- ☒ **<u>אין הכתוב</u>** בקובץ זה מחליף את הכתוב ביחידות הלימוד.
- ☒ **<u>אין הכתוב</u>** בקובץ והתרגילים המוצעים בו מעידים על אופי ו/או תוכן בחינת הגמר.
- ☒ הדרך המוצגת כאן היא דרך אחת לפתרון הבעיה אין זה אומר שאם פתרת בדרך שונה זו אינה הדרך הנכונה. אני ממליצה להתייעץ איתי.
- ☒ קריאת פתרונות התרגילים, אינה תחליף לפתירתם או פתירת תרגילים אחרים. שימוש כזה בקבצים אלה, לא יועיל לתהליך הלמידה שלך.
- ☒ **במידה והינכם מוצאים טעות בפתרון אחת מהשאלות אנא שילחו לי דוא"ל בנושא זה.**

עבודה פורייה ומהנה ☺ יפית

חוקי חזקות (עמוד 66 סעיף 66 יחידות 1-2)

א. $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

ב. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

ג. $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

ד. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

ה. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

ו. $a^0 = 1$

$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

ז. $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} = \left(\sqrt[y]{a}\right)^x$

<u>חוקי חזקות</u>

1. $a^5 \cdot a^8 = a^{5+8} = a^{13}$
2. $a^5 \cdot a^{12} = a^{5+12} = a^{17}$
3. $a^3 \cdot a^4 \cdot a^7 = a^{3+4+7} = a^{14}$
4. $a^{10} \cdot a^4 \cdot a^{20} \cdot a^6 = a^{10+4+20+6} = a^{40}$
5. $\frac{a^{10}}{a^4} = a^{10-4} = a^6$
6. $\frac{a^{20}}{a^{16}} = a^{20-16} = a^4$
7. $\frac{a^{10}}{a^{20}} = a^{10-20} = a^{-10} = \frac{1}{a^{10}}$

8. $\frac{a^{10}\cdot b}{a^4\cdot b^3}=\frac{a^{10}}{a^4}\cdot\frac{b}{b^3}=a^{10-4}\cdot b^{1-3}=a^6\cdot b^{-2}=a^6\cdot\frac{1}{b^2}=\frac{a^6}{b^2}$

9. $\frac{b^2\cdot a^{10}\cdot c^6}{c^6\cdot a^4\cdot b}=\frac{a^{10}\cdot b^2\cdot c^6}{a^4\cdot b\cdot c^6}=\frac{a^{10}}{a^4}\cdot\frac{b^2}{b}\cdot\frac{c^6}{c^6}=a^{10-4}\cdot b^{2-1}\cdot c^{6-6}=a^6\cdot b^1\cdot c^0=a^6\cdot b$

10. $\frac{(b^2)^6}{(b^4)^2}=\frac{b^{2\cdot 6}}{b^{4\cdot 2}}=\frac{b^{12}}{b^8}=b^{12-8}=b^4$

11. $\left(\frac{b^6}{b^4}\right)^3=\frac{b^{6\cdot 3}}{b^{4\cdot 3}}=\frac{b^{18}}{b^{12}}=b^{18-12}=b^6$

12. $\frac{(b^6)^9\cdot(b^5)^8}{(b^4)^3}=\frac{b^{6\cdot 9}\cdot b^{5\cdot 8}}{b^{4\cdot 3}}=\frac{b^{54}\cdot b^{40}}{b^{12}}=\frac{b^{54+40}}{b^{12}}=\frac{b^{94}}{b^{12}}=b^{94-12}=b^{82}$

13. $\frac{(b^6\cdot a^8)^9}{(b^2\cdot a^3)^4}=\frac{(b^6)^9\cdot(a^8)^9}{(b^2)^4\cdot(a^3)^4}=\frac{b^{6\cdot 9}\cdot a^{8\cdot 9}}{b^{2\cdot 4}\cdot a^{3\cdot 4}}=\frac{b^{54}\cdot a^{72}}{b^8\cdot a^{12}}=\frac{b^{54}}{b^8}\cdot\frac{a^{72}}{a^{12}}=b^{54-8}\cdot a^{72-12}=b^{46}\cdot a^{60}$

