מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

מספר תעודת זהות (9 ספרות) | מספר הקורס 205885 | מועד 87

לשימוש הבודק

שאלה 1 -

אם B היא שפה רקורסיבית לינארית, לכן קיימת מ"ט M' שמכריעה אותה.
נעדכן הקיבוד של M' ונשנה את הפונקציית המעברים באופן הבא:
אם M' הגיעה למצב q' ואינו יש מעבר ל- q_{acc} אם לא הקו σ
נוסיף מצב q_B ונשנה את הפונקציית המעברים כך ש:
במקום $\delta(q',\sigma)=(q_{acc},\sigma',\{R,L\})$ ($\sigma'\in T$)
יהיו המעברים $\delta(q',\sigma)=(q_B,\sigma',\{R,L\})$

לא מעבר לעבר בלוק 0

$\delta(q',0)=(q_{acc},0,R)$ (לגיה ש- $0\in\Sigma$
$\delta(q',0)=(q_{rej},0,R)$ אחרת במקרים לו
(לשהו אשם הבלבול)

כלומר, הוספנו בחירה לא דטרמינסטית מ- q_B ל- q_{acc} ו- q_{rej} עם אותו תו.

נראה שהמכונה החדשה שבנינו את B לפי הגדרה השיורית.
אם $w\in B$, אז M' יקבל את w לכן קיים מסלול חישוב סופי ל-w.
נסמן את המצב q' כמצב שבו מתקדם מסלול החישוב לכן, שמגיעים למצב מקבל. מצב זה נקבל במכונה החדשה שני מסלולי חישוב: אחד מקבל ואחד לא מקבל. אין מסלולי חישוב נוספים על w כיוון שאין q' המכונה פועלת באופן דטרמיניסטי. לכן קיבלנו מסלול מקבל ומסלול לא מקבל, כלומר המכונה החדשה תקבל את B עפ"י הגדרה השיורית.

אם $w\notin B$, אז או שנגיע למצב דחיה או שנכנס לולאה. גם במכונה החדשה יתכנו אותם מצבים ונשים לב שאין מסלול מקבל. כלומר, המכונה החדשה תכול רק מסלולים לא מקבלים עבור w. לכן w לא תתקבל עפ"י הגדרה השיורית. המכונה החדשה היא מלייד שמכריעה את B לפי הגדרה השיורית כמבוקש.

143626

בי נגדיר מכונת טיורינג M' שמכריעה את $\overline{A_{TM}}$ עייפ ההגדרה הבאה:

M': "על קלט $\langle w, M\rangle$ כאשר M מ"ט ו-w מילה:

1) הרץ את M על w, אך לפני כל צעד בחר באופן לא דטרמיניסטי לעבור למצב מקבל או לעבור למצב לא מקבל.(*)

2) אם הריצה הנ"ל של M על w (ללא מעברים לא דטרמיניסטיים) הגיעה למצב מקבל, דחה."

נראה שהטיורינג M' מכריע את $\overline{A_{TM}}$ עייפ ההגדרה הפורמלית.

$\langle M, w\rangle \in \overline{A_{TM}}$ <= M לא מקבלת את w או ש-M נכנסת ללולאה על w

=> בכל צעד של האבחנה ניתן לעבור למצב מקבל או למצב לא מקבל. כלומר, על כל צעד של האבחנה יש שני סעיפי חישוב שאחד מקבל ואחד דוחה.

אם M דוחה את w, אז אך המצב שקודם למצב הדחה יש מספר סופי של מסלולי חישוב מקבלים ולא מקבלים, בהתאם למצב הדחה קיימת האפשרות הלא דטרמיניסטית לעבור למצב מקבל. בסה"כ מספר המסלולים המקבלים שווה לסכום הלא מקבלים.

אם M נכנסת ללולאה על w, אז יש אינסוף מסלולים מקבלים ואינסוף מסלולים לא מקבלים. => M' מקבלת את w עייפ ההגדרה הפורמלית

$\langle M, w\rangle \notin \overline{A_{TM}}$ <= M מקבלת את w => נקבל שיש מספר מסלולי חישוב סופי הדומים ל-1 מ-מספר מסלולי החישוב המקבלים היות ובמצב המקבל הפרוצדורה של M על w, דחינו. לכן M' לא מקבלת את w עייפ ההגדרה הפורמלית.

