

# מטלת מנחה (ממ"ן) 18

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית

חומר הלימוד למטלה: לוגיקה פרקים 1-2

משקל המטלה: 3 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: יום ו' 4.1.08

סמסטר: 2008א

אנא שים לב:

מלא בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.  
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 עוסקת בתחביר, ומתייחסת לכתיב פורמלי מלא של פסוק, ללא השמטת סוגריים ותוך שימוש בקשרים  $\rightarrow$ ,  $\sim$ , בלבד. בשאלות 2 - 4 מותר כתיב מקוצר.

שאלה 1 (24 נקודות)

להלן הגדרה רקורסיבית של פונקציה  $f$  מקבוצת הפסוקים בשפה ל- $N$ :

(i) עבור פסוק יסודי  $P$ ,  $f[P] = 1$ . (ii) לכל פסוק  $\alpha$ ,  $f[\sim(\alpha)] = f[\alpha] + 3$ .

(iii) לכל שני פסוקים  $\alpha, \beta$ ,  $f[(\alpha) \rightarrow (\beta)] = f[\alpha] + f[\beta] + 5$ .

א. מה הגדרנו כאן, כלומר איזה מידע לגבי פסוק מביעה הפונקציה  $f$ ?

נמק את תשובתך. כדאי להיעזר בעובדה הבאה:

שתי פונקציות שיש להן אותו תיאור רקורסיבי (כולל תנאי התחלה) - מתלכדות.

ב. חשב את  $f[\varphi]$  כאשר  $\varphi$  הוא הפסוק המתואר בעץ שבראש עמוד 45 בספר הלימוד.

הראה את החישוב הן ע"י התשובה שנתת לסעיף א, והן ע"י התהליך הרקורסיבי.

ג. הוכח באינדוקציה על בניית פסוק:

לכל פסוק  $\alpha$ , המספר  $f[\alpha]$  נותן שארית 1 בחילוק ב-3.

שאלה 2 (22 נקודות)

נתון הפסוק (בכתיב מקוצר):

$$\varphi: ((\sim(P_0 \rightarrow P_1)) \vee (\sim(P_0 \rightarrow P_2))) \wedge (P_0 \rightarrow P_0)$$

א. רשום פסוק בצורה דיסיונקטיבית נורמלית השקול ל- $\varphi$ .

ב. רשום פסוק בצורה קוניונקטיבית נורמלית השקול ל- $\varphi$ .

(הגדרת הצורות הנורמליות - בעמ' 62 בספר הלימוד).

### שאלה 3 (24 נקודות)

להלן שתי הנחות:

- (i) לוגיקה היא מקצוע קשה, או רוב הסטודנטים אוהבים לוגיקה.
- (ii) אם דיסקרטית הוא קורס קל, אז לוגיקה אינה מקצוע קשה.
- והנה מסקנה, או נכון יותר - טענה המתיימרת להיות מסקנה:
- (iii) אם אין זה נכון שרוב הסטודנטים אוהבים לוגיקה אז דיסקרטית קורס לא קל.
- א. בחר פסוקים יסודיים מתאימים וייצג את ההנחות ואת המסקנה בשפה פורמלית. כתיב מקוצר - מותר.

ב. מצא, והוכח בעזרת לוח אמת או בכל דרך אחרת, איזו מהאמירות הבאות נכונה:

\* המסקנה **נובעת טאוטולוגית** מההנחות:

(כלומר בכל אינטרפרטציה שבה ההנחות אמיתיות גם המסקנה אמיתית).

\* המסקנה **אינה** נובעת טאוטולוגית מההנחות, אך **מתיישבת איתן**

(כלומר קיימת אינטרפרטציה בה ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית, אך קיימת גם

אינטרפרטציה בה ההנחות והמסקנה אמיתיות יחד).

\* המסקנה וההנחות יחד **אינם קבוצה עקבית**

(כלומר אין אף אינטרפרטציה בה ההנחות והמסקנה נכונות יחד).

### שאלה 4 (30 נקודות)

לפניך כמה טענות, חלק מהן נכונות וחלק לא. לכל טענה, ציין אם היא נכונה או לא. הוכח את הטענות הנכונות. לכל טענה **שאינה נכונה**, **הבא דוגמא נגדית** - רצוי פשוטה. אם אתה בוחר להפריך טענה בעזרת לוח אמת, הקפד לרשום לוח אמת ברור, וציין מיהם הפסוקים היסודיים.

בכל הסעיפים,  $\alpha, \beta, \gamma$  הם פסוקים בשפת תחשיב הפסוקים, לא בהכרח שונים זה מזה, ולא בהכרח פסוקים יסודיים. **כתיב מקוצר - מותר.**

a. אם  $\alpha$  **אינו** גורר טאוטולוגית את  $\beta$ , ו- $\beta$  **אינו** גורר טאוטולוגית את  $\alpha$ ,

אז בלוח אמת משותף של  $\alpha, \beta$ , בכל שורה שאחד מהם מקבל ערך T, השני מקבל F.

b. אם  $\alpha \wedge \beta \models \gamma$  אז  $\alpha \models \gamma$  וגם  $\beta \models \gamma$ .

c. לכל פסוק  $\alpha$ , הפסוק  $\alpha \rightarrow (\sim \alpha)$  הוא סתירה.

d. לכל פסוק  $\alpha$ , הפסוק  $(\alpha \rightarrow \sim \alpha) \rightarrow (\sim \alpha)$  הוא סתירה.

e. לכל פסוק  $\alpha$ , הפסוק  $\alpha \rightarrow ((\alpha \rightarrow (\sim \alpha)) \rightarrow (\sim \alpha))$  הוא טאוטולוגיה.

f. לכל שני פסוקים  $\alpha, \beta$ , הפסוק  $(\alpha \rightarrow \beta) \vee (\alpha \rightarrow (\sim \beta))$  הוא טאוטולוגיה.