

האוניברסיטה הפתוחה

20407

מבני נתונים
ומבוא לאלגוריתמים
חוברת הקורס אביב 2019

כתב: יצחק בייז

פברואר 2019 – סמסטר אביב – תשע"ט

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

א	אל הסטודנטים
ג	1. לוח זמנים ופעילויות
ה	2. תיאור המטלות
ה	2.1 מבנה המטלות
ה	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ו	2.3 ניקוד המטלות
ו	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ז	2.5 הגשה עצמאית
ח	2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	2.6.1 כתיבת קוד
ט	2.6.2 תיעוד
ט	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
5	ממ"ן 12
9	ממ"ן 13
13	ממ"ן 14
15	ממ"ן 15 - תכנותי

אל הסטודנטים,

אנו מברכים אתכם עם הצטרפותכם לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לכם לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבכם למספר נקודות חשובות:

- נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לכם בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
 - במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש שלוש מתוך המטלות 11 עד 15. הכנת המטלות מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר מהן. (כל מטלה נוספת שתוגש מעבר למינימום הנדרש תוכל רק **לשפר** את ציון המגן).
- יש להקפיד על הגשת המטלות במועד.

לקורס קיים אתר אינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו במערכת אופ"ל בכתובת: <http://opal.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותכם בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכז הקורס יצחק בייז. פרטי ההתקשרות מופיעים באתר. פגישות יש לתאם מראש.

לתשומת לב הסטודנטים הלומדים בחו"ל:

למרות המרחק הפיסי הגדול, נשתדל לשמור אתכם על קשרים הדוקים ולעמוד לרשותכם ככל האפשר. הפרטים החיוניים על הקורס נכללים בחוברת הקורס וכן באתר הקורס. מומלץ מאד להשתמש באתר הקורס ובכל אמצעי העזר שבו וכמובן לפנות אלינו במידת הצורך. אנו מאחלים לכם לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

יצחק בייז
מרכז ההוראה בקורס

1. לוח זמנים ופעילויות (20407 / 2019)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ן (למנחה)
1	1.3.2019-24.2.2019	פרק א' במדריך הלמידה פרקים 1-2 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
2	8.3.2019-3.3.2019	פרק א' במדריך הלמידה פרקים 1-2 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
3	15.3.2019-10.3.2019	פרק ב' במדריך הלמידה פרק 3 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
4	22.3.2019-17.3.2019 (ה-ו פורים)	פרק ג' במדריך הלמידה פרק 4 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
5	29.3.2019-24.3.2019	פרק ד' במדריך הלמידה פרק 6 בספר	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 11 24.3.19
6	5.4.2019-31.3.2019	פרק ה' במדריך הלמידה פרק 7 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
7	12.4.2019-7.4.2019	פרק ו' במדריך הלמידה פרק 9 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
8	19.4.2019-14.4.2019 (ו ערב פסח)	פרק ז' במדריך הלמידה פרק 8 בספר	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 12 14.4.19
9	26.4.2019-21.4.2019 (א-ו פסח)	חג שמח!	ע"פ לוח המפגשים	

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	3.5.2019-28.4.2019 (היום הזכרון לשואה)	פרק ח' במדריך הלמידה פרק 10 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
11	10.5.2019-5.5.2019 (ד' יום הזיכרון) (ה' יום העצמאות)	פרק ט' במדריך הלמידה פרק 11 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
12	17.5.2019-12.5.2019	פרק י' במדריך הלמידה פרק 12 בספר	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 13 12.5.19
13	24.5.2019-19.5.2019 (ה' ל"ג בעומר)	פרק יא' במדריך הלמידה פרק 13 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
14	31.5.2019-26.5.2019	פרק יב' במדריך הלמידה פרק 14 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
15	7.6.2019-2.6.2019	חזרה	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 14 2.6.19
16	14.6.2019-9.6.2019 (א' שבועות)	חזרה	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 15 16.6.19

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

קראו היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה ארבע מטלות תיאורטיות ומטלה מעשית אחת שניתן להגיש במהלך הקורס. מבין חמש המטלות יש לפתור **שלוש לפחות**.

