

האוניברסיטה הפתוחה

20407

מבני נתונים

ומבוא לאלגוריתמים

חוברת הקורס – אביב 2014ב

כתב: ד"ר ג'ק וינשטין

מרץ 2014 - סמסטר אביב – תשע"ד

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

א	אל הסטודנט
ב	1. לוח זמנים ופעילויות
ד	2. תיאור המטלות
ד	2.1 מבנה המטלות
ד	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ה	2.3 ניקוד המטלות
ה	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ו	2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
3	ממ"ן 12
5	ממ"ן 13
7	ממ"ן 14 - פרויקט 1
11	ממ"ן 15
13	ממ"ן 16
15	ממ"ן 17
17	ממ"ן 18 - פרויקט 2

אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לך לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבך למספר נקודות חשובות:

- כידוע לך, נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לך בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש את שני הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) וכן להגיש עוד שלושה ממ"נים. הכנת תרגילי הבית מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר תרגילים. (כל ממ"ן נוסף שיוגש מעבר למינימום הנדרש יוכל רק **לשפר** את ציון המגן - ר' סעיף 4.3 בחוברת). יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכזי הקורס:

ד"ר ג'ק וינשטין: ביום א' בשעות 16:45-14:45 בטלפון 09-7781270,

e-mail: jack-weinstein@hotmail.com

דביר לנצברג: ביום ד' בשעות 11:00-13:00 בטלפון 09-7781240,

e-mail: dvirlan@openu.ac.il

פגישות יש לתאם מראש.

אנו מאחלים לך לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

ד"ר ג'ק וינשטין
מרכז ההוראה בקורס

לוח זמנים ופעילויות (20407 \ 2014ב)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
1	7.3.2014-2.3.2014	פרק א' (מדריך למידה) פרקים 1, 2 (ספר הלימוד)		
2	14.3.2014-9.3.2014	פרק ב' (מדריך הלמידה) פרק 3 (ספר הלימוד)	מפגש ראשון	
3	21.3.2014-16.3.2014 (א-ב פורים)	פרק ג' (מדריך הלמידה) פרק 4 (ספר הלימוד)		ממ"ן 11 23.3.2014
4	28.3.2014-23.3.2014	פרק ד' (מדריך הלמידה) פרק 6 (ספר הלימוד)	מפגש שני	
5	4.4.2014-30.3.2014	פרק ה' (מדריך הלמידה) פרק 7 (ספר הלימוד)		ממ"ן 12 6.4.2014
6	11.4.2014-6.4.2014	פרקים ה', ו' פרקים 7, 9	מפגש שלישי	
7	18.4.2014-13.4.2014 (ב ערב פסח) (ג-ו פסח)	פרק ו' (מדריך הלמידה) פרק 9 (ספר הלימוד)		ממ"ן 13 20.4.2014
8	25.4.2014-20.4.2014 (א-ב פסח)	פרק ז' (מדריך הלמידה) פרק 8 (ספר הלימוד)		
9	2.5.2014-27.4.2014 (ב יום הזכרון לשואה)	פרקים ז', ח' פרקים 8, 10	מפגש רביעי	ממ"ן 14 4.5.2014

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	9.5.2014-4.5.2014 (ב יום הזכרון, ג יום העצמאות)	פרק ח' (מדריך הלמידה) פרק 10 (ספר הלימוד)		
11	16.5.2014-11.5.2014	פרק ט' (מדריך הלמידה) פרק 11 (ספר הלימוד)	מפגש חמישי	ממ"ן 15 18.5.2014
12	23.5.2014-18.5.2014 (א ל"ג בעומר)	פרק י' (מדריך הלמידה) פרק 12 (ספר הלימוד)		
13	30.5.2014-25.5.2014 (ד יום ירושלים)	פרק י"א (מדריך הלמידה) פרק 13 (ספר הלימוד)	מפגש שישי	ממ"ן 16 1.6.2014
14	6.6.2014-1.6.2014 (ג-ד שבועות)	פרקים י"א, י"ב פרקים 13, 14		
15	13.6.2014-8.6.2014	פרק י"ב (מדריך הלמידה) פרק 14 (ספר הלימוד)	מפגש שביעי	ממ"ן 17 15.6.2014
16	20.6.2014-15.6.2014	חזרה		ממ"ן 18 6.7.2014

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה שש מטלות "יבשות" ושני פרויקטים שעליך להגיש במהלך הקורס. **שני פרויקטי ההרצה הם חובה!** מבין שש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

2.1 מבנה המטלות

ממ"ן רגיל

מטלה זו מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון יש לכתוב **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרונות למטלה.) אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכל להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או להתקשר לאחד המנחים (בשעת ההנחיה הטלפונית).

