מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 2,1

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 16.7.2019**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:
• שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
• שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

יהיו A ו- B הקבוצות הבאות:

$$A = \{1,4,9,\ldots\} = \{n^2 \mid n \in \mathbf{N}\}$$

$$B = \{1,16,81,\ldots\} = \{n^4 \mid n \in \mathbf{N}\}$$

א. הגדירו התאמה חד-חד-ערכית בין A ו- B.

ב. הגדירו התאמה שאינה חד-חד-ערכית בין A ו- B.

ג. מהי מסקנתך מסעיפים א' ו- ב': האם A ו- B שקולות? נמק!

ד. האם נובע מן הסעיפים הקודמים כי A אינסופית? נמקו!

שאלה 2

באיור שלפניך דיאגרמת ון המתארת את היחסים בין שלוש קבוצות כלשהן A, B ו- C שחלקיות לקבוצה E. קווקו בדיאגרמות ון (שונות) את השטח המתאר את הקבוצות הבאות:

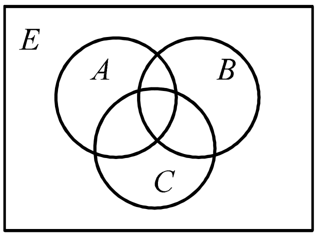
א. $B \setminus (A \setminus C)$

ב. $B \setminus (C \setminus A)$

ג. $((A \setminus B) \setminus C) \cup (A \cap B^c(E) \cap C^c(E))$

ד. $(A \cup B)^c(E) \cup (B \cup C)^c(E) \cup (C \cup A)^c(E)$

ה. $(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A)$



שאלה 3

יהיו A, B קבוצות. נתון כי לכל $x \in B$ הקבוצה $A \setminus \{x\}$ היא שקולה ל- A.

הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:

א. אם A קבוצה סופית אז $A \cap B = \varnothing$.

ב. אם B קבוצה סופית אז $A \cap B = \varnothing$.

שאלה 4

יהיו A, B קבוצות. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:

א. אם $A = A \setminus B$ אז $B = \varnothing$.

ב. אם $A = A \setminus B$ אז $A \cap B = \varnothing$.

ג. אם A שקולה ל- $A \setminus B$ אז $A \cap B = \varnothing$.

ד. אם A סופית ו- A שקולה ל- $A \setminus B$ אז $A \cap B = \varnothing$.

מטלת מחשב (ממ״ח) 01

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 1,2

מספר השאלות: 24 | **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2019ג | **מועד הגשה: 21.7.2019**

את התשובות לממ״ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מהשאלות הבאות מופיעה טענה.

סמנו: **א** - אם הטענה נכונה

ב - אם הטענה לא נכונה

במטלה זו A, B, C הן קבוצות ו- $\mathbf{N}$ היא קבוצת המספרים הטבעיים.

שאלה 1

$\{1,2\} \subseteq \{\{1,2\},3\}$

שאלה 2

$\{1,2\} \in \{\{1,2\},3\}$

שאלה 3

$\{1\} \in \{1,\{1,3\}\}$

שאלה 4

$\varnothing \in \{1,2\}$

שאלה 5

$\{\emptyset\} \subseteq \emptyset$

שאלה 6

אם $A \subset B$ אז $A \subseteq B$

שאלה 7

אם $A \subset B$ אז $B \neq \emptyset$

שאלה 8

אם $x \notin A$ אז $x \notin A \cap B$

שאלה 9

אם $x \notin A \cup B$ אז $x \notin B$

שאלה 10

אם $A \neq B$ אז $A \not\subseteq B$ או $B \not\subseteq A$

שאלה 11

אם $x \in A \setminus B$ אז $x \notin B$

שאלה 12

אם $A \cup B = B$ אז $A \cap B = A$

שאלה 13

אם קיימת בין A ל- B התאמה שאינה חד-חד-ערכית אז A לא שקולה ל- B.

שאלה 14

$\{0, \mathbf{N}\}$ שקולה ל- $\{0, \emptyset\}$.

שאלה 15

$\{0\} \cup \{\mathbf{N}\}$ שקולה ל- $\mathbf{N}$.

שאלה 16

$A \setminus B \subseteq A \setminus (B \cup C)$

שאלה 17

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

שאלה 18

$\{A\}\in P(A)$

שאלה 19

$\{A,\varnothing\}\subseteq P(A)$

שאלה 20

אם $B\in P(A)$ ואם $B \subseteq C$ אז $C\in P(A)$

שאלה 21

אם A,B קבוצות אינסופיות ואם $B\subseteq A$ אז $A\setminus B$ סופית.

שאלה 22

אם A,B קבוצות אינסופיות כך ש- $A\subset B$ אז A,B שקולות.

