

מס' שאלון - 467

בפברואר 2018

סמסטר 2018 א

מס' מועד 83

20407 / 4

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 4 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.  
בכל בחינה תבדקנה ארבע התשובות הראשונות בלבד.  
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות:

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.  
אין לכתוב בצבע אדום.  
אין לכתוב בעיפרון.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . אסור מחשבון  
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע  
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.

יש להתחיל כל תשובה בעמוד חדש (או לפחות להשאיר 5 שורות בין תשובות לשאלות שונות). אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

## שאלה 1

(12 נק') א. פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה ללא שימוש בשיטת האב (כולל הרחבותיה):

$$T(n) = 2T(n/2) + n \log n$$

(הערה: פתרון בשיטת האב יקבל 6 נק' לכל היותר)

(13 נק') ב. קבעו והוכיחו את היחס האסימפטוטי בין הפונקציות:  $f(n) = \lfloor \log n \rfloor!$ ,  $g(n) = \log(n!)$

## שאלה 2

השגרה TRUE\_SQUARES שלהלן מקבלת מערך של ערכים בוליאניים,  $A[1...n]$ .

TRUE\_SQUARES ( $A[1...n]$ )

```

1. for i ← 1 to n do
2.   A[i] ← FALSE
3. for i ← 1 to n do
4.   k ← i
5.   while (k ≤ n) do
6.     FLIP (A[k])
7.     k ← k + i

```



והיא משתמשת בשגרת-העזר FLIP שלהלן, המקבלת משתנה בוליאני:

FLIP (x)

```

1. if x = TRUE then
2.   x ← FALSE
3. else
4.   x ← TRUE

```

(15 נק') א. הוכיחו כי לאחר שהרצת-השגרה TRUE\_SQUARES מסתיימת, ערך-התא  $A[i]$

הוא TRUE אם ורק אם  $i$  הוא ריבוע שלם\* (ואחרת ערכו FALSE).

\* ריבוע שלם הוא מס' טבעי המהווה ריבוע של מס' טבעי כלשהו (למשל 25 הוא ריבוע שלם).

(10 נק') ב. נתחו את סיבוכיות-השגרה.

### שאלה 3

(10 נק') א. בונים עץ חיפוש בינארי (עח"ב) מארבעה ערכים שונים זה מזה, באמצעות הכנסתם בזה אחר זה, לפי סדר הגעתם, לעץ ריק. נניח שהערכים מגיעים בסדר אקראי.

i. כמה עח"ב שונים יכולים להתקבל? ציירו אותם (אם אין זמן ניתן להסתפק בחלקם).

ii. מהי תוחלת הגובה של העח"ב הנבנה? פרטו את החישוב במדויק.

(15 נק') ב. T הוא עץ בינארי מאוזן אסימפטוטית בעל n צמתים (כלומר גובהו לוגריתמי ביחס למס' צמתיו), שבצמתיו ערכים מספריים. בוחרים מסלול p ב-T משורש לעלה, וקבוע  $C > 0$ , ומכל ערך בצומת במסלול מפחיתים C. תארו אלג' לתיקון T לאחר השינוי, כאשר T הוא:

i. עח"ב (אין צורך לדאוג לאיזון העץ)

ii. ערימת מקסימום

iii. ערימת מינימום (בכדי למנוע אי-הבנות נדגיש שמדובר בערימות הממומשות

באמצעות מערך המייצג עץ בינרי כמעט שלם)

ניתן להניח שהמסלול p והקבוע C ידועים.

חשבו את סיבוכיות אלג' התיקון בכל אחד מהמקרים.

### שאלה 4

באנזי קרלטון בקנדה ציונים בקורסים ניתנים בצורה הבאה:  $A+, A, A-, B+, B, B-, C+, C, C-$  (נכשל).  $F$  (נכשל).  $D+, D, D-, F$  כאשר  $A+$  הוא הציון הגבוה ביותר, וכן הלאה עד לנמוך ביותר,  $F$  (נכשל). בכל קורס יש, עבור כל סטודנט, רשומת-סטודנט הכוללת את שמו, מספרו (הייחודי) וציונו בקורס. תכננו מבנה נתונים לעזרה בניהול קורס יחיד התומך בפעולות הבאות:

. אתחול מבנה ריק, בזמן  $\Theta(1)$

הכנסת סטודנט, בזמן  $\Theta(\log n)$  (רשומת הסטודנט כבר כוללת את כל הערכים; המפתח להכנסה הוא מס' הסטודנט) Insert ✓

מחיקת סטודנט (לפי מס' סטודנט), בזמן  $\Theta(\log n)$  - Search

החזרת הציון הציונים, בזמן  $\Theta(1)$

מחיקת כל התלמידים שנכשלו (קיבלו ציון F), בזמן  $\Theta(1)$

הדפסת כל שמות הסטודנטים שהצטיינו (קיבלו  $A+$ ), בזמן  $\Theta(k)$ , כאשר k הוא כמות המצטיינים

הדפסת כל ציוני הסטודנטים לפי סדר יורד של מספרי סטודנט, בזמן  $\Theta(n)$

הערה: במחיקת S איברים ממבנה כלשהו הכוונה היא לניתוקם הלוגי מן המבנה

הזיון  
מחיקת  
מחיקת  
מחיקת  
מחיקת  
מחיקת

Name  
ID  
Grade

## שאלה 5

בכל אחד מהסעיפים הבאים כתבו נכון/לא נכון והסבירו בקצרה (עד 2 שורות):

- א. לכל 2 פונק'  $f, g$  מתקיים אחד מהיחסים:  $\Theta, \omega, o, \Omega, O$ . נכון
- ב. מיון מהיר הוא מיון אופטימלי.
- ג. אם נתון מערך של מספרים שלמים אז ניתן למיין אותו בזמן לינארי בגודל הקלט.
- ד. מאחר שזמן בניית ערימה הוא  $\Theta(n)$  אז הכנסת איבר יחיד לערימה לוקחת זמן קבוע.
- ה. גיבוב בשיטת הכפל הוא קירוב לגיבוב אחיד ופשוט.
- ו. זמן ריצת preorder בעץ חיפוש בינארי (עח"ב) הוא  $\Theta(h)$ , כאשר  $h$  הוא גובה העץ.
- ז. ניתן לתחזק חציון בעח"ב ללא תוספת אסימפטוטית לזמן הריצה של פעולות המילון. נכון
- ח. ניתן לשחזר עח"ב מתוך סריקת inorder שלו.
- ט. אם מגבילים את מבנה הנתונים לפעולות מילון בלבד, אז ניתן לממש בזמן קבוע במקרה הגרוע. נכון
- י. ביצוע רוטציה ימנית בעץ אדום שחור יכול לגרום להפרת אחד מתנאי עץ א"ש. נכון

**בהצלחה!**