14. $\frac{(b^{14}\cdot a^{11})^{16}(b^9\cdot a^{19})^{15}}{(b^{44}\cdot a^{57})^8}=\frac{(b^{14})^{16}(a^{11})^{16}(b^9)^{15}(a^{19})^{15}}{(b^{44})^8(a^{57})^8}=\frac{b^{224}a^{176}b^{135}a^{285}}{b^{352}a^{456}}=\frac{b^{359}a^{461}}{b^{352}a^{456}}=$

$=\frac{b^{359}a^{461}}{b^{352}a^{456}}=b^7a^5$

15. $\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2^4}{3^4}=\frac{16}{81}$

16. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}=\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{3^4}{2^4}=\frac{81}{16}$

17. $27^{\frac{1}{3}}=(3^3)^{\frac{1}{3}}=3$

18. $24^{\frac{1}{2}}\cdot 6^{\frac{1}{2}}=(24\cdot 6)^{\frac{1}{2}}=144^{\frac{1}{2}}=\sqrt{144}=12$

19. $125^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{(125)^2}=(\sqrt[3]{125})^2=5^2=25$

20. $16^{-\frac{3}{4}}=\frac{1}{16^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{(\sqrt[4]{16})^3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$

21. $\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{18\cdot 2}=\sqrt{36}=6$

22. $\sqrt[3]{32}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{32\cdot 2}=\sqrt[3]{64}=4$

23. אם $7^{x}=81$ מהו הערך של $7^{-0.25x}$?

$$7^{-0.25x}=\left(7^{x}\right)^{-0.25}=\left(7^{x}\right)^{-\frac{1}{4}}=(81)^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{(81)^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{\sqrt[4]{81}}=\frac{1}{3}$$

24. אם $13^{-x}=\frac{1}{9}$ מהו הערך של $13^{-1.5x+2}$?

$$13^{-1.5x+2}=13^{-1.5x}\cdot 13^{2}=\left(13^{-x}\right)^{1.5}\cdot 13^{2}=\left(\frac{1}{9}\right)^{1.5}\cdot 13^{2}=\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot 13^{2}=\left(9^{-1}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot 13^{2}=$$

$$=(9)^{-\frac{3}{2}}\cdot 13^{2}=\left(3^{2}\right)^{-\frac{3}{2}}\cdot 13^{2}=3^{-\frac{2\cdot 3}{2}}\cdot 13^{2}=3^{-3}\cdot 13^{2}=\frac{1}{3^{3}}\cdot 13^{2}=\frac{13^{2}}{3^{3}}$$

דוגמאות - משוואה מעריכית:

1. $27^{x}=\sqrt[3]{81}$

$$27^{x}=\sqrt[3]{81}\quad\Rightarrow\quad\left(3^{3}\right)^{x}=\left(3^{4}\right)^{\frac{1}{3}}\quad\Rightarrow\quad 3^{3x}=3^{\frac{4}{3}}\quad\Rightarrow\quad 3x=\frac{4}{3}$$

$$x=\frac{4}{9}$$

2. $3^{x-2}=\sqrt{27}$

$$3^{x-2}=\sqrt{27}\quad\Rightarrow\quad 3^{x-2}=3^{\frac{3}{2}}\quad\Rightarrow\quad x-2=\frac{3}{2}\qquad x=3.5$$

3. $27^{\frac{1}{x}}=3\sqrt{3}$

$$27^{\frac{1}{x}}=3\sqrt{3}\quad\Rightarrow\quad\left(3^{3}\right)^{\frac{1}{x}}=3\cdot 3^{\frac{1}{2}}\quad\Rightarrow\quad 3^{\frac{3}{x}}=3^{\frac{3}{2}}\quad\Rightarrow\quad\frac{3}{x}=\frac{3}{2}$$

$$x=2$$

4. $\left(\frac{1}{16}\right)^{x-2}=\left(\frac{1}{8}\right)^{3+x}$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{x-2}=\left(\frac{1}{8}\right)^{3+x}\rightarrow\left(2^{-4}\right)^{x-2}=\left(2^{-4}\right)^{3+x}\rightarrow 2^{-4(x-2)}=2^{-3(3+x)}$$