2.1 מבנה המטלות

מטלה תיאורטית (מטלות 11-14)

כל מטלה מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון של המטלות ניתן להקליד או לכתוב בכתב יד **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכלו להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או ליצור קשר עם אחד המנחים או מרכז ההוראה (במייל או בשעת ההנחיה הטלפונית).

פרויקט הרצה (מטלה 15)

במטלה כזו עליכם לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java (או בשפות אחרות בתאום עם המנחה/בודק התרגילים). מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות.

עליכם לשלוח למנחה: 1. הדפסה של קובץ התוכנית

2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים

3. קובץ התוכנית וקובץ הרצה של התוכנית.

הערה: מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (בספר הלימוד)
ממ"ן 11	פרקים 1-4
ממ"ן 12	פרקים 6,7,9
ממ"ן 13	פרקים 8,10,11
ממ"ן 14	פרקים 12-14
ממ"ן 15	כלל החומר הנלמד

הערות:

1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. בעת פתרון שאלות, ניתן להסתמך על תוצאות **מוכחות** מתוך ספר הלימוד ומדריך הלמידה של הקורס. במקרה זה יש לציין את המקור עליו מסתמכים (אין צורך במראה מקום מדויק).

2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים הוא 5 נקודות.
כאמור, חובה להגיש לפחות שלושה ממ"נים.

לתשומת לבכם!

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושהמשקל הצבור של המטלות האחרות שהוגשו, מגיע למינימום הנדרש.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

2.4 הגשה עצמאית

הכנת המטלות התיאורטיות חייבת להיעשות על-ידי כל סטודנט **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הממ"ן התכנותי (ממ"ן 15) יכולה להיעשות בזוגות.

נדגיש:

מותר (ואף רצוי) – להתייעץ, לקבל רעיונות מאחרים, וכו'.

אסור – להעתיק פתרון של מישהו אחר, בין אם זה תלמיד בקורס, בין אם זה פתרון שמצאתם במקום כלשהו (אלא אם ציינתם זאת מפורשות).

אם יוגש תרגיל מועתק אחד בתוך המטלה, הוא ייפסל. אם יהיו מס' תרגילים מועתקים באותה המטלה, אז כל המטלה תיפסל (**ללא תלות במי העתיק ומי נתן להעתיק**). אם זה יחזור על עצמו במטלה נוספת אז הנושא יעלה לוועדת משמעת.

בנימה אחרת, מעבר לנהלים, חוקים ועונשים, חשוב מאוד **לכם** שתדעו לענות על השאלות **בעצמכם**. מי שמעתיק תשובה קיימת בכדי להרוויח מס' נקודות בממ"ן, ככל הנראה יפסיד אח"כ נקודות במבחן. מדוע? מכיון שנסיון העבר מלמד שבקורס הזה (וסביר שבהרבה אחרים), מי שלא "נמצא עם היד על הדופק" במהלך כל הקורס, מאוד מתקשה להצליח במבחן. לכן, עדיף לכם לנסות לפתור בעצמכם (גם אם זה לא יהיה מושלם "ותפסידו" נקודות) בכדי שלקראת המבחן

תוכלו להתמקד בהכנה למבחן ולא בלימוד החומר הבסיסי. זכרו, 20 נק' בממ"ן שוות פחות מנקודה אחת בציון הסופי; לעומת זאת 20 נק' במבחן שוות כ-15 נקודות בציון הסופי. כך שעדיף להתאמץ בממ"ן (ואולי "להפסיד" מס' נקודות) ולהרוויח מכך במבחן.

כך או כך, אנא הקפידו על הגשה עצמאית בכדי לעזור לעצמכם ולהימנע מחיכוכים מיותרים עם מוסדות האוניברסיטה.

2.5 הנחיות כלליות לכתיבה וניתוח של אלגוריתמים במטלות התיאורטיות

במרבית השאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות לגבי אופן הכתיבה.