הראנו שקיימת מטלוריג M' שמכריעה את $\overline{A_{TM}}$ עייפ ההגדרה הפורמלית.

(*) אך לא קיימת האפשרות לעבור למצב מקבל או למצב לא מקבל.

לשימוש הבודק

שאלה 3 -

נראה רדוקציית מיפוי $HALT_{TM} \leq_m B$ שמתוארת ע"י המכונה M_f:

M_f: "על קלט $\langle M,w\rangle$ כאשר M מ"ט ו-w מילה:

1) בנה מ"ט M' שפועלת כך:

M': "על קלט x כאשר x מילה:

1) הרץ את M על w, אם עצרה קבל."

2) התעלם את $\langle M'\rangle$."

הרדוקציה תקפה כיוון שאנו מתארים מכונה בלבד ולא מריצים שום דבר.

נראה שהרדוקציה תשיבה:

אם $\langle M,w\rangle \in HALT_{TM}$ אזי M עוצרת על w והיא עושה זו תוך מספר כלשהו של צעדים שנסמנו m. לכל קלט x ל-M' מריצים את M על w ומקבלים (עוצרים) לאחר m צעדים. נראה שלכל $|x|$ קיים k כך ש-

$\boxed{|k|=m}$

כך ש-M' עוצרת על x לאחר $k+|x|=m+|x|$ צעדים לכל היותר ($|x|\geq 0$). נראה ש-$\langle M'\rangle \in B$

אם $\langle M,w\rangle \notin HALT_{TM}$ אזי M לא עוצרת על w. נראה ש-M' קיים לולאה על כל קלט ובפרט לא קיים k כך ש-M' תעצור לאחר $k+|x|$ צעדים. כלומר, $\langle M'\rangle \notin B$. הרדוקציה תקפה ומשיבה.

ע"פ משפט 5.23 $HALT_{TM}$ אינה שפה כריעה ולכן גם B אינה כריעה.

143626

שאלה 4 -

א. הטענה נכונה, נציג מטלייג M_B שפועל בזמן פולינומיאלי ומכריע את B.

M_B: "על קלט w:

1) הפעל את מ"ט הרדוקציה $B \leq_p A$ וקבל את $f(w)$

2) הרץ את M_A (המטלייג של A שרץ בזמן פולינומיאלי) על $f(w)$ והחזר אותה תשובה.

ברור שהמטלייג M_B מכריע את B ותמן אינו לוקח בזמן פולינומיאלי היות וזמן הריצה שלו מורכב מהרצת הרדוקציה והמטלייג של A שנקראים רצים בזמן פולינומיאלי. מכאן ש- $B \in NP$.

ב. לא ניתן להניח ש- $B \in CoNP$. מהרדוקציה $B \leq_p A$ נקבל גם את הרדוקציה $\bar{B} \leq_p \bar{A}$ שלא מזכירה את $\bar{B}$. אם $B \in P$ אז מכיוון ש- $P \subseteq NP$ אז $B \in NP$. קל לראות שגם $\bar{B} \in P$ (המכריע את המחלקה המקבל) והרדוקציה במקום שמכריעה את B) ולכן $\bar{B} \in NP$ כלומר, $B \in CoNP$ (לדוגמה $A = 3COLOR$, $B = 2COLOR$, ברור שהרדוקציה $B \leq_p A$ קיימת ויודעים כי $A \in NP$ + $B \in P$)

ג. לא בהכרח, אם C הוא בעיה NP-קשה כלשהי שלא שייכת ל-NP אז לכל $L \in NP$ קיימת הרדוקציה $L \leq_p C$ ובפרט $A \leq_p C$.

3. הטענה נכונה, מהרדוקציה $A \leq_p C$ נקבל את הרדוקציה $\bar{A} \leq_p \bar{C}$ $\bar{A} \notin NP$ (אחרת, $A \in CoNP$). לכן גם $\bar{C} \notin NP$ (אחרת ניתן להראות ש- $\bar{A}$ ב- NP ניתן בעזרת f ו-$\bar{C}$) כלומר, $C \notin CoNP$.

לשימוש הבודק

שאלה 5 -

הראשית נראה ש- $PAND \in P$ ע"י כך שנציג לה מאמת V שפועל בזמן פולינומיאלי.

