# 489 - מס' שאלון

האוניברסיטה הפתוחה 🚜

נ"ו בשבט תשע"ג	6	
X 9011 01011 1	בפברואר 2013	84
אמסטר 2013א		מס' מועד
20476 / 4		
	שאלון בחינת גמר	מספר התלמיד הנבחן <b>רשום את כל תשע הספרות</b>

20476 - מתמטיקה בדידה

שעות משך בחינה: 3

בשאלון זה 4 עמודים

## מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות. אם תענו על יותר מ3- שאלות. יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות. שימו לב:

- \* יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נאמר במפורש בגוף השאלה.
- \* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמר גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
- \* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה. כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחו.
- \* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה גם אם לא פתרתם אותם.

	חומר עזר:
	כל חומר עזר מותר בשימוש.
	השימוש במחשב נישא ו/או כף יד אסור.
	אפשר להשתמש במחשבון מדעי.
בהצלחה !!!	
	7
	אינכם חייבים
	להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה
	-

# חלק א: שאלת חובה (19 נקודות)

#### שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות במחברת, לא בטופס הבחינה. בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

- (6 נקי) **א.** נתבונן בטענה: אם לאברהם יש שכל, אז אם אברהם שותה הוא לא נוהג. טענה זו שקולה לטענה:
  - (1] אם לאברהם אין שכל אז אם אברהם שותה הוא נוהג.
    - (2] אם לאברהם אין שכל אז הוא שותה ונוהג.
      - [3] אם אברהם שותה ונוהג אין לו שכל.
    - (4] אם אברהם שותה ולא נוהג יש לו שכל.
    - .אם אברהם נוהג ולא שותה יש לו שכל.
  - ל- שווה  $d^C$  .  $d=|P(\mathbf{R})|$  נסמן .  $C=|\mathbf{R}|$  שווה ל- כזכור אנו מסמנים .  $C=|\mathbf{R}|$ 
    - ℵ<sub>0</sub> [1]
      - C [2]
      - d [3]
      - 2<sup>d</sup> [4]
    - אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה [5]
    - . בגרף המלא  $K_6$  קיימות דרכים שונות ליצור זיווג מושלם.  $K_6$

י בים ניתן להגדיר ב-  $K_6$  יש, כלומר כמה איווגים מושלמים ניתן להגדיר ב- כמה ברכים כאלה יש

- 3 [1]
- 6 [2]
- 15 **[3]**
- 36 [4]
- 64 [5]
- 720 [6]

# חלק ב

ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות.

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

#### שאלה 2

.  $RR^{-1} = I_A$  ונתון , A מעל קבוצה R

.  $I_{\scriptscriptstyle A}$  -ליות שווה אינו חייב להיות שווה ל- כידוע, במצב כזה  $R^{-1}R$ 

 $\boldsymbol{.}\,RR^{-1}=I_{\scriptscriptstyle A}$  נתון בשני הסעיפים .  $R^{-1}R$ ל- כזה במצב מצב תכונות איזה נבדוק איזה בשאלה או במצב במצב במצב במצב נתון

הוא סימטרי וטרנזיטיבי.  $R^{-1}R$  הוא הוכיחו ש- 18) הדרכה עוף זה בעזרת הכונות אלגבריות של יחסים.

. Range(R) = A -ש כעת גם אין,  $RR^{-1} = I_A$  נתון לנתון פנקי) ב. בנוסף לנתון  $R^{-1}R$  -ש הוכיחו ש-

### שאלה 3

.  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  ,  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  תהיינה

יימות Y ל- X ל- Y קיימות א. כמה פונקציות חד-חד-ערכיות של

ב. מצאו כמה פונקציות חד-חד-ערכיות של X ל- Y מקיימות את התנאי הבא: ב1) לכל  $f(i) \neq i$  ,  $i \in X$ 

#### שאלה 4

.  $p \neq 0$  נתון

 $a_{n+2} = 6p \cdot a_{n+1} - 5p^2 \cdot a_n$  : (יחס רקורסיה) את את את מקיימת מקיימת מקיימת (יחס הנסיגה (יחס הנסיגה  $a_1 = 8p$  ,  $a_0 = 0$  : עם תנאי התחלה

 $a_n$  פתרו את יחס הנסיגה וקבלו ביטוי מפורש עבור

,  $a_{\scriptscriptstyle n}$  = (משהו) י  $p^{\scriptscriptstyle n}$  : את הביטוי שקיבלתם עליכם אליכם הביא

. p -ביטוי שבסוגרים תלוי ב- n אך אינו תלוי ב- כאשר הביטוי

#### שאלה 5

.V גרף פשוט, שקבוצת הצמתים שלו היא G יהי

. A צביעה מקבוצת מקבוצת בצבעים הלקוחים צבעים  ${
m G}$  צביעה נאותה, בצבעים

הוא הגרף המשלים של  $\, {
m G} \,$  (הגדרה 1.4, עמי 12 בחוברת ייתורת הגרפיםיי).  $\, ar{G} \,$ 

. B בעים אבעוחים מקבוצת בצבעים הלקוחים צביעה נאותה, צביעה את צבענו את לצביעה של קשר לצביעה בלי את ביעה אח $\overline{G}$ 

- ע נתאים אוג סדור של צבעים: הראשון בזוג הוא הצבע של  $v \in V$  נתאים אוג סדור של 10) בצביעה של G והשני בזוג הוא הצבע של ע בצביעה של G הוכיחו שבהתאמה זו, אין שני צמתים שונים שמותאם להם אותו זוג סדור של צבעים.
  - . נסחו את הטענה של סעיף א כטענה על **חד-חד-ערכיות** של פונקציה. (7 נקי) ב. נסחו את הטענה של היכן!)
- , מצאו איזו, מצאו הסענות הבאות. ממאו איזו, והיסעיפים מהסעיפים הקודמים . n=|V| ג. יהי והוכיחו אותה.

$$\chi(G) + \chi(\overline{G}) \le n$$
 (1)

$$\chi(G) + \chi(\overline{G}) \ge n$$
 (2)

$$\chi(G) \cdot \chi(\bar{G}) \le n$$
 (3)

$$\chi(G) \cdot \chi(\overline{G}) \ge n$$
 (4)

. אביעה הגרפים העברת ייתורת הגרפיםיי. בפרק 6 בחוברת ייתורת הגרפיםיי. אביעה נאותה ומספר הצביעה,  $\chi(G)$ 

# Innf3na