

## נספח: בחינת גמר לדוגמה

הבחינה לדוגמה שמופיעה להלן, מייצגת בחינות שהתקיימו בסמסטרים קודמים. בחינה זו נועדה לשמש ככלי עזר נוסף ללימוד וכעזרה בהכנה למבחן. שימו לב! אין בהצגת בחינה זו שום התחייבות לכך שהבחינות בסמסטר הנוכחי תהיינה זהות במבנה, באופי וכו' לבחינה שהוצגה. הבחינה לדוגמה, כמו המטלות, משמשת כלי ללימוד, ומבטיחה הכנה טובה למבחן.

**מבנה הבחינה:** בבחינה שש שאלות. עליכם לענות על חמש מהן.

### שאלה 1

**תזכורת: מאמת (verifier)** לשפה  $A$  הוא אלגוריתם  $V$  כך ש-  
 $A = \{w \mid V \text{ accepts } \langle w, c \rangle \text{ for some string } c\}$

הוכיחו: לשפה  $L$  יש מאמת אם ורק אם  $L$  היא מזוהה-טיורינג.  
שימו לב: - יש כאן טענת "אם ורק אם", ולכן עליכם להוכיח שני כיוונים.  
- המאמת שעליו מדובר איננו מוגבל בזמן הריצה שלו.

### שאלה 2

תנונה השפה  $T$  הבאה:  $T = \{\langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that accepts } w^R \text{ whenever it accepts } w\}$   
הוכיחו:  $T$  איננה מזוהה-טיורינג.

### שאלה 3

קבוצת צמתים  $U$  בגרף לא מכוון  $G = (V, E)$  נקראת **קבוצה שלטת** (dominating set) אם לכל צומת  $v \in V$ , או  $v \in U$ , או שיש קשת  $(u, v) \in E$  כך ש- $u \in U$ .  
(קבוצה שלטת של צמתים היא קבוצה  $U \subseteq V$ , כך שלכל צומת בגרף, או שהוא שייך לקבוצה השלטת  $U$ , או שהוא מחובר בקשת לצומת ששייך ל- $U$ ).  
בעיית  $\text{DOMINATING-SET}$  היא הבעיה הבאה:  
הקלט: גרף לא מכוון  $G = (V, E)$ ; מספר טבעי  $k$ .  
השאלה: האם יש ב- $G$  קבוצה שלטת בגודל  $k$ ?  
הוכיחו: בעיית  $\text{DOMINATING-SET}$  היא בעיה NP-שלמה.  
**הדרכה:** הוכיחו שהבעיה שייכת ל-NP, והראו רדוקציה פולינומיאלית של  $\text{VERTEX-COVER}$ .  
(לכל קשת  $(u, v)$  הוסיפו צומת חדש  $uv$  ושתי קשתות חדשות  $(u, uv)$  ו- $(v, uv)$ ).

#### שאלה 4

תזכורת:  $\text{coNP} = \{L \mid \bar{L} \in \text{NP}\}$ .

הוכיחו: אם יש שפה NP-שלמה ששייכת למחלקה coNP, אז  $\text{NP} = \text{coNP}$ .

#### שאלה 5

הוכיחו: השפה  $EQ_{\text{DFA}}$  שייכת ל- $\text{SPACE}(\log^2 n)$ .

$(EQ_{\text{DFA}} = \{\langle A, B \rangle \mid A \text{ and } B \text{ are DFAs and } L(A) = L(B)\})$ .

#### שאלה 6

הוכיחו: אם השפה SAT שייכת למחלקה RP, אז  $\text{RP} = \text{NP}$ .

סוף!