מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

14

ביולי 2016

ח' בתמוז תשע"ו

סמסטר 2016ב

20585 / 4

85 מס' מועד

מס' שאלון - 532

# שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 4 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות

שאלה 1 (סעיף א - 8 נקודות; סעיף ב - 12 נקודות)

M- מקבלת שירינג M, השפה L(M) היא קבוצת המילים ש-M מקבלת:

:על המכונות  $M_1$ ו- $M_2$ נתון

- לשתי המכונות אותו אלפבית קלט ∑.
  - $L(M_1) \cup L(M_2) = \Sigma^*$
- על  $M_1$  על מילה  $M_2$  מספר הצעדים על-ידי  $M_1$  וגם על-ידי  $M_1$  על א קטן  $M_1$  על א שמתקבלת מספר הצעדים של  $M_2$  על א.
  - את תשובתכם. האם אפשר להסיק מן הנתונים שהשפה  $L(M_1)$  היא שפה כריעה? הוכיחו את תשובתכם.
  - ב. האם אפשר להסיק מן הנתונים שהשפה  $L(M_2)$  היא שפה כריעה? הוכיחו את תשובתכם.

בשני הסעיפים, אם קבעתם שהשפה כריעה, **כתבו הוכחה** לכך. אם קבעתם שהיא לא כריעה, **תנו** דוגמה לשפה לא כריעה שמקיימת את כל הנתונים.

## שאלה 2

נתונות שתי השפות הבאות:

 $EQ_{TM} = \{ < M_1, M_2 > | M_1 \text{ and } M_2 \text{ are TMs and } L(M_1) = L(M_2) \}$  $SUBSET_{TM} = \{ < M_1, M_2 > | M_1 \text{ and } M_2 \text{ are TMs and } L(M_1) \subseteq L(M_2) \}$ 

 $EQ_{\mathrm{TM}} \leq_{\mathrm{m}} SUBSET_{\mathrm{TM}}$ .  $SUBSET_{\mathrm{TM}}$ ל- $EQ_{\mathrm{TM}}$  מיפוי של

עליכם להראות  $SUBSET_{\mathrm{TM}}$  לבעיית קלט  $< M'_1, \ M'_2 >$  לבנות קלט כלומר, כלומר, כלומר, כלומר, כלומר,  $< M_1, \ M_2 >$ 

תארו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה וניתנת לחישוב.

המכונות לא חייבות להיות דטרמיניסטיות ולא חייבות להיות בעלות סרט אחד בלבד.

## שאלה 3

 $\Sigma$  היא שפה מעל האלפבית L

נתון שיש מכונת טיורינג דטרמיניסטית M שעל מילת קלט  $w\in \Sigma^*$ ), אם יש בשפה L מילים שלפי הסדר הסטנדרטי הן אחרי m, אז M עוצרת ורשומה על הסרט שלה המילה הבאה אחרי m (לפי הסדר הסטנדרטי) ששייכת ל-L. אם אין בשפה L מילים כאלה , אז M לא תעצור על m.

דוגמה : אם  $\Sigma=\{0,1\}$  ו-  $\Sigma=\{0.10,\,111,\,1010\}$  ו-  $\Sigma=\{0,1\}$  אז על מילת הקלט 10 תוחזר המילה 1000. על 1000 תוחזר המילה 111. גם על 0000 תוחזר המילה 111. גם על 0000 תוחזר המילה 1110. גם על 1010 תוחזר המילה 1010. על 1010 M לא תעצור. גם על 11111 לא תעצור.

 $O(|w|^k)$  עוצרת על איז מספר צעדי הריצה עד עצירה הוא עוצרת על M עוצרת הוא כן נתון שיש מספר טבעי k כן נתון שיש מספר טבעי k שייכת למחלקה kיכת להסיק מן הנתונים האלה ש-k

## שאלה 4

:היא השפה הבאה  $MAJ ext{-}SAT$ 

 $MAJ\text{-}SAT = \{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ is a Boolean formula; at least half of the assignments of 0s and 1s to } \phi's$  variables make  $\phi$  evaluate to 1}

 $.(A \leq_{\mathbb{P}} MAJ\text{-}SAT, \mathsf{NP}$ ב-חוA ב-חוA היא שפה  $\mathsf{NP}$ היא שפה  $\mathsf{NP}$ היא שפה הוכיחו

## שאלה 5

: נתונה הבעיה הבאה

vו וt s : ושלושה צמתים וt s וויע

. השאלה היא האם יש ב-G מסלול מכוון מ-s ל-t ש-v הוא הצומת האמצעי במסלול. (במסלול יש מספר אי-זוגי של צמתים ; v הוא הצומת האמצעי במסלול).

 $\mathbf{NL}$  הבאה היא MIDDLE-PATH הבאה היא

 $MIDDLE-PATH = \{ \langle G, s, t, v \rangle \mid G \text{ is a directed graph that has a directed path from } s \text{ to } t \text{ and}$   $v \text{ is the middle node of the path} \}$ 

.PATH הדרכה: הוכיחו שהשפה שייכת ל-NL, והראו והראו שהשפה שייכת שייכת אוכיחו הדרכה:

ברדוקציה הוסיפו צמתים לגרף כך שאם יש מסלול מ-s ל-t בבעיית PATH הנתונה, אז t יהפוך להיות הצומת האמצעי.

## שאלה 6

Aנסמן ב-את סכום את ב(Aנסמן על-ידי לסמן של מספרים המספרים ב-

.(שלמים חיוביים). בבעיה PARTITION בבעיה בבעיה הוא קבוצה הוא הקלט הוא הקלט הוא

 $PARTITION = \{ <S > \mid S \text{ is a finite set of natural numbers and } \exists T \subseteq S \ \Sigma(T) = \Sigma(S - T) \}$  נתון ש-NP היא שפה PARTITION- שלמה.

בבעיה BIN-PACKING הקלט מורכב ממספר טבעי המציין את הנפח של קופסה ומקבוצה סופית של עצמים והנפחים שלהם. הנפח של כל עצם הוא מספר טבעי.

השאלה היא מהו המספר המינימלי של קופסאות הדרוש לאחסון כל העצמים של הקבוצה, כך שסכום הנפחים של העצמים בכל קופסה אינו גדול מהנפח של קופסה?

(המשך השאלה בעמוד הבא)

למשל, אם הנפח של קופסה הוא 10, והנפחים של העצמים הם 3, 8, 5 ו-6, אז המספר המינימלי של קופסאות הוא 3. (אפשר לשים בקופסה אחת את העצם שנפחו 8, בקופסה שנייה את העצמים בעלי נפח 5 ו-3, ובקופסה שלישית את העצם שנפחו 6. אי אפשר להסתפק בשתי קופסאות).

BIN-PACKING אז א אז איים אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי לבעיית P $\neq$ NP שיחס הקירוב שלו **קטן מ-1.5**. (כלומר, לא קיים אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי לבעיית שיחס הקירוב שלו או  $\frac{3}{2}m$  שמספר הקופסאות שהוא מחזיר קטן מ- $\frac{3}{2}m$  כאשר או מספר הקופסאות המינימלי).

- סוף -