

ש N101376418  
מספר 6

מספר התלמיד הנבחן  
רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה  
הפתוחה

כ"ח באדר ב' תשע"ט

מס' שאלון - 468  
באפריל 2019

סמסטר 2019א

מס' מועד 93

20417 / 4

שאלון בחינת גמר  
20417 - אלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 7 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

מתוכן יש לענות על ארבע שאלות.

25 נקודות לכל שאלה.

לכל בעיה יש להציג את האלגוריתם היעיל ביותר. עבור כל אלגוריתם,  
יש להציג הוכחת נכונות וניתוח של זמן הריצה. אם ניתן לפתור בעיה  
ביעילות באמצעות הפעלה/תיקון של אלגוריתם מוכר, יש להציג פתרון  
שכזה (במקום להציג אלגוריתם חדש לחלוטין).

על שאלות שמסומנות בכוכב - יש לענות בטופס השאלון במקום המוקצה  
(ולא במחברת הבחינה) ולקצר בהוכחת הנכונות והיעילות.

לשאלון זה מצורפים דפי עזר.

חומר עזר:

כל חומר עזר אסור בשימוש.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות

-1-



## אלגוריתמים 2019 – מועד 93

הנחיות: ענו על 4 מתוך 5 שאלות. לכל שאלה 25 נקודות. לכל בעיה יש להציג את האלגוריתם היעיל ביותר. עבור כל אלגוריתם, יש להציג הוכחת נכונות וניתוח של זמן הריצה. על שאלות שמסומנות בכוכב - יש לענות בטופס השאלון במקום המוקצה (ולא במחברת הבחינה), ולקצר בהוכחת הנכונות והיעילות. אם ניתן לפתור בעיה ביעילות באמצעות הפעלה/תיקון של אלגוריתם מוכר, יש להציג פתרון שכזה (במקום להציג אלגוריתם חדש לחלוטין).  
חומר עזר: אסור. דף נוסחאות מצ"ב. בהצלחה!

### שאלה 1 – בעיית הספיקות 2-SAT (25 נק').

הציגו אלגוריתם יעיל, שבהינתן נוסחה  $\varphi$  בצורת 2-CNF מוצא לה השמה מספקת, ואם אין השמה כזו - מדווח שהנוסחה איננה ספיקה. הדרכה: העזרו בגרף מכוון  $G$  שמותאם לנוסחה  $\varphi$ .

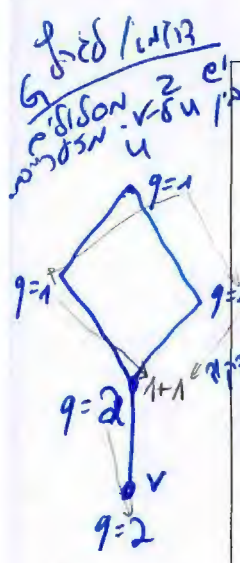
תזכורת: נוסחת 2-CNF היא נוסחה מהצורה  $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \dots \wedge \varphi_m$ , כשלכל פסוקית הצורה  $\varphi_i = (z_{i,1} \vee z_{i,2})$ , וכל  $z_{i,j}$  הינו אחד מהליטרלים  $x_1, \dots, x_n, \neg x_1, \dots, \neg x_n$ . למשל  $n=3$  הינה נוסחת 2-CNF עם  $\varphi = (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$  משתנים, ו- $m=4$  פסוקיות. השמה הינה פונקציה שמתאימה לכל משתנה  $x_i$  ערך "אמת"  $T$  או "שקר"  $F$ . בהינתן השמה מסוימת, אזי הליטרל  $x_i$  מסופק אם ההשמה מקיימת  $x_i \leftarrow T$ , והליטרל  $\neg x_i$  מסופק אם  $x_i \leftarrow F$ . הפסוקית  $\varphi_i = (z_{i,1} \vee z_{i,2})$  מסופקת, אם לפחות אחד מהליטרלים שבה  $z_{i,1}, z_{i,2}$  מסופק. הנוסחא כולה  $\varphi$  מסופקת, אם כל הפסוקיות  $\varphi_1, \dots, \varphi_m$  מסופקות. הנוסחא נקראת ספיקת, אם לפחות אחת מבין  $2^n$  ההשמות האפשריות מספקת אותה.





**\*שאלה 2 - ספירת מסלולים מזעריים (25 נק').**

בהנתן גרף לא מכוון קשיר  $G=(V,E)$  ושני קדקודים  $u, v \in V$ , הציגו אלגוריתם, שמחשב את מספרם של המסלולים המזעריים בין  $u$  ל- $v$  ב- $G$ .

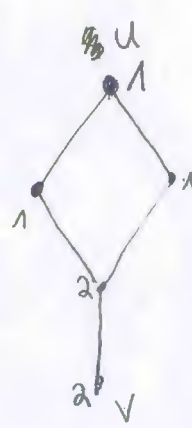


הגדרת האלגוריתם: נניח BFS מקוצקו  $u$ , במהלך הריצה נחזקן על קדקוד סמוך ונזיז אליו את סמל/מכנה מסלול נכון. עכשיו אליו עבור קדקוד  $u$  ונסמן  $q[u]=1$ , עבור  $v$  הקדקודים  $q[v]=1$  ונמחק  $u$  מהמקום  $Q$ . אם יש רק דרך אחת לעבור אליהם  $u$  ונמחק  $u$  מהמקום  $Q$ . אז נסבם את הערכים של הקדקודים  $q$  הדולרים שמאלה. סמלי קדקוד, לבסוף נחזיר את הערך  $q[v]$ . ניסוח הטענה העיקרית בהוכחת הנכונות: הערך  $q[v]$  יהיה מספר המסלולים המזעריים בין  $u$  ל- $v$  ב- $G$  כל האנדרה! מסובק (רקס) בין הנמתי!

