Solution by Daniel Krauthgamer

2003 ב' - 88

שאלה 1

ש. 2. אם $R \subseteq I_A$ אז R היא הקונגרואנציה הטריוויאלית שאינה כ-R כלומר אם אי כך I_A לא שייך ל-R.

כ. 1. אם R סימטרי נגדיר לכל xRy בש xRx ולכן לשני הצדדים שניתן לבנות מכך y,x שייכים או ל-R או ל-R' בהתאמה.

ב. 3. נראה תיוק לדוגמא, אם $R=\begin{pmatrix}1&2\\3&3\end{pmatrix}$ R אינה אנטי סימטרית כי לדוגמא נמצאים הזוגות $(3,4)$, $(4,3)$, $4\neq 3$.

ומאחר ובאף אחת אם R היא היחס $\leq$ אז R כן תהיה אנטי סימטרית.

ג. 3. נראה לכך ש המבנה איננו אנטי סימטרי:

$$R=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&2&1\end{pmatrix} \Rightarrow R_T=\begin{pmatrix}1&3&1&2&2&3\\3&2&2&1&2&3\end{pmatrix}$$

איננו אנטי סימטרי: $(2,1)$ $(1,2)$.

$$R=\begin{pmatrix}1&3\\3&2\end{pmatrix} \Rightarrow R_T=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&2&3\end{pmatrix}$$

לדוגמא באם

כש-R_T כן אנטי סימטרית.

Solution by Daniel Krauthgamer

שאלה 2

סעיף A

נשתמש בעובדה שקיימת פונקציה חח"ע ועל בין קבוצות

$$|A| = |P(\mathbb{R})|^{|\mathbb{N}|} = \left(2^{\mathfrak{c}}\right)^{\aleph_0} = 2^{\mathfrak{c}\cdot\aleph_0} = 2^{\mathfrak{c}}$$

$\mathfrak{c}\cdot\aleph_0 = \mathfrak{c}$ משפט קנטור

$|P(\mathbb{R})| = 2^{\mathfrak{c}}$ משפט 3.23

$$= 2^{\aleph_0\cdot\mathfrak{c}} = 2^{\mathfrak{c}\cdot\aleph_0} = \left(2^{\aleph_0}\right)^{\mathfrak{c}} = \mathfrak{c}^{\mathfrak{c}}$$

כפל עוצמות חלופי

עוצמת הקבוצה A שווה ל- $2^{\mathfrak{c}}$

סעיף B

$$|B| = |P(\mathbb{R}\times\mathbb{R})|^{|\{1,2,3\}|} = \left(2^{\mathfrak{c}\cdot\mathfrak{c}}\right)^3 = \left(2^{\mathfrak{c}}\right)^3 = 2^{\mathfrak{c}\cdot 3} = 2^{\mathfrak{c}}$$

עוצמת B היא $2^{\mathfrak{c}}$

Solution by Daniel Krauthgamer

שאלה 3

א. עבור משימה ניתן להקצות $\binom{4}{2}$ אופנים ישנן 5 משימות
ולכן מספר הדרכים להקצות את המשימות $\binom{4}{2}^5 = 7776$

ב. הכלה והפרדה על מספר הלא משתתפים.

A_i: i אינו משתתף $|A_i| = \binom{3}{2}^5 = 3^5 = 243$

6 מיתכני צורות - $|A_i \cap A_j| = 1$

שאר המיתכנים ניקים כי אין חיתוך למשתתף.

$$7776 - 4 \cdot 243 + 6 = 6810$$

שאלה 4

כמו מועד 2009 ב - שלון 82.

שאלה 5

א. $\varphi = \left(A_1^2\left(f_1^2(x,y),y\right) \to A_1^2(x,y)\right)$.

צ' תכונת שאינה נסוק מכיון שיש בה משתנים חופשיים.

Ψ - נסוק כי המשתנים נמצאים תחת הכמתים את $\exists y$.

ב. יש אמיתית ולא שקרית אם $y=x$ אז היא אמיתית אך לא $\exists x$
ניל שקרית. כדי להיות אמיתית או שקרית היא צריכה
להיות כזו שבור כל השמה אפשרית של x ו-y.

ג. Ψ אמיתית כי עבור $y=0$ לכל x יש y שגדול ממנו y שהוא.
כמתקיים לכל x כי $x=0$ $T=(\Psi)J$ ולכל x הבא השאלה של התוף
הוא F וכן $T=(\varphi)J$.

Solution by Daniel Krauthgamer

2. נניח שקיימת f_1^2 שהיא אי-זוגית. אז לפי ההגדרה $f_1^2(-x) = -f_1^2(x)$ לכל x. אבל $f_1^2(-x) = f_1^2(x)$ לכל x. לא קיים מספר שהוא גם מספר שאינו שווה לו. כי גם מספר הינו מינוסו מספרים הפוכים זהים. לכן ההנחה שקיימת f_1^2 אי-זוגית לא נכונה.