

האוניברסיטה הפתוחה

20407

**מבני נתונים**

**ומבוא לאלגוריתמים**

חוברת הקורס – אביב 2011

כתב: ד"ר ג'ק וינשטין

מרץ 2011 - סמסטר אביב – תשע"א

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

1	אל הסטודנט
2	1. לוח זמנים ופעילויות
4	2. תיאור המטלות
4	2.1 מבנה המטלות
4	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
5	2.3 ניקוד המטלות
5	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
6	2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
7	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
9	ממ"ן 11
12	ממ"ן 12
14	ממ"ן 13
16	ממ"ן 14 - פרויקט 1
17	ממ"ן 15
19	ממ"ן 16
21	ממ"ן 17
23	ממ"ן 18 - פרויקט 2

## אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לך לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבך למספר נקודות חשובות:

- כידוע לך, נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לך בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש את שני הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) וכן להגיש עוד שלושה ממ"נים. הכנת תרגילי הבית מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר תרגילים. (כל ממ"ן נוסף שיוגש מעבר למינימום הנדרש יוכל רק **לשפר** את ציון המגן - ר' סעיף 4.3 בחוברת). יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכזי הקורס:

ד"ר ג'ק וינשטין: ביום א' בשעות 15:00-17:00 בטלפון 09-7781270,

e-mail: [jack-weinstein@hotmail.com](mailto:jack-weinstein@hotmail.com)

אייל משיח: ביום ג' בשעות 11:00-13:00 בטלפון 09-7781233,

e-mail: [eyalma@openu.ac.il](mailto:eyalma@openu.ac.il)

פגישות יש לתאם מראש.

אנו מאחלים לך לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

ד"ר ג'ק וינשטין  
מרכז ההוראה בקורס

# 1. לוח זמנים ופעילויות (20407 \ 2011ב)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ן (למנחה)
1	11.3.2011-6.3.2011	פרקים 1, 2		
2	18.3.2011-13.3.2011	פרק 3	מפגש ראשון	
3	25.3.2011-20.3.2011	פרק 4		ממ"ן 11 27.3.2011
4	1.4.2011-27.3.2011	פרק 6	מפגש שני	
5	8.4.2011-3.4.2011	פרק 7		ממ"ן 12 10.4.2011
6	15.4.2011-10.4.2011	פרקים 7, 9		
7	22.4.2011-17.4.2011 (ג-ו פסח)	פרק 9	מפגש שלישי	
8	29.4.2011-24.4.2011 (א-ב פסח)	פרק 8		ממ"ן 13 1.5.2011
9	6.5.2011-1.5.2011 (ב יום הזכרון לשואה)	פרקים 8, 10		

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבצו אותם בכתב ידכם. מרכז הלימוד ומספר הקבוצה מצוינים בהודעה ללומד שקיבלתם ממינהל שירותי הוראה.

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	13.5.2011-8.5.2011 (ב יום הזכרון) (ג יום העצמאות)	פרק 10	מפגש רביעי	ממ"ן 14 15.5.2011
11	20.5.2011-15.5.2011	פרק 11		ממ"ן 15 22.5.2011
12	27.5.2011-22.5.2011 (א ל"ג בעומר)	פרק 12	מפגש חמישי	
13	3.6.2011-29.5.2011 (ד יום ירושלים)	פרק 13		ממ"ן 16 5.6.2011
14	10.6.2011-5.6.2011 (ג-ד שבועות)	פרקים 13, 14	מפגש שישי	
15	17.6.2011-12.6.2011	פרק 14		ממ"ן 17 19.6.2011
16	26.6.2011-19.6.2011	חזרה	מפגש שביעי	ממ"ן 18 10.7.2011

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבצו אותם בכתב ידכם. מרכז הלימוד ומספר הקבוצה מצוינים בהודעה ללומד שקיבלתם ממינהל שירותי הוראה.

## 2. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה שש מטלות "יבשות" ושני פרויקטים שעליך להגיש במהלך הקורס. **שני פרויקטי ההרצה הם חובה!** מבין שש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

### 2.1 מבנה המטלות

#### ממ"ן רגיל

מטלה זו מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון יש לכתוב **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרונות למטלה.) אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכל להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או להתקשר לאחד המנחים (בשעת ההנחיה הטלפונית).