שאלה 23

כדי להראות ש- $\mathbf{N}\cup\{0\}$ ו- $\mathbf{N}$ הן שקולות, **חייבים** להתאים לכל $n\in\mathbf{N}\cup\{0\}$ את $n+1\in\mathbf{N}$

שאלה 24

הקבוצה $\mathbf{N}\cup\{\mathbf{N}\}$ שקולה ל- $P(\mathbf{N})$

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 3,2

מספר השאלות: 3 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 26.7.2019**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

א. יהיו $A = \{1, \{1\}\}$, $B = \{1, \varnothing\}$.

רישמו את $P(A)$, $P(B)$, $P(A) \setminus P(B)$, $P(B) \setminus B$, $P(A) \setminus \{A\}$ בעזרת צומדיים.

ב. תהי C קבוצה כלשהי. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:

(i) $P(C) \cap C = \varnothing$

(ii) $P(C) \cap C \neq \varnothing$

שאלה 2 (40 נקודות)

יהיו A, B, C קבוצות. הוכיחו את שתי הטענות הבאות:

א. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

ב. אם $A \setminus (B \setminus C) \subseteq (A \setminus B) \setminus C$ אז $A \cap C = \varnothing$.

הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:

ג. אם $P(A) \subseteq B$ אז $\{\varnothing , A\} \in P(B)$.

ד. אם $\{\varnothing , A\} \in P(B)$ אז $P(A) \subseteq B$.

שאלה 3 (30 נקודות)

א. על קבוצת המספרים הטבעיים הזוגיים $A = \{2n \mid n \in \mathbf{N}\}$ מגדירים פעולה בינרית $*$ כך:

לכל $x, y \in A$, $x * y = \dfrac{(x-2)(y-2)}{2} + 2$.

בדקו אם הפעולה $*$ מקיימת את תכונת הסגירות, את תכונת הקיבוציות, אם קיים איבר נטרלי ואם לכל איבר קיים נגדי ביחס לפעולה זו. נמקו את הטענות.

ב. פיתרו את השאלה מסעיף א' בהנחה ש- $A = \mathbf{Q} \setminus \{2\}$. ($\mathbf{Q}$ היא קבוצת המספרים הרציונליים).

מטלת מחשב (ממ"ח) 02

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידה 3

מספר השאלות: 24 **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 29.7.2019**

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**

בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

שאלה 1

הפעולה המתאימה לכל זוג (a,b) של מספרים טבעיים את $a+2$ היא פעולה בינרית על $\mathbf{N}$.

שאלה 2

הפעולה המתאימה לכל זוג (a,b) של מספרים טבעיים את כל המספרים החיוביים x כך ש- $x^2=a+b$ היא פעולה בינרית על $\mathbf{N}$.

שאלה 3

הפעולה המתאימה לכל זוג (a,b) של מספרים טבעיים את כל המספרים x כך ש- $x^2=a+b$ היא פעולה בינרית על $\mathbf{N}$.

שאלה 4

לא קיימת פעולה בינרית קיבוצית על הקבוצה $A=\{a\}$

שאלה 5

אם $A=\{a\}$ סגורה לגבי פעולה בינרית $*$ אז לכל איבר יש נגדי ביחס לפעולה זו.

בשאלות 8,7,6 נתייחס לפעולה $*$ המוגדרת על $A=\{a.b\}$ על-ידי הטבלה

$*$	a	b
a	a	a
b	a	b

שאלה 6

הפעולה $*$ היא קיבוצית.

שאלה 7

קיים איבר נטרלי ביחס לפעולה $*$.

שאלה 8

A חבורה ביחס לפעולה $*$.

בשאלות $9-13$ נתייחס לפעולה $*$ המוגדרת על $A=\{a,b,c\}$ על-ידי הטבלה

$*$	a	b	c
a	c	c	a
b	b	c	b
c	a	b	c

שאלה 9

הפעולה $*$ היא קיבוצית.

שאלה 10

הפעולה $*$ היא חילופית.

שאלה 11

לכל איבר של A קיים נגדי ביחס לפעולה $*$.

שאלה 12

לכל איבר של A קיים נגדי **יחיד** ביחס לפעולה $*$.

שאלה 13

הפעולה $*$ מקיימת את התכונה הבאה: לכל $x,y\in A$, **אם** y נגדי ל- x **אז** x נגדי ל- y .

שאלה 14

הפעולה $*$ מקיימת את התכונה הבאה: **אם** $x,y\in A$, **ו-** $x*y=x$ **אז** y נטרלי.

שאלה 15

לכל קבוצה A , הקבוצה $P(A)$ היא סגורה ביחס לפעולת החיתוך בין קבוצות.

שאלה 16

לכל קבוצה A , פעולת החיתוך על $P(A)$ מקיימת את תכונת קיבוציות.

שאלה 17

לכל קבוצה A , הקבוצה $\emptyset$ היא איבר נטרלי ב- $P(A)$ ביחס לפעולת החיתוך.

