מס' שאלון - 365

האוניברסיטה הפתוחה

16
ביולי 1998

כ"ב בתמוז תשנ"ח
16 ביולי 1998

93 העתק למחברת התשובות

מס' מועד

סמסטר 1998ב

20407/4

מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך הבחינה: 3 שעות

מבנה הבחינה: בבחינה **שש** שאלות.
עליך לענות על **חמש** מתוך **שש** השאלות.
כל שאלה מזכה ב- 20 נקודות.

הנחיות: כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.

חומר עזר:
כל חומר עזר מותר לשימוש פרט למחשב כיס.

בהצלחה !!!

אינך חייב
להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה

שאלה 1

בהינתן קבוצה S של n מספרים ממשיים ומספר ממשי נוסף z:

(10 נק') א. תארו אלגוריתם שזמן ריצתו $\Theta(n \cdot \lg n)$, הקובע האם קיימים ב- S שני איברים שהפרשם בדיוק z;

(10 נק') ב. תארו אלגוריתם שזמן ריצתו $\Theta(n^2)$, הקובע האם קיימים ב- S שלושה איברים שסכומם בדיוק z.

שאלה 2

בהינתן רשימה של n תת-קטעים של $[0,1]$:

$$[a_i, b_i], \qquad 0 \le a_i < b_i \le 1,$$

$$i = 1,\ 2,\ \dots,\ n,$$

כתבו אלגוריתם יעיל הקובע האם קיימת נקודה ב- $[0,1]$ שאינה שייכת לאף אחד מ- n התת-קטעים. מהי סיבוכיות האלגוריתם?

שאלה 3

בהינתן שתי רשימות של מספרים, אחת בת m איברים והשניה בת n איברים (m ו- n משתנים בלתי-תלויים):

(10 נק') א. תארו אלגוריתם הקובע האם קיים איבר משותף לשתי הרשימות;

(10 נק') ב. תארו אלגוריתם משופר הפותר את אותה בעיה ושזמן ריצתו טוב יותר מאשר $\Theta(\max(m \cdot \lg m,\ n \cdot \lg n))$.

שאלה 4

נתונות שתי ערימות A_1 ו- A_2 בגודל $n_1 = heap\text{-}size[A_1]$, $n_2 = heap\text{-}size[A_2]$. נניח ש- $n_1 \ge n_2$ ושכל איבר של A_1 גדול מאשר כל איבר של A_2.

(6 נק') א. הסבירו איך למזג את שתי הערימות לתוך ערימה אחת בזמן ריצה $O(n_1)$;

(6 נק') ב. הסבירו למה דרוש התנאי $n_1 \ge n_2$;

(8 נק') ג. איך ובאיזה זמן ריצה אפשר למזג את שתי הערימות אם התנאי $n_1 \ge n_2$ מופר?

שאלה 5

(8 נק׳) א. הראו כיצד ניתן לממש תור באורך n באמצעות מערך $A[1..n]$; במקום מיקומם של הראש ושל הזנב, המימוש הזה יכלול את מיקומו של הראש ואת אורך התור; הפעולות $ENQUEUE$ ו- $DEQUEUE$ צריכות להתבצע בזמן $O(1)$.

(12 נק׳) ב. הראו כיצד ניתן לממש מחסנית באמצעות שני תורים; נתחו את זמן הריצה של הפעולות על המחסנית.

שאלה 6

נניח ש- S ו- T הינן קבוצות בעלות m ו- n איברים בהתאמה. בחרו במבנה נתונים המאפשר את יישום השגרה $Intersection(S,T)$ (המחזירה את $S \cap T$) בזמן ריצה $O((m+n) \cdot \lg m)$.