V: "על קלט $\langle \phi, c \rangle$ כאשר ϕ נוסחה ו-c השמה ל-ϕ:

1) בדוק שכל המשתנים ב-ϕ קיבלו השמה ב-c. אם לא, דחה

2) בדוק שההשמה מספקת ע"י הצבת ערכי האמת המתאימים ב-ϕ. אם לא, דחה

3) בדוק שמספר המשתנים שקיבלו ערך אמת T בהשמה של c מתחלק ב-3. אם לא, דחה*

4) קבל."

ההאמת מודגמת ש-c היא השמה מספקת ל-V ושמספר ערכי האמת T מתחלק ב-3. אבל c פולינומיאלי בגודל הנוסחה כיוון שהוא השמה לנוסחה זו שלה ניתן לבדוק בזמן פולינומיאלי בגודל הקלט. מכאן ש- $PAND \in P$.

נציג רדוקציה בזמן פולינומיאלי מ- SAT ל- D.

M_f: "על קלט $\langle \phi \rangle$ כאשר ϕ נוסחה בולינאית:

1) צור חצ משתנים נוספים ומנע $y_1, y_2, \dots, y_n$ ו- $z_1, z_2, \dots, z_n$

2) בנה את הנוסחאות ϕ_y ו- ϕ_z כך שבכל מקום ב-ϕ בו מופיע

משתנה x_i החל אותו במשתנה y_i או z_i בהתאמה.

3) החזר $\langle \phi \wedge \phi_y \wedge \phi_z \rangle$."

עם בניית המשתנים ושתי הנוסחאות נעשית בזמן פולינומיאלי בכמות המשתנים ב-ϕ כלומר בגודל הקלט. מכאן שהרדוקציה נעשית בזמן פולינומיאלי.

נראה שהרדוקציה תשבה.

אם $\langle \phi \rangle \in SAT$ אז קיימת השמה מספקת ל-ϕ בה כמות ערכי האמת T היא k $(0 \le k \le n)$. אותה השמה ל-ϕ מתאימה לנוסחאות ϕ_y ו- ϕ_z עייי התלפת שם המשתנים ל-y או z בהתאמה. מכאן שבהשמה ל- ϕ_y ו- ϕ_z יש גם כן k ערכי אמת T.

143626

ההשמה ל- $\phi_z \wedge \phi_y \wedge \phi$ היא אותה השמה לכל נוסחה. ϕ ו- ϕ_y ו- ϕ_z והיא מכילה חצי משתנים. בהשמה הכללית יש אצ ערכי אמת T והיא בודאי מספקת את הנוסחה. נראה שמספר ערכי האמת T בהשמה המספקת מתחלק ב-3 כמבוקש.

כלומר, $\langle \phi \wedge \phi_y \wedge \phi_z \rangle \in D$.

אם $\phi \notin SAT$ אז לא קיימת השמה מספקת ל- ϕ ולכן גם לא קיימת השמה מספקת ל- ϕ_y, ϕ_z. ברור כי גם לנוסחה $\phi_z \wedge \phi_y \wedge \phi$ לא קיימת השמה מספקת, כלומר, $\langle \phi \wedge \phi_y \wedge \phi_z \rangle \notin D$.

הרעיון שמאחורי הוכחה הנ"ל לתרגיל בלתי פורמלי. נתון $L \in NP$:

$L \leq_p SAT \leq_p D$ וגם $D \in NP$

כלומר, $D \in NPC$ כנדרש.

לשימוש הבודק

שאלה 6 -

(בשאלה זו אנו מניחים שמספר הדמויות בגרף הוא גדול מדי לספור את דומת התחלה פעמיים)

הראינו בהרצאה שהשפה $E\text{-}C \in NL$ (הידוע כ-EVEN-CYCLE) נמצא מעל־ידי שפועל במקום לוגריתמי:

N: "על קלט $\langle G,v\rangle$ כאשר $G=(V,E)$ גרף ו-v דומת גרף:

1) התחל מונה c ומדביק p לדומת v.

2) בחר באופן לא דטרמיניסטי שכן של p, ואדכן את p להיות השכן. אם לא ניתן לבחור שכן, דחה.

3) אם $p=v$ והמספר במונה c קטן, אם המספר אי-זוגי, דחה.

