

פתרון שאלה 2 בממ"ן 12 (בעיה 2-4 מהספר)

נתבונן בסיבית האחרונה של כל אחד מ- n המספרים במערך :

$\lfloor n/2 \rfloor + 1$ מהמספרים בין 0 ל- n יסתיימו בספרה 0.

שאר $\lceil n/2 \rceil$ המספרים בין 0 ל- n יסתיימו בספרה 1.

לכן, כדי למצוא את הספרה האחרונה של המספר החסר, כל שעלינו לעשות הוא לעבור על n האיברים, ולבדוק עבור איזו ספרה (0 או 1) התקבל איבר אחד פחות מן הצפוי. אנו יודעים כעת שזו הספרה האחרונה במספר החסר, ולכן נמשיך לחפש אחרי המספר החסר בקבוצת האיברים המסתיימים באותה הספרה. כלומר, נחזור על התהליך עם הספרה במקום השני מהסוף, וכך הלאה עד שנשרוק את כל הספרות. בשלב זה נוכל לדעת מהו המספר המבוקש.

דוגמא: עבור $n = 7$, נניח שהמספרים במערך A הם: 000, 001, 011, 100, 101, 110, 111.

נסרוק את הספרה האחרונה: ישנם ארבעה מספרים המסתיימים בספרה 1 אך רק שלושה המסתיימים בספרה 0, ולכן הספרה החסרה היא 0.

נוכל אפוא להתעלם מהמספרים המסתיימים ב-1 ולהמשיך עם כל השאר – 000, 100, 110.

נסרוק כעת את הספרה הלפני אחרונה: ישנם שני מספרים שבהם הספרה השניה מימין היא 0,

ומספר אחד שבו ספרה זו היא 1, ולכן הספרה החסרה היא 1.

נתעלם אפוא מהמספרים 000, 100 ונמשיך עם 110.

הספרה השלישית מימין במספר 110 היא 1. כלומר במיקום זה הספרה החסרה היא 0.

מכיוון שסיימנו את סריקת כל הספרות, נוכל לשחזר את המספר החסר – 010.

מהו זמן הריצה של האלגוריתם שתיארנו?

במקרה הגרוע, אנו עוברים בכל שלב על כל האיברים (שעדיין לא פסלנו) כדי למצוא את הספרה

המתאימה במספר החסר. (ייתכן שלא יהיה צורך לעבור על כולם!)

בנוסף, לאחר כל שלב אנו מצמצמים את מספר האיברים בחצי.

לפיכך נקבל כי נוסחת הנסיגה המתאימה היא $T(n) \leq T(n/2) + n$.

פתרון נוסחת הנסיגה הינו $T(n) = O(n)$ (משפט האב, מקרה 3).