1) לפני ההצגה המפורטת של האלגוריתם (בפסאודוקוד) יש להציג תיאור מילולי של הרעיון המרכזי באלגוריתם (תיאור High-Level) על התיאור להיות כתוב באופן רהוט וברור, ומטרתו לאפשר לקוראים לקבל תמונה ברורה של אופן פעולת האלגוריתם, גם ללא קריאת התיאור המפורט בפסאודוקוד.

2) יש לכתוב את האלגוריתם בפסאודוקוד, בדומה לספר. מותר לשלב הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").

3) אסור **בשום אופן** לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסאודוקוד.

4) גם אם לא נדרשתם במפורש, יש להוכיח כי האלגוריתם מקיים את הדרוש בשאלה.

א) יש **לנסח** תחילה באופן **פורמלי מדויק** את הטענות המרכזיות שאתם מעוניינים להוכיח. (למשל: "לכל ℓ . בשלב (איטרציה) ה- ℓ בהרצה, אורך המערך בו האלגוריתם מחפש את ערך הקלט אינו עולה על $n/2^\ell$ ")

ב) עבור כל טענה שניסחתם, יש לכתוב הוכחה פורמלית ומדויקת. אם הטענה פשוטה מאוד, מספיק הסבר קצר ומשכנע.

5) יש לנתח את סיבוכיות האלגוריתם (סיבוכיות זמן ריצה וסיבוכיות מקום).

א) גם אם לא התבקשתם מפורשות, יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. את סיבוכיות המקום יש לנתח רק במקומות בהם התבקשתם באופן מפורש.

ב) אם לא נאמר באופן מפורש אחרת, יש לנתח את סיבוכיות המקרה הגרוע ביותר (worst case analysis)

ג) יש לנסות ולתכנן אלגוריתמים יעילים ככל האפשר.

2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

2.6.1 כתיבת הקוד

תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא:

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה: מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התיעוד.

2.6.2 תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

1. תיעוד כללי :

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרון.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

2. תיעוד בגוף התכנית :

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

- א. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך חמשת הממ"נים.
- ב. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ג. הציון המשוקלל של המטלות והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1-4 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 24.3.2019

סמסטר: 2019

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.

משקל כל השאלות זהה.

שאלה 1

א. חשבו את מספר ההשוואות (בין מפתחות) ואת מספר ההעסקות (של מפתחות) שהאלגוריתם מיון-הכנסה מבצע עבור הקלטים הבאים:

$$1. \quad \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \dots, n, 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1$$

$$2. \quad \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2} - 1, \frac{n}{2} + 2, \frac{n}{2} - 2, \dots, 2, n - 1, 1, n$$

התוצאות יינתנו קודם בצורה מדויקת ואחר-כך בצורה אסימפטוטית.

ב. נתון מערך $T[1..n]$ ממוין של שלמים שונים זה מזה.

כתבו אלגוריתם המחפש אינדקס i כך ש- $T[i] = i$. השגרה תחזיר את i אם הוא קיים,

או -1 אחרת.

שאלה 2

השגרה הבאה מחשבת את החזקה ה- n של x (x ו- n שלמים, $n \geq 0$):

POWER (x, n)

```

1  if  $n = 0$ 
2      then return 1
3  if  $n = 1$ 
4      then return  $x$ 
5  if  $n \bmod 2 = 0$ 
6      then return POWER ( $x * x, n/2$ )
7  else return POWER ( $x * x, n/2$ ) *  $x$ 
```

א. הראו שהשורות (3) - (4) מיותרות.

ב. האם ניתן להחליף את השורה (7) בשורה

? else return POWER ($x, n - 1$) * x

ג. הראו שמספר פעולות הכפל מספק מידה מתאימה עבור זמן הריצה של השגרה.

ד. כמה פעולות כפל מבצעת השגרה כדי לחשב את x^{62} ?

ה. הראו שזמן הריצה של השגרה הוא $O(\lg n)$ (כתבו נוסחת נסיגה עבור השגרה).

