

## שאלה 1

- א. [4] ב. [4] C ג. [1] G הוא מעגל פשוט.

## שאלה 2

- א. אלגברה של קבוצות. הגדרת ההפרש הסימטרי בספר היא  $(X - Y) \cup (Y - X)$ .
- ב. רפלקסיבי וסימטרי: קל. טרנזיטיבי: נניח  $(X, Y) \in \beta$  וגם  $(Y, Z) \in \beta$ .  
לפי סעיף א,  $1 \in (X \cap Y) \cup (X' \cap Y')$  וגם  $1 \in (Y \cap Z) \cup (Y' \cap Z')$ .  
מכאן בהפרדה למקרים או בתמרון אלגברי,  $1 \in (X \cap Z) \cup (X' \cap Z')$ .
- ג. שתי מחלקות: הקבוצות ש-1 שייך אליהן והקבוצות ש-1 לא שייך אליהן.

## שאלה 3

- נסמן ב-  $U$  את קבוצת כל הפונקציות מ-  $A$  ל-  $A$  ועבור  $1 \leq i \leq 3$  נסמן ב-  $B_i$  את קבוצת כל הפונקציות מ-  $A$  ל-  $A - \{i\}$ .  
אז  $B_1 \cup B_2 \cup B_3$  היק קבוצת כל הפונקציות אשר **לפחות** אחד מבין המספרים 1, 2, 3 לא נמצא בתמונה שלהן ולכן  
 $U - (B_1 \cup B_2 \cup B_3)$  היא קבוצת כל הפונקציות אשר כל המספרים 1, 2, 3 נמצאים בתמונה שלהן.  
נשים לב ש-  $|U| = 6^6$ ,  $|B_i| = 5^6$ , שעבור  $i \neq j$  היא קבוצת כל הפונקציות מ-  $A$  ל-  $A - \{i, j\}$  לכן  
 $|B_i \cap B_j| = 4^6$  ובאופן דומה,  $|B_1 \cap B_2 \cap B_3| = 3^6$ .  
לכן לפי עקרון ההכלה וההפרדה התשובה היא:  $|U - (B_1 \cup B_2 \cup B_3)| = 6^6 - 3 \cdot 5^6 + 3 \cdot 4^6 - 3^6$ .

## שאלה 4

- א. משמעות התנאים: לפני אות יכול לבוא כל תו, לפני 1 יכול לבוא רק  $b$  או  $c$ , לפני 2 יכול לבוא רק  $a$  או  $c$ .  
נסתכל בסדרה באורך  $n+1$ .  
אם התו האחרון הוא אות (3 אפשרויות) אז לפניו יכולה להיות כל סדרה חוקית באורך  $n$ .  
אם התו האחרון הוא 1 אז לפניו .... ולפני זה כל סדרה חוקית .... אם התו האחרון הוא 2 ....  
יחס נסיגה:  $a_{n+1} = 3a_n + 2 \cdot 2a_{n-1}$ .  
תנאי התחלה:  $a_0 = 1$  (הסדרה הריקה עומדת בתנאים),  $a_1 = 5$ .  
מי שלא בטוח לגבי יחשב:  $a_2 = 25 - 6 = 19$ .  
ב. משוואה אפיינית:  $\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0$ . פתרונותיה:  $\lambda = 4, -1$ .  
לכן פתרון יחס הנסיגה הוא מהצורה  $a_n = A \cdot 4^n + B \cdot (-1)^n$ . נציב תנאי התחלה וכו'...  
ג. מחשבים בעזרת יחס הנסיגה הנתון ופעם נוספת על ידי הצבת  $n = 4$  בנוסחה שמצאנו בסעיף ב'.

## שאלה 5

- א. נמייך את הצמתים לפי גודל: קבוצה ריקה, 4 קבוצות בגודל 1, 6 קבוצות בגודל 2, 4 קבוצות בגודל 3, והקבוצה  $A$  בהתאם,  $\deg(\emptyset) = \deg(A) = 4 + 6 = 10$ ,  $\deg(\{1, 2, 3\}) = 1 + 6 = 7$ ,  $\deg(\{1, 2\}) = 3 + 3 = 6$ .  
ב.  $(2 \cdot 10 + 2 \cdot 4 \cdot 7 + 6 \cdot 6) / 2 = 50$ .  
ג. הצמתים  $\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}$  מהווים משולש בגרף, לכן הוא לא יכול להיות דו-צדדי.  
ד. מסקנה 5.4 בפרק "תורת הגרפים" אומרת שבגרף מישורי פשוט על  $n$  צמתים יש לכל היותר  $3n - 6$  קשתות.  
זה לא מתקיים כאן.