מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

# האוניברסיטה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

20 מס' שאלון - 470

באפריל 2017

91 מס' מועד

סמסטר 2017א

כ"ד בניסן תשע"ז

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 4 עמודים

## מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות. אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות

> הראשונות. שימו לב:

- \* בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- \* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
  - \* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- \* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

# :חומר עזר

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי. אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



# חלק א': שאלת חובה (22 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף.

**בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה.** אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

.  $A = \{1,2,3\}$  ,  $B = \{2,3,4\}$  הייא המספרים הטבעיים. תהיינה א היא קבוצת המספרים א.  $\mathbf{N}$ 

.  $X = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in A \leftrightarrow x \notin B\}$  : קבוצה X מוגדרת כך

הסימן  $\leftrightarrow$  שבתוך הנוסחה הוא הקַשָּר הלוגי ייאם ורק אםיי, שהוגדר בסעיף 5 בחוברת יימבוא מהיר ללוגיקהיי.

 $X = \{1,4\}$  [3]  $X = \{1\}$  [2]  $X = \emptyset$  [1]

 $X = N - \{2,3,4\}$  [5]  $X = N - \{2,3\}$  [4]

(8 נקי) ב. N היא קבוצת המספרים הטבעיים.

.(שימו לב, זו אינה טעות)  $P(\mathbf{N})$  - תהי  $P(\mathbf{N})$  הקבוצות החלקיות כל הקבוצות מינה טעות)

A איבר של  $\{\emptyset, \{1,2,3\}, \{2,4\}, \mathbf{N} - \{1,2,3\}, \mathbf{N}\}$  היא איבר של

:עוצמת A היא

C עוצמה שנמצאת בין א לבין [2] א לבין א לבין א לבין

 $2^{C}$  [4] C [3]

אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה [5]

ר. (7 נקי)  $\mathbf{k}$  הוא גרף פשוט וקשיר.

הוסיפו ל-G כמה קשתות (לא הוסיפו צמתים) והתקבל גרף G גם הוא פשוט. הוסיפו ל-להלן שלוש טענות (תזכורת: גרף המילטוני הוא גרף שיש בו מעגל המילטון):

. אם G המילטוני אז H המילטוני. אם H המילטוני אז G המילטוני.

. אם אחד משני הגרפים G,H המילטוני אז השני אינו המילטוני.

a,b,c מתוך הטענות a,b,c נכונות בדיוק הטענות

c [4] a,b [3] b [2] a [1]

. אינה נכונה a,b,c אינה מהטענות אחת אינה (5]

# חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 26 נקודות. משקל חלק ב׳ כולו: 78 נקודות

#### שאלה 2

תהי  $A=\{1,2,3,4\}$  ותהי K קבוצת כל היחסים הטרנזיטיביים מעל A **פרט ליחס הריק**, שאינו איבר של A בכרך "תורת הקבוצות" בעמי 94, שאלה 3.25א, מוכח שיחס ההכלה A הוא סדר חלקי מעל כל קבוצה של קבוצות. מכיון שיחס הוא סוג מסוים של קבוצה (קבוצה של זוגות סדורים), מתקבל מהאמור שיחס ההכלה A הוא סדר-חלקי מעל A. השאלה מתייחסת לסדר חלקי זה.

. אבר גדול ביותר - מיהו? הוכיחו שהוא הגדול ביותר K אבר גדול ביותר או. הראו שיש ב- K אבר גדול ביותר

(9 נקי) ב. מצאו אבר מינימלי ב- K. הוכיחו שהוא מינימלי.

. ג. הוכיחו שאין ב-K אבר קטן ביותר.

#### שאלה 3

 $(A \ \, V \ \, A)$  מיצאו כמה מורות של  $A \ \, ($ פונקציות חד-חד-ערכיות של  $A \ \, V \ \, A$  על  $A \ \, ($ פונקציות חד-חד-ערכיות של  $A \ \, V \ \, A$  מקיימות את התנאי: לכל  $A \ \, (i) \neq i$  ,  $A \ \, (i) \neq i$  ,  $A \ \, (i) \neq i$ 

- . הפונקציה השולחת את כל אברי A ל- 1 **אינה** עומדת בדרישות, כי היא אינה תמורה (i)
  - (ii) פונקציית הזהות היא תמורה, אבל היא **אינה** מקיימת את התנאי.
    - :מורה f המוגדרת כך:

$$f(1) = 2$$
,  $f(2) = 3$ ,  $f(3) = 4$ ,  $f(4) = 5$ ,  $f(5) = 6$ ,  $f(6) = 1$ ,  $f(7) = 7$  מקיימת את התנאי.

אין הכרח להגיע לתשובה מספרית.

המשך הבחינה בעמוד הבא

#### שאלה 4

. 
$$a_0=1$$
 ,  $a_1=3$  ,  $a_2=-2$  ,  $a_3=-10$  : נתון  $f(x)=\sum_{i=0}^{\infty}a_ix^i$  תהי

שאר המקדמים אינם ידועים.

$$f(x)\cdot g(x)=1=1+0x+0x^2+\dots$$
 : בונקציה המקיימת g פונקציה מקיימת

(כל הנתונים הללו חלים על שני סעיפי השאלה).

. 
$$b_0,\ b_1,\ b_2,\ b_3$$
 א. משבו את  $g(x)=\sum_{i=0}^\infty b_i x^i$  א. נסמן 16)

הדרכה: התקדמו בהדרגה, בחישוב כל מקדם היעזרו במקדמים שמצאתם עד כה.

$$c_2$$
 .  $c_2$  מצאו את .  $\frac{f(x)}{g(x)} = \sum_{i=0}^{\infty} c_i x^i$  נקי) ב. נסמן . . . (10)

### שאלה 5

- . א. שמעון טוען שכל גרף אוילרי הוא מישורי. הוכיחו ששמעון טועה (13 נקי) א.
- Gאת מספר הקשתות של (מכן ב- nגרף פשוט על את צמתים (מספר ב- nגרף פשוט על גרף נקי) ב. יהי מסקנה 5.4 בפרק בחוברת "תורת הגרפים" אומרת שבהנחות אלה,

 $k \leq 3n - 6$  אם G הוא מישורי אז

דינה טוענת שגם הכיוון ההפוך נכון, כלומר דינה אומרת שתחת אותן הנחות (השורה הראשונה של סעיף ב), אם 3n-6 אז א  $k \leq 3n-6$ 

הוכיחו שדינה טועה.

בשני הסעיפים, אם מציגים דוגמא נגדית יש להראות בפירוט שהיא אכן דוגמא נגדית.

## בהצלחה!