פרק 1: קומבינטוריקה (סיכום)

ניסוי מקרי: תהליך שתוצאתו אינה ודאית. כלומר, שקיימות לו מספר תוצאות אפשריות שונות.

קומבינטוריקה: כללי עזר למניית מספר התוצאות האפשריות של ניסוי מקרי.

כלל המכפלה: עורכים סדרה של r ניסויים בעלי $n_1, n_2, ..., n_r$ תוצאות אפשריות בהתאמה. מספר התוצאות האפשריות של הניסוי, המורכב מסדרת r ניסויים אלה, שווה למכפלה: $n_1 \cdot n_2 \cdot ... \cdot n_r$.

מדגם מקרי: קבוצת עצמים שנבחרת באופן אקראי מאוכלוסייה מסוימת.

מדגם סדור: מדגם שבו מציינים את סדר בחירת העצמים השייכים אליו.

<u>תבניות כלליות של ניסויים מקריים ומספר התוצאות האפשריות של כל אחד מהם:</u>

1. **סידור n עצמים שונים ב-n מקומות.** מספר התוצאות האפשריות: $n\cdot(n-1)\cdot ...\cdot 2\cdot 1 = n!$

2. **סידור n עצמים ב- n מקומות, כך ש- n_1 מהם זהים, n_2 מהם זהים, ..., n_r מהם זהים.**

   מספר התוצאות האפשריות: $\dfrac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot ...\cdot n_r!} = \dbinom{n}{n_1, n_2, ..., n_r}$ כאשר $n_1 + n_2 + ... + n_r = n$

3. **בחירת קבוצה של r עצמים שונים מתוך אוכלוסייה בת n עצמים שונים, כשיש חשיבות לסדר הבחירה.**

   מספר התוצאות האפשריות: $n\cdot(n-1)\cdot ...\cdot(n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ כאשר $r \le n$

4. **בחירת קבוצה של r עצמים שונים מתוך אוכלוסייה בת n עצמים שונים, כשאין חשיבות לסדר הבחירה.**

   מספר התוצאות האפשריות: $\dfrac{n!}{r!(n-r)!} = \dbinom{n}{r}$ כאשר $r \le n$

5. **חלוקת n עצמים שונים ל- r קבוצות, שניתן להבחין ביניהן באופן כלשהו.**

   מספר התוצאות האפשריות: $\dfrac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot ...\cdot n_r!} = \dbinom{n}{n_1, n_2, ..., n_r}$ כאשר $n_1 + n_2 + ... + n_r = n$

6. **פיזור n עצמים שונים ב- r תאים ממוספרים.** מספר התוצאות האפשריות: r^n

7. **פיזור n עצמים זהים ב- r תאים ממוספרים.**

   מספר התוצאות האפשריות: $\dbinom{n+r-1}{n} = \dbinom{n+r-1}{r-1}$

8. **פיזור n עצמים זהים ב- r תאים ממוספרים, כאשר בכל תא חייב להיות לפחות עצם אחד.**

   מספר התוצאות האפשריות: $\dbinom{n-1}{n-r} = \dbinom{n-1}{r-1}$ כאשר $r \le n$

9*. **סידור n עצמים שונים במעגל, <u>כאשר המקומות לא מסומנים</u>.** מספר התוצאות האפשריות: $(n-1)!$

הערות: **1.** מגדירים $0! = 1$.

2. מהגדרת הביטוי $\binom{n}{r}$ מקבלים כי $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$.

לכן: $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$; $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$; $\binom{n}{2} = \binom{n}{n-2} = \frac{n(n-1)}{2}$

3. **זהות פֶּרְמָה** (תרגיל ת11, עמוד 22): $n \ge k$, $\binom{n}{k} = \sum_{i=k}^{n}\binom{i-1}{k-1}$