#### פרויקט הרצה

במטלה כזו עליך לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java. מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות. עליך לשלוח למנחה:

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ exe של התוכנית.

**הערה:** מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

### 2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (במדריך הלמידה)
ממ"ן רגיל 11	פרקים א, ב
ממ"ן רגיל 12	פרקים ג, ד
ממ"ן רגיל 13	פרקים ה, ו
ממ"ן 14 - פרויקט הרצה 1	פרקים א עד ו
ממ"ן רגיל 15	פרקים ז, ח
ממ"ן רגיל 16	פרקים ט, י
ממ"ן רגיל 17	פרקים י"א, י"ב
ממ"ן 18 - פרויקט הרצה 2	פרקים ז עד י"ב

**הערות:** 1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. כעיקרון, בעת פתרון שאלות, אין להסתמך על תוצאות משאלות בלתי-פתורות בספר הלימוד בלי להוכיחן, אלא אם ניתן לכך היתר מפורש, או אם פתרונות לאלה מופיעים במדריך הלמידה, בחומר הנלמד במפגשי ההנחיה, באתר הקורס וכדומה (ובמקרה זה יש להזכיר את המקור עליו מסתמכים). עם זאת, ניתן לחרוג מכלל זה, ככל שמדובר בתוצאות מוכרות וקלות, או שאין בהן כדי להפוך את השאלה המקורית לקלה מדי ולחסרת עניין.

### 2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים 11, 12, 13, 15, 16, 17 - 4 נקודות.

משקלו של פרויקט 1 (ממ"ן 14) - 2 נקודות

משקלו של פרויקט 2 (ממ"ן 18) - 4 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"נים 14 ו-18 ועוד שלושה ממ"נים רגילים.

כלומר, כדי שתוכל לגשת לבחינה עליך לצבור לפחות 18 נקודות מתוך 30 הנקודות האפשריות.

הכנת המטלות הרגילות חייבת להיעשות על-ידי כל תלמיד **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

**הכנת הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) יכולה להיעשות בזוגות.**

#### לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי.

ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לתלמידים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

### 2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים

בחלק מהשאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות:

1. הסבר בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט). אלגוריתם ללא הסבר - לא יתקבל!

2. כתוב את האלגוריתם בפסידו-קוד, בדומה לספר. מותר לשלב בפסידו-קוד הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").



3. אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסידו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עשה זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל, תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא** נתבקשת להוכיח נכונות, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה.
5. בכל מקרה (גם אם הדבר לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, **תמיד** נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן.

## 2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

### 1. כתיבת הקוד

#### תכנות פשוט וקריא

- לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה! לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:
- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
  - ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
  - ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
  - ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
  - ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

#### מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

### **תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)**

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא :

שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).

שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).

שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה : מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.

שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התיעוד.

## **2. תיעוד**

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

### **1. תיעוד כללי :**

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.

- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.

- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

### **2. תיעוד בגוף התכנית :**

כל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

## **3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס**

א. הגשת פרויקט 1 (ממ"ן 14) ופרויקט 2 (ממ"ן 18).

ב. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך ששת הממ"נים הרגילים.

ג. ציון של 50 לפחות בכל פרויקט.

ד. ציון של 23 לפחות בכל מטלה אחרת הנלקחת בחשבון (ר' סעיף 4.3).

ה. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.

ו. הציון המשוקלל של המטלות, הפרויקטים והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 27.3.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שאלה 1 (20 נקודות)

השגרות הבאות כתובות בשפת C++. שכתבו כל שגרה בפסידוקוד ונתחו את זמן הריצה הסימפטומטי שלה כפונקציה של  $n$ . שימו לב: ייתכן שבשכתוב עדיף להחליף את לולאת for בלולאת while.

א'

```
sum = 0;
for (i = 0; 3*i < n; i++)
    sum = sum + i*i;
```

ב'

```
sum = 0;
for (i = 0; 4*i < n; i++)
    for (j = 0; 2*j < i; j++)
        sum = sum + 3*i + j;
```

ג'

```
sum = 0;
for (i = 0; 5*i < n; i++)
    for (j = 0; j < i*i; j++)
        sum = sum + i*j;
```

```

sum = 0;
for (i = 0; i < n; i++)
    for (j = 0, p = 1; p < i; j++, p = 2 * p)
        sum = sum + j;

```

### שאלה 2 (15 נקודות)

נתון מערך  $T[1..n]$  ממוין של שלמים שונים זה מזה.  
 כתבו אלגוריתם המחפש אינדקס  $i$  המקיים  $T[i] = i$ . השגרה תחזיר את  $i$  אם הוא קיים, או  $-1$  אחרת.

