לטענה נכונה - תנו הוכחה מסודרת המסתמכת בכל צעד על טענות והגדרות בספר .

שאלה 3 (28 נקי)

הוכח את הטענות הבאות בעזרת "**אלגברה של קבוצות**": צא מאחד האגפים, פתח אותו בעזרת זהויות ידועות, והגע לאגף השני. אין להשתמש בהוכחה במושג "איבר". במקומות בהם מופיע הפרש קבוצות מומלץ להיעזר בזהות $A-B=A\cap B'$ (עמ' 23 בספר הלימוד). **ציין באופן ברור בכל צעד את הזהויות עליהן אתה מסתמך**. הסימן $\oplus$ מוגדר בעמ' 27 בספר.

א. $(A\cup B)-C=(A-C)\cup(B-C)$

ב. $(A\cap B)\cup(A\cap B')=A$

ג. $X\oplus Y=\varnothing$ **אם ורק אם** $X=Y$ (היעזרו בשאלה 1.22. שימו לב שיש שני כיוונים להוכיח).

ד. $(A\oplus B)\oplus(B\oplus C)=A\oplus C$.

שאלה 4 (27 נקי)

איחוד של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בהגדרה 1.6 בעמוד 12 בספר.

במלים פשוטות ההגדרה היא: $x\in\bigcup_{i\in I}A_i$ אםם x שייך **לפחות** לאחת הקבוצות A_i , כאשר i מקבל ערכים ב- I.

חיתוך של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בעמוד 16 בספר.

במלים פשוטות ההגדרה היא: $x\in\bigcap_{i\in I}A_i$ אםם x שייך **לכל** הקבוצות A_i , כאשר i מקבל ערכים ב- I.

סעיפים ג, ד בשאלה שלפניכם מתרגלים את השימוש בשני המושגים האלה.

$\mathbf{N}$ היא קבוצת המספרים הטבעיים. להזכירכם, בקורס זה $0\in\mathbf{N}$.

לכל $n\in\mathbf{N}$, תהי $A_n=\{x\in\mathbf{N}\mid n<x\le 3n\}$, ותהי $B_n=A_{2n}-A_n$ (הפרש קבוצות).

(6 נקי) א. חשב את A_0 , A_1 , A_2 , A_3 (2 נקי) ואת B_0 , B_1 , B_2 , B_3 (4 נקי).

(9 נקי) ב. תן נוסחה כללית מפורשת עבור B_n , מהצורה $B_n=\{n\in\mathbf{N}\mid\ldots\}$, כאשר במקום שלוש הנקודות יש תנאים על n, ולא מוזכר הסימון A_n . הוכח את תשובתך.

(6 נקי) ג. חשב את $\bigcap_{1\le n\in\mathbf{N}}A_n$.

(6 נקי) ד. האם $100\in\bigcup_{n\in\mathbf{N}}B_n$? הוכח את תשובתך.