פרויקט הרצה

במטלה כזו עליך לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java. מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות. עליך לשלוח למנחה:

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ exe של התוכנית.

הערה: מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (במדריך הלמידה)
ממ"ן רגיל 11	פרקים 1,2,3
ממ"ן רגיל 12	פרקים 4,6
ממ"ן רגיל 13	פרקים 9,7
ממ"ן 14 - פרויקט הרצה 1	פרקים 6,9
ממ"ן רגיל 15	פרקים 8,10
ממ"ן רגיל 16	פרקים 11,12
ממ"ן רגיל 17	פרקים 13,14
ממ"ן 18 - פרויקט הרצה 2	פרקים 13,14

הערות: 1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. כעיקרון, בעת פתרון שאלות, אין להסתמך על תוצאות משאלות בלתי-פתורות בספר הלימוד בלי להוכיחן, אלא אם ניתן לכך היתר מפורש, או אם פתרונות לאלה מופיעים במדריך הלמידה, בחומר הנלמד במפגשי ההנחיה, באתר הקורס וכדומה (ובמקרה זה יש להזכיר את המקור עליו מסתמכים). עם זאת, ניתן לחרוג מכלל זה, ככל שמדובר בתוצאות מוכרות וקלות, או שאין בהן כדי להפוך את השאלה המקורית לקלה מדי ולחסרת עניין.

2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים 11, 12, 13, 15, 16, 17 - 4 נקודות.

משקלו של פרויקט 1 (ממ"ן 14) - 2 נקודות

משקלו של פרויקט 2 (ממ"ן 18) - 4 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"נים 14 ו-18 ועוד שלושה ממ"נים רגילים.

כלומר, כדי שתוכל לגשת לבחינה עליך לצבור לפחות 18 נקודות מתוך 30 הנקודות האפשריות.

הכנת המטלות הרגילות חייבת להיעשות על-ידי כל תלמיד **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) יכולה להיעשות בזוגות.

לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי. ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים

בחלק מהשאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות:

1. הסבר בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט). אלגוריתם ללא הסבר - לא יתקבל!
2. כתוב את האלגוריתם בפסידו-קוד, בדומה לספר. מותר לשלב בפסידו-קוד הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").
3. אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסידו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עשה זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל, תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא** נתבקשת להוכיח נכונות, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה.
5. בכל מקרה (גם אם הדבר לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, **תמיד** נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן.

2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

1. כתיבת הקוד

תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא:

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה: מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התייעוד.

2. תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים:

1. תיעוד כללי:

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

2. תיעוד בגוף התכנית:

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

- א. הגשת פרויקט 1 (ממ"ן 14) ופרויקט 2 (ממ"ן 18).
- ב. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך ששת הממ"נים הרגילים.
- ג. ציון של 50 לפחות בכל פרויקט.
- ד. ציון של 23 לפחות בכל מטלה אחרת הנלקחת בחשבון (ר' סעיף 4.3).
- ה. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ו. הציון המשוקלל של המטלות, הפרויקטים והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 23.3.2014

סמסטר: 2014ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (16 נקודות)

נתון מערך $T[1..n]$ ממוין של שלמים שונים זה מזה.

כתבו אלגוריתם המחפש אינדקס i כך ש- $T[i] = i$. השגרה תחזיר את i אם הוא קיים, או -1 אחרת.

שאלה 2 (15 נקודות)

שנו את שגרת החיפוש הבינרי כך שתחלק את המערך לארבעה חלקים כל אחד בגודל רבע (בערך). מהו זמן הריצה האסימפטוטי של גרסה זו? השוו בין מספר פעולות ההשוואה של גרסה זו של אלגוריתם החיפוש וזה של הגרסה המקורית.

