

מבנה הבחינה : בבחינה **חמש** שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
כל שאלה מזכה ב- 25 נקודות.

הנחיות : כל תשובה תתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.
חובה להוכיח (או להסביר) כל טענה.

שאלה 1

נתונה השגרה הבאה :

```
SLOW-SORT(A)
1   $n \leftarrow \text{length}[A]$ 
2  for  $i \leftarrow 2$  to  $n$ 
3    do QUICKSORT(A,1,i)
```

א' (10 נק') תארו את פעולת האלגוריתם (כולל את התנהגותן של שגרת החלוקה ושגרת המיון בכל שלב) אם הקלט הנתון A הוא מערך ממוין בסדר עולה (לא יורד).

ב' (8 נק') הוכיחו את נכונות האלגוריתם SLOW-SORT (אין צורך להוכיח את נכונות האלגוריתם מיון-מהיר או את נכונות שגרת החלוקה).

ב' (7 נק') מהו זמן הריצה של האלגוריתם SLOW-SORT במקרה הגרוע?

הוכיחו כל טענה.

שאלה 2

מצאו פתרון אסימפטוטי הדוק עבור נוסחת הנסיגה הבאה :

$$\begin{cases} T(1) = c > 0 \\ T(n) = 16T(n/4) + n^\alpha \cdot \lg^{\alpha+1} n \end{cases}$$

α הוא פרמטר ממשי חיובי.

רמז: התייחסו לשלושה מקרים אפשריים.

שאלה 3

הציעו מבנה נתונים S , התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

- $BUILD(L, S)$: בניית המבנה S מתוך סדרה L של n מספרים; זמן הריצה: $O(n)$;
- $INSERT(S, k)$: הכנסת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $DEL-MEDIAN(S)$: מחיקת חציון המפתחות מתוך המבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $DEL-NEW(S)$: מחיקת האיבר שנכנס אחרון מתוך המבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערה: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים פשוטים יותר.

שאלה 4

נתון מערך דו-ממדי $A[1..m, 1..n]$ המכיל רק ערכי $-1, 0, 1$. ידוע שבכל שורה, כל ערכי ה- 0 נמצאים אחרי כל ערכי ה- -1 , וכל ערכי ה- 1 נמצאים אחרי כל ערכי ה- 0 . בנוסף, בכל שורה מספר ערכי ה- -1 גדול או שווה למספר ערכי ה- 1 בשורה הקודמת, ומספר ערכי ה- 1 גדול או שווה למספר ערכי ה- 1 בשורה הקודמת.

לדוגמה: $n=8, m=5$

| | | | | | | | |
|----|----|----|---|---|---|---|---|
| -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| -1 | -1 | -1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| -1 | -1 | -1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

כתבו אלגוריתם המחשב את מספר האפסים שבמערך A בזמן $\Theta(m+n)$.

שאלה 5

נתון מערך $A[1..m]$ של מספרים ממשיים, לא בהכרח שונים זה מזה. נסמן ב- n את מספר הערכים השונים המופיעים ב- A ($n < m$). ברצוננו להעתיק את כל m המספרים למערך אחר $B[1..m]$, בצורה הבאה: קודם מעתיקים כל n הערכים המופיעים במערך A (עותק אחד של כל ערך), בסדר ממזין; אחר-כך מעתיקים כל הערכים המופיעים במערך A יותר מפעם אחת, בסדר ממזין; אחר-כך מעתיקים כל הערכים המופיעים במערך A יותר מפעמיים, בסדר ממזין; וכן הלאה.

למשל, עבור המערך

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 1 | 1 | 5 | 5 | 3 | 1 | 3 | 3 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

מתקבל

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 3 | 5 | 1 | 3 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

כתבו אלגוריתם המבצע את הפעולות המתוארות בזמן $\Theta(m \cdot \lg n)$. מותר להשתמש בזיכרון נוסף בגודל $\Theta(n)$.

רמז: השתמשו במבנה נתונים כמבנה עזר.

בהצלחה !