שאלה 18

ב- $P(A)$ יש ל- A איבר נגדי ביחס לפעולת החיתוך.

בשאלות 19 -22 נתונה לפעולה הבינרית $*$ המוגדרת על $\mathbf{N}$ כך : $m*n=m^n$ לכל $m,n\in\mathbf{N}$

שאלה 19

הפעולה $*$ היא קיבוצית.

שאלה 20

לפעולה $*$ יש איבר נטרלי.

שאלה 21

הפעולה $*$ מקיימת את חוק הצמצום השמאלי.

שאלה 22

הפעולה $*$ מקיימת את חוק הצמצום הימני.

בשאלות 23,24 G היא חבורה ביחס לפעולה הבינרית $*$.

שאלה 23

לכל $x,y,z\in G$, אם $x*y=y*z$ אז $x=z$.

שאלה 24

אם $x,y\in G$, ואם $x*y=x$ אז y נטרלי.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידה 3

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 7.8.2019**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

א. תהי G חבורה ביחס לפעולה $*$. נתון שלכל $x, y \in G$ מתקיים: $x * y * x = y$.
הוכיחו כי כל איבר של G הוא נגדי לעצמו וכי G היא חבורה חילופית.

ב. תהי G חבורה ביחס לפעולה $*$, ויהיו $x, y \in G$. הוכיחו שאם x הוא נגדי ל- $x * y$ אז $x * y = y * x$.

שאלה 2

תהי $H = \{e, a, b, c\}$ קבוצה בת ארבעה איברים שונים שעליה מוגדרת פעולה בינרית $*$.
נניח ש- e הוא איבר נטרלי ב- H ו- $a * a = b * b = e$.

א. הוכיחו שאם ב- H מתקיימים חוקי הצמצום, אז $c * a \neq e$.

ב. הוכיחו שאם $*$ פעולה קיבוצית אז $c * b \neq e$.

ג. הוכיחו שאם H חבורה ביחס ל- $*$ אז $c * c = e$.

ד. השלימו את טבלת הפעולה של H במקרה שהיא חבורה.

שאלה 3

א. הוכיחו שאם בחבורה G כל איבר נגדי לעצמו אז, G חילופית.

ב. הוכיחו שהחבורה $G = \{0,1,2,3,4\}$ ביחס לפעולת החיבור מודולו 5 היא חילופית, אך אין בה איבר שנגדי לעצמו פרט לאיבר הנטרלי.

ג. הדגימו חבורה לא חילופית שבה קיים איבר שנגדי לעצמו ושאינו האיבר הנטרלי.

שאלה 4

תהי $A = \{e, a, b, c, \dots\}$ קבוצה שבה e, a, b, c הם איברם שונים זה מזה, ועליה מוגדרת פעולה בינרית $*$ המקיימת את חוקי הסגירות, הקיבוציות, ואת חוקי הצמצום.

נתון כי e הוא נטרלי וכי a נגדי לעצמו.

א. הוכיחו שבקבוצה $B = \{e, a, b, a * b\}$ (שהיא כמובן חלקית ל- A) יש ארבעה איברים שונים.

ב. הוכיחו שאם $c \notin B$ אז $a * c \notin B$.

ג. הוכיחו שבחבורה בת חמישה איברים אין איבר שנגדי לעצמו ושונה מהאיבר הנטרלי.

מטלת מחשב (ממ"ח) 03

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 5,4

מספר השאלות: 24 **משקל המטלה:** 2 נקודות

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה:** 11.8.2019

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מהשאלות הבאות מופיעה טענה.

סמנו: **א** - אם הטענה נכונה

ב - אם הטענה לא נכונה

שאלה 1

השלשה $(\{a,b\},\{1,2\},\{(a,2),(b,2)\})$ מגדירה פונקציה מ- $\{a,b\}$ ל- $\{1,2\}$.

שאלה 2

השלשה $(\{a,b\},\{1,2\},\{(a,1),(a,2)\})$ מגדירה פונקציה מ- $\{a,b\}$ ל- $\{1,2\}$.

שאלה 3

השלשה $(\mathbf{N},\mathbf{N},\{(n,n-1) \mid n\in\mathbf{N}\})$ מגדירה פונקציה מ- $\mathbf{N}$ ל- $\mathbf{N}$.

שאלה 4

השלשה $(\mathbf{N},\mathbf{N},\{(n+1,n) \mid n\in\mathbf{N}\})$ מגדירה פונקציה מ- $\mathbf{N}$ ל- $\mathbf{N}$.

שאלה 5

השלשות $(\{1,2\},\mathbf{N},\{(1,5),(2,5)\})$, $(\{1,2\},\mathbf{Z},\{(1,5),(2,5)\})$ מגדירות פונקציות שוות.

שאלה 6

אם f,g פונקציות מ- A ל- B ואם $f\neq g$ אז קיים $x\in A$ מתקיים $f(x)\neq g(x)$.

