מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

מספר תעודת זהות (9 ספרות)	מספר הקורס	מועד
301256921	20585	85

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

ש N101039584

ת.ז: 301256921 מספר סידורי: **15**

לשימוש הבודק

206594

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

שאלה 1

השפה הבאה מעניינת מאוד, אין אינה רגילה.
נראה שהשפה הבאה מעניינת:
נראה מ"ט לו בזמן פולינומי שמקבלת את השפה הבאה.
יהי M = "על הקלט $\langle w, m \rangle$ כאשר m מ"ט ו-w מחרוזת קלט,
בדוק:

1. האם המשתנה הגדר נשתנה מחרוזת כל,
ורשום לו כל איי הקומבינציה הבולטים של m
על w.
2. הרץ את m על w בדיוק אחד.
3. בדוק האם הקומבינציה הנוכחית של הגדר m על
w בדה לקומבינציה שנשמרה ב-L. אם כן, קבל.
4. באופן לא דטרמיניסטי החלט האם להחליף את תוכן
המשתנה L לקומבינציה הנוכחית של m על w.
5. אם m עדיין רץ, אותחל, הגדר לשלב 2."

אם $\langle w, m \rangle$ בשפה המקורית השאלה, אין קיימת קומבינציה
~~אינסופית~~ c_i, c_j של m על w, כך
ש-$c_i = c_j$. לכן לאחר הפעלת הכלל נניח $j > i$. אין
בשפה הלא דטרמיניסטי יש קיים ענף שבו בדיוק ה-i
של m, יש שומרת $c_i \to L$, ובכל שאר הענפים המאוים
יש בזכרון שלו לשנות אין מכן המשתנה L. לכן
כאשר יש מגיעה אל m בדיוק ה-j של m, יש
משנה (בשלב 3) אל c_j עם $L = c_i$, ומקבלת.
אם $\langle w, m \rangle$ לא בשפה, אין כל צורה לקומבינציות c_i, c_j
של m על w כך שיש בן שונה, לכן אין מכן לי יש אפשר
מקבל.

206594

אם כן יש מצמד את השפה הנתונה בשאלה, ולכן שפה זו מקבלת C חופשית.

נראה שהשפה הנתונה בשאלה אינה כריעה:

נניח בשלילה כי השפה הנתונה בשאלה הינו כריעה, כלומר, קיימת מ"ט יש כך ש-יש מקבלת את $\langle w,m \rangle$ אם m תוצרת של קונקטנציה בינארית של w, ודוחה אם m לא תוצרת של קונקטנציה בינארית של w.

נגדיר מ"ט D לפי הרעיון הבא הבא:

$D =$ "על הקלט $\langle w,m \rangle$ כאשר m מ"ט ו-w מחרוזת קלט בצורה:

1) הרץ את יש על הקלט $\langle w,m \rangle$. אם יש מקבלת,

הרי ש-m תוצרת של קונקטנציה בינארית של w, לכן

m נדרשת לחזור אינסופית בבינארית של w, לכן דוחה.

אחרת:

2) הגדר מכונה T הפועלת באופן הבא:

$T =$ "על הקלט x בדוק:

1) הרץ את m על w עד לעצירה.

2) הגר לקונקטנציה הבאה (של T)".

3) הפעל את ~~המכונה~~ $\langle T,w \rangle$ על הקלט למכונה יש.

אם יש מקבלת, הרי ש-T תוצרת של אחת קונקטנציה, כלומר, T מגיעה לשלב 2) שלא, ולכן (ומכאן ש-) m אינה של w, לכן קבל.

4) אחרת, כלומר, אם יש בתמה, הרי ש-T אינה מגיעה לשלב 2 שלא, כי בשלב 1 שלא המכונה m אינה עוצרת, לכן דחה."