### שאלה 3 (15 נקודות)

נתונות שתי רשימות של מספרים ממשיים,  $S$  בת  $m$  איברים ו- $T$  בת  $n$  איברים; בנוסף נתון מספר ממשי  $z$ . כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים  $x \in S$ ,  $y \in T$ , כך שמתקיים  $x + y = z$ .  
 זמן הריצה של האלגוריתם יהיה  $\Theta((m+n) \cdot \lg(\min(m,n)))$

### שאלה 4 (20 נקודות)

סדרו את הפונקציות הבאות לפי שיעור הגידול שלהן; כלומר, מצאו סדר  $f_1, f_2, \dots, f_{14}$  המקיים  
 $f_1 = O(f_2), \dots, f_{13} = O(f_{14})$

$$n, \sqrt{n}, n^{1.5}, n^2, n \lg n, n \lg \lg n, n \lg^2 n,$$

$$n \lg(n^2), 2/n, 2^n, 2^{n/2}, 37, n^2 \lg n, n^3$$

חלקו את הרשימה למחלקות שקילות.

**הערה:** שתי פונקציות  $f(n)$  ו- $g(n)$  שייכות לאותה מחלקת שקילות אם  $f(n) = \Theta(g(n))$ .

שאלה 5 (30 נקודות)

הוכיחו את נכונות האלגוריתם הנתון בשגרה הבאה :

```
SHAKERSORT( $A$ )
1   $left \leftarrow 1$ 
2   $right \leftarrow length[A]$ 
3  while  $left < right$ 
4    do  $min \leftarrow left$ 
5        $max \leftarrow left$ 
6       for  $i \leftarrow left + 1$  to  $right$ 
7         do if  $A[min] > A[i]$ 
8             then  $min \leftarrow i$ 
9             if  $A[max] < A[i]$ 
10                then  $max \leftarrow i$ 
11        $T \leftarrow A[min]$ 
12        $A[min] \leftarrow A[left]$ 
13        $A[left] \leftarrow T$ 
14       if  $max = left$ 
15         then  $T \leftarrow A[min]$ 
16              $A[min] \leftarrow A[right]$ 
17              $A[right] \leftarrow T$ 
18       else  $T \leftarrow A[max]$ 
19              $A[max] \leftarrow A[right]$ 
20              $A[right] \leftarrow T$ 
21        $left \leftarrow left + 1$ 
22        $right \leftarrow right - 1$ 
```

ראו קודם את הבעיה 2-2 בספר הלימוד ואת השאלות א-11, א-12, א-13 במדריך הלמידה.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 10.4.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (24 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור נוסחאות הנסיגה הבאות (הניחו כי  $T(n)$  קבוע עבור ערכים קטנים של  $n$ ):

א'

$$T(n) = T(n-a) + T(a) + n^2$$

( $a > 1$ , קבוע,  $a$ )

ב'

$$T(n) = T(cn) + T((1-c)n) + n^2$$

( $0 < c < 1$ , קבוע,  $c$ )

ג'

$$T(n) = 2T(n/2) + n^2 \lg n + n \lg^2 n$$

ד'

$$T(n) = 4T(n/2) + n^2 \lg n + n \lg^2 n$$

ה'

$$T(n) = 2T\left(n/\sqrt{2}\right) + n^4 \lg^2 n + n^2 \lg^4 n$$

ו'

$$T(n) = 2T\left(\sqrt{n^{\sqrt{2}}}\right) + \lg^2 n$$

**שאלה 2 (26 נקודות)**

פתרו את הבעיה 4-6 (בדיקת שבבי VLSI) מספר הלימוד (עמודים 74-75).

**שאלה 3 (10 נקודות)**

נתון המערך [35, 22, 44, 5, 18, 50, 55, 8, 4, 38].

הראו כיצד פועלת השגרה BUILD-MIN-HEAD על המערך הנתון.