שאלה 7

אם לשתי פונקציות יש אותו תחום, אותו טווח ואותה תמונה, אז הן שוות.

בשאלות 13-8 נתונה פונקציה $f:\{a,b,c\} \to \{1,2,3\}$ המוגדרת כך: $f(a)=1$, $f(b)=f(c)=2$

שאלה 8

$f(\{a,b\}) = f(\{a,b,c\})$

שאלה 9

$f(\{a,c\}) = f(\{b,c\})$

שאלה 10

$f^{-1}(\varnothing) = \varnothing$

שאלה 11

$f^{-1}(\{1,3\}) = \{a,\varnothing\}$

שאלה 12

$f^{-1}(\{1,3\}) = f^{-1}(\{1\})$

שאלה 13

$\{c\} \in f^{-1}(\{2\})$

שאלה 14

אם $f:\mathbf{Q}\to\mathbf{Q}$ מוגדרת על-ידי $f(x) = x^2 - 4x$ לכל $x\in\mathbf{Q}$, אז $f^{-1}(\{-3,-4\}) = \{2,3\}$.

בשאלות 19-15 f היא פונקציה מקבוצה A לקבוצה B .

שאלה 15

אם לכל $x\in A$ קיים איבר יחיד $y\in B$ כך ש- $f(x)=y$ אז f היא חד-חד-ערכית.

שאלה 16

אם f היא חד-חד-ערכית אז לכל $y\in B$ קיים איבר יחיד $x\in A$ כך ש- $f(x)=y$.

שאלה 17

אם לכל $y \in B$ לקבוצה $f^{-1}(\{y\})$ יש פחות משני איברים אז f חד-חד-ערכית.

שאלה 18

אם לכל $y \in B$ מתקיים $f^{-1}(\{y\}) \neq \varnothing$ אז f היא על.

שאלה 19

אם לכל תמונה של f ב- B קיים מקור ב- A אז f היא על.

בשאלות 20-23 נתונה $f : \mathbf{Q} \setminus \{1\} \to \mathbf{Q}$, המוגדרות כך: $f(x) = \frac{x}{x-1}$ לכל $x \in \mathbf{Q} \setminus \{1\}$.

שאלה 20

f היא חד-חד-ערכית.

שאלה 21

f היא לא על.

שאלה 22

$(f \circ f)(x) = x$ לכל $x \in \mathbf{Q} \setminus \{1\}$.

שאלה 23

f הפיכה ו- $f = f^{-1}$.

שאלה 24

אם $g : \mathbf{Q} \setminus \{1\} \to \mathbf{Q} \setminus \{1\}$, מוגדרות על ידי $g(x) = \frac{x}{x-1}$ לכל $x \in \mathbf{Q} \setminus \{1\}$ אז $g = g^{-1}$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 4,5

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 19.8.2019**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

נתונות הקבוצות הבאות: $A = \{1,2\}$, $B = \mathbf{N}$.

א. תארו את כל הפונקציות מ- A ל- B שאינן חד-חד-ערכיות.

ב. תארו את כל הפונקציות מ- B ל- A שאינן על.

ג. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(i) קיימות פונקציות $f: A \to B$ ו- $g: B \to A$ כך ש- $g \circ f$ הפיכה.

(ii) קיימות פונקציות $f: A \to B$ ו- $g: B \to A$ כך ש- $f \circ g$ הפיכה.

שאלה 2

תהי פונקציה $f: A \to B$ ותהי $C \subseteq A$.

א. הוכיחו ש- $C \subseteq f^{-1}(f(C))$.

ב. הוכיחו שאם f היא חד-חד-ערכית, אז $C = f^{-1}(f(C))$.

ג. הדגימו קבוצות A, B, C ופונקציה $f: A \to B$ כך שיתקיים: $C \subset f^{-1}(f(C))$.

שאלה 3

נתונות f, g פונקציות מ- **N** ל- **N**.

ידוע כי g היא פונקציה על וכי לכל $n \in \mathbf{N}$ מתקיים: $(f \circ g)(n) = 2n - 1$.

א. הוכיחו כי f אינה פונקציה על.

ב. הוכיחו כי f היא פונקציה חד-חד-ערכית.

ג. הדגימו פונקציות f, g שמקיימות את נתוני השאלה.

שאלה 4

תהי G חבורה ביחס לפעולה $*$ ויהי $a \in G$.

נתונה פונקציה $f: G \to G$ שמוגדרת כך: לכל $x \in G$, $f(x) = a^{-1} * x * a$.

א. הוכיחו ש- f היא פונקציה חד-חד-ערכית ועל.

ב. מיצאו את הפונקציות ההפכית של f.

ג. הוכיחו שאם $b, c \in G$ איברים נגדיים זה לזה אז גם $f(b), f(c)$ נגדיים זה לזה.