ו. מה קורה אם מחליפים את השורה (6) בשורה

? then return POWER (POWER ($x, 2$), $n/2$)

ז. מה קורה אם מחליפים את השורה (6) בשורה

? then return POWER (POWER ($x, n/2$), 2)

ח. הראו שניתן להחליף את השורה (6) בשורה

; then return POWER ($x, n/2$) * POWER ($x, n/2$)

מהו זמן הריצה אחרי שינוי זה?

ט. חשבו את המספר המדויק של פעולות הכפל שהשגרה מבצעת.

רמז: התבוננו בייצוג הבינרי של n .

י. הראו שניתן לחשב את x^{62} בעזרת 8 פעולות כפל בלבד.

יא. כתבו גרסה איטרטיבית של השגרה הנתונה.

שאלה 3

סדרו את הפונקציות הבאות על-פי שיעור הגידול שלהן, כלומר, מצאו סידור f_1, \dots, f_{15} של הפונקציות המקיים

$$f_1 = O(f_2), \dots, f_{14} = O(f_{15})$$

חלקו את הרשימה למחלקות כך ש- f_i ו- f_j שייכות לאותה מחלקה אם ורק אם

$$f_i(n) = \Theta(f_j(n))$$

$\lg n$	42	n^2	$\lg \lg n$	$\lg(n^2)$
\sqrt{n}	$n/\lg n$	$(n-1)^3$	$n \cdot (1 + \lg n)$	$(\lg n)^3$
$n^2 \cdot \lg n$	2^{n+1}	$\frac{1}{2}n \cdot (n+1)$	$(n+1) \cdot \lg n$	$n!$

שאלה 4

א. תנו דוגמה של פונקציה חיובית $f(n)$ כך שמתקיים $f(n) \neq O(n)$ וגם $f(n) \neq \Omega(n)$. הוכיחו את הטענה.

ב. הגדרה: $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)/g(n) = c$ אם ורק אם לכל $\varepsilon > 0$ קיים $n_0 \in \mathbf{N}$ כך $n \geq n_0$ גורר

$$\left| \frac{f(n)}{g(n)} - c \right| < \varepsilon$$

הוכיחו על פי ההגדרה: $f(n) = o(g(n))$ אם ורק אם $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)/g(n) = 0$

שאלה 5

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור $T(n)$ בכל אחת מנוסחאות הנסיגה שלהלן. הניחו כי $T(n)$ קבועה עבור $n = 1$ (או עבור כמה ערכים התחלתיים של n , לפי הצורך).

א.

$$T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$$

ב.

$$T(n) = 5T(n/5) + \lg^2 n$$

ג.

$$T(n) = 6T(n/6) + n + n / \lg n$$

ד.

$$T(n) = T(n-1) + n \lg n$$

ה.

$$T(n) = \sqrt{2}T(\sqrt{n}) + \sqrt{\log n}$$

ו.

$$T(n) = n\sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + n^3 \lg^2 n \lg \lg n$$

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6,7,9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 14.4.2019

סמסטר: 2019ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

שאלה 1

נשנה את אופן הייצוג של הערמה: בשורש נשמור את הערך האמיתי; בכל צומת אחר נחזיק את ההפרש בין ערך אביו לבין ערכו.

- בהנתן ייצוג זה, הראו כיצד ניתן לבצע את הפעולה $\text{ADD-TO-KEYS}(A, c)$, המוסיפה לכל ערך בערימה A את הקבוע c , בזמן $\Theta(1)$.
- איך משתנות שגרות הערמה $(\text{BUILD-MAX-HEAP}(A), \text{MAX-HEAPIFY}(A, i))$, $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}(A)$, $\text{HEAPSORT}(A)$, $\text{MAX-HEAP-INSERT}(A, \text{key})$ עקב שינוי הייצוג?
- מהי השפעת השינוי על סיבוכיות השגרות האלה?

