מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

# האוניברסיטה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

20 מס' שאלון - 456

באוגוסט 2018

מס' מועד 92

סמסטר 2018ב

ט' באלול תשע"ח

20407 / 4

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

> בשאלון זה 4 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.

בכל בחינה תבדקנה ארבע התשובות הראשונות בלבד.

לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות:

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.

אין לכתוב בצבע אדום.

איו לכתוב בעיפרוו.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . מותר מחשבון.

אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע

לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלוו לאוניברסיטה הפתוחה



אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.

יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש** (או לפחות להשאיר 5 שורות בין תשובות לשאלות שונות). אין צורך לכתוב פסֵידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

#### שאלה 1

$$T(n) = \sqrt{2}T(\sqrt{n}) + \sqrt{\log n}$$
 : פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה א. פתרו את התו את התו את ה

- $\frac{1}{10}n\log n$  ב. נתונים שני אלגוריתמים הפותרים את אותה הבעיה. הראשון מבצע 9) והשני מבצע 5n פעולות עבור קלט בגודל n. עבור איזה גודל של קלטים (אם בכלל) הייתם ממליצים להשתמש באלגוריתם הראשון: מדועי
  - $2^{2\log\log n}$  ובין  $n^{\log n}$  ובין את היחס האסימפטוטי בין את היחס את את את פ

### שאלה 2

- א. כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי המקבל כקלט מערך של מספרים שלמים (9 נקי) א. כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי ומספר (לאו דווקא חיוביים), ומספר (הקטן או שווה לגודל המערך), ובודק האם המערך מכיל את כל המספרים השלמים בין 1 ל-N. ניתן להשתמש במערך עזר.
- 16) נקי) ב. נתון האלגוריתם הבא הפותר את הבעיה שבסעיף הקודם, אך ללא שימוש בזכרון נוסף.

```
\begin{split} IsFull(A,N) \\ for i=1 \ to \ length[A] \\ num &= A[i] \\ if \ num &\geq 1 \ and \ num \leq N \\ while \ A[num] &\neq \ num \\ temp &= A[num] \\ A[num] &= num \\ if \ temp &\geq 1 \ and \ temp \leq n \ then \ num = temp \end{split}
```

for i=1 to N

if  $A[i] \neq i$  then return false

return true

- .1 הפעילו את האלגוריתם על המערך: [3,-1,2,4,1,0,5]. הראו את כל השלבים.
- 2. הוכיחו את נכונות האלגוריתם (למשל עייי שמורת לולאה או בכל דרך הוכחה אחרת).
  - 3. נתחו את סיבוכיותו.

### שאלה 3

תהי A קבוצה של זוגות סדורים של מספרים ממשיים. נגדיר על A מבנה של **עץ חיפוש בינרי כפול** שנקרא לו עח"ב-2 כך:

המבנה מורכב מעץ בינרי, T, שלכל צומת בו מפתח שהוא מספר ממשי, ונמצאים בצומת זה כל הזוגות מ-A אשר הקואורדינטה השמאלית שלהם שווה למפתח. (כל צומת ב-T אינו ריק, כלומר קיים ב-T צומת עם מפתח X, אם ורק אם יש ב-A לפחות זוג אחד שהקואורדינטה השמאלית שלו היא X.) T מסודר כעץ חיפוש בינרי לפי מפתחות-הצמתים. בכל צומת של T עם מפתח T מסודרים הזוגות שבו במבנה של עץ חיפוש בינרי,  $T_{-}X$ , ביחס לקואורדינטה הימנית של כל זוג כמפתח.

- : אבאים הזוגות המכילה את הזוגות ב-2 עבור A אבנה של עחייב מבנה של איירו מבנה של אחייב אור A
  - .(30,4), (10,7), (30,7), (10,1), (8,50), (20,16), (10,7), (8,20)
- רסבירו בה האם לכל A כנייל ניתן להתאים מבנה של עחייב-2! האם הוא בהכרח יחיד! הסבירו (6 נקי) בומקו.
- על הבאות הבאות לביצוע הפעולות הבאות על (אפשר בפסידוקוד, לא חובה) לביצוע הפעולות הבאות על (12 נקי) ג. תארו אלגוריתמים (אפשר בפסידוקוד, לא חובה) צחייב-2, S
- $x_0$  אשר ב-S ל-החלפת הקואורדינטה השמאלית של הזוג (x,y) אשר ב-Change(S, (x,y),  $x_0$ ) החלפה למבנה עחייב-2 תקין).
- $y_0$ אשר ב-S ל-(x,y), אשר ב-S ל-RChange(S, (x,y),  $y_0$ ) --RChange(S, (x,y),  $y_0$ ) אשר ב-S לאחר ההחלפה למבנה עחייב-2 תקין).
  - הסבירו את האלגוריתמים ונתחו את סיבוכיותם.

#### שאלה 4

הציעו מבנה נתונים שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

- $\Theta(\log n):$ הכנסת איבר חדש בעל המפתח k המפתח בעל היצה הנדרש:  $\operatorname{INSERT}(k)$
- .  $\Theta(\log n)$  : מחיקת האיבר אליו מצביע א מהמבנה מאביר ומן הריצה הנדרש: DELETE(x)
- אם יש איברים במבנה פן בדיוק (אם יש פרום המפתחות שלהם הינו איברים במבנה פן PAIR-SUM(s) (אלה). זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n)$
- הריצה הנדרש: וי $_{1}$  (כולל). זמן הריצה הנדרש: AVE( $i_{1},i_{2}$ ) החזרת ממוצע המספרים שבין ערכי המיקום  $\Theta(\log n)$  .
  - $\Theta(\log n):$  החזרת מפתח האיבר ה- $\min$  הוותיק ביותר של המבנה. זמן הריצה הנדרש:  $\operatorname{OLD}(m)$

## המשך הבחינה בעמוד הבא

### שאלה 5

בכל אחד מהסעיפים הבאים כתבו נכון/לא נכון והסבירו בקצרה (2-3 שורות):

- א. טבלת גיבוב תומכת בפעולות מילון בזמן קבוע במקרה הגרוע.
- ב. טבלת מיעון ישיר תומכת בפעולות מילון בזמן קבוע במקרה הגרוע.
  - ג. בשיטת המיעון הפתוח לא ייתכנו התנגשויות בין מפתחות.
- .  $\Theta(n)$  אום מקסימום הוא MAX-HEAP-INSERT פעולות n ביצוע n און הריצה לביצוע
- ה. אם נשנה את האלגוריתם SELECT כך שנבצע חלוקה לקבוצות של 9 איברים (במקום 5) האלגוריתם עדיין ירוץ בזמן לינארי.
  - ו. ביצוע רוטציה ימנית בשורש העץ מגדיל את כמות האיברים שבתת העץ הימני של השורש.
- ז. בהינתן מערך של מספרים שהוגרלו מתוך התפלגות אחידה בקטע נתון אז מיון דלי יתבצע בזמן לינארי במקרה הגרוע.
  - $\Theta(n^2)$  הוא מיון הכנסה של האלגוריתם על עלה בעץ החלטה של העומק המקסימלי של ח.
  - ט. ניתן לתכנן מבנה נתונים לקבוצה דינמית שיתמוך בהוצאת מינימום בזמן קבוע.
    - $\Theta(n)$  בזמן  $n\sqrt{n}$  עד  $n\sqrt{n}$  בזמן פרים שלמים בתחום מ-1 עד מספרים יי.

בהצלחה!