4) אם $p\neq v$ הוסף ל-c 1 וחזור לשלב 2.

המדינה יכולה לא לעצור אם הגענו למעגל גדול.

המונה פועל במקום לוגריתמי היות ומתמודדים אך ורק מדביק המונה c שערכו המקסימלי הוא $|V|$. לכן סיבוכיות המקום היא $O(\log|V|)=O(\log|G|)$. ערכו גדול יכול להיות עד $|V|$.

אם $\langle G,v\rangle \in E\text{-}C$ אז ניתן להתחיל מ-v ולהגיע אליו בעזרת שקבל מעגל באורך זוגי של פעמים ועברנו ב-v רק פעם אחת.

אם $\langle G,v\rangle \notin E\text{-}C$ אז לא קיים מעגל נדחה בשלב 1. אם אורך המעגל אי-זוגי נדחה בשלב 3. אם אורך המעגל נחצה ל-v ונבדוק את המונה. הוא מתחרה יגיע מספר אי-זוגי אחרת קיים את המעגל באורך זוגי בו v מופיע פעם אחת ולכן הקלט בשפה בסקירה.

מכאן שמתאים מכריע את $E\text{-}C$ במקום לוגריתמי לכן $E\text{-}C \in NL$.

143626

נגדיר הרדוקציה המקרים לוגריתמי מ- PATH ל- E-C.

M_L: "על קלט $\langle G,s,t\rangle$ כאשר $G=(V,E)$ גרף ו- s,t צמתים ב-G:

1) בנה גרף G' באופן הבא:

1.1) העתק את G ל- G'

1.2) שרשר את G ~~[illegible]~~ (שמות הצמתים בגרף המשורשר יהיו עם קו תחתון)

1.3) הוסף שני צמתים x,y ~~[illegible]~~ שלא נמצאים כבר ב- G'

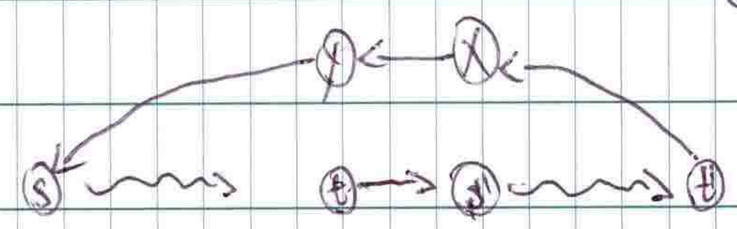
1.4) הוסף את הקשתות (x,y), (y,s'), (t,s'), (t',x)

2) הוצא $\langle G',x\rangle$".

הרדוקציה נעשית ~~[illegible]~~ המקרים לוגריתמי היות ונדרש ליצור את G' מעתיקים את G לפרט הפלט פעמיים ומוסיפים שני צמתים המקרים קבוע. הוספת הקשתות גם היא המקרים קבוע.

נראה שהרדוקציה תקפה.

אם $\langle G,s,t\rangle\in PATH$ אז קיים מסלול אורך (או יותר) באורך מסוים מ- s ל- t שקמעון k. הגרף G' יראה כך:



המסלול מ- s ל- t' הוא באורך $2k$ צמתים. הוספת x ו- y והקשתות ניתן ומסלול כזה באורך $2k+2$ צמתים. והצומת x מופיעה במסלול פעם אחת בלבד. מכאן $\langle G',x\rangle\in E\text{-}C$

אם $\langle G',x\rangle\in E\text{-}C$ אז קיים מסלול כזה שעובר דרך x פעם אחת בלבד. היות ומסלול עובר ב-x אז הוא בהכרח עובר דרך s'. לא יתכן לסיור מסלול חייב להיות מסלול מ- s' ל- t'. אך הדרך היחידה מ- s' ל- t' הוא דרך הקשת (t,s'). כלומר, חייב להיות מסלול מ- s ל- t כדי לסיור מסלול. כלומר $\langle G,s,t\rangle\in PATH$

הראנו שהרדוקציה תקפה וניתנת לבניה במקום לוגריתמי. כלומר לכל $L \in NL$ מתקיים: $L \leq_L PATH \leq_L E\text{-}C$ וגם $E\text{-}C \in NL$

הראנו נקבל $E\text{-}C \in NLC\text{-}L$.