שאלה 2

- א. הוכיחו שהשגרה BUILD-MAX-HEAP מבצעת לכל היותר $2n - 2$ השוואות בין איברים.
ב. הוכיחו שניתן לבנות ערמה בינרית בת שמונה איברים בעזרת שמונה השוואות בלבד בין איברים.

שאלה 3

נתבונן בגרסא שונה של מיון-מהיר, המתוארת בשגרות הבאות:

PARTITION1 (A, p, r)

```
y ← A[p]
i ← p
j ← r + 1
while i < j
  do i ← i + 1
    while i ≤ r and A[i] < y
      do i ← i + 1
  j ← j - 1
  while j ≥ p and A[j] > y
    do j ← j - 1
if i ≤ r
  then exchange A[i] ↔ A[j]
exchange A[j] ↔ A[p]
return j
```

QUICKSORT1 (A, p, r)

```
if p < r
  then q ← PARTITION1 (A, p, r)
    QUICKSORT1 (A, p, q - 1)
    QUICKSORT1 (A, q + 1, r)
```

קריאת ההפעלה:

QUICKSORT1 ($A, 1, \text{length}[A]$)

- א. הוכיחו שהאלגוריתם ממיין נכון את המערך A .
ב. אחת הבדיקות " $i \leq r$ ", " $j \geq p$ " בלולאות הפנימיות מיותרת; איזו מהן ומדוע?
ג. כמה השוואות מבצע האלגוריתם עבור מערך A באורך n וממוין מראש?

שאלה 4

נגדיר חציה באופן הבא: בהינתן סדרה (לא ממוינת) S של n מספרים, מחלקים אותה לשתי תת-סדרות S_1 ו- S_2 בעלות $\lceil n/2 \rceil$ ו- $\lfloor n/2 \rfloor$ איברים בהתאמה, כך שלכל $x \in S_1$, $y \in S_2$ מתקיים $x < y$.

הוכיחו שפעולת החצייה שקולה למציאת החציון, כלומר:

- א. אם ניתן למצוא את החציון של סדרה בעלת n איברים בעזרת $T(n)$ השוואות, אזי סדרה בעלת n איברים ניתנת לחצייה בעזרת $T(n) + n - 1$ השוואות;
- ב. אם סדרה בעלת n איברים ניתנת לחצייה בעזרת $T(n)$ השוואות, אזי ניתן למצוא את החציון של סדרה בעלת n איברים בעזרת $T(n) + \lceil n/2 \rceil - 1$ השוואות.

שאלה 5

נתונה סדרה S בת n מספרים.

- א. הוכיחו את הטענה: ב- S קיימים לכל היותר שלושה מספרים החוזרים על עצמם יותר מ- $\lfloor n/4 \rfloor$ פעמים.
- ב. כתבו אלגוריתם למציאת כל האיברים המופיעים בסדרה יותר מ- $\lfloor n/4 \rfloor$ פעמים. זמן הריצה הנדרש הוא $\Theta(n)$.
- ג. כתבו אלגוריתם למציאת כל האיברים המופיעים בסדרה יותר מ- $\lfloor n/k \rfloor$ פעמים. זמן הריצה הנדרש הוא $\Theta(n \log k)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8,10,11 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 12.5.2019

סמסטר: ב2019

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

שאלה 1

נתונים קבוצה S של n מספרים שלמים ומספר שלם נוסף z ; נניח שכל איברי הקבוצה S שייכים לתחום $[0 .. \lceil n \log n \rceil]$.

א. כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שני איברים שונים, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n)$.

ב. כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שלושה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n^2)$.

ג. כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S ארבעה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n^2)$.

שאלה 2

נתונה קבוצה של n נקודות $p_i = (x_i, y_i)$ בחצי הימני של עיגול ברדיוס 2; כלומר, כל נקודה $p_i = (x_i, y_i)$ מקיימת את התנאים $x_i > 0$, $0 < x_i^2 + y_i^2 \leq 2$, $i = 1, \dots, n$. נניח שהתפלגותן של הנקודות אחידה; כלומר, ההסתברות למצוא נקודה באזור נתון כלשהו של חצי העיגול נמצאת ביחס ישר לשטחו של אזור זה.