$$-4(x-2)=-3(3+x)\rightarrow -4x+8=-9-3x\rightarrow x=17$$

.5 $\left(\frac{4}{49}\right)^{8-x}=\left(\frac{7}{2}\right)^{3x+1}$

$$\left(\frac{4}{49}\right)^{8-x}=\left(\frac{7}{2}\right)^{3x+1}\rightarrow\left(\frac{2}{7}\right)^{2(8-x)}=\left(\frac{7}{2}\right)^{3x+1}\rightarrow\left(\frac{7}{2}\right)^{-2(8-x)}=\left(\frac{7}{2}\right)^{3x+1}$$

$$-2(8-x)=3x+1\rightarrow -16+2x=3x+1\rightarrow x=-17$$

פתירת משוואות הדורשות שימוש בחוקי חזקות:

.1 $a^3=36$

$a^3=36 \Rightarrow (a^3)^{\frac{1}{3}}=(36)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow a=(36)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow a=\sqrt[3]{36}$ **או** $a=(6^2)^{\frac{1}{3}}=6^{\frac{2}{3}}$

.2 $a^{\frac{2}{3}}=4$

$a^{\frac{2}{3}}=4 \Rightarrow \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}=(4)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow a=\left(\sqrt{4}\right)^3=2^3=8$ **או** $a=\sqrt{4^3}=\sqrt{64}=8$

.3 $\frac{1}{a^2}=4$

$\frac{1}{a^2}=4 \Rightarrow a^{-2}=4 \Rightarrow \left(a^{-2}\right)^{-\frac{1}{2}}=(4)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow a=4^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{4^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}$

.4 $\frac{1}{\sqrt{a^3}}=8$

$\frac{1}{\sqrt{a^3}}=8 \Rightarrow \frac{1}{a^{\frac{3}{2}}}=8 \Rightarrow a^{-\frac{3}{2}}=8 \Rightarrow \left(a^{-\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}}=(8)^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow$

$a=8^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{8^{\frac{2}{3}}}=\frac{1}{(\sqrt[3]{8})^2}=\frac{1}{(\sqrt[3]{2^3})^2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$

.5 $a^4\left(\frac{1}{9}\right)^4=\frac{1}{16}$

$a^4\left(\frac{1}{9}\right)^4=\frac{1}{16} \Rightarrow \left(\frac{a}{9}\right)^4=\frac{1}{16} \Rightarrow \left[\left(\frac{a}{9}\right)^4\right]^{\frac{1}{4}}=\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{a}{9}=\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow$

$\frac{a}{9}=\left(\frac{1}{2^4}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{a}{9}=(2^{-4})^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{a}{9}=2^{-\frac{4}{4}} \Rightarrow \frac{a}{9}=2^{-1} \Rightarrow a=9\cdot 2^{-1}=\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}$

.6 $\left(1-\frac{r}{100}\right)^5=\frac{1}{2}$

$$\left(1-\frac{r}{100}\right)^5=\frac{1}{2} \Rightarrow \left[\left(1-\frac{r}{100}\right)^5\right]^{\frac{1}{5}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 1-\frac{r}{100}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} \Rightarrow$$

$$\frac{r}{100}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} \Rightarrow r=100\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}\right] \Rightarrow r=100\left[1-\sqrt[5]{\frac{1}{2}}\right]\cong 100\cdot 0.129\cong 12.9$$

.7 $\left(1+\frac{r}{100}\right)^6\left(1-\frac{r}{100}\right)^6=\frac{1}{2}$

$$\left(1+\frac{r}{100}\right)^6\left(1-\frac{r}{100}\right)^6=\frac{1}{2} \Rightarrow \left[\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1-\frac{r}{100}\right)\right]^6=\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\left(\left[\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1-\frac{r}{100}\right)\right]^6\right)^{\frac{1}{6}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \Rightarrow \left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1-\frac{r}{100}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \Rightarrow$$

