

קורס 20407
סמסטר 2011ב
מועד א' (87)

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת. אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

א' (13 נקודות) מצאו פתרון אסימפטוטי הדוק עבור נוסחת הנסיגה הבאה:

$$\begin{cases} T(1) = c > 0 \\ T(n) = 128T(n/8) + n^2 \cdot \lg^2 n + n^{7/3} \cdot \lg n + \lg^4 n \end{cases}$$

ב' (12 נקודות) במימוש חלופי לתור FIFO, נשמרים מיקום סוף התור $tail[Q]$ ומספר האיברים $length[Q]$ של התור Q ; לא נשמר מיקום ראש התור. כתבו בפסידוקוד את השגרות המתאימות עבור פעולות ההכנסה - ENQUEUE והמחיקה - DEQUEUE; הוסיפו גם טיפול בגלישה ובחמיקה.

שאלה 2

א' (15 נקודות) נתון מערך $A[1..n]$ המקיים את התנאי: אם $1 \leq i < j \leq n$, $A[i] > A[j]$, אזי $j = i + 1$.

איזה אלגוריתם ימין את A בזמן טוב יותר: מיון-הכנסה, מיון-מיזוג, או מיון-מהיר? הסבירו את תשובתכם.

ב' (10 נקודות) תור קדימויות Q , מוגדר כמבנה נתונים התומך בפעולות INSERT (הכנסת איבר) ו-EXTRACT-MIN (מחיקת המינימום). הסבירו מדוע, אם מפעילים על המבנה Q n פעולות INSERT ו- n פעולות EXTRACT-MIN, אזי לפחות אחת הפעולות חייבת לרוץ בזמן $\Omega(\lg n)$.

שאלה 3

- נתונה סדרה S של n מספרים; ידוע שקיים ב- S מספר שמופיע יותר מ- $(2n/5)$ פעמים.
- א' (7 נקודות) הוכיחו את הטענה הבאה: ב- S קיימים לכל היותר שני מספרים המופיעים יותר מ- $(n/5)$ פעמים כל אחד.
- ב' (18 נקודות) כתבו אלגוריתם למציאת כל האיברים המופיעים בסדרה S יותר מ- $(n/5)$ פעמים כל אחד. זמן הריצה הנדרש הוא $O(n)$.

שאלה 4

- נתון מערך $A[1..n]$ של מספרים לא בהכרח שונים זה מזה; נסמן ב- $\langle a_1, \dots, a_m \rangle$ את הערכים השונים במערך ($1 \leq m \leq n$).
- כתבו אלגוריתם ליצירת מערך $B[1..m]$, המכיל את האיברים $\langle a_1, \dots, a_m \rangle$ בסדר עולה (לא יורד) על פי שכיחותיהם ב- A . זמן הריצה הנדרש הינו $O(n \cdot \lg m)$. מותר להשתמש בזיכרון נוסף בגודל $O(m)$.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר המפתחות השונים ב- S):

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S (k יכול להיות מפתח חדש או מפתח שכבר קיים ב- S); זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MAX-FREQ-KEY(S): החזרת המפתח בעל השכיחות המכסימלית במבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

INSERT-MAX-FREQ(S): הכנסת עותק נוסף של המפתח בעל השכיחות המכסימלית למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, p): מחיקת עותק כלשהו של המפתח k שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

COUNT(S, k_1, k_2): החזרת מספר המפתחות k במבנה S , המקיימים את התנאי $k_1 \leq k \leq k_2$ (לכל מפתח סופרים את השכיחות שלו); זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערה: המבנה S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים פשוטים יותר.

בהצלחה !