נגדיר ב- θ_i את הזווית בין הכיוון החיובי של ציר ה- x לבין הקרן היוצאת מהראשית אל הנקודה p_i ($\tan \theta_i = y_i / x_i$). כתבו אלגוריתם שתוחלת זמן הריצה שלו היא $\Theta(n)$, למיון n הנקודות על-פי θ_i .

שאלה 3

נתון מערך $P[1..n]$ של מספרים חיוביים. ברצוננו לבנות מערך $S[1..n]$ לפי ההגדרה:

$$S[i] = \max \{k : j = i - k + 1, \dots, i \text{ לכל } P[j] \leq P[i] \text{ וגם } k \leq i\}$$

- א. כתבו אלגוריתם לבניית המערך S בזמן $O(n^2)$.
- ב. כתבו אלגוריתם משופר לבניית המערך S בזמן $O(n)$.

רמז: השתמשו במחסנית כמבנה עזר.

שאלה 4

- א. פתרו את התרגיל 10.1-5 מספר הלימוד (עמוד 171). השתמשו בשמות $\text{POP-LEFT}(D)$, $\text{POP-RIGHT}(D)$, $\text{PUSH-LEFT}(D, x)$, $\text{PUSH-RIGHT}(D, x)$, $\text{length}[D]$, $\text{tail}[D]$, $\text{head}[D]$.
- ב. פתרו את התרגיל 11.3-1 מספר הלימוד (עמוד 199).

שאלה 5

אנו מעוניינים למיין אוסף של n מפתחות הלקוחים מתחום כלשהו U .

נתונה טבלת גיבוב T בגודל m תאים, ופונקציית גיבוב כלשהי h , שנותנת גיבוב אחיד ופשוט מהתחום U אל השלמים בתחום $[0..m-1]$. פתרון התנגשויות נעשה באמצעות שירשור.

הניחו $n \geq m$.

הוצע להשתמש באלגוריתם שלהלן.

1. הכנס את n המפתחות לטבלת הגיבוב $T[0..m-1]$ באמצעות פונקציית הגיבוב h .
 2. מיין את המפתחות שברשימה המשוורשת של כל תא בטבלה באמצעות מיון-מהיר.
 3. צרף את הרשימות הממוינות זו לזו לפי סדר התאים, החל מתא $T[0]$ ועד $T[m-1]$.
- א. הראו באמצעות דוגמה נגדית, כי האלגוריתם לעיל אינו אלגוריתם מיון.
הסבירו מהי הבעיה העקרונית באלגוריתם, שבגללה הוא אינו מתאים למיון.
- ב. מהו זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הממוצע (כלומר תוחלת זמן הריצה), כפונקציה של n ו- m ?
- ג. הוכיחו את תשובתכם. לתשומת לב: יש להתחשב גם במקרה $n = m$.
- ד. מהו זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הגרוע? הוכיחו את תשובתכם.
- ה. נתון אוסף של n מספרים שלמים, המתפלגים באופן אחיד בתחום $U = [0..n^3-1]$.
הציגו פונקציית גיבוב h , וגודל טבלה m , באמצעותם האלגוריתם לעיל ימיין את אוסף המספרים בתוחלת זמן $O(n)$. נמקו את תשובתכם.
- האם יש סתירה בין סעיף זה וסעיף א'? נמקו.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 12-14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 2.6.2019

סמסטר: 2019ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

שאלה 1

בסעיפים הבאים עליכם להתייחס למבני הנתונים: ערימה, טבלת גיבוב (עם פתרון התנגשויות ע"י שרשור), עץ חיפוש בינרי, עץ אדום שחור.

א. מכניסים איבר לתוך המבנה ומיד אח"כ מוחקים אותו. האם בהכרח המבנה המתקבל לאחר ביצוע 2 הפעולות יהיה זהה למקורי?