המעבר לשורה הבאה יכול להיעשות בשתי דרכים : 1. פתיחת סוגריים 2. על פי נוסחת הריבועים של כפל מקוצר.

$$1-\left(\frac{r}{100}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \Rightarrow \left(\frac{r}{100}\right)^2=1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \Rightarrow \frac{r}{100}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r=100\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}}\cong 100\cdot 0.33\cong 33$$

חוקי לוגריתמים (סעיף 90 עמוד 87 יחידות 1-2)

1. $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$
2. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$
3. $\log_a\left(x^b\right)=b\log_a x$
4. $a^{\log_a x}=x$
5. $\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$ **מעבר מבסיס לבסיס**
6. $\log_a x=\frac{1}{\log_x a}$

חוקי לוגריתמים:

1. $\log_{10}\frac{1}{100}=\log_{10}(100)^{-1}=\log_{10}\left(10^{2}\right)^{-1}=\log_{10}\left(10^{-2}\right)=-2\log_{10}(10)=-2$

2. $\log_4(-16)=$ אין פתרון

3. $\log_{81}\sqrt{3}=\log_{81}3^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_{81}3=\frac{1}{2}\cdot\frac{\log_3 3}{\log_3 81}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\log_3 3}{\log_3 3^4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

4. $\log_{15}\left(\sqrt[7]{225}\right)^{13}=\log_{15}\left(\sqrt[7]{3^2 5^2}\right)^{13}=\log_{15}\left(\left(3\cdot5\right)^{\frac{2}{7}}\right)^{13}=\log_{15}\left(3\cdot5\right)^{\frac{26}{7}}=\log_{15}(15)^{\frac{26}{7}}=$

$=\frac{26}{7}\log_{15}(15)=\frac{26}{7}=3\frac{5}{7}$

5. $\log_3\frac{1}{\sqrt[9]{9}}=\log_3\frac{1}{\sqrt[9]{3^2}}=\log_3\left[\frac{1}{\left(3^2\right)^{\frac{1}{9}}}\right]=\log_3\left[\frac{1}{3^{\frac{2}{9}}}\right]=\log_3\left[3^{-\frac{2}{9}}\right]=-\frac{2}{9}\log_3 3=-\frac{2}{9}$

6. $\log_2 80+\log_2 24-\log_2 15=\log_2(80\cdot24)-\log_2 15=\log_2\left(\frac{80\cdot24}{15}\right)=\log_2 128=$

$=\log_2 2^7=7\log_2 2=7$

7. $\log_3 891-\log_3 100+\log_3 300-\log_3 11=\log_3\left(\frac{891}{100}\right)+\log_3 300-\log_3 11=$

$=\log_3\left(\frac{891\cdot300}{100}\right)-\log_3 11=\log_3\left(\frac{891\cdot300}{100\cdot11}\right)=\log_3\left(\frac{891\cdot3}{11}\right)=\log_3 243=\log_3 3^5=$
$=5\log_3 3=5$

8. $2\log_3 15+6\log_3 6-2\log_3 40=\log_3(15)^2+\log_3(6)^6-\log_3(40)^2=$

$=\log_3\left(\frac{15^2\cdot6^6}{40^2}\right)=\log_3\left(\frac{(3\cdot5)^2\cdot6^6}{\left(2^3\cdot5\right)^2}\right)=\log_3\left(\frac{3^2\cdot5^2\cdot(2\cdot3)^6}{\left(2^3\right)^2\cdot5^2}\right)=\log_3\left(\frac{3^2\cdot5^2\cdot2^6\cdot3^6}{2^6\cdot5^2}\right)=$
$=\log_3\left(\frac{3^2\cdot5^2\cdot2^6\cdot3^6}{2^6\cdot5^2}\right)=\log_3\left(3^2\cdot3^6\right)=\log_3\left(3^{2+6}\right)=\log_3\left(3^8\right)=8\log_3 3=8$

9. $\log_2 288-\frac{2}{5}\log_2 243=\log_2 288-\log_2 243^{\frac{2}{5}}=\log_2\left(2^5\cdot3^2\right)-\log_2\left(3^5\right)^{\frac{2}{5}}=$