לשימוש הבודק

(אם M אינה מוגדרת על w, T אינה מוגדרת על אותה קונפיגורציה, כי מגדירים את T רק במקרה שזרקנו את שלב 1 והמחרוזת ש-M אינה מוגדרת על אותה הקונפיגורציה בדיוק על w, לכן T שאינה מוגדרת בכלל M על w, אינה מוגדרת על אותה קונפיגורציה)

אבל $HALT_{TM}$ אינה כריעה, ומהמון שלוו קיימת מ"ט M שמכריעה את השפה הנ"ל, לכן שפה זו אינה כריעה.

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

206594

ינ
יקה

לשימוש הבודק

יחידת מקרקעין בסלולר

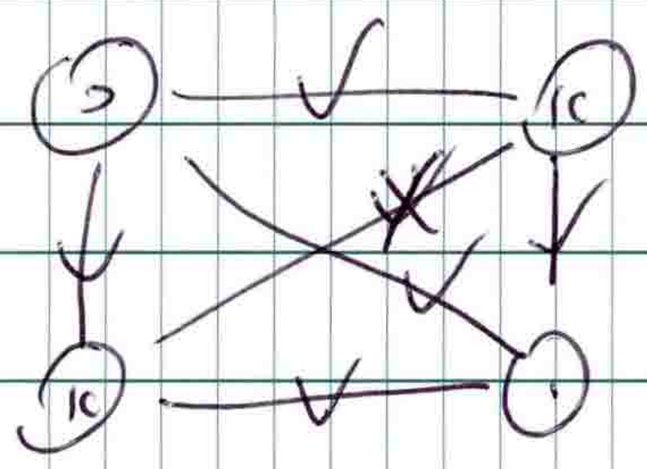
לשימוש הבודק

שאלה 3

טיוטה

נראה שהשפה ALMOST-3COLOR היא ב- NP!

מהגדרת טיוטה לא בהכרח יש תמיד בפיצה אחת הקודקודים בגרף G,



לשימוש הבודק

206594

לשימוש הבודק

שאלה 3

ALMOST-3COLOR ∈ NP:

מבנה ראיה לה הוא הלא מנסים תת גרף בגודל 3 בגלים בגודל קבוצת הקודקודים V של G, ואין תאור של כל קשתות הגרף $e=(v_1,v_2)$ ובמידה שהבצע שנבחר אחור v_1 שונה מהבצע שנבחר אחור v_2. פתרון הפעם של המבנה צו הוא בגודל $|V|$ ו- $|E|$, כלומר, פולינומיאלי בגודל הקלט.

כל מתאים 3COLOR-5

-1

3COLOR ≤p ALMOST-3COLOR:

נגדיר לכל שמבצע הפונקציה הפולינומיאלית המשמרת: f

~~המשמרת הקלט בגודל G גרף בגודל~~

M = "על הקלט w בדוק:

א) אם w אינו תיאור של גרף לא מכוון G, הוצא

לפלט אותו w חזרה.

ב) אחרת, w הוא תיאור בגודל <G> כאשר G גרף לא

מכוון, בדוק:

ב.1) הוסף לקבוצת הקודקודים של הגרף v קודקוד,

והוסף לקבוצת הקשתות של הגרף קשתות המחברות

בין כל זוג קודקודים מאותם הקודקודים המבשלים.

ב.2) עדכן כאשר של הסרת הגרף G' המתקבל.

(מובטח כי מוסיפה לגרף G רבע קשתות נוספות שהוא קליקה בגודל 4)

$f(G) = G' \in$ ALMOST-3COLOR $\iff$ $G \in$ 3COLOR:

אם $G \in$ 3COLOR, אין קיימת 3 בגלים תוקים ל- G. לכן

ניתן לצבוע את G' באופן הבא, זוג אחרון הקודקודים

המבשלים לצבע כך שלשניהם מהם באותם הצבע והשאר

באותם כל אחד בצבע שונה. לדוגמה: אם הרלוונטית הוסיפה היא

הקודקודים v_1, v_2, v_3, v_4, לצבע: $C(v_1)=R$, $C(v_2)=G$

$C(v_3) = B$ ו- $C(v_4) = R$. אין כל בעיה בקלות בקליקה שנוספה שקיימות אין צורך בדיסקוס, מול מחברים (v_3, v_4). לכן כל קשתות הגרף G' למעט אחת שקיימות אין צורך בהפיכה, ולכן $G' \in ALMOST-3COLOR$.

