

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

שאלה 1

נתונות שתי קבוצות של מספרים S ו- T בעלות m ו- n איברים בהתאמה.
הציעו מבנה נתונים המאפשר לממש את השגרה $XOR(S, T)$, המחזירה את ההפרש הסימטרי $S \Delta T = S \cup T - S \cap T$ בזמן $O((m+n) \cdot \lg(\min(m, n)))$. תארו את השגרה ונתחו את זמן ריצתה.

שאלה 2

כתבו גרסה של מיון-הכנסה, כאשר הקלט נשמר במחסנית. זמן הריצה הנדרש עדיין $\Theta(n^2)$.
מותר להשתמש בשתי מחסניות עזר.

שאלה 3

האם קיים עץ אדום-שחור המכיל:

- 5 נק' א. 3 צמתים שחורים ו-4 צמתים אדומים;
- 5 נק' ב. 4 צמתים שחורים ו-3 צמתים אדומים;
- 5 נק' ג. 5 צמתים שחורים ו-2 צמתים אדומים;
- 10 נק' ד. 6 צמתים שחורים וצומת אחד אדום.

בכל מקרה תנו דוגמה, או הוכיחו שעץ כזה לא קיים.

הערה: הכוונה לצמתים פנימיים בלבד.

שאלה 4

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת:

SEARCH(S, k): חיפוש אחר המפתח k במבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, k): מחיקת עותק כלשהו של המפתח k מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MODE(S): החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר; זמן הריצה: $O(1)$;

MARK(S, ℓ): החזרת ערך המפתח בעל רישום הזמן ה- ℓ הקטן ביותר; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערות: n הוא מספר המפתחות השונים ב- S ; אחרי כל הכנסת עותק של המפתח k , רישום הזמן של k משתנה (לפי זמן ההכנסה של העותק החדש), כלומר, רישום הזמן של מפתח הוא זמן ההכנסה של העותק החדש ביותר שלו.

שאלה 5

מבנה נתונים S מורכב מערמת מינימום ראשית MH בגודל m ומ- m ערמות מינימום H_i , $i = 1, \dots, m$. לכל $i = 1, \dots, m$, האיבר $MH[i]$ מכיל מצביע אל שורש הערמה H_i . לכל $i = 1, \dots, m$, ערך השורש $H_i[1]$ משמש גם כמפתח ב- $MH[i]$. נסמן ב- n את הגודל המכסימלי בין כל הערמות H_i , $i = 1, \dots, m$.

א. כתבו את שגרת הכנסת מפתח חדש עבור המבנה S (הכנסה ל- MH או לאחת הערמות H_i).

ב. כתבו את שגרת מחיקת המינימום עבור המבנה S (מחיקה מ- MH או מאחת הערמות H_i).

לכל אחת משתי הפעולות, נתחו את זמן הריצה כפונקציה של m ו- n .