$=\log_2\left(2^5\cdot3^2\right)-\log_2\left(3^{\frac{2\cdot5}{5}}\right)=\log_2\left(2^5\cdot3^2\right)-\log_2\left(3^2\right)=\log_2\left(\frac{2^5\cdot3^2}{3^2}\right)=\log_2 2^5=$

$=5\log_2 2=5$

10. $\frac{3}{4}\log_{\sqrt[7]{10}}1296-2\log_{\sqrt[7]{10}}125+3\log_{\sqrt[7]{10}}50-\log_{\sqrt[7]{10}}120=$

$$=\log_{\sqrt[7]{10}}(1296)^{\frac{3}{4}}-\log_{\sqrt[7]{10}}(125)^2+\log_{\sqrt[7]{10}}(50)^3-\log_{\sqrt[7]{10}}120=$$

$$=\log_{\sqrt[7]{10}}\left(2^4\cdot 3^4\right)^{\frac{3}{4}}-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(5^3\right)^2+\log_{\sqrt[7]{10}}\left(5^2\cdot 2\right)^3-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(3\cdot 5\cdot 2^3\right)=$$

$$=\log_{\sqrt[7]{10}}(2\cdot 3)^{\frac{3\cdot 4}{4}}-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(5^6\right)+\log_{\sqrt[7]{10}}\left(5^2\right)^3\cdot 2^3-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(3\cdot 5\cdot 2^3\right)=$$

$$=\log_{\sqrt[7]{10}}(2\cdot 3)^3-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(5^6\right)+\log_{\sqrt[7]{10}}\left(5^6\cdot 2^3\right)-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(3\cdot 5\cdot 2^3\right)=$$

$$=\log_{\sqrt[7]{10}}\left[\frac{2^3\cdot 3^3}{5^6}\right]+\log_{\sqrt[7]{10}}\left(5^6\cdot 2^3\right)-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(3\cdot 5\cdot 2^3\right)=$$

$$=\log_{\sqrt[7]{10}}\left[\frac{2^3\cdot 3^3\cdot 5^6\cdot 2^3}{5^6}\right]-\log_{\sqrt[7]{10}}\left(3\cdot 5\cdot 2^3\right)=\log_{\sqrt[7]{10}}\left[\frac{2^3\cdot 3^3\cdot 5^6\cdot 2^3}{5^6\cdot 3\cdot 5\cdot 2^3}\right]=\log_{\sqrt[7]{10}}\left[\frac{2^6\cdot 3^3\cdot 5^6}{5^7\cdot 3\cdot 2^3}\right]=$$

$$=\log_{\sqrt[7]{10}}\left[\frac{2^6\cdot 3^3\cdot 5^6}{5^7\cdot 3\cdot 2^3}\right]=\log_{\sqrt[7]{10}}\left[\frac{2^3\cdot 3^2}{5}\right]=\log_{\sqrt[7]{10}}9.6$$

11. $$\log_3 648-\frac{3}{7}\left(\log_3 768-\log_3 6\right)=\log_3 648-\frac{3}{7}\left(\log_3\frac{768}{6}\right)=\log_3 648-\frac{3}{7}\left(\log_3 128\right)=$$

$$=\log_3 648-\log_3(128)^{\frac{3}{7}}=\log_3\left(2^3\cdot 3^4\right)-\log_3\left(2^7\right)^{\frac{3}{7}}=\log_3\left(2^3\cdot 3^4\right)-\log_3\left(2^{\frac{3\cdot 7}{7}}\right)=$$

$$=\log_3\left(2^3\cdot 3^4\right)-\log_3\left(2^3\right)=\log_3\left(2^3\cdot 3^4\right)-\log_3\left(2^3\right)=\log_3\left(\frac{2^3\cdot 3^4}{2^3}\right)=\log_3\left(3^4\right)=$$

$$=4\log_3 3=4$$

12. $$2\log_{\frac{2}{3}}16-4\log_{\frac{2}{3}}9=\log_{\frac{2}{3}}(16)^2-\log_{\frac{2}{3}}(9)^4=\log_{\frac{2}{3}}\left(2^4\right)^2-\log_{\frac{2}{3}}\left(3^2\right)^4=$$

$$=\log_{\frac{2}{3}}2^8-\log_{\frac{2}{3}}3^8=\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2^8}{3^8}\right)=\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}\right)^8=8\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}\right)=8$$