שאלה 3 (24 נקודות)

סדרו את הפונקציות הבאות על-פי שיעור הגידול שלהן, כלומר, מצאו סידור f_1, \dots, f_{15} של הפונקציות המקיים

$$f_1 = O(f_2), \dots, f_{14} = O(f_{15})$$

חלקו את הרשימה למחלקות כך ש- f_i ו- f_j שייכות לאותה מחלקה אם ורק אם

$$f_i(n) = \Theta(f_j(n))$$

$\lg n$	42	n^2	$\lg \lg n$	$\lg(n^2)$
\sqrt{n}	$n/\lg n$	$(n-1)^3$	$n \cdot (1 + \lg n)$	$(\lg n)^3$
$n^2 \cdot \lg n$	2^{n+1}	$\frac{1}{2}n \cdot (n+1)$	$(n+1) \cdot \lg n$	$n!$

שאלה 4 (30 נקודות)

השגרה הבאה מחשבת את החזקה ה- n של x ו- n שלמים, $(n \geq 0)$:

POWER (x, n)

```

1  if  $n = 0$ 
2    then return 1
3  if  $n = 1$ 
4    then return  $x$ 
5  if  $n \bmod 2 = 0$ 
6    then return POWER ( $x * x, n/2$ )
7  else return POWER ( $x * x, n/2$ ) *  $x$ 
```

א הראו שהשורות (3) - (4) מיותרות.

ב הראו שניתן להחליף את השורה (7) בשורה

else return POWER ($x, n - 1$) * x

ג הראו שמספר פעולות הכפל מספק מידה מתאימה עבור זמן הריצה של השגרה.

ד כמה פעולות כפל מבצעת השגרה כדי לחשב את x^{62} ?

ה הראו שזמן הריצה של השגרה הוא $O(\lg n)$ (כתבו נוסחת נסיגה עבור השגרה).

ו מה קורה אם מחליפים את השורה (6) בשורה

? then return POWER (POWER ($x, 2$), $n/2$)

ז מה קורה אם מחליפים את השורה (6) בשורה

? then return POWER (POWER ($x, n/2$), 2)

ח הראו שניתן להחליף את השורה (6) בשורה

; then return POWER ($x, n/2$) * POWER ($x, n/2$)

מהו זמן הריצה אחרי שינוי זה?

ט חשבו את המספר המדויק של פעולות הכפל שהשגרה מבצעת.

רמז: התבוננו בייצוג הבינרי של n .

י הראו שניתן לחשב את x^{62} בעזרת 8 פעולות כפל בלבד.

יא כתבו גרסה איטרטיבית של השגרה הנתונה.

שאלה 5 (15 נקודות)

נתונות שתי רשימות של מספרים ממשיים, S בת m איברים ו- T בת n איברים; בנוסף נתון מספר

ממשי z . כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים $x \in S$, $y \in T$, כך שמתקיים $x + y = z$.

זמן הריצה של האלגוריתם יהיה $\Theta((m + n) \cdot \lg(\min(m, n)))$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 6.4.2014

סמסטר: ב2014

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור $T(n)$ בכל אחת מנוסחאות הנסיגה שלהלן. הניחו כי $T(n)$ קבועה עבור $n = 1$ (או עבור כמה ערכים התחלתיים של n , לפי הצורך).

א' $T(n) = 3T(n/2) + n^2$

ב' $T(n) = 81T(n/3) + n^4/3 + 81n^3$

ג' $T(n) = 8T(n/2) + n^3/\lg n$

ד' $T(n) = 2T(n-1) + 1$

ה' $T(n) = T((n-1)^2) ; T(0) = 2$

שאלה 2 (20 נקודות)

פתרו את הבעיה 3-4 (עלות העברת פרמטרים) מספר הלימוד (עמוד 73).

שאלה 3 (30 נקודות)

נשנה את אופן הייצוג של הערמה: בשורש נשמור את הערך האמיתי; בכל צומת אחר נחזיק את ההפרש בין ערך אביו לבין ערכו. ייצוג זה מאפשר לבצע את הפעולה $\text{ADD-TO-KEYS}(A, c)$, המוסיפה לכל ערך ב- A את הקבוע c , בזמן $\Theta(1)$.

