דף נוסחאות לבחינה - 20425

(6.10.10)

ההתפלגות	פונקציית ההסתברות / פונקציית הצפיפות	התוחלת	השונות	הפונקציה יוצרת המומנטים
בינומית	$\binom{n}{i}\cdot p^i\cdot(1-p)^{n-i}\quad,\quad i=0,1,...,n$	np	$np(1-p)$	$(pe^t+1-p)^n$
גיאומטרית	$(1-p)^{i-1}\cdot p\quad,\quad i=1,2,...$	$1/p$	$(1-p)/p^2$	$pe^t/(1-(1-p)e^t)$ $t<-\ln(1-p)$
פואסונית	$e^{-\lambda}\cdot\lambda^i/i!\quad,\quad i=0,1,...$	λ	λ	$\exp\{\lambda(e^t-1)\}$
בינומית שלילית	$\binom{i-1}{r-1}(1-p)^{i-r}\cdot p^r\quad,\quad i=r,r+1,...$	r/p	$(1-p)r/p^2$	$\left(pe^t/(1-(1-p)e^t)\right)^r$ $t<-\ln(1-p)$
היפרגיאומטרית	$\binom{m}{i}\binom{N-m}{n-i}\Big/\binom{N}{n}\quad,\quad i=0,1,...,m$	nm/N	$\frac{N-n}{N-1}n\frac{m}{N}(1-\frac{m}{N})$	
אחידה בדידה	$\frac{1}{n}\quad,\quad i=m+1,m+2,...,m+n$	$m+(1+n)/2$	$(n^2-1)/12$	
אחידה	$1/(b-a)\quad,\quad a\le x\le b$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$	$(e^{bt}-e^{at})/(tb-ta)\,,\,t\neq 0$
נורמלית	$(1/\sqrt{2\pi}\sigma)\cdot e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}\quad,\quad -\infty<x<\infty$	μ	σ^2	$\exp\{\mu t+\sigma^2t^2/2\}$
מעריכית	$\lambda e^{-\lambda x}\quad,\quad x>0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$	$\lambda/(\lambda-t)\quad,\quad t<\lambda$
מולטינומית	$\binom{n}{n_1,...,n_r}\cdot p_1^{n_1}\cdot...\cdot p_r^{n_r}\quad,\quad \sum n_i=n\,,\,\sum p_i=1$			

נוסחת הבינום $(x+y)^n=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}x^iy^{n-i}$

$P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B^C)$

כלל ההכלה וההפרדה $P\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{i<j}P(A_i\cap A_j)+\ldots+(-1)^{n+1}P(A_1\cap A_2\cap...\cap A_n)$

הסתברות מותנית $P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

נוסחת הכפל $P(A_1\cap A_2\cap...\cap A_n)=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1\cap A_2)\cdot...\cdot P(A_n\mid A_1\cap A_2\cap...\cap A_{n-1})$

נוסחת ההסתברות השלמה $P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(A\mid B_i)P(B_i)\quad,$ $\{B_i\}$ זרים ואיחודם הוא S

$P(A\mid C)=\sum_{i=1}^{n}P(A\mid B_i\cap C)P(B_i\mid C)$

נוסחת בייס $P(B_j\mid A)=\dfrac{P(A\mid B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^{n}P(A\mid B_i)P(B_i)}\quad,$ $\{B_i\}$ זרים ואיחודם הוא S

תוחלת $E[X]=\sum_x xp_X(x)=\int xf(x)dx$

תוחלת של פונקציה של מ"מ $E[g(X)]=\sum_x g(x)p_X(x)=\int g(x)f(x)dx$

שונות $\mathrm{Var}(X)=E[(X-E[X])^2]=E[X^2]-(E[X])^2$

תוחלת ושונות של פונקציה לינארית $E[aX+b]=aE[X]+b$

$\mathrm{Var}(aX+b)=a^2\mathrm{Var}(X)$

אם מופעים של מאורע נתון מתרחשים בהתאם לשלוש ההנחות של **תהליך פואסון** עם קצב λ ליחידת זמן אחת, אז מספר המופעים שמתרחשים ביחידת זמן אחת הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר λ.

