

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית חומר הלימוד למטלה: תורת הקבוצות פרק 3

מספר השאלות: 4 משקל המטלה: 3 נקודות

סמסטר: 2008 מועד אחרון להגשה: יום ו' 4.4.08

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (21 נקודות)

\mathbb{R} היא קבוצת המספרים הממשיים. נסמן $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$.
הוכח שהפונקציה $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ היא פונקציה חד-חד-ערכית של A על \mathbb{R} .

שאלה 2 (24 נקודות)

תהי f פונקציה של קבוצה A לקבוצה B .
בעזרת f נגדיר פונקציה $f_*: P(A) \rightarrow P(B)$ כך:
לכל $X \in P(A)$, $f_*(X) = \{f(x) \mid x \in X\}$.
(12 נק') א. הוכח כי אם f היא חד-חד-ערכית אז f_* היא חד-חד-ערכית.
(12 נק') ב. הוכח כי אם f_* היא חד-חד-ערכית אז f היא חד-חד-ערכית.
תרגיל דומה יפורסם באתר הקורס ויפתר במפגש ההנחיה ובאתר.

שאלה 3 (30 נקודות)

תהי F קבוצת כל הפונקציות של N ל- N . נגדיר יחס K מעל F :
 עבור $f, g \in F$: $(f, g) \in K$ אם ורק אם $f(n) \leq g(n)$, $n \in N$ לכל .

(5 נק') א. הוכח ש- K הוא סדר-חלקי מעל F .

(5 נק') ב. הוכח ש- K אינו סדר-מלא מעל F .

(10 נק') ג. הוכח שאין ב- F איברים מקסימליים לגבי היחס K .

(10 נק') ד. יהיו $f, g \in F$. הוכח שקיים $h \in F$ המקיים :

$$(f, h) \in K \text{ וגם } (g, h) \in K$$

הערה: h אינו איבר קבוע של F אלא תלוי ב- f, g .

שאלה 4 (25 נקודות)

בהתייחס לשאלה 4 בממ"ן 12 :

$$D_1^n = D_n, 1 \leq n$$

שימי לב שיש להראות הכלה דו-כיוונית. כדאי להיעזר בשאלה 3 בממ"ן 11.