מטלת מנחה (ממ״ן) 15

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 6,5

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 23.8.2019**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב״נוהל הגשת מטלות מנחה״

שאלה 1

א. תהי A קבוצה ויהיו f,g פונקציות מ- A ל- A.

הוכיחו שאם f אינה על A אז $f \circ g$ אינה על A.

ב. יהיו f ו- g הפונקציות הבאות מ- $\mathbf{N}$ ל- $\mathbf{N}$ המוגדרות כך:

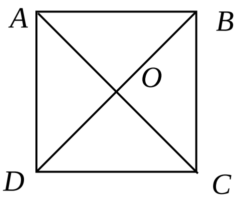
$g(n) = 2n-1$ לכל $n \in \mathbf{N}$ ו- $f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{אם } n \text{ אי-זוגי ,} \\ 1 & \text{אם } n \text{ זוגי ,} \end{cases}$

הוכיחו ש- g אינה על $\mathbf{N}$ אך $f \circ g$ היא על $\mathbf{N}$.

ג. תהי A קבוצה ויהיו g, f פונקציות מ- A ל- A.

הוכיחו שאם g אינה על A ו- f היא חד-חד-ערכית, אז $f \circ g$ אינה על A.

שאלה 2



יהיו A, B, C, D קדקודי ריבוע שמרכזו O, כמו באיור.

ותהי f איזומטריה אשר $\{A, B, C, D\}$ היא קבוצת שבת שלה.

נתון ש- $f(C) = A$.

א. הוכיחו ש- $f(A) = C$ ו- O היא נקודת שבת של f.

ב. הוכיחו שאם $f(B) = B$ אז f היא שיקוף.

ג. הוכיחו שאם $f(B) = D$ אז f היא סיבוב.

ד. הוכיחו ש- f אינה יכולה להעתיק את B ל- A או ל- C.

שאלה 3

יהיו f , g איזומטריות של המישור. נסמן ב- f' את $g \circ f \circ g^{-1}$.

א. הוכיחו ש- f' היא איזומטריה ו- f' שומרת מגמה אם ורק אם f שומרת מגמה.

ב. הוכיחו שאם A היא נקודת שבת של f אז $g(A)$ נקודת שבת של f' ואם B נקודת שבת של f' , אז $g^{-1}(B)$ היא נקודת שבת של f .

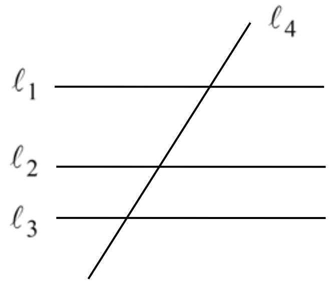
ג. הוכיחו ש- f ו- f' הן איזומטריות מאותו סוג.

שאלה 4

באיור מתוארים ארבעה ישרים : ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 ישרים מקבילים זה לזה ו- ℓ_4 שחותך אותם.

א. הוכיחו שההרכבה $S_{\ell_4} \circ S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1}$ היא סיבוב.

ב. הוכיחו ש- $S_{\ell_4} \circ S_{\ell_3} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_1} = S_{\ell_4} \circ S_{\ell_1} \circ S_{\ell_2} \circ S_{\ell_3}$.



מטלת מחשב (ממ"ח) 04

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 7,6

מספר השאלות: 24 | **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2019ג | **מועד הגשה: 26.8.2019**

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**

בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מהשאלות הבאות מופיעה טענה.

סמנו: **א** - אם הטענה נכונה

ב - אם הטענה לא נכונה

שאלה 1

כל פונקציה חד-חד-ערכית מהמישור על עצמו היא איזומטריה.

שאלה 2

אם f, g הן פונקציות מהמישור לעצמו כך ש- $f \circ g$ איזומטריה אז f ו- g איזומטריות.

שאלה 3

אם מעגל C שמרכזו בנקודה O הוא קבוצת שבת של שיקוף S אז O נקודת שבת של S.

שאלה 4

אם ישר ℓ הוא קבוצת שבת של איזומטריה f אז קיימת $A \in \ell$ כך ש- A נקודת שבת של f.

שאלה 5

אם f הזזה לא טריויאלית אז ל- f אין קבוצת שבת לא ריקה, למעט המישור כולו.

בשאלות 10-6, $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ הם ישרים ו- $S_{\ell_1}, S_{\ell_2}, S_{\ell_3}, S_{\ell_4}$ הם שיקופים ביחס אליהם.

שאלה 6

אם ההרכבות $S_{\ell_2}\circ S_{\ell_1}$ ו- $S_{\ell_4}\circ S_{\ell_3}$ מתארות אותו סיבוב לא טריוויאלי אז $\ell_1=\ell_3$ ו- $\ell_2=\ell_4$
.