13. $$\frac{\log 216-\log 8}{\log 81}=\frac{\log\left(\frac{216}{8}\right)}{\log 81}=\frac{\log 27}{\log 81}=\frac{\log 3^3}{\log 3^4}=\frac{3\log 3}{4\log 3}=\frac{3}{4}$$

14. $$\frac{\log 405+\log 3-\log 5}{\log 18-\log 2+\log 243}=\frac{\log\left(\frac{405\cdot 3}{5}\right)}{\log\left(\frac{18\cdot 243}{2}\right)}=\frac{\log(243)}{\log(2187)}=\frac{\log\left(3^5\right)}{\log\left(3^7\right)}=\frac{5\log(3)}{7\log(3)}=\frac{5}{7}$$

15. $$5^{2\log_5 x}=5^{\log_5 x^2}=x^2$$

16. $3^{\frac{1}{4}\log_3 625} = 3^{\log_3 (625)^{\frac{1}{4}}} = (625)^{\frac{1}{4}} = (5^4)^{\frac{1}{4}} = 5$

17. $\sqrt[5]{8}^{\frac{1}{4}\log_2 h^5} = \left(8^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{4}\log_2 h^5} = 8^{\log_2 (h^5)^{\frac{1}{20}}} = 8^{\log_2\left(h^{\frac{5}{20}}\right)} = (2^3)^{\log_2\left(h^{\frac{5}{20}}\right)} = 2^{3\log_2\left(h^{\frac{5}{20}}\right)} = 2^{\log_2\left(h^{\frac{5}{20}}\right)^3} =$

$= 2^{\log_2\left(h^{\frac{15}{20}}\right)} = h^{\frac{15}{20}} = h^{\frac{3}{4}}$

18. $100^{\frac{1}{8}\log\frac{k}{2}} = 100^{\log\left(\frac{k}{2}\right)^{\frac{1}{8}}} = (10^2)^{\log\left(\frac{k}{2}\right)^{\frac{1}{8}}} = 10^{2\log\left(\frac{k}{2}\right)^{\frac{1}{8}}} = 10^{\log\left(\frac{k}{2}\right)^{\frac{2}{8}}} = \left(\frac{k}{2}\right)^{\frac{2}{8}}$

19. נתון: $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ מהו $\log_3 10$?

$$\log_3 10 = \frac{\log 10}{\log 3} = \frac{\log(2\cdot 5)}{\log 3} = \frac{\log 2 + \log 5}{\log 3} = \frac{a + \log 5}{b}$$

20. נתון: $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ מהו $\log_{\sqrt{3}} 8$?

$$\log_{\sqrt{3}} 8 = \frac{\log 8}{\log\sqrt{3}} = \frac{\log(2)^3}{\log(3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{3\log(2)}{\frac{1}{2}\log(3)} = \frac{3a}{\frac{1}{2}\cdot b} == \frac{3a}{\frac{b}{2}} = \frac{6a}{b}$$

דוגמאות - משוואה לוגריתמית:

1. $\log_{27} x \cdot \log_{\frac{1}{27}} x \cdot \log_{27}\left(\frac{1}{x}\right) = -8$

בעזרת הנוסחה להחלפת בסיס נעבור בלוגריתם האמצעי מבסיס $\frac{1}{27}$ לבסיס 27:

$$\log_{\frac{1}{27}} x = \frac{\log_{27} x}{\log_{27}\left(\frac{1}{27}\right)} = \frac{\log_{27} x}{\log_{27}\left(27^{-1}\right)} = \frac{\log_{27} x}{(-1)\log_{27} 27} = -\log_{27} x$$

כעת נפשט את הלוגריתם הימני: $\log_{27}\left(\frac{1}{x}\right) = \log_{27} 1 - \log_{27} x = -\log_{27} x$