(בהמשך לתגובה בתחילת השאלה, אפשר אבן סומכים את אורך המסלול כך שגודל הוקטור נמדד בסמיים, וניתן לשנות הרדוקציה שנוסף רק את x במקום גם את x וגם את y ולהגיע לאותה מסקנה)

יחו
בסר

ר א / א ן / ר ל ק ל ט ס

לשימוש הבודק

143626

יר
בס

לשימוש הבודק

יחס
בסו

לשימוש הבודק

ל א / אנשי ט

143626

יחס
בסו

לשימוש הבודק

יחי
בסר

לשימוש הבודק

ל א / אא / ס ש ל / ס ק ר ל ת

143626

יח
בס

טיעלה -

$C \in NP$ $\quad$ $\overline{B} \le_p \overline{A}$ $\quad$ $A \in NP$

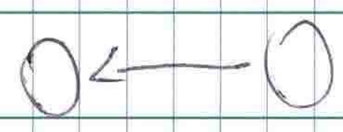
$\overline{A} \notin NP$

$B \in CoNP$ $\quad$ אז כן

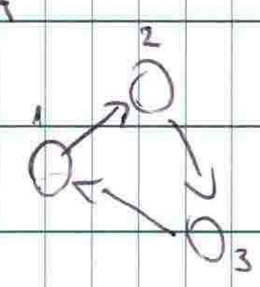
$\overline{B} \notin NP$ $\quad$ $B \le_p A$

$A \le_p C$ $\quad$ $C \notin CoNP$

$C \in NP$



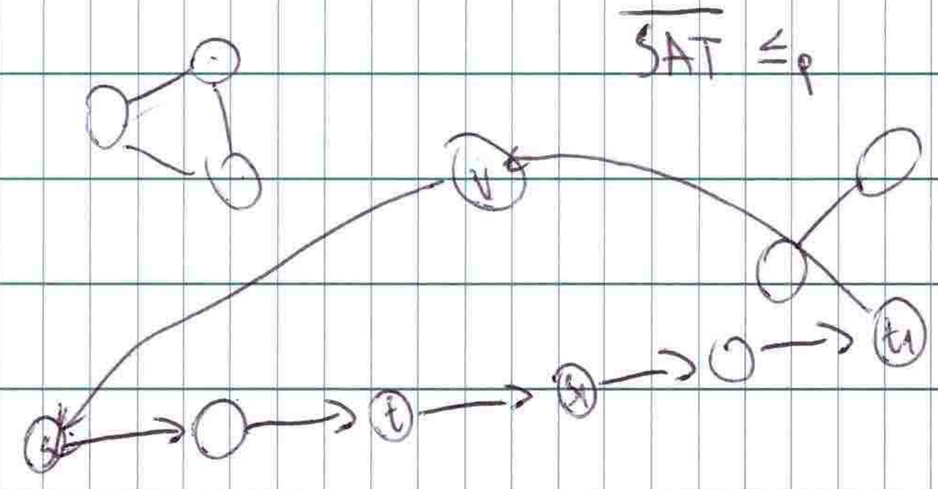
$\overline{A} \le_p \overline{C}$ $\quad$ $\overline{B} \le_p \overline{A}$