ב. מכניסים בזה אחר זה 2 איברים a ו- b למבנה. האם סדר ההכנסה משנה את התוצאה? כלומר האם המבנה המתקבל זהה בין אם נבצע הכנסה של a ואח"כ של b או הכנסה של b ואח"כ של a ?

שאלה 2

יהי T עץ בינרי (לאו-דווקא כמעט שלם, נתון באמצעות מצביעים בין צמתים לבניהם ולאבותיהם), שבו **לכל צומת יש צבע מתוך קבוצה של k צבעים**. מסלול פשוט (שאינו חוזר על צמתים) ב- T נקרא **מגוון**, אם כל צומת בו הוא בצבע **שונה מכל האחרים** במסלול. כתבו אלגוריתם המקבל מצביע לשורש T , ומחזיר את אורך המסלול המגוון המקסימלי ב- T העובר דרך השורש. הסבירו את האלגוריתם ונתחו סיבוכיות. (שימו לב כי מסלול ב- T אינו חייב להתחיל בשורש רק לעבור דרכו)

שאלה 3

נתון עץ אדום-שחור T בן n צמתים. נתון גם מצביע לצומת y ב- T , המקיים את התנאים:
(1) הצבע של y הוא שחור;
(2) צבעם של שני הבנים של y , x ו- z , הוא אדום.
נניח עכשיו שכל התת-עץ המושרש ב- x הוסר מהעץ השלם T .
הראו כיצד ניתן לארגן מחדש את הצמתים הנותרים של T לעץ אדום-שחור חוקי, בזמן ריצה של $\Theta(\lg n)$. הסבירו מדוע השיטה שבחרתם פועלת נכון.

שאלה 4

הציעו מבנה נתונים שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:
 $\text{INSERT}(k)$: הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה. זמן הריצה הנדרש: $\Theta(\log n)$.
 $\text{DELETE}(x)$: מחיקת האיבר שאליו מצביע x מהמבנה. זמן הריצה הנדרש: $\Theta(\log n)$.
 $\text{PAIR-SUM}(s)$: מציאת שני איברים במבנה כך שסכום המפתחות שלהם יהיו s בדיוק (אם יש כאלה). זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n)$.
 $\text{AVE}(i_1, i_2)$: החזרת ממוצע המספרים שבין ערכי המיקום i_1 ו- i_2 (כולל). זמן הריצה הנדרש: $\Theta(\log n)$.
 $\text{OLD}(m)$: החזרת מפתח האיבר ה- m הוותיק ביותר של המבנה. זמן הריצה הנדרש: $\Theta(\log n)$.

שאלה 5

במרשם התלמידים באוניברסיטה הפתוחה מחזיקים לכל סטודנט רשומת סטודנט הכוללת: שם, זמן הרשמה לקורס (ייחודי), מצב לימודים (תקין/לא תקין).
(נדגיש: אין 2 סטודנטים שנרשמו בדיוק באותו זמן)
במרשם צריכים את עזרתכם בניהול ההרשמות. לשם כך עליכם לתכנן מבנה נתונים התומך בפעולות הבאות:
הכנסת סטודנט למבנה (הקלט הוא רשומת סטודנט).
מחיקת סטודנט (ע"פ מצביע).
סטודנט הבא אחרי x (אם הוא רשומת סטודנט) - החזרת הסטודנט שנרשם לאחר סטודנט x .
הרשמה תקינה הבאה אחרי זמן t - החזרת סטודנט בעל מצב לימודים תקין עם זמן הרשמה הבא אחרי t (כלומר זמן הרשמה שגדול מ- t והכי קרוב אליו).
כל הפעולות נדרשות לרוץ בזמן $\Theta(\log n)$ במקרה הגרוע.

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

מטלה תכנותית

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: חוברת הקורס וספר הלימוד

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 16.6.2019

סמסטר: 2019ב

אופן הגשת המטלה:

שליחת המטלה תתאפשר רק באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

רצוי להתחיל לעבוד על המטלה לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה

מותר לעבוד בזוגות, אך שימו לב להנחיות בהמשך

מבוא

בממ"ן זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++, אשר תוכל לשמש כ-Spell Checker (בודק איות).