תכונת חוסר-הזכרון $P\{X>s+t\mid X>t\}=P\{X>s\}\quad,\quad s,t\ge 0$

תוחלת מותנית $E[X \mid Y=y]=\sum_x x\,p_{X|Y}(x \mid y)=\int x\,f_{X|Y}(x \mid y)dx$

שונות מותנית $\mathrm{Var}(X \mid Y=y) \;=\; E[X^2 \mid Y=y]-(E[X \mid Y=y])^2$

נוסחת התוחלת המותנית $E[X] \;=\; E[E[X \mid Y]] \;=\; \sum_y E[X \mid Y=y]p_Y(y)$

(טענה מתרגיל ת26, עמוד 430) $E[X \cdot g(Y)] \;=\; E[g(Y)E[X \mid Y]]$

נוסחת השונות המותנית $\mathrm{Var}(X) \;=\; E[\mathrm{Var}(X \mid Y)]+\mathrm{Var}(E[X \mid Y])$

תוחלת של סכום משתנים מקריים $E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right]=\sum_{i=1}^{n} E[X_i]$

שונות משותפת $\mathrm{Cov}(X,Y)=E[(X-E[X])(Y-E[Y])]=E[XY]-E[X]E[Y]$

$\mathrm{Cov}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i,\sum_{j=1}^{m} Y_j\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\mathrm{Cov}(X_i,Y_j)$

שונות של סכום משתנים מקריים $\mathrm{Var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Var}(X_i)+2\sum_{i<j}\mathrm{Cov}(X_i,X_j)$

מקדם המתאם הלינארי $\rho(X,Y)=\mathrm{Cov}(X,Y)\big/\sqrt{\mathrm{Var}(X)\mathrm{Var}(Y)}$

פונקציה יוצרת מומנטים $M_X(t)=E[e^{tX}] \quad ; \quad M_{aX+b}(t)=e^{bt}M_X(at)$

כאשר X_i מ״מ ב״ת מתקיים: $M_{X_1+\ldots+X_n}(t)=M_{X_1}(t)\cdot\ldots\cdot M_{X_n}(t)$

תוחלת, שונות ופונקציה יוצרת מומנטים של סכום מקרי $E\left[\sum_{i=1}^{N} X_i\right]=E[N]E[X]$

(כאשר X_i מ״מ ב״ת ש״ה) $\mathrm{Var}\left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right)=E[N]\mathrm{Var}(X)+(E[X])^2\,\mathrm{Var}(N)$

$M_Y(t)=E\left[\left(M_X(t)\right)^N\right]$

אי-שוויון מרקוב X מ״מ אי-שלילי , $a>0$, $P\{X \ge a\} \le E[X]/a$

אי-שוויון צ׳בישב $\mu,\sigma^2<\infty$, $a>0$, $P\{|X-\mu| \ge a\} \le \sigma^2/a^2$

משפט הגבול המרכזי X_i מ״מ ב״ת וש״ה , $\mu,\sigma^2<\infty$, $P\left\{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i-n\mu\right)\Big/\sqrt{n\sigma^2} \le a\right\} \underset{n\to\infty}{\to} \Phi(a)$

- אם A ו- B מאורעות זרים של ניסוי מקרי, אז ההסתברות שבחזרות ב״ת על הניסוי המאורע A יתרחש לפני המאורע B היא $P(A)/[P(A)+P(B)]$.
- סכום של מ״מ בינומיים (גיאומטריים) ב״ת עם אותו הפרמטר p הוא מ״מ בינומי (בינומי-שלילי).
- סכום של מ״מ פואסוניים ב״ת הוא מ״מ פואסוני.
- סכום של מ״מ נורמליים ב״ת הוא מ״מ נורמלי.
- ההתפלגות המותנית של X בהינתן $X+Y=n$, כאשר X ו-Y מ״מ פואסוניים (בינומיים עם אותו p) ב״ת היא בינומית (היפרגיאומטרית).

$\sum_{i=0}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2} \quad ; \quad \sum_{i=0}^{n} i^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad ; \quad \sum_{i=0}^{n} i^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$\sum_{i=0}^{\infty}\frac{x^i}{i!}=e^x \quad ; \quad \sum_{i=0}^{n} x^i=\frac{1-x^{n+1}}{1-x} \quad ; \quad \sum_{i=0}^{\infty} x^i=\frac{1}{1-x} \quad , \quad -1<x<1$

$\int (ax+b)^n dx=\frac{1}{a(n+1)}(ax+b)^{n+1} \;,\; n\neq -1 \quad ; \quad \int \frac{1}{ax+b}dx=\frac{1}{a}\ln(ax+b)$

$\int e^{ax}dx=\frac{1}{a}e^{ax} \quad ; \quad \int b^{ax}dx=\frac{1}{a\ln b}b^{ax} \quad ;$

נוסחת האינטגרציה בחלקים:

$\int f(x)g'(x)\,dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)\,dx$

$\log_n a=\log_m a/\log_m n \quad ; \quad \log_n(a^b)=b\cdot\log_n a \quad ; \quad \log_n(ab)=\log_n a+\log_n b$