בכיוון השני, אם $G \notin 3COLOR$, אין איך הגרף G של G' לא ניתן לצבוע באופן תקין, ולכן לכל צביעה של G, לפחות קשת אחת ב-G מחברת בין קודקודים באותו הצבע, ואותו דבר בקלות שהוספת קשת אחת לפחות אינה תוקנת, עבור שכל G' יש לפחות 2 קשתות לא תוקנות, לכן $G' \notin ALMOST-3COLOR$.

צמן הכיבה של מושגים לא היה פשוט כמעט בגלל הגדרה הוא פוליגונאלי: הצמן מקבלים להוספת קליק בגודל 4 הוא קבוע, ובכדי לבדוק אם הקלט והוספת במקום הנכון נדרש לכל היותר צמן פוליגונאלי בגודל הקלט.

אם כן הראנו שקשה בעיות שייכות למחלקה NP, לכן כי קיימת הוכחה הכיבה בצמן פוליגונאלי מספיק NP-שלמה לבעיות הבעיות, לכן נקבל כי הבעיות בעיות הן NP-שלמות!

ALMOST-3COLOR הוא NP-Complete.

206594

לשימוש הבודק

שאלה 4

סע. מ.

הגדרה: נניח שיש מונה פולינומיאלי E עבור השפה L

ונניח שקיימת מ"ט M שמכריעה את השפה L בזמן פולינומיאלי.

E מונה פולינומיאלי לכן קיים n_0 כך שמספר הצבעים של E,

שעבורם $w \in L$, $|w|$ לכל היותר $O(|w|^k)$. לפי הגדרה

הסימן הנ"ל C ו O, קיימים C, n_0 כך שלכל ~~מספר~~

~~אורך $|w| \geq n_0$, לכל w כך~~

w כך ש- $|w| \geq n_0$, כאשר הריצה של E עד לרגע

w קבלן אין שונה מ- $C \cdot |w|^k$. נגדיר פונקציה f,

$$f(w) = \max(C \cdot n_0^k, C \cdot |w|^k)$$

אז לכל w מתרגע שלנו, $f(w)$ הוא פולינומיאלי בגודל

של w, ~~שמקבלת w כך ש- מתאימה~~ כי $C \cdot n_0^k$

הוא קבוע, ו- $C \cdot |w|^k$ הוא פולינומיאלי באורך של w.

נראה מכונה שמכריעה את L בזמן פולינומיאלי:

M = "על הקלט w בצע:

1) הרץ את המונה E למשך $f(w)$ צעדים,

לכל מילה w' שנוצרה בדוק האם $w = w'$. אם

כן קבל, אחרת דחה.

2) צא דחה."

המכונה M רצה בזמן פולינומיאלי בגודל הקלט w, ומקבלת

אם $w \in L$, ודוחה אם $w \notin L$, לכן $L \in P$.

ב. לא.

דוגמה נגדית: $L = \Sigma^*$. לכל מונה E שמדפיס את Σ^*

~~שר מכריע לפחות המילים~~ קיים סדר הדפסה מסוים, אלא

נניח שהדפסה היא בסדר הלקסיקוגרפי. הדפסה כל מחרוזת

←

היו בדיוק אחד לכל המילה, לכן לכל מילה w,
הוכחנו לפניה $O(|w|^2)$ מילים, ~~ובסך הכל $O(|w|^2)$~~.
וכך גם אינסופיות. מאחר ש L, ולכן E אינו מונה
פולינומיאלי אזי w. אבל $\Sigma^* \in P$ שכן קיימת מ"ט שעצרה
שמבדיקה איך Σ^* בעזרת פולינומיאלי (מבנה שעצרה
~~המשמעותית~~ $q_0 = q_{accept}$) מכיוון שהוא לא
למנה.