לכן, $\log_{27} x \cdot (-\log_{27} x)\cdot(-\log_{27} x) = -8 \Leftarrow (\log_{27} x)^3 = -8 \Leftarrow \log_{27} x = -2 \Leftarrow$

$x = 3^{-6} \Leftarrow x = 27^{-2}$

2. $\log_a x + \log_{a^2} x + \log_a\left(x^2\right) = 14$

בעזרת הנוסחה להחלפת בסיס נעבור בלוגריתם האמצעי מבסיס a^2 לבסיס a:

$$\log_{a^2} x = \frac{\log_a x}{\log_a a^2} = \frac{\log_a x}{2\cdot\log_a a} = \frac{\log_a x}{2}$$

כעת נפשט את הלוגריתם הימני: $\log_a\left(x^2\right) = 2\cdot\log_a x$

לכן, $\log_a x + \frac{\log_a x}{2} + 2\log_a x = 14 \quad \Leftarrow \quad 2\cdot\log_a x + \log_a x + 4\log_a x = 28$

$\Leftarrow 7\log_a x = 28$

$\log_a x = 4 \quad \Leftarrow \quad x = a^4$

3. $\log_a x + \log_{\sqrt{a}} x + \log_a\left(x^2\right) = 2.5$

בעזרת הנוסחה להחלפת בסיס נעבור בלוגריתם האמצעי מבסיס $\sqrt{a}$ לבסיס a:

$$\log_{\sqrt{a}} x = \frac{\log_a x}{\log_a \sqrt{a}} = \frac{\log_a x}{\log_a a^{\frac{1}{2}}} = \frac{\log_a x}{\frac{1}{2}\cdot\log_a a} = \frac{\log_a x}{\frac{1}{2}} = 2\log_a x$$

כעת נפשט את הלוגריתם הימני, על פי כללי לוגים: $\log_a\left(x^2\right) = 2\cdot\log_a x$

לכן, $\log_a x + 2\log_a x + 2\log_a x = 2.5 \quad \Leftarrow 5\log_a x = 2.5 \quad \Leftarrow \quad \log_a x = 0.5 \Leftarrow$

$x = a^{0.5} = \sqrt{a}$.

4. $\ln\left(x^2\right) = (\ln x)^2$

$\ln\left(x^2\right) = (\ln x)^2 \quad \Rightarrow \quad 2\ln x - (\ln x)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \ln x(2 - \ln x) = 0$

$\ln x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = e^0 = 1$

$2-\ln x=0 \Rightarrow \ln x=2 \Rightarrow x=e^2$

פתירת משוואות מעריכיות הדורשות שימוש בלוגים:

1. $2\cdot 3^x=9^x$

$2\cdot 3^x=9^x$ נוציא $\log_3$ משני האגפים:

$\log_3(2\cdot 3^x)=\log_3(9^x) \Rightarrow \log_3 2+\log_3 3^x=x\log_3 9$

$\Rightarrow \log_3 2+x\log_3 3=x\log_3 9 \Rightarrow \log_3 2+x=2x \Rightarrow x=\log_3 2$

2. $3^x=3\cdot 2^x$

$3^x=3\cdot 2^x$ נוציא $\log_3$ משני האגפים:

$\log_3(3^x)=\log_3(3\cdot 2^x) \Rightarrow x\log_3 3=\log_3 3+\log_3 2^x$

$\Rightarrow x=1+x\log_3 2 \Rightarrow x-x\log_3 2=1$

$\Rightarrow x(1-\log_3 2)=1 \Rightarrow x=\dfrac{1}{1-\log_3 2}$

3. $4\cdot 3^x=2^x$

$4\cdot 3^x=2^x$ נוציא $\log_2$ משני האגפים:

$\log_2(4\cdot 3^x)=\log_2(2^x) \Rightarrow \log_2 4+\log_2 3^x=x\log_2 2$

$\Rightarrow 2+x\log_2 3=x \Rightarrow 2=x-x\log_2 3$

$\Rightarrow x(1-\log_2 3)=2 \Rightarrow x=\dfrac{2}{1-\log_2 3}$