

קורס 20407
סמסטר 2011א
מועד ב' (94)

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאות בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת. אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

נתונה נוסחת הנסיגה

$$T(n) = a \cdot T(\sqrt{n}) + \lg^2 n$$

כאשר $a > 0$ הינו פרמטר ממשי. פתרו את נוסחת הנסיגה עבור הערכים האפשריים השונים של a .

שאלה 2

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

$\text{BUILD}(L, S)$: בניית המבנה S מתוך רשימה נתונה L בת n מפתחות; זמן הריצה: $O(n)$;

$\text{INSERT}(S, k)$: הכנסת המפתח החדש k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{MEDIAN}(S)$: החזרת חציון המפתחות של S ; זמן הריצה: $O(1)$;

$\text{DEL-MEDIAN}(S)$: מחיקת חציון המפתחות של S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{DECREASE-KEY}(S, p, d)$: הקטנת המפתח שאליו מצביע p בערך d ; זמן הריצה:

$O(\lg n)$.

הערה: המבנה S יכול להיות מורכב מכמה מבנים בסיסיים.

שאלה 3

א' (5 נקודות) נתון המערך $[3, 0, 2, 4, 5, 8, 7, 6, 9]$ כפי שהוא נראה אחרי ביצוע שגרת החלוקה PARTITION.

אילו מהאיברים שלו היו יכולים לשמש כאיבר הציר בשגרת החלוקה? נמקו את תשובתכם.

ב' (20 נקודות) שגרת החלוקה PARTITION מופעלת על המערך $A[1..n]$ ויוצרת את המערך $B[1..n]$.

נתון מערך הפלט $B[1..n]$. כתבו אלגוריתם, יעיל ככל שאפשר, למציאת כל האיברים שהיו יכולים לשמש כאיבר הציר בשגרת החלוקה. נתחו את זמן הריצה שלו.

שאלה 4

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

SEARCH(S, k): חיפוש אחרי המפתח k במבנה S ;

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S ;

DELETE(S, z): מחיקת האיבר שאליו מצביע z מהמבנה S ;

MEDIAN(k_1, k_2): החזרת החציון של תת-קבוצת המפתחות $\{k : k_1 \leq k \leq k_2\}$ של S .

כל אחת מהפעולות צריכה להתבצע בזמן $O(\lg n)$.

שאלה 5

נתון עץ אדום-שחור T ; נסמן ב- ln את גודל התת-עץ השמאלי של השורש וב- rn את גודל התת-עץ הימני של השורש.

האם היחס $ln < 128 \cdot rn$ מתקיים תמיד? הוכיחו או הביאו דוגמה נגדית.

הערה: גודל תת-עץ (בעץ אדום-שחור) הינו מספר הצמתים הפנימיים שלו.

בהצלחה!