206594

לשימוש הבודק

שאלה 2

~~[illegible]~~

בהינתן $\langle G,s,t\rangle$ בקלט לבעיית PATH, נקבע $k=2|V|$, ונגדיר ~~[illegible]~~ לגרף את הצמתים:

$v_1, v_2, \dots, v_k$

ואת הקשתות:

$(v_1,v_2),(v_2,v_3),\dots,(v_{\frac{k}{2}-1},v_{\frac{k}{2}}),(v_{\frac{k}{2}},s)$

ומן את הקשתות:

$(t,v_{\frac{k}{2}+1}),(v_{\frac{k}{2}+1},v_{\frac{k}{2}+2}),\dots,(v_{k-1},v_k)$

~~ונגדיר את הגרף המתקבל G' ואת הקלט~~

הפלט של הרדוקציה יהיה $\langle G',k\rangle$ כאשר G' הגרף המתקבל מ"ז הוספת הצמתים והקשתות שהרדוקציה.

הוכחת הרדוקציה:

אם $\langle G,s,t\rangle\in PATH$ אזי $\langle G',k\rangle\in D$:

$\langle G,s,t\rangle\in PATH$ ומכאן שיש ב-G מסלול מ-s ל-t, ולכן יש גם מסלול פשוט מ-s ל-t (המתקבל מ"ז הסרת קשתות שלא מגיעים) לכן יש ב-G' מסלול פשוט מ-v_1 ל-v_k מהצורה:

$v_1\to v_2\to\dots\to v_{\frac{k}{2}}\to s\to\dots\to t\to v_{\frac{k}{2}+1}\to\dots\to v_k$

מסלול זה הוא מסלול פשוט שאורכו גדול מ-k, לכן יש בו רק מסלול פשוט שאורכו k, כלומר $\langle G',k\rangle\in D$.

בכיוון השני, אם $\langle G,s,t\rangle\notin PATH$, אין מסלול פשוט ב-$G'$ שאינו קודקוד מהקודקודים $\{v_1,\dots,v_{\frac{k}{2}}\}$ אינו יכול לכלול את t (כי מסלול כזה חייב לעבור דרך s ויהיה מסלול מ-s ל-t), ולכן אם אינו יכול לכלול קודקוד מהקודקודים $\{v_{\frac{k}{2}+1},\dots,v_k\}$, ולכן אורכו לכל היותר $\frac{k}{2}+|V|-1$.

(ב-א כי הקודקוד t אינו כלול, ואורך המסלול הוא מספר הקשתות)

באופן דומה,

מסלול שמכיל קודקוד מהקודקודים $\{v_{\frac{k}{2}+1},\dots,v_k\}$ אינו מכיל

קודקוד מ- $\{v_1,\dots,v_{\frac{k}{2}}\}$ נשים לב גם הקודקוד s,

לכן באופן דומה גם מסלול כזה אורכו קטן מ-k.

מסלול שמכיל רק את הקודקודים שב-G אורכו לכל היותר

$|V|-1=\frac{k}{2}-1<k$, לכן סיים ב-G' מסלול כזה באורך

k ולכן $\langle G',k\rangle \notin D$.

~~נעיר לוגריתמי~~: מהמר מקום לוגריתמי שמבדיל

~~מ"ס שמבדיל~~ את הרדוקציה ~~נדרש להשתמש~~ ~~להשתמש~~ למנוע את

מספר הקודקודים ~~ש~~ של V ב-G, ומונה היא במקום

לוגריתמי במספר הקודקודים שבקלט, הוספת הקודקודים

~~לתת~~ ~~הם~~ והקשתות לתת הקלט G' אם היה עושה

זאת יכול מונים בסדר הגודל והוספה היא לסדר הקלט,

לכן הרדוקציה ~~ל~~ מתבצעת במקום לוגריתמי.

206594

לשימוש הבודק

שאלה 6

כן, כל שפה ב- PSPACE פרט ל- ϕ, Σ^* היא PSPACE שלמה לפי ההגדרה שבשאלה.