א' איך משתנות שגרות הערמה $(\text{BUILD-MAX-HEAP}(A), \text{MAX-HEAPIFY}(A, i))$, $\text{BUILD-MAX-HEAP}(A)$, $\text{MAX-HEAP-INSERT}(A, key)$, $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}(A)$, $\text{HEAPSORT}(A)$ עקב שינוי הייצוג?

ב' מהי השפעת השינוי על סיבוכיות השגרות האלה?

שאלה 4 (30 נקודות)

א' הוכיחו שהשגרה BUILD-MAX-HEAP מבצעת לכל היותר $2n - 2$ השוואות בין איברים.

ב' הוכיחו שניתן לבנות ערמה בינרית בת שמונה איברים בעזרת שמונה השוואות בלבד בין איברים.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 20.4.2014

סמסטר: ב2014

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (10 נקודות)

א' הפעילו את האלגוריתם QUICKSORT למיון הסדרה

$\langle 55, 3, 8, 4, 7, 1, 10, 9, 2, 10, 10, 6, 11 \rangle$

ב' הפעילו את הגרסה הדטרמיניסטית של האלגוריתם RANDOMIZED-SELECT למציאת ערך המיקום העשירי של אותה סדרה.

שאלה 2 (20 נקודות)

א' כתבו גרסה שונה של האלגוריתם STOOGESORT (בעיה 3-7) המבצעת קריאות רקורסיביות על שלושה תת-מערכים באורך $3n/4$ כל אחד. כתבו את האלגוריתם בפסידוקוד, הסבירו מדוע הוא פועל נכון, חשבו את זמן הריצה שלו במקרה הגרוע.

ב' כתבו גרסה שונה של האלגוריתם STOOGESORT (בעיה 3-7) המבצעת קריאות רקורסיביות על שלושה תת-מערכים באורך $n/2$ כל אחד. כתבו את האלגוריתם בפסידוקוד, הסבירו מדוע הוא פועל נכון, חשבו את זמן הריצה שלו במקרה הגרוע.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתבונן בגרסא שונה של מיון-מהיר, המתוארת בשורות הבאות :

```
PARTITION1 ( $A, p, r$ )
 $y \leftarrow A[p]$ 
 $i \leftarrow p$ 
 $j \leftarrow r + 1$ 
while  $i < j$ 
  do  $i \leftarrow i + 1$ 
    while  $i \leq r$  and  $A[i] < y$ 
      do  $i \leftarrow i + 1$ 
   $j \leftarrow j - 1$ 
  while  $j \geq p$  and  $A[j] > y$ 
    do  $j \leftarrow j - 1$ 
if  $i \leq r$ 
  then exchange  $A[i] \leftrightarrow A[j]$ 
exchange  $A[j] \leftrightarrow A[p]$ 
return  $j$ 
```

```
QUICKSORT1 ( $A, p, r$ )
if  $p < r$ 
  then  $q \leftarrow \text{PARTITION1} (A, p, r)$ 
    QUICKSORT1 ( $A, p, q - 1$ )
    QUICKSORT1 ( $A, q + 1, r$ )
```

קריאת ההפעלה :

QUICKSORT1 ($A, 1, \text{length}[A]$)

א' הוכיחו שהאלגוריתם ממין נכון את המערך A .

ב' אחת הבדיקות " $i \leq r$ " , " $j \geq p$ " בלולאות הפנימיות מיותרת ; איזו מהן ומדוע ?

ג' כמה השוואות מבצע האלגוריתם עבור מערך A באורך n וממין מראש?

שאלה 4 (20 נקודות)

יהיו $A[1..m]$ ו- $B[1..n]$ שני מערכים, שכל אחד מכיל רשימה ממוינת. כתבו אלגוריתם למציאת

ערך המיקום ה- k בתוך איחוד שתי הרשימות, שזמן ריצתו $O(\lg(\max(m, n)))$.

שאלה 5 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 9-2 מספר הלימוד (עמודים 161 - 162).