שאלה 7

אם ההרכבות $S_{\ell_2}\circ S_{\ell_1}$ ו- $S_{\ell_4}\circ S_{\ell_3}$ מתארות אותו סיבוב לא טריוויאלי אז הישרים $\ell_1,\ell_2,\ell_3,\ell_4$ יש נקודת חיתוך משותפת.

שאלה 8

אם $S_{\ell_2}\circ S_{\ell_1}$ הזזה ו- $S_{\ell_4}\circ S_{\ell_3}$ סיבוב לא טריוויאלי. אז לפחות אחד מבין הישרים ℓ_3,ℓ_4 חותך את הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 .

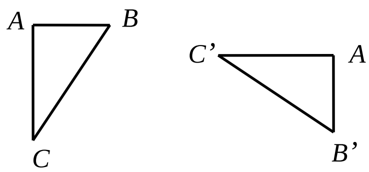
שאלה 9

אם $S_{\ell_2}\circ S_{\ell_1}$ הזזה וגם $S_{\ell_3}\circ S_{\ell_1}$ הזזה אז $S_{\ell_3}\circ S_{\ell_2}\circ S_{\ell_1}$ שיקוף.

שאלה 10

קיימים ℓ_1,ℓ_2,ℓ_3 כך שלאיזומטריה $S_{\ell_3}\circ S_{\ell_2}\circ S_{\ell_1}$ יש נקודת שבת יחידה.

בשאלות 11-12 f היא איזומטריה המתאימה את A ל- A', את B ל- B' ואת C ל- C' לפי האיור המצורף:



שאלה 11

המשולשים ΔABC ו- $\Delta A'B'C'$ חופפים.

שאלה 12

יש ל- f נקודת שבת

שאלה 13

אם משמיטים אקסיומה כלשהי ממערכת חסרת סתירה, מתקבלת מערכת חסרת סתירה.

שאלה 14

אם מוסיפים אקסיומה כלשהי למערכת חסרת סתירה, מתקבלת מערכת תלויה.

שאלה 15

אם מוסיפים אקסיומה כלשהי למערכת אקסיומות שלמה, מתקבלת מערכת בעלת סתירה.

שאלה 16

אם משמיטים אקסיומה כלשהי ממערכת אקסיומות שלמה, מתקבלת מערכת לא שלמה.

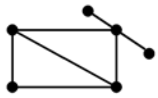
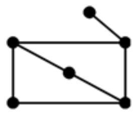
שאלה 17

אם מוסיפים אקסיומה למערכת שלמה ובלתי תלויה ואם מתקבלת מערכת חסרת סתירה אז המערכת החדשה היא בהכרח תלויה.

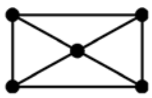
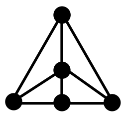
שאלה 18

אם משמיטים אקסיומה ממערכת שלמה ובלתי תלויה, מתקבלת מערכת לא שלמה.

שאלה 19

המודלים המוגדרים על ידי ההמחשות  ו-  הם שקולים.

שאלה 20

המודלים המוגדרים על ידי ההמחשות  ו-  הם שקולים.

בשאלות 21-24 נתייחס למערכת האקסיומות הבאה:

א. יש בדיוק שלוש נקודות.

ב. לכל שתי נקודות קיים ישר יחיד שהן נמצאות עליו.

ג. לכל ישר ℓ ולכל נקודה P שאינה על, קיים ישר אחד ויחיד אשר P נמצאת עליו ואין לו נקודת משותפת עם ℓ.

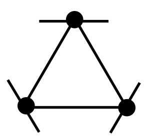
שאלה 21

המערכת חסרת סתירה

שאלה 22

המערכת הנתונה היא קטגורית

שאלה 23

המודל המוגדר על ידי ההמחשה  מראה שאקסיומה ג׳ אינה נובעת משתי האקסיומות האחרות.

שאלה 24

אם נוסיף למערכת הנתונה את האקסיומה ״על כל ישר יש לפחות שתי נקודות״ נקבל מערכת קטגורית.

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידה 7

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 3.9.2019**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1

לפניך מערכת אקסיומות שמושגי היסוד בה הם: "נקודה", "ישר" (כקבוצה של נקודות), והיחס "נמצאת על".

1. קיימות שתי נקודות שונות A, B וקיימים שני ישרים שונים ℓ_1, ℓ_2 כך ש- A, B נמצאות שתיהן על ℓ_1 וגם על ℓ_2 (כלומר $A, B \in \ell_1$ וגם $A, B \in \ell_2$)
2. לכל ישר ℓ קיימת נקודה P שאינה על ℓ.

א. הוכיחו שהמערכת חסרת סתירה.

ב. הוכיחו שהמערכת אינה קטגורית.

ג. הוכיחו שהמערכת היא בלתי תלויה.

ד. הוכיחו שבמערכת מתקיים המשפט הבא: "קיימות לפחות ארבע נקודות שונות".