**שאלה 4 (40 נקודות)**

הראו כיצד ניתן ליישם ערמה בינרית בת  $n$  איברים בעזרת מצביעים (לא באמצעות מערך); מימוש הפעולות השונות יישאר דומה, ללא שינוי בזמני הריצה האסימפטוטיים. תארו כל פעולה בפסידוקוד.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 1.5.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (20 נקודות)

מערך  $A[1..n]$  נקרא "כמעט ממוין עם שגיאה בגודל  $k$  ( $k < n$ ) אם  $A[j] \geq A[i]$  לכל  $j, i$  המקיימים  $j - i > k$ ; במלים אחרות, המערך לא חייב להיות ממוין, אבל כל שני איברים הנמצאים בסדר הפוך לא יכולים להיות רחוקים זה מזה יותר מ- $k$  מקומות. איך אפשר לשנות את האלגוריתם מיון-מהיר כך שיהפוך כל קלט לפלט כמעט ממוין עם שגיאה בגודל  $k$ ?

מהו זמן הריצה האסימפטוטי של האלגוריתם במקרה הטוב ביותר ובמקרה הגרוע ביותר? הערה: האלגוריתם החדש חייב להיות יעיל יותר מאשר האלגוריתם המקורי.

### שאלה 2 (40 נקודות)

פתרו את הבעיה 2-7 מספר הלימוד (עמוד 134).



**שאלה 3 (20 נקודות)**

יהיו  $X[1..n]$ ,  $Y[1..n]$  ו- $Z[1..n]$  שלושה מערכים, שכל אחד מהם מכיל רשימה ממוינת של  $n$  מספרים. כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו  $O(\lg n)$  למציאת החציון של כל  $3n$  האיברים ב- $X$ , ב- $Y$  וב- $Z$ .

**שאלה 4 (20 נקודות)**

נתונה שגרת "קופסה שחורה", המוצאת את ערך המיקום ה- $\left\lfloor \frac{in}{m} \right\rfloor$  בזמן לינארי במקרה הגרוע בכל מערך בגודל  $n$  ( $i$  ו- $m$  קבועים,  $1 \leq i \leq m$ ). כתבו אלגוריתם פשוט שרץ בזמן לינארי, המשתמש ב"קופסה השחורה" כדי לפתור את בעיית הבחירה עבור ערך מיקום כלשהו.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 2, 7 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 2 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 15.5.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## מותר לעבוד בזוגות

מטרת הפרויקט היא להשוות באופן מעשי בין האלגוריתם מיון-מיזוג לבין האלגוריתם מיון-מהיר.

א' כתבו תכנית (ב- C/C++, Java, או שפה אחרת שבה המנחה יכול לבדוק) המבצעת את הפעולות הבאות:

1. יוצרת מאה סדרות באורך 200 בעזרת פונקצית ספרייה המיועדת ליצירת מספרים אקראיים; כל סדרה תכיל איברים בתחום 1..100.
2. על כל סדרה כקלט, תריצו את האלגוריתם מיון-מיזוג ואת האלגוריתם מיון-מהיר. בכל הרצה עליכם לספור את ההשוואות (בין איברי הסדרה בלבד) ואת ההעסקות (של איברים או אל איברים).
3. הדפסת ממוצעי התוצאות על כל מאה הסדרות, עבור הכמויות הבאות:
  - מיון-מיזוג, השוואות;
  - מיון-מיזוג, העסקות;
  - מיון-מהיר, השוואות;
  - מיון-מהיר, העסקות.

ב' צרפו את מסקנותיכם בכתב (איזה אלגוריתם מבצע פחות פעולות השוואה ואיזה אלגוריתם מבצע פחות פעולות העסקה).

# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 22.5.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (30 נקודות)

א' הוכיחו שכל אלגוריתם מיון מבוסס השוואות הממין מערך באורך 5 חייב לבצע (במקרה הגרוע) 7 השוואות לפחות.

ב' כתבו אלגוריתם למיון מערך באורך 5 המבצע 7 השוואות במקרה הגרוע.

ג' האם בין אלגוריתמי המיון (המבוססים השוואות) שלמדתם בקורס קיים אחד המקיים את התנאי הנדרש בסעיף ב'? הוכיחו או הפריכו את טענתכם.

### שאלה 2 (20 נקודות)

נתונים קבוצה  $S$  של  $n$  מספרים שלמים ומספר שלם נוסף  $z$ ; נניח שכל איברי הקבוצה  $S$  שייכים לתחום  $[0 \dots n^k - 1]$  ( $k$  שלם,  $k \geq 1$ ).

א' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שני איברים שונים, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n \cdot \min(k, \lg n))$ .

ב' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שלושה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n^2)$ .

### שאלה 3 (20 נקודות)

שיטה יעילה לייצוג סדרת ערכים המכילה קטעים רצופים שבהם הערכים זהים היא RLE (קידוד אורכי רצפים = run-length encoding). הייצוג בשיטת RLE מורכב מסדרת זוגות

$$(a_1, r_1), (a_2, r_2), \dots, (a_k, r_k)$$

השקולה לסדרה

$$a_1, \dots, a_1, a_2, \dots, a_2, \dots, a_k, \dots, a_k$$

שבה הערך  $a_i$  מופיע  $r_i$  פעמים לכל  $i = 1, \dots, k$ ,  $r_i > 0$  שלם לכל  $i = 1, \dots, k$ ,  $a_i \neq a_{i-1}$  לכל  $i = 2, \dots, k$ .

א' נתבונן במבנה הנתונים "רשימה דו-מקושרת" בצורת ה-RLE (רשימה דו-מקושרת של זוגות  $(a_i, r_i)$ ). כתבו בפסידוקוד את הגרסאות המתאימות של LIST-SEARCH( $L, k$ ) (חיפוש אחר המפתח  $k$ ), LIST-INSERT( $L, k$ ) (הכנסת מופע אחד של המפתח  $k$ ) ו-LIST-DELETE( $L, p$ ) (מחיקת מופע אחד של המפתח מרצף שאליו מצביע  $p$ ).

ב' כתבו גרסאות מתאימות של אותן פעולות עבור מבנה הנתונים "רשימה דו-מקושרת ממוינת" בצורת ה-RLE.

הערה: זמני הריצה ייחשבו כפונקציות של  $k$ .

### שאלה 4 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 3-10 מספר הלימוד (עמודים 183-184).

# מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 11, 12 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 5.6.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 3-11 מספר הלימוד (עמוד 211).

### שאלה 2 (20 נקודות)

א' נתונה טבלת גיבוב עם שרשור בת  $m$  תאים, ריקה מלכתחילה. מהי ההסתברות שאחרי הכנסת ארבעת מפתחות תיווצר שרשרת באורך 4?

ב' נתונה טבלת גיבוב פתוח בת  $m$  תאים, ריקה מלכתחילה. נכניס לטבלה את המפתח  $k_1$ , אחריו את המפתח  $k_2$ , ובסוף את המפתח  $k_3$ . מהי ההסתברות שהכנסת המפתח  $k_3$  תדרוש שלוש בדיקות?

ג' נתונה טבלת גיבוב כאשר מקדם העומס  $\alpha$  שלה קשור למספר האיברים שבטבלה על ידי הנוסחה  $\alpha = 1 - 1/\lg n$ . בהנחה שהטבלה משתמשת במיעון פתוח, מהי תוחלת הזמן עבור חיפוש כושל בפונקציה של  $n$ ?

### שאלה 3 (20 נקודות)

נתיחס אל ערמה בינרית  $H$  כאל עץ בינרי (לא בהכרח עץ חיפוש בינרי). איזה תנאי חייב לקיים עץ בינרי המיישם ערמת מינימום כדי שהסריקה התחילית שלו תייצר רשימה ממוינת?

### שאלה 4 (30 נקודות)

ידוע שבע"ב בן  $n$  צמתים קיימים  $n + 1$  מצביעי  $left$ -ו- $right$  שערכם  $NIL$ ; במילים אחרות, חצי מהזיכרון המכיל את הקישורים מבוזבז. נבצע את השינוי הבא לכל צומת  $z$  בעץ:

אם  $left[z] = NIL$ , נותנים ל- $left[z]$  את הערך של  $TREE-PREDECESSOR(z)$ ; אם  $right[z] = NIL$ , נותנים ל- $right[z]$  את הערך של  $TREE-SUCCESSOR(z)$ . עץ בנוי בצורה הזאת נקרא עץ מחווט והקישורים החדשים נקראים חוטים.

- א' איך ניתן להבדיל בין חוטים לבין מצביעים לבנים אמיתיים?
- ב' כתבו שגרות עבור פעולות ההכנסה והמחיקה בעצים מחוטים.
- ג' מהו היתרון העיקרי של השימוש בחוטים?

# מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 19.6.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (10 נקודות)

נתון עץ אדום-שחור  $T$ ; נסמן ב- $ln$  את גודל התת-עץ השמאלי של השורש וב- $rn$  את גודל התת-עץ הימני של השורש.  
האם היחס  $ln < 2011 \cdot rn$  מתקיים תמיד? הוכיחו את הטענה או הביאו דוגמה נגדית.

### שאלה 2 (30 נקודות)

ברצוננו לתאר את העץ בעל מספר הצמתים  $n$  המינימלי בין כל העצים האדומים-שחורים  $T$ , שגובה השחור שלהם הינו  $bh[T] = k$  והגובה שלהם  $h[T] = 2k$ .  
א' תארו צורה אפשרית עבור עץ  $T$  בתנאים הנתונים.  
ב' מהו מספר הצמתים הפנימיים בעץ כפונקציה של  $k$ ?  
ג' מהו מספר הצמתים האדומים בעץ כפונקציה של  $k$ ?

### שאלה 3 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 13-3 (עצי AVL) מספר הלימוד (עמודים 248-249).

### שאלה 4 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ):

INSERT( $S, k$ ) : הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DELETE( $S, x$ ) : מחיקת האיבר שאליו מצביע  $x$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

MEDIAN( $S, k_1, k_2$ ) : החזרת חציון כל המפתחות  $k$  ב- $S$ , המקיימים  $k_1 \leq k \leq k_2$ ; זמן

הריצה:  $O(\lg n)$ ;

SUM( $S, k$ ) : החזרת סכום כל המפתחות ב- $S$  שערכם לא עולה על  $k$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

MIN2( $S$ ) : החזרת ערך המפתח השני הקטן ביותר במבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(1)$ .



# מטלת מנחה (ממ"ן) 18

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 10.7.2011

סמסטר: 2011ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה

## מותר לעבוד בזוגות

### מבוא

בפרויקט זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++, שתפקידה לנהל בית מלאכה לאריזת מתנות. במלאי שלנו קופסאות בעלות בסיס ריבועי (לא בהכרח קוביות). לכל קופסה ידועים צלע הבסיס *side* והגובה *height*. כאשר מגיעה בקשה לאריזת מתנה, הלקוח יודע את ממדי הקופסה הקטנה ביותר שמתאימה למתנה; אבל אנחנו נספק לו מהמלאי שלנו את הקופסה בעלת הנפח המינימלי המתאימה למתנה. המשימה שלנו היא לתכנן מבנה נתונים לניהול מלאי הקופסאות; המבנה חייב לתמוך בפעולות הבאות:

INSERTBOX(*side*,*height*): הוספת קופסה בממדים הנתונים;

REMOVEBOX(*side*,*height*): הוצאת קופסה בממדים הנתונים;

GETBOX(side, height) : החזרת ממדי הקופסה בנפח מינימלי שצלעה לפחות side וגובהה לפחות height ;

CHECKBOX(side, height) : בדיקה האם קיימת במלאי קופסה המתאימה למתנה.

הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים **יעיל ככל האפשר**, כך שבעקבות הודעה חדשה על לקוח שקנה מתנה, ניתן יהיה לבצע בצורה יעילה את השינוי הנדרש על מבנה הנתונים. כמו-כן, נדרש שהתשובות לשאילתות יוכלו להינתן ביעילות.

**הערה:** אין צורך לבדוק את חוקיות הקלט. ההנחה היא כי הקלט חוקי.

**עליכם להדפיס שורות קלט, לבצע את הפעולות המתאימות ולהדפיס שורות פלט.**

### **צורת הפלט**

יש להדפיס כל שינוי בצורה ברורה ומדויקת.

יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ולאחריה את התשובה עליה.

### **יעילות**

הפרמטרים של הבעיה הם מספר ערכי הצלעות  $m$  ומספר ערכי הגבהים  $n$ .

ביצוע הפעולות השונות צריך להיות יעיל כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **הרצה**

הריצו את התכנית על שתי סדרות של 20 מתנות לפחות.

### **תיעוד**

תעדו את התכנית בהתאם לכתוב בסעיף "הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה" בחוברת הקורס.

תארו את מבנה הנתונים והסבירו איך מתבצעת כל פעולה.

נתחו את זמן הביצוע של כל פעולה כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **דרישה נוספת**

צרפו את דיונכם בסיבוכיות האלגוריתמים השונים שבהם התכנית משתמשת.