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 2 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 4.5.2014

סמסטר: 2014ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

מותר לעבוד בזוגות

הגדרת הפרויקט

נתאר באורח לא פורמלי אלגוריתם הממין רשימה L בת n איברים: נבחר k כלשהו ($1 < k < n$). נחלק את L ל- $(k-1)$ רשימות זרות בגודל $\lfloor n/k \rfloor$ ולרשימה נוספת, המורכבת משאר האיברים. כל עוד לא התרוקנו כל הרשימות נבצע: נמצא בכל אחת מ- k הרשימות L_i את המכסימום m_i , $i = 1, \dots, k$. האיבר הבא היוצא לפלט הוא הגדול מבין כל ה- m_i ; יהי a אינדקס הרשימה שלו. נזרוק את "הזוכה" מהרשימה L_a ונמצא ברשימה זו m_a חדש (המכסימום החדש ברשימה L_a).

מטרת הפרויקט

- מטרת הפרויקט היא לממש את האלגוריתם הזה תוך שימוש במערכים.
- (1) כל אחת מ- k הרשימות L_i תוחזק כמערך לא ממוין;
 - (2) לכל רשימה יהיה זקיף ובו יוחזק המכסימום ברשימה (המקום הראשון במערך);
 - (3) אם הזוכה הוא מהרשימה L_i , אזי הוא נמחק מ- L_i ויש למצוא ב- L_i מכסימום חדש עבור רשימה זו ולעדכן את הזקיף.

תאור הפרויקט

הפרויקט הוא מעין "מיני-מחקר", בו תיערך השוואה בין שני פתרונות לבעיית מציאת ומיון k האיברים הקטנים ביותר מתוך n איברים נתונים.

באופן תיאורטי – נתחו (בכתב יד) את זמן הריצה של האלגוריתם, כפונקציה של n ו- k .
באופן מעשי – הכניסו לאלגוריתם מונה של השוואות, והשוו בכול המקרים את כמות ההשוואות.

(1) אופן ייצוג הקלט:

הקלט ייקרא מקובץ שעליכם לבנות. יש להכניס את הקלט למערכים. בכל מקרה, n

ו- k יוגדרו בתחילת התוכנית (כקבועים).

(2) סוגי הקלטים להרצה:

יש להריץ את התכנית עם קלט של $n = 256$ איברים, עם מספר k -ים (למשש

$k = \sqrt{n}$, $k = n/2$, $k = 10$ וכן הלאה). כמו כן יש לנסות סוגי קלט שונים (ממיון

אקראי, ממיון הפוך וכדומה). על הנ"ל יש להוסיף מספר הרצות אופייניות.

יצירת הקלט:

יש לכתוב תכנית שהפלט שלה יהיה קלט כנדרש (ממיון, ממיון הפוך, אקראי). ליצירת

הקלט האקראי ניתן להשתמש בפונקציה Random מפסקל או בפונקציה `rand()` ב-

C/C++. הקובץ הנוצר יהיה הקלט לתכנית הראשית.

מסקנות:

צרפו בכתב יד מסודר את מסקנותיכם על התוצאות עבור קלטים שונים. מהו הערך העדיף

של k לדעתכם?

כתבו את התכנית ב-C, C++ או Java.

הנחיות לכתיבת הפרויקט ולהגשתו

הגשת הפרויקט היא אלקטרונית, כלומר לא מגישים דפים, אלא קבצים דרך מערכת המטלות.

יש להעלות 2 קבצים בדיוק, בפורמטים הבא: קובץ zip אחד המכיל את כל קבצי התוכנית, וקובץ WORD אחד עם הצגת תוצאות ה"מיני-מחקר" (אין להגיש קבצי pdf או תמונה!).

קבצי התוכנית – ארוזים בקובץ אחד בפורמט zip

1. מיותר לציין, שעל התוכנית לעבור הידור וקישור מלאים ולרוץ כראוי, ללא "קריסות" ושגיאות זמן ריצה. אי עמידה בדרישה זו תגרור כשלון בפרויקט. בדקו את התוכנית שלכם על מקרי קצה שונים.
2. סגנון – הקפידו על כל כללי סגנון תכנות נכון. בפרט:
 - מתן שמות משמעותיים למשתנים ולפונקציות.
 - חלוקה סבירה לקבצים ולפונקציות. למשל, אם קטע קוד חוזר על עצמו בשינויים קלים ("שכפול קוד"), יש לכתוב אותו כפונקציה. קטע קוד בעל פונקציונליות מוגדרת צריך להיכתב בפונקציה נפרדת.
 - אורך הפונקציות, כולל main, צריך להיות מוגבל. ה- main צריכה להיות מורכבת בעיקר מקריאות לפונקציות, וקצרה למדי.
 - גרריות – היכן שניתן, השתדלו לכתוב את הקוד באופן כזה שיאפשר לשנות בקלות פרמטרים או מאפיינים ספציפיים של הפרויקט.
 - הקפידו על הזחה (אינדנטציה) ראויה.
3. תיעוד - יש לכלול בקוד עצמו תיעוד באופן כזה, שגם מי שלא כתב את התוכנית יוכל להבין בקלות מה היא עושה וכיצד. הפעילו בעניין את שיקול דעתכם: אין צורך לתעד פעולות בסיסיות. יש לתעד פעולות שאינן טריוויאליות, וכן יש לרשום תיעוד ראוי בראש כל פונקציה ובראש כל קובץ.

