

פתרון שאלות בממ"ן 12 סמסטר 2014

שאלה 2

המכונה תגיע למצב q_{reject} .

הסבר : הקלט למכונה U הוא תיאור של מכונת טיורינג וקלט למכונה הנתונה. במקרה שלנו, התיאור הוא של המכונה U והקלט הוא התיאור של U . המכונה U מבצעת סימולציה של הרצת המכונה שהיא קיבלה על הקלט הנתון. במקרה שלנו היא תבצע סימולציה של U על $\langle U \rangle$. המכונה U של הסימולציה מצפה לקבל תיאור של מכונה וקלט למכונה. אך במקרה שלנו היא מקבלת כקלט רק תיאור של מכונה. לכן הקלט לא תקין, והיא תדחה. לכן גם ההרצה "החיצונית" של U תסתיים בדחייה.

שאלה 3

כדי להוכיח שהשפה G מזוהה-טיורינג, נתאר מכונת טיורינג שמוזהה אותה :
"על קלט $\langle M, w \rangle$ כאשר M היא מכונת טיורינג ו- w היא מחרוזת סמלים :
1. הרץ את M על w . אם M דחתה, דחה.
2. בדוק את אורך המילה שכתובה על הסרט של M . אם הוא גדול מ- $|w|$, קבל. אחרת, דחה."
כדי להוכיח ש- G איננה כריעה, נשתמש בשיטת האלכסון :
נניח בשלילה ש- G כריעה. אז יש מכונה H שמכריעה שייכות ל- G .
נבנה את המכונה D הבאה :
"על קלט $\langle M \rangle$ כאשר M היא מכונת טיורינג :
1. הרץ את המכונה H על $\langle M, \langle M \rangle \rangle$.
2. אם H הכריעה ש- $\langle M, \langle M \rangle \rangle$ שייכת ל- G , דחה.
3. אם H הכריעה ש- $\langle M, \langle M \rangle \rangle$ לא שייכת ל- G , כתוב על הסרט מילה ארוכה מ- $\langle M \rangle$ וקבל."

המכונה D מתנהגת באופן הבא : אם $\langle M, \langle M \rangle \rangle$ שייכת ל- G , D דוחה את $\langle M \rangle$.
אם $\langle M, \langle M \rangle \rangle$ לא שייכת ל- G , D מקבלת את $\langle M \rangle$, ובסיום ריצתה של D על $\langle M \rangle$ רשומה על הסרט מילה ארוכה מ- $\langle M \rangle$.
מה יקרה כאשר נריץ את D על הקלט $\langle D \rangle$?
אם $\langle D, \langle D \rangle \rangle$ שייכת ל- G , כלומר, המכונה D מקבלת את $\langle D \rangle$ ובסיום ריצתה רשומה על הסרט מילה ארוכה מ- $\langle D \rangle$, אז D תדחה את $\langle D \rangle$. כלומר, $\langle D, \langle D \rangle \rangle$ לא שייכת ל- G .
אם $\langle D, \langle D \rangle \rangle$ לא שייכת ל- G , אז D תקבל את $\langle D \rangle$, ובסיום ריצתה תהיה רשומה על הסרט מילה ארוכה מ- $\langle D \rangle$. כלומר $\langle D, \langle D \rangle \rangle$ כן שייכת ל- G .
בכל מקרה הגענו לסתירה.

שאלה 5

א. הרדוקציה של הוכחת משפט 5.10 (עמוד 224 בספר) היא רדוקציה מיפוי של המשלימה של

E_{LBA} -ל- A_{TM} .

המשלימה של A_{TM} איננה מזוהה-טיורינג, לכן גם E_{LBA} איננה מזוהה-טיורינג.

ב. המשלימה של E_{LBA} מזוהה-טיורינג. להלן מכונה לא דטרמיניסטית שמזהה אותה:

"על קלט $\langle A \rangle$ כאשר A הוא אוטומט חסום ליניארית:

1. בחר באופן לא דטרמיניסטי מילה w מעל האלפבית של A .

2. הרץ את A על w . אם A קיבל את w , קבל. אחרת, דחה."

שאלה 6

רדוקציה של A_{TM} למשלימה של EQ_{TM} :

$F' = \text{"על קלט } \langle M, w \rangle \text{ כאשר } M \text{ היא מכונת טיורינג ו-} w \text{ מילה:}$

1. בנה את המכונה M_2 הבאה:

"על קלט x כאשר x היא מילה:

1. אם $x = w$, דחה.

2. אם $x \neq w$, הרץ את M על x , וקבל אם M קיבלה את x ."

2. החזר את $\langle M, M_2 \rangle$."

M_2 מתנהגת על כל x שונה מ- w בדיוק כמו M . את w M_2 דוחה.

לכן $L(M_2) \neq L(M)$ אם ורק אם M מקבלת את w .

רדוקציה של A_{TM} ל- EQ_{TM} :

$G' = \text{"על קלט } \langle M, w \rangle \text{ כאשר } M \text{ היא מכונת טיורינג ו-} w \text{ מילה:}$

1. בנה את המכונה M_2 הבאה:

"על קלט x כאשר x היא מילה:

1. אם $x = w$, קבל.

2. אם $x \neq w$, הרץ את M על x , וקבל אם M קיבלה את x ."

2. החזר את $\langle M, M_2 \rangle$."

M_2 מתנהגת על כל x שונה מ- w בדיוק כמו M . את w M_2 מקבלת.

לכן $L(M_2) = L(M)$ אם ורק אם M מקבלת את w .

שאלה 7

הרדוקציה של הוכחת משפט 5.3 (עמוד 219 בספר) היא רדוקציית מיפוי של A_{TM} ל- $REGULAR_{TM}$.
 זו גם רדוקציית מיפוי של המשלימה של A_{TM} למשלימה של $REGULAR_{TM}$.
 זה מוכיח שהמשלימה של $REGULAR_{TM}$ איננה מזוהה-טיורינג (כי המשלימה של A_{TM} איננה מזוהה-טיורינג).

נראה רדוקציית מיפוי של A_{TM} למשלימה של $REGULAR_{TM}$.
 זו גם רדוקציית מיפוי של המשלימה של A_{TM} ל- $REGULAR_{TM}$.
 זה מוכיח ש- $REGULAR_{TM}$ איננה מזוהה-טיורינג.
 "על קלט $\langle M, w \rangle$ כאשר M היא מכונת טיורינג ו- w היא מחרוזת :

1. בנה את המכונה M_3 הבאה :

$$M_3 = \text{"על קלט } x$$

1. אם x הוא מהצורה $0^n 1^n$, דחה.

2. אם x איננו מהצורה הזו, הרץ את M על w וקבל (את x) אם M קיבלה את w .

2. החזר את $\langle M_3 \rangle$."

אם M לא מקבלת את w , אז M_3 לא מקבלת אף מילה. כלומר, M_3 מזוהה את השפה הריקה שהיא שפה רגולרית.

אם M מקבלת את w , אז M_3 מקבלת כל מילה שאיננה מהצורה $0^n 1^n$. זוהי שפה לא רגולרית (כי המשלימה שלה לא רגולרית).