שאלה 2

לפניך מערכת אקסיומות שמושגי היסוד בה הם "נקודה", "ישר", היחס "נמצאת על".

1. יש לפחות שני ישרים.
2. יש בדיוק שבע נקודות.
3. על כל ישר נמצאות בדיוק שלוש נקודות.
4. לכל שני ישרים יש בדיוק נקודה אחת הנמצאת על שניהם.

א. הוכיחו שהמערכת חסרת סתירה.

ב. הוכיחו שהמערכת בלתי תלויה.

ג. האם המערכת קטגורית? נמקו את התשובה.

נסתכל על האקסיומות הבאות:

5. כל שתי נקודות נמצאות על ישר אחד ויחיד.
6. כל שלוש נקודות נמצאות על ישי אחד ויחיד.

ד. לגבי כל אחת מהאקסיומות 5,6, קבעו אם לאחר הוספתה למערכת המקורית, מתקבלת מערכת בעלת סתירה. נמקו את התשובה.

שאלה 3

בשאלה זו נתייחס למערכת הכוללת את ארבע האקסיומות של החבורה.

מושגי היסוד הם "איבר" ו- "פעולה בינרית".

א. הוכיחו שהמערכת היא חסרת סתירה.

ב. הוכיחו שאקסיומה 2 אינה נובעת מהאקסיומות האחרות.

ג. הוכיחו שאקסיומה 4 אינה נובעת מהאקסיומות האחרות.

ד. נוסיף את אקסיומה 5 : יש בדיוק ארבעה איברים.

תהי G קבוצת הפונקציות $f, g, h, k: \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4\}$ שמוגדרות כך :

f היא פונקצית הזהות, $g(1) = 2$, $g(2) = 1$, $g(3) = 3$, $g(4) = 4$;

$h(1) = 1$, $h(2) = 2$, $h(3) = 4$, $h(4) = 3$; ו- $k = g \circ h$.

הוכיחו ש- G יחד עם פעולת ההרכבה של פונקציות, היא מודל למערכת (1,2,3,4,5).

ה. הוכיחו שהמערכת (1,2,3,4,5) אינה קטגורית.

שאלה 4

לפניך מערכת אקסיומות שמושגי היסוד בה הם "נקודה", "ישר", (כקבוצה של נקודות) והיחס "נמצאת על".

(1) יש בדיוק ארבע נקודות.

(2) כל שתי נקודות שונות נמצאות על ישר אחד ויחיד.

(3) לכל ישר ℓ ולכל נקודה P שאינה על ℓ קיים ישר אחד ויחיד אשר P נמצאת עליו ואין לו נקודה משותפת עם ℓ .

א. הוכיחו שהמערכת היא חסרת סתירה.

ב. הוכיחו שהמערכת אינה קטגורית.

ג. הוכיחו שהמערכת אינה שלמה, כלומר, מצאו משפט ש**אינו** נובע מהמערכת (1),(2),(3), אשר הוספתו למערכת לא יוצרת מערכת בעלת סתירה.

ד. הוכיחו שבמערכת (1),(2),(3) מתקיים המשפט הבא :

"לא קיים ישר שעליו נמצאות שלוש נקודות בדיוק".

מטלת מחשב (ממ"ח) 05

הקורס: אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 9,8

מספר השאלות: 24 | **משקל המטלה: 2 נקודות**

סמסטר: 2019ג | **מועד הגשה: 8.9.2019**

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מהשאלות הבאות מופיעה טענה.
סמנו: **א** - אם הטענה נכונה
ב - אם הטענה לא נכונה
בכל השאלות בממ"ח זה, הנקודות והישרים נמצאים באותו מישור.

בשאלות 4-1 נתייחס למודל אשר הנקודות בו הן כל הנקודות במישור פרט לנקודות השייכות לישר נתון ℓ. נסמן קבוצת הנקודות ב- A. ישר במודל זה הוא חיתוך לא ריק של ישר רגיל במישור, עם הקבוצה A. (שימו לב שבמודל זה, ישר שאינו מקביל ל- ℓ הוא איחוד של שתי קרניים).

שאלה 1
במודל מתקיימות כל אקסיומות החילה.

שאלה 2
המודל מדגים את האי-תלות של אקסיומת המקבילים באקסיומות החילה.

שאלה 3
המודל מקיים את כל אקסיומות הסדר.

שאלה 4
המודל מדגים את האי-תלות של אקסיומת פאש בשאר אקסיומות הסדר.

שאלה 5

המודל מקיים את אקסיומת החפיפה 1-III .

שאלה 6

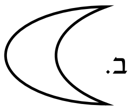
המודל מקיים את אקסיומת החפיפה 2-III .

שאלה 7

המודל מקיים את אקסיומת החפיפה 3-III .

שאלה8

המודל מקיים את אקסיומת החפיפה 4-III .

