

ממ"ן 13 – פתרון שאלה 3

יהיו $A[1..m]$ ו- $B[1..n]$ שני מערכים, שכל אחד מהם מכיל רשימה ממוינת. כתבו אלגוריתם למציאת ערך המיקום ה- k בתוך איחוד שתי הרשימות, שזמן ריצתו $O(\lg(\max(m,n)))$.

כאשר $m = n$ מתקבל תרגיל 9.3-8 מספר הלימוד.

נניח בלי הגבלת הכלליות שמתקיים $m < n$.

נסמן ב- $OS(k)$ את ערך המיקום ה- k של $m+n$ האיברים. נשים לב לעובדות הבאות:

(א) אם $1 \leq k \leq m$, אזי $OS(k) \leq A[k]$ וגם $OS(k) \leq B[k]$, לכן $OS(k)$ הוא ערך המיקום ה- k של האיחוד $A[1..k] \cup B[1..k]$ (שתי קבוצות בנות k איברים כל אחת);

(ב) אם $m < k \leq n$, אזי $OS(k) \geq B[k-m+1]$ וגם $OS(k) \leq B[k]$, לכן $OS(k)$ הוא ערך המיקום ה- m של האיחוד $A[1..m] \cup B[k-m+1..k]$ (שתי קבוצות בנות m איברים כל אחת);

(ג) אם $n < k \leq m+n$, אזי $OS(k) \geq A[k-n]$ וגם $OS(k) \geq B[k-m]$, לכן $OS(k)$ הוא ערך המיקום ה- $(m+n-k+1)$ של האיחוד $A[k-n..m] \cup B[k-m..n]$ (שתי קבוצות בנות $m+n-k+1$ איברים כל אחת).

אחרי בחירת שני התת-מערכים המתאימים, מפעילים את האלגוריתם הפותר את תרגיל 9.3-8. מזה נובע שזמן הריצה של האלגוריתם הינו $O(\lg m) = O(\lg(\min(m,n)))$, תוצאה טובה יותר מזאת הדרושה בשאלה.