מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

הדבק כאן את
מדבקת הנבחן

האוניברסיטה
הפתוחה

י"ח בשבט תש"ף

13

# מס' שאלון - 485

בפברואר 2020

סמסטר 2020א

מס' מועד 82

20476 / 4

## שאלון בחינת גמר

## 20476 - מתמטיקה בדידה

**משך בחינה: 3 שעות**

בשאלון זה 3 עמודים

**מבנה הבחינה:**

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.
אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.

שימו לב:

* בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

**חומר עזר:**
**כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי.**
**אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.**

**בהצלחה !!!**

**אינכם חייבים**
**להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה**



485 שאלון 82.73.544 M

## חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

**שאלה 1**

**בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף.** רשמו את התשובות בתוך המחברת.

**בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה.** אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

(6 נק') **א.** את הפסוק

"לכל מספר $x$ ולכל מספר חיובי $\alpha$ קיים קטע פתוח באורך $\alpha$ שמכיל את $x$"

ניתן להצרין כך:

[1] $\forall x \forall \alpha((\alpha > 0) \wedge \exists y((y < x) \wedge (x < y + \alpha)))$

[2] $\forall x \forall \alpha((\alpha > 0) \rightarrow \exists y((y - \alpha < x) \wedge (x < y)))$

[3] $\forall x \forall \alpha((\alpha > 0) \rightarrow \exists y((y - \alpha < x) \wedge (x < y + \alpha)))$

(7 נק') **ב.** נתונות קבוצות $A, B$ כך ש- $|A \times \mathcal{P}(B)| = \aleph$

[1] $B \neq \varnothing$.

[2] $|A| \geq \aleph_0$.

[3] $|A \times B| \geq \aleph_0$.

[4] $|A \times B| \geq \aleph$.

(6 נק') **ג.** בגרף **דו צדדי מלא מישורי ופשוט** על 9 צמתים יש לכל היותר:

[1] 6 פאות

[2] 7 פאות

[3] 8 פאות

**המשך הבחינה בעמוד הבא**



82.73.54 שאלון 485

**חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות**
משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

**שאלה 2**

על הקבוצה $A = \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ מגדירים יחסים $R, S$ כך:

$(a,b)R(c,d)$ אם ורק אם $b = d$ ו- $(a,b)S(c,d)$ אם ורק אם $b < d$ .

**(הערה לתלמידים מסמסטרים קודמים בלבד**: אתם יכולים להשתמש בהגדרה הבאה עבור $S$ :

$(a,b)S(c,d)$ אם ורק אם $b \le d$). **תלמידי 2019ב, אנא התעלמו מהערה זו).**

(13 נק') א. הראו שאחד מהיחסים הוא יחס שקילות ומיצאו את מחלקות השקילות שלו.

(14 נק') ב. הראו שאחד היחסים הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא ומיצאו בו את כל האיברים המינימליים והמקסימליים.

**שאלה 3**

נתונה $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ . בשאלה זו נתייחס לפונקציות מ- $A$ ל- $A$ .

(14 נק') א. מיצאו את מספר הפונקציות $f : A \to A$ המקיימות $\{1,2,3,4\} \subseteq f[A]$ .

(13 נק') ב. מיצאו את מספר הפונקציות $f : A \to A$ שעבורן קיימים $a,b,c \in A$ כך ש-

$$|f^{-1}[\{a\}]| = 1 \ , \ |f^{-1}[\{b\}]| = 2 \ , \ |f^{-1}[\{c\}]| = 3 \ .$$

(שימו לב: $|f^{-1}[\{a\}]|$ הוא **מספר האיברים בתמונה ההפוכה** של הקבוצה $\{a\}$ וכו')

**שאלה 4**

בשאלה זו נתייחס למשוואה: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = n$
כאשר $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{1,2\}$ ו- $x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ הם מספרים טבעיים אי-זוגיים.

(13 נק') א. כתבו פונקציה יוצרת עבור מספר הפתרונות של המשוואה.

(14 נק') ב. מיצאו את מספר הפתרונות של המשוואה מסעיף א' כאשר $n = 17$ .

**שאלה 5**

נתון עץ $T$ על 7 צמתים שבו קיים צומת בעל דרגה 4 ומספר העלים שלו הוא 4.

(9 נק') א. רישמו סדרת פרופר שמתאימה לעץ $T$ (מספיק לרשום סדרה אחת, לא את כולן)

נסמן ב- $G$ את הגרף הפשוט המתקבל מ- $T$ על-ידי חיבור **כל** עלה עם **כל אחד** מהעלים האחרים.

(18 נק') ב. הוכיחו ש- $G$ אוילרי.

ג. הוכיחו ש- $G$ הוא לא דו-צדדי.

ד. הוכיחו ש- $G$ הוא לא מישורי. (רמז: $G$ מכיל העדנה של גרף ידוע)

**בהצלחה!**



485 שאלון 82.73.544 M4