בשאלות 11-8 נעסוק במודלים המוגדרים על ידי ההמחשות הבאות: א.  ב. 

הנקודות בכל מודל הן הנקודות הפנימיות לאותה צורה, ללא הנקודות שעל הקו המקיף.
כל חלק של ישר רגיל הנמצא בתוך קבוצת הנקודות הנתונה הוא ישר במודל, ואין ישרים נוספים.

שאלה 9

המחשה א מראה שאקסיומת מהקבילים אינה נובעת אקסיומות הסדר.

שאלה 10

המחשה ב מראה שאקסיומת מהקבילים אינה נובעת אקסיומות הסדר.

שאלה 11

המחשה א מקיימת את אקסיומת פאש.

שאלה 12

המחשה ב מקיימת את אקסיומת פאש.

בשאלות הבאות a,b,c הם מספרים טבעיים ולכל קבוצת מספרים A נסמן ב- A^+ את הקבוצה הנוצרת מ- A על-ידי חיבור ונסמן ב- A^* את הקבוצה הנוצרת מ- A על-ידי כפל.

שאלה 13

אם $b|a$ ו- $c|a$ אז $bc|a^2$.

שאלה 14

אם a לא מחלק את b ואם b לא מחלק את a אז ל- a ו- b אין מחלק משותף גדול מ- 1.

שאלה 15

אם $a|bc$ ואם a לא מחלק את b אז a מחלק c .

שאלה 16

$\{3,4\}^{+}=\{3,8\}^{+}$

שאלה 17

$1/9$ שייך לקבוצה הנוצרת על-ידי כפל מ- $\{3,-1/3\}$.

שאלה 18

אם $A=\{1,2,3,5,7,11,13\}$ אז A^{*} מכילה את קבוצת כל המספרים הטבעיים הקטנים מ- 17

שאלה 19

קיימת קבוצה A בעלת 10 מספרים טבעיים כך ש- A^{*} מכילה את קבוצת כל המספרים הטבעיים הקטנים מ- 25

שאלה 20

אם שארית החלוקה של a ב- 5 היא 4 אז שארית החלוקה של $3a$ ב- 5 היא 2.

שאלה 21

אם שארית החלוקה של a ב- b שווה לשארית החלוקה של a ב- c אז $b=c$.

שאלה 22

קיים a כך ששארית החלוקה של a^{2} ב- 5 היא 3

שאלה 23

לכל $a>1$, אחד מבין המספרים a , $a+2$, $a+4$ מתחלק ב- 3.

שאלה 24

לכל $a>1$, המספר $a^{3}-a$ מתחלק ב- 3.

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 04101 - אשנב למתמטיקה

חומר הלימוד למטלה: יחידות 9,8

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה: 3 נקודות**

סמסטר: 2019ג **מועד הגשה: 14.9.2019**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

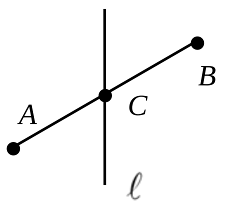
שאלה 1

א. יהיו A ו- B נקודות, ויהי ℓ ישר החותך את הקטע AB בנקודה C (ראה איור).

הוכיחו כי מארבע אקסיומות החילה הראשונות ומאקסיומת פאש נובע שעל ℓ יש לפחות שתי נקודות שונות.

ב. הוכיחו כי מארבע אקסיומות החילה הראשונות ומאקסיומות הסדר נובע שאין ישר שחלה עליו בדיוק נקודה אחת

רמז: רעיון ההוכחה דומה לזה שבהוכחת משפט 7 בעמוד 221 ביחידה 8.



שאלה 2

א. הוכיחו כי מארבע אקסיומות החילה הראשונות ומאקסיומת המקבילים נובע שיש לפחות שישה ישרים שונים.

ב. האם נובע מהאקסיומות המוזכרות בסעיף א' שיש לפחות שבעה ישרים שונים? נמקו!

שאלה 3

הוכיחו או הפכירו כל אחת מהטענות הבאות:

א. יהי n מספר טבעי. אם $6|n^2$, אז $6|n$.

ב. יהי n מספר טבעי. אם $12|n^2$, אז $12|n$.

ג. תהי A^* הקבוצה הנוצרת על-ידי הכפל מהקבוצה $A = \{24, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}\}$, אז $288 \in A^*$.

ד. קיימים מספרים טבעיים x,y,z,t כך ש- $28^x \cdot 21^{y-1} - 16^z \cdot 49^t = 0$.

שאלה 4

א. נתבונן בסדרה המוגדרת כך: $a_1 = 1$, ולכל n טבעי, $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$.

הוכיחו באינדוקציה שלכל n טבעי מתקיים: $a_n = 2 - \frac{1}{n}$.

ב. הוכיחו באינדוקציה שלכל n טבעי מתקיים: $13|10^{2n-1} + 3^{2n-1}$.