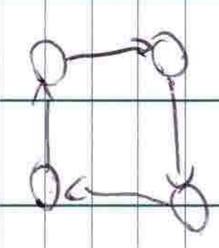


$C \in NP$

$\overline{C} \notin CoNP$

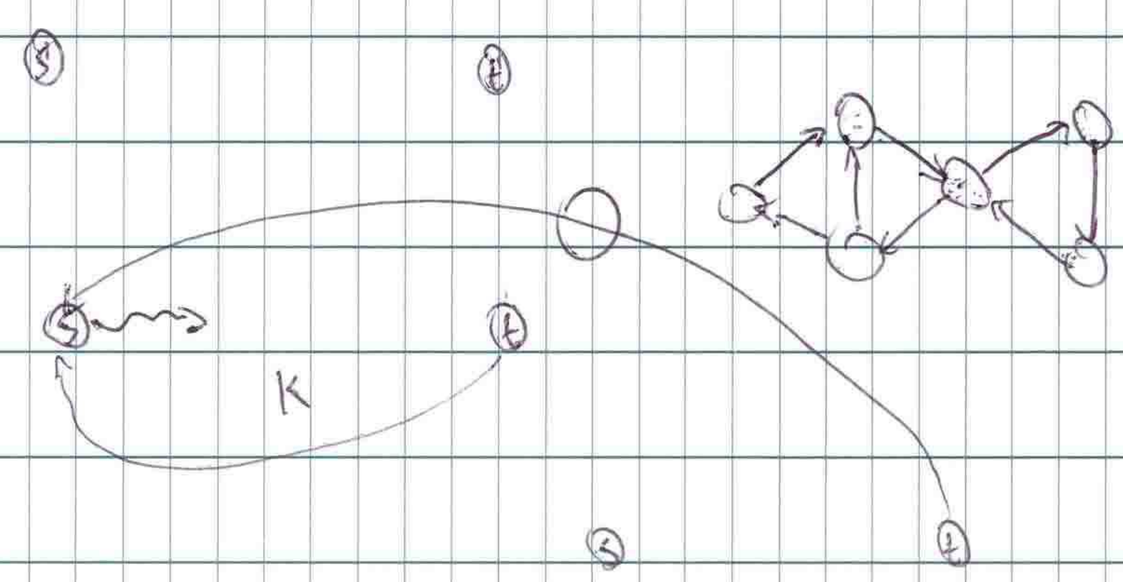
$\overline{SAT} \le_p$





SAT

$\emptyset \wedge \emptyset \wedge \emptyset$



טיולה -

$B \le_p C$

$\overline{B} \le_p \overline{C}$

$C \notin NP$

$\overline{C} \notin$

$C \notin NP$

$w \in B$

$C \notin CoNP$

$C \notin NP$

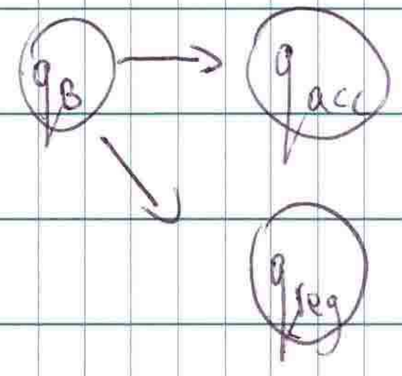
$C \in NP$

$\overline{C} \in CoNP$

1 1 1

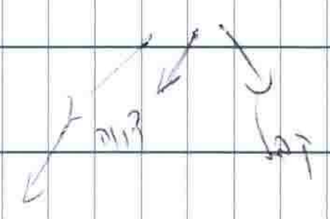
a b c

1 1 1



$C \in NP$

$\overline{A} \le$



$\delta(q', \sigma) = \delta(q_{acc},$

0

$\overline{A_{TM}}$

1 1 1

1 1 1

$w \in M$

הרץ את M על w

1) אין מעגלים

$w \notin L(M)$

לחקר, בדור הבא נוסף לייד לקבל או לדחות

K

K לדחות

K לקבל

143626

לשימוש הבודק

טיולה -

$SAT \leq_p TQBF$

$\min\{A\}$

M

ש שאורכן קבוע שווה למילה הקדרה

ביותר ב־A

$HALT \leq_m B$

$\overline{C} \notin CoNP$ נניח ש- B כריעה

$\langle M, w \rangle$

$\overline{C} \notin NP$ $|x| + m - |x|$

קבוע $m - |x|$

$\langle M, w \rangle$

$C \notin CoNP$ על קלט x:

M עצרה על w תוך $m - |x|$

$\overline{A}$ $\overline{B} \leq_p \overline{A}$ $\overline{B} \in NP$

$NP \to ko$

$\overline{C}$

$NP \to ko$

$B \in NP$

$\overline{A} \leq_p \overline{C}$

גליון תשובות לשאלות רב-ברירתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

שאלה	תשובה										שאלה	תשובה								
1	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		21	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
2	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		22	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
3	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		23	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
4	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		24	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
5	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		25	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
6	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		26	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
7	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		27	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
8	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		28	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
9	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		29	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
10	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		30	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
11	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		31	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
12	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		32	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
13	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		33	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
14	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		34	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
15	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		35	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
16	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		36	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
17	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		37	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
18	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		38	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
19	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		39	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
20	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט		40	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____

143626