

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 7

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 6

מועד אחרון להגשה: 19.1.2014

סמסטר: 2014 א

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (10 נקודות)

יהיו X_1, X_2, \dots, X_n משתנים מקריים בלתי-תלויים, כך שלכל $i = 1, 2, \dots, n$ מתקיים $E[X_i] = \mu$ ו- $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$.

$$M_n = \sum_{i=1}^n X_i / n$$

נגדיר

חשב את מקדם המתאם הלינארי בין X_1 ל- M_n .

שאלה 2 (10 נקודות)

מטילים שוב ושוב מטבע, שהסתברות לקבל בו H היא p ($0 < p < 1$).

נגדיר את המשתנה המקרי X_i על-ידי המספר הסידורי של ההטלה שבה התקבלה התוצאה H בפעם ה- i -ית, לכל $i = 1, 2, \dots$.

חשב את מקדם המתאם בין X_m ל- X_n , עבור $m < n$.

שאלה 3 (21 נקודות)

עוף מזן מסוים מטיל $X - 1$ ביצים בעונת הרבייה, כאשר X הוא משתנה מקרי גיאומטרי עם הפרמטר 0.1. כל אחת מהביצים שהעוף מטיל, בוקעת בהסתברות 0.7, והגוזל שבוקע ממנה מגיע לגיל בגרות בהסתברות 0.5.

אין תלות בין בקיעת ביצים שונות או בין מספר הביצים שהעוף מטיל לבין בקיעתן.

נסמן ב- Y את מספר הביצים, שעוף כזה מטיל, ושמפתח מהן גוזל שהגיע לגיל בגרות.

7 נק' א. מהי ההסתברות שעוף מקרי (מהזן הנתון) יטיל לפחות 8 ביצים בעונה?

7 נק' ב. חשב את התוחלת של Y .

7 נק' ג. חשב את השונות של Y .

שאלה 4 (25 נקודות)

כיתה שבה 10 בנות ו- 20 בנים יוצאת לטיול שנתי.

בכל פעם שילדי הכיתה צריכים לעלות לאוטובוס שמסיע אותם, קוראת המורה את שמותיהם מרשימה המסודרת באופן מקרי, והילדים עולים לאוטובוס לפי סדר הקראת שמותיהם.

יהי X מספר הבנות בכיתה, העולות לאוטובוס מייד לאחר בת אחרת מכיתה.

(8 נק') א. הגדר סדרת אינדיקטורים שסכומם X , המוגדרים ביחס למקומות ברשימה.

הגדר סדרת נוספת של אינדיקטורים שסכומם X , המוגדרים ביחס לבנות הכיתה.

(8 נק') ב. חשב את התוחלת של X , בעזרת כל אחת משתי סדרות האינדיקטורים שהגדרת בסעיף א.

(כלומר, עליך לבצע שני חישובים של התוחלת).

(9 נק') ג. חשב את השונות של X , בעזרת אחת משתי סדרות האינדיקטורים שהגדרת בסעיף א.

(כלומר, עליך לבצע חישוב יחיד של השונות).

שאלה 5 (24 נקודות)

מטילים מטבע תקין עד שלראשונה מתקבל H. יהי N מספר ההטלות המטבע שנעשו.

לאחר מכן, מטילים קובייה תקינה N פעמים.

נסמן ב- X_i , לכל $i = 1, 2, \dots, N$, את התוצאה שהתקבלה בהטלת הקובייה ה- i -ית.

$$\text{נגדיר } S = \sum_{i=1}^N X_i$$

(7 נק') א. חשב את התוחלת של S .

(7 נק') ב. חשב את השונות של S .

(5 נק') ג. חשב את $P\{N=2, X_1=1 \mid S=3\}$.

(5 נק') ד. האם המשתנים המקריים N ו- S בלתי-תלויים זה בזה?

שאלה 6 (10 נקודות)

נתונה טבלת ההסתברויות המשותפות הבאה:

$Y \backslash X$	0	1	2	3
1	$\frac{2}{27}$	0	0	$\frac{1}{27}$
2	$\frac{6}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{6}{27}$	0
3	0	$\frac{6}{27}$	0	0

(5 נק') א. האם X ו- Y בלתי-מתואמים?

(5 נק') ב. מצא את הפונקציה יוצרת המומנטים של Y .