הצגת תוצאות ה"מיני-מחקר" בקובץ WORD

אורכו של הקובץ לא יעלה על 2 עמודים. הציון על חלק זה תלוי באיכות הכתוב, ולא באורכו. עשו מאמץ להציג את הדברים בצורה מדויקת וקולעת, מבלי להשמיט פרטים או הסברים חשובים מצד אחד, אך מבלי לכלול פירוט מיותר או לא רלוונטי מצד שני.

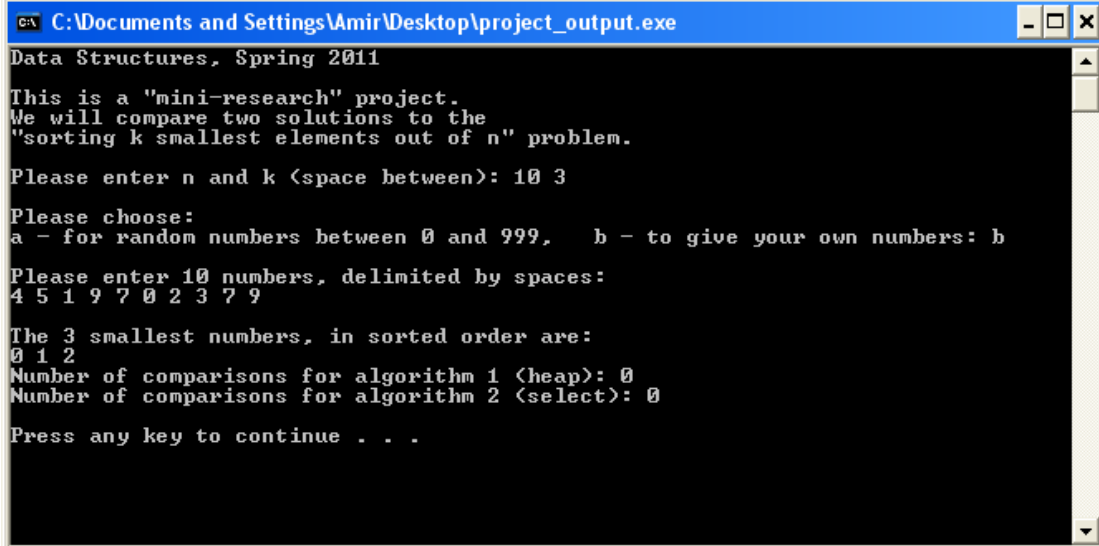
חלק זה יכלול:

- כותרת מתאימה (קולעת ואינפורמטיבית)
- תקציר (abstract) - פסקה או שתיים בתחילת המסמך, המסכמות את מטרת הפרויקט ותוצאותיו, מבלי להיכנס לפרטים. על התקציר לאפשר לקורא, שאיננו מכיר כלל את הפרויקט, להבין בכלליות ובמהירות מה מטרת הפרויקט ומה המסקנות העיקריות שלכם.
- הצגת תוצאות ההרצות בצורה ברורה ונוחה, שמאפשרת הבנה והסקת מסקנות בקלות (בחרו את הדרכים שנראות לכם מתאימות – טבלאות, עקומות, שילוב כלשהו שלהן וכו').
- התייחסות לשתי השאלות שהופיעו קודם.
- התייחסות להרצות נוספות, אם ביצעתם כאלו, והתובנות שעלו מהן, או כל התייחסות נוספת מעבר לדרישות המינימום, שנראית לכם נחוצה (חלק זה אינו חובה).