~~הוכחה: תהי $L \in PSPACE$ שונה מהריקה ל- Σ^* היא PSPACE שלמה. L ב- PSPACE לפי הנתון~~

הוכחה: תהי $L \in PSPACE - \{\Sigma^*, \phi\}$, נראה ש- L היא PSPACE שלמה. לפי ההנחה נובע בפרט כי $L \in PSPACE$, לכן נשאר רק להראות שלכל שפה $A \in PSPACE$ מתקיים $A \leq_{exp} L$.

~~מתקיים הקלות:~~

לפי הנחת $L \notin \{\Sigma^*, \phi\}$, לכן קיימים y_1 ו- y_2 כך ש- $y_1 \in L$ ו- $y_2 \notin L$.

~~בהינתן קלט x ~~ תהי $A \in PSPACE$~~, אפשר~~ ~~לבנות מ~~

תהי $A \in PSPACE$, מתקיים $PSPACE \subseteq EXPTIME$ (זמן 336 בספר וזמן 108 במבחן) לכן בפרט $A \in EXPTIME$, כלומר, קיימת מ"ט M כך ש- M מכריעה את A בזמן אקספוננציאלי.

נראה את הרדוקציה האקספוננציאלית מ- A ל- L:

בהינתן קלט x, הרל"ש את המכונה M על x.

אם M קיבלה, הנבנה לקלט (בהתאם לפרט) היא y_1.

אם M דחתה, הנבנה לקלט את y_2.

הרדוקציה זו מחזירה פונקציה f, כך ש-

$x \in A \iff f(x) \in L$, f-1 מחושבת בזמן אקספוננציאלי שכן M פועלת בזמן אקספוננציאלי.

לכן $A \leq_{exp} L$, ומכיוון ש- L היא שפה PSPACE שונה לפי ההגדרה הנתונה בשאלה.

גליון תשובות לשאלות רב-בררתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1	א ב ג ד ה ו ז ח ט	21	א ב ג ד ה ו ז ח ט
2	א ב ג ד ה ו ז ח ט	22	א ב ג ד ה ו ז ח ט
3	א ב ג ד ה ו ז ח ט	23	א ב ג ד ה ו ז ח ט
4	א ב ג ד ה ו ז ח ט	24	א ב ג ד ה ו ז ח ט
5	א ב ג ד ה ו ז ח ט	25	א ב ג ד ה ו ז ח ט
6	א ב ג ד ה ו ז ח ט	26	א ב ג ד ה ו ז ח ט
7	א ב ג ד ה ו ז ח ט	27	א ב ג ד ה ו ז ח ט
8	א ב ג ד ה ו ז ח ט	28	א ב ג ד ה ו ז ח ט
9	א ב ג ד ה ו ז ח ט	29	א ב ג ד ה ו ז ח ט
10	א ב ג ד ה ו ז ח ט	30	א ב ג ד ה ו ז ח ט
11	א ב ג ד ה ו ז ח ט	31	א ב ג ד ה ו ז ח ט
12	א ב ג ד ה ו ז ח ט	32	א ב ג ד ה ו ז ח ט
13	א ב ג ד ה ו ז ח ט	33	א ב ג ד ה ו ז ח ט
14	א ב ג ד ה ו ז ח ט	34	א ב ג ד ה ו ז ח ט
15	א ב ג ד ה ו ז ח ט	35	א ב ג ד ה ו ז ח ט
16	א ב ג ד ה ו ז ח ט	36	א ב ג ד ה ו ז ח ט
17	א ב ג ד ה ו ז ח ט	37	א ב ג ד ה ו ז ח ט
18	א ב ג ד ה ו ז ח ט	38	א ב ג ד ה ו ז ח ט
19	א ב ג ד ה ו ז ח ט	39	א ב ג ד ה ו ז ח ט
20	א ב ג ד ה ו ז ח ט	40	א ב ג ד ה ו ז ח ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____

206594