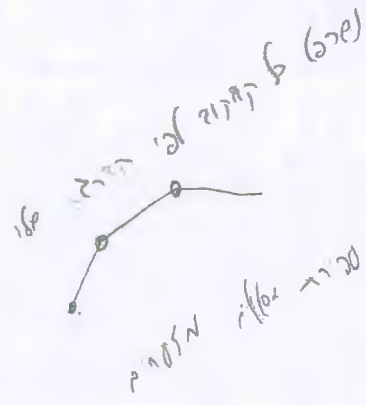
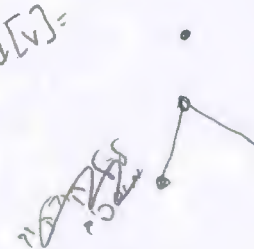
הוכחת הטענה העיקרית בהוכחת הנכונות: BFS מוצא את כל המסלולים הכי קצרים בדרך, לכן אם נלקיב אחריו אז מסלול העצבויים סלעב יהיה בזמן המסלול הקצרים ביותר. המסלול המזערי של קדקוד במסלול מקב ~~מקב~~ מקדקוד שיהיה לעדו או מסבר המסלול סמליים אליו באותו מסלול (מסלול) מסבם במידה ונכון עכשיו. יעילות האלגוריתם:  $O(V+E)$  זיזר BFS, ערכון עזר  $q$   $O(V)$  סמליים של ערכים  $O(V)$  סמליים  $O(V+E)$ .

23/5

בהמשך הריצה של BFS נמחק את הקדקודים שזיזר. אם נמחק את הקדקודים שזיזר, אז נמחק את הקדקודים שזיזר.



$dis[u]=1$   
 $dis[v]=1$



מ.א.ה. 1987

21721760

יח נכונות).

מחשב ~~במחשבים~~ קבוע  $r = \sqrt{2}$


$r = \sqrt{N} > \text{קצרים}$

(ב) יהי  $B(n)$  המספר המרבי של איטרציות שמתבצעות בלולאה החיצונית על גרפים בעלי  $n$  קדקודים. חשבו את  $B(n)$ , והציגו סדרת גרפים  $G_n$  עליהם מתבצעות בדיוק  $B(n)$  איטרציות.

$$r_0 \xrightarrow{d} 1 \xrightarrow{c} \infty \xrightarrow{1} \infty \xrightarrow{1} \infty \xrightarrow{1} \infty$$

$$B(n) = n$$

באינדיקציה הנכונה, הוכחנו כי  $(r, d) \in \mathcal{R}$  כאשר  $r$  הוא מספר טבעי,  $d$  הוא מספר טבעי,  $r \geq 1$  ו- $d \geq 1$ .



באטרף הנאמן נחלו על פה הדגלו, באטרף הנאמן  
 על נחלו עם שבתון (אולי) על פה הנאמן

A diagram of a path graph with 5 vertices and 4 edges. The vertices are labeled  $r, a, b, c, d$  from left to right. The edges are labeled 1, 1, 1, 1 above the corresponding edges.

באטריה הנשללה נמקו את פ הדפוס, באטריה האני  
 עת יקבלו את ערכן והאני יס' את הריצה







מקו

151

Prüfung

77101

10.5

הן  $v'$  ו- $v''$  הן וקטורים ב- $V$  ו- $w$  וקטור ב- $W$  ו- $\alpha$  סקלר.

אם  $k$  הוא מספר טבעי,  $1 \leq k \leq n$ , אז  $\sigma_k$  הוא:

• לחצו על הקורה  $v'$ , הצרתי את הצורה חזרה (כאן)  $f_{\max} - k$   
 בחזרה  $f_{\max} > k - e$ , אלכו הצרתי את הצורה האחרונה חזרה  
 עוד פעם.

$$V = 0 \quad \text{r/s} \quad \text{1} \quad \text{SIC} \quad f_{\max} = 0 \quad \text{p/c}$$



# פוסטמודרניזם

(א) א אינטרוו'ל אז שפני'מה קאנסטאנט (באקד  
 $e$   $f_{\max} = k$ ), וואס אינטרוו'ל אדער קאנסטאנט  
 און (קד) קאדירט א קאנסטאנט, ~~און~~  $f_{\max} - k$   
 שפני'מה האט א קאנסטאנט קאנסטאנט

אם  $f_{\max} > k$ ,  $\frac{1}{k}$  ~~של~~ נוסף להצטרף יק קבוצה  
 (קבוצה גדולה)  $|H_{\max}|$ , והצטרף המצטרף  
 האחרון תהיה אפס.  $\frac{1}{k}$  של  $\frac{1}{k}$  אם  $\frac{1}{k}$  קבוצה -

2



המשך שאלה 4

למשך הריצה:  $O(V^2)$  במקסימום  
 הריצה BFS א גורמים  $O((V+E) \cdot K)$

מקסימום זמן ~~הריצה~~  $O(1)$

מקסימום

מקסימום

מקסימום מקסימום מסומן ב-  $K$   
 ולכן זמן  $K$

$O(V^2)$

מס' זמן הריצה הוא

2/2