דוגמה להרצת התוכנית

על התוכנית ליצר פלט לפי דוגמת ההרצה הבאה (כמות ההשוואות המופיעה היא 0 ואיננה נכונה עבור הקלט הנתון).

שימו לב – על התוכנית לרוץ על סדרה בודדת ו- k בודד, ולהסתיים.
לצורך ביצוע המחקר תוכלו כמובן לשנות את התוכנית כך שתרוץ על כל הסדרות A-D וערכי k המוגדרים לעיל, אך התוכנית שאתם מגישים חייבת לבצע הרצה בודדת בכל פעם.



```
C:\Documents and Settings\Amir\Desktop\project_output.exe
Data Structures, Spring 2011
This is a "mini-research" project.
We will compare two solutions to the
"sorting k smallest elements out of n" problem.
Please enter n and k (space between): 10 3
Please choose:
a - for random numbers between 0 and 999, b - to give your own numbers: b
Please enter 10 numbers, delimited by spaces:
4 5 1 9 7 0 2 3 7 9
The 3 smallest numbers, in sorted order are:
0 1 2
Number of comparisons for algorithm 1 (heap): 0
Number of comparisons for algorithm 2 (select): 0
Press any key to continue . . .
```

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 18.5.2014

סמסטר: 2014ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

הוכיחו שכל אלגוריתם השוואה לחיפוש ערך במערך ממוין חייב לבצע במקרה הגרוע $\Omega(\lg n)$ השוואות.

שאלה 2 (20 נקודות)

א' הוכיחו: דרושות $n - 1$ השוואות במקרה הגרוע למציאת המכסימום של רשימה המכילה n איברים.

ב' הוכיחו: דרושות $3n$ השוואות במקרה הגרוע למציאת החציון ברשימה המכילה $2n + 1$ איברים.

שאלה 3 (10 נקודות)

הראו כיצד ניתן לממש שתי מחסניות LS, RS ודו-תור DQ באמצעות מערך אחד $A[1..n]$.
הגדירו את אוסף הפעולות המתאימות (הכנסה, מחיקה ובדיקה מצבי הגלישה והחמיקה).
הערה: ראו את תרגיל 11.1-5 עבור הגדרת ה"דו-תור".

שאלה 4 (10 נקודות)

סדרת אותיות $c_1 c_2 \dots c_n$ נקראת פלינדרום אם $c_i = c_{n-i+1}$ לכל $1 \leq i \leq \lfloor n/2 \rfloor$.
כתבו שגרה הבודקת האם סדרה נתונה $c_1 c_2 \dots c_n$ הינה פלינדרום.
רמז: השתמשו במבנה נתונים עזר.

שאלה 5 (40 נקודות)

פתרו את הבעיה 3-10 מספר הלימוד (עמודים 183-184).

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 11, 12 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 1.6.2014

סמסטר: 2014ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

פתרו את התרגיל 4-11.4 מספר הלימוד (עמוד 206).

שאלה 2 (20 נקודות)

פתרו את התרגיל 5-11.4 מספר הלימוד (עמוד 206).

שאלה 3 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 1-12 מספר הלימוד (עמוד 226).

שאלה 4 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 2-12 מספר הלימוד (עמודים 226 - 227).

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 15.6.2014

סמסטר: 2014ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

עץ חיפוש בינארי הוא עץ אדום-אדום-שחור אם הוא מקיים את התכונות של האדום-אדום-שחור:

1. כל צומת הוא אדום או שחור;
2. כל צומת עלה (NIL) הוא שחור;
3. אם צומת הוא אדום וההורה שלו גם הוא אדום, אזי שני בניו שחורים;
4. כל המסלולים הפשוטים מצומת לצאצאים עלים מכילים אותו מספר של צמתים שחורים (גובה-השחור של הצומת).

כמה צמתים פנימיים שגובה-השחור שלהם k קיימים לכל היותר בעץ אדום-אדום-שחור המכיל n צמתים? כמה קיימים לכל הפחות?

שאלה 2 (20 נקודות)

- א' תארו את התנאים שחייבים להתקיים כדי שגובה-השחור של עץ אדום-שחור יגדל בעקבות פעולת הכנסת מפתח חדש.
- ב' תארו את התנאים שחייבים להתקיים כדי שגובה-השחור של עץ אדום-שחור יקטן בעקבות פעולת מחיקת מפתח נתון.