לפני שתמשיכו בקריאה, קראו תחילה את סעיף 2.6 בחוברת הקורס (הנחיות לכתיבת ממ"ן תכנותי). ייתכן ויינתנו הנחיות נוספות לקראת מועד ההגשה – אנא בדקו באתר.

¹ למעוניינים להגיש בשפה אחרת (כגון python), אנא בדקו תחילה עם המנחה שבודק/ת את התרגילים שלכם

כללי:

התכנית תקרא קובץ של טקסט באנגלית, תחלץ ממנו את המילים הנמצאות בו ותדפיס את המילים אשר בהן יש חשש לקיומן של שגיאות כתיב.

צורת הקלט:

הקלט לתכנית יורכב משני קבצים. הקובץ הראשון יהיה קובץ טקסט קצר, אשר יכיל מילים באנגלית (אותיות גדולות וקטנות, ללא סימנים מיוחדים). כל מלה תסתיים בתו רווח אחד לפחות, והטקסט לא יכיל סימני פיסוק.

הקובץ השני ישמש כמילון. קובץ זה יכיל מספר רב של מילים הנמצאות בשימוש בשפה האנגלית. (לצורך התרגיל יספיק גם מילון המכיל כמה עשרות מילים, אך מובן שמילונים גדולים יותר יתקבלו בברכה).

מהלך התכנית:

בשלב הראשון התכנית תקרא את קובץ המילון ותכניס את המילים הנמצאות בו לתוך טבלת גיבוב; אחר-כך, היא תקרא את קובץ הטקסט ותכניס את המילים שלו לתוך עץ אדום-שחור.

בשלב השני התכנית תמחק מהעץ את כל המילים הנמצאות גם במילון. המילים שנשארו בעץ הן מילים "החשודות" כמילים המכילות שגיאות כתיב, ואותן התכנית תדפיס.

מבנה הנתונים:

כפי שלמדתם בקורס, ניתן לממש טבלאות גיבוב באופנים שונים, שהשיטות השונות נבדלות זו מזו באופן הטיפול ב"התנגשויות". לדוגמא: טבלאות גיבוב עם גיבוב משני, טבלאות גיבוב עם רשימות מקושרות לא ממוינות, טבלאות גיבוב עם רשימות מקושרות ממוינות וכו'. עליכם לבחור את אחד מהמימושים האפשריים ולנמק את בחירתכם.

צורת הפלט:

הפלט של התכנית יהיה, כאמור, רשימה של המילים אשר נמצאות בקובץ הטקסט, אך לא נמצאות במילון.

בנוסף יינתן עבור פלט, שבו ליד כל מלה אשר לא נמצאת במילון יופיע הצעה ל"תיקון" המלה השגויה, או הסבר לעובדה שהמלה לא מופיעה במילון.

לעובדים בזוגות, זוהי דרישת חובה (ולא בנוס).

הרצה:

הריצו את התכנית על קובץ הטקסט הבא:

the man in the row in front turnned when hee haerd his name caled but he had no ideea who called him and he was woried mayby the polise were looking for him so he ran and hid in the kar

קובץ המילון צריך להכיל לפחות 50 מלים. רצוי מאוד, שהמילון יכיל מלים אשר מתחילות באותיות הזהות לפחות בחלקן לאותיות המופיעות בתחילת המלים בקובץ הבדיקה.

השתמשו באותו מילון על מנת להריץ את התכנית על קובץ בדיקה נוסף לבחירתכם.

ניתוח:

לבסוף יש לנתח את סיבוכיות הזמן של ביצוע הפעולות INSERT ו-DELETE על טבלת הגיבוב שבחרתם במונחים של n - מספר המלים בטבלת הגיבוב, תוך התייחסות לקלטים שונים המביאים לביצועים גרועים במיוחד, טובים במיוחד, או ממוצעים (תוחלת).

בנוס (גם לזוגות):

תיקון שגיאות לשוניות (מעבר לשגיאות כתיב).