שאלה 3 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S ומפתחותיהם לא בהכרח שונים זה מזה):

- $SEARCH(S, k)$: חיפוש אחר המפתח k במבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $INSERT(S, k)$: הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $MAX-FREQ-KEY(S)$: החזרת המפתח בעל השכיחות המכסימלית; זמן הריצה: $O(1)$;
- $DELETE-OLD(S, k)$: מחיקת האיבר הוותיק ביותר בעל המפתח k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $DELETE-NEW(S, k)$: מחיקת האיבר החדש ביותר בעל המפתח k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $MAX-TIME-GAP(S)$: החזרת מפתח האיבר שעבורו ההפרש בין זמן הכנסתו לבין זמן הכנסת הקודם הוא מכסימלי; S ; זמן הריצה: $O(1)$.

הערה: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.

שאלה 4 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S ומפתחותיהם לא בהכרח שונים זה מזה):

- $BUILD(S)$: בניית המבנה S מסדרה **ממוינת** של n מפתחות; זמן הריצה: $O(n)$;
- $INSERT(S, k)$: הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $DEL-MAX-FREQ(S)$: מחיקת המפתח הוותיק ביותר בעל השכיחות המכסימלית; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $DELETE-OLD(S, k)$: מחיקת האיבר הוותיק ביותר בעל המפתח k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $INCREASE-KEY(S, p, d)$: הוספת הערך d למפתח האיבר שאליו מצביע p ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערה: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.

מטלת מנחה (ממ"ן) 18

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 6.7.2014

סמסטר: 2014ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה

מותר לעבוד בזוגות

מבוא

בפרויקט זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++, שתפקידה לנהל בית מלאכה לאריזת מתנות. במלאי שלנו קופסאות בעלות בסיס ריבועי (לא בהכרח קוביות). לכל קופסה ידועים צלע הבסיס *side* והגובה *height*. כאשר מגיעה בקשה לאריזת מתנה, הלקוח יודע את ממדי הקופסה הקטנה ביותר שמתאימה למתנה; אבל אנחנו נספק לו מהמלאי שלנו את הקופסה בעלת הנפח המינימלי המתאימה למתנה. המשימה שלנו היא לתכנן מבנה נתונים לניהול מלאי הקופסאות; המבנה חייב לתמוך בפעולות הבאות:

INSERTBOX(*side*,*height*): הוספת קופסה בממדים הנתונים;

REMOVEBOX(*side*,*height*): הוצאת קופסה בממדים הנתונים;

GETBOX(side, height) : החזרת ממדי הקופסה בנפח מינימלי שצלעה לפחות side וגובהה לפחות height ;

CHECKBOX(side, height) : בדיקה האם קיימת במלאי קופסה המתאימה למתנה.

הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים **יעיל ככל האפשר**, כך שבעקבות הודעה חדשה על לקוח שקנה מתנה, ניתן יהיה לבצע בצורה יעילה את השינוי הנדרש על מבנה הנתונים. כמו-כן, נדרש שהתשובות לשאילתות יוכלו להינתן ביעילות.

הערה: אין צורך לבדוק את חוקיות הקלט. ההנחה היא כי הקלט חוקי.

עליכם להדפיס שורות קלט, לבצע את הפעולות המתאימות ולהדפיס שורות פלט.

צורת הפלט

יש להדפיס כל שינוי בצורה ברורה ומדויקת.

יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ולאחריה את התשובה עליה.

יעילות

הפרמטרים של הבעיה הם מספר ערכי הצלעות m ומספר ערכי הגבהים n .

ביצוע הפעולות השונות צריך להיות יעיל כפונקציה של m ו- n .

הרצה

הריצו את התכנית על שתי סדרות של 20 מתנות לפחות.

תיעוד

תעדו את התכנית בהתאם לכתוב בסעיף "הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה" בחוברת הקורס.

תארו את מבנה הנתונים והסבירו איך מתבצעת כל פעולה.

נתחו את זמן הביצוע של כל פעולה כפונקציה של m ו- n .

דרישה נוספת

צרפו את דיונכם בסיבוכיות האלגוריתמים השונים שבהם התכנית משתמשת.