מס' שאלון - 511

הפתוחה	האוניברסיטה	æ
וופונוווו	וואוניבו טיטוו	S

82

רשום את כל תשע הספרות

בפברואר 2013

מס' מועד		מסטר 2013א
		20585 / 4
מספר התלמיד הנבחן בשות את כל תושו הספרות	שאלון בחינת גמר	

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 4 עמודים

# מבנה הבחינה:

כ"ד בשבט תשע"ג

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

	חומר עזר:
	כל חומר עזר מותר בשימוש. השימוש במחשב נישא ו/או כף יד אסור בשימוש.
בהצלחה !!!	
	החזירו למשגיח את השאלון

# שאלה 1 (כל סעיף 10 נקודות)

במצב המקבל , $q_{
m accept}$  לסיים במצב המקבל, לסיים מילת קלט א, לסיים במצב המקבל, לסיים במצב הזורה, לסיים במצב הדוחה או לא לעצור.

 $\pm$ למכונת טיורינג M, נגדיר את השפות הבאות

. מסיימת במצב המקבל: Acc(M)

. הדוחה במצב מסיימת שעליהן M מסיימת המילים הדוחה Rej(M)

. א עוצרת אליהן שעליהן המילים Loop(M)

לכל אחת מן הטענות הבאות, קבעו האם הטענה נכונה או לא, והוכיחו את קביעתכם.

- א. לכל מכונת טיורינג M, אם השפה Acc(M) היא שפה כריעה, אז השפה Rej(M) היא שפה כריעה.
  - ב. לכל מכונת טיורינג M, אם השפה Loop(M) היא שפה מזוהה-טיורינג, אז היא שפה כריעה.

## שאלה 2 (כל סעיף 10 נקודות)

 $:UNION ext{-}ALL_{ ext{TM}}$  נגדיר את השפה

UNION-ALL<sub>TM</sub> =  $\{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are TMs with the same input alphabet } \Sigma \text{ and } L(M_1) \cup L(M_2) = \Sigma^* \}$ 

מילה  $<M_1,\,M_2>$  שייכת לשפה, אם  $M_1$  ו- $M_2$  הן מכונות טיורינג, והאיחוד של השפות שהן מזהות מילה  $<M_1,\,M_2>$  הוא שפת כל המילים מעל אלפבית הקלט  $\Sigma$  של המכונות.

- $A_{\rm TM} \leq_{
  m m} UNION\text{-}ALL_{
  m TM}$  (הראו:  $UNION\text{-}ALL_{
  m TM}$  ל-  $A_{
  m TM}$  ל-
- $(ALL_{\rm TM} \leq_{
  m m} UNION ALL_{
  m TM}:$ ב. הציגו רדוקצית מיפוי של  $ALL_{
  m TM}$  ל $ALL_{
  m TM} = \{ < M > \mid M ext{ is a TM } and \ L(M) = \Sigma^* \}$

תארו כל אחת מן הרדוקציות, הראו שהיא ניתנת לחישוב, והוכיחו שהיא תקפה.

# שאלה 3 (כל סעיף 5 נקודות)

.(NP  $\cap$  coNP  $\neq$  P) P שונה מן המחלקה NP  $\cap$  coNP שונה מוכח שיוכח שיוכח

ביחס לכל אחת מן הטענות הבאות, עליכם לקבוע האם **בהכרח** היא תהיה נכונה, ולנמק בקצרה את קביעתכם.

- .P-שלמה L, השפה המשלימה ל-L) לא שייכת ל-P-שלמה ל-M.
  - P- שלא שייכות ל- P- שלא P- ב. יש שפות ב-P
- . עפה NP שלמה. (L) היא שפה -NP שלמה. L, גם השפה המשלימה ל-NP שלמה.
- . הזו. אייכת למחלקה  $NP \cap coNP$ , והמשלימה שלה L ששייכת למחלקה ד. יש

#### שאלה 4

תזכורת: השפה HAMPATH היא שפה NP שלמה.

 $HAMPATH = \{ < G, s, t > \mid G \text{ is a directed graph with a Hamiltonian path from } s \text{ to } t \}$  נגדיר את השפה G, אם G מילה G מילה G שייכת ל-G, אם G שני ב-G, ויש ב-G שני צמתים G שני ביניהם קשת, ואם נוסיף את הקשת G שני G של G ביניהם G הייה ב-G מסלול המילטון מ-G ל-G.

 $\sim$ שלמה: NP היא שפה ALMOST-HP היא שפה

אפשר לבנות מאמת בעל זמן ריצה פולינומיאלי לשפה:

הקלט למאמת יהיה (בנוסף לגרף G ולצמתים e שיש להוסיף ורשימה של הקלט למאמת יהיה (בנוסף לגרף הקלט למחל מ-s ל-t.

המאמת הנתונה אכן מהווה מסלול e לא נמצאת ב-G, ושרשימת הקשתות הנתונה אכן מהווה מסלול המילטון t-t (לאחר ההוספה של הקשת t-t). אם כן, הוא יקבל. אם לא, הוא ידחה.

ALMOST-HPל-HAMPATH אפשר להראות בזמן פולינומיאלי של

 $. <\!\! G', v,t\!\! >$  מוסיפים לגרף G' מחזירים את .v נקרא נקרא לגרף מוסיפים לגרף צומת חדש .v נקרא ליעום בזמן פולינומיאלי.

הרדוקציה תקפה: אם יש ב-G מסלול המילטון מ-s ל-t, אז אם נוסיף ל-G את הקשת הרדוקציה תקפה: אם יש ב-G מסלול המילטון מ-t ל-t. אם אין ב-G מסלול המילטון מ-t ל-t מסלול המילטון מ-t ל-t ב-t.

מה לא בסדר בהוכחה הזו! הסבירו היטב מה השגיאה בהוכחה.

### שאלה 5

 $.PATH = \{ < G, s, t > \mid G \text{ is a directed graph that has a directed path from } s \text{ to } t \}$  נגדיר את השפה הבאה:

 $MAJORITY-PATH = \{ \langle G, a, b \rangle \mid G = (V, E) \text{ is a directed graph; }$ 

G has a path P from a to b; more than half of the edges of E belong to P}

G, מילה G שייכת לשפה G הוא גרף מכוון, אם G הוא גרף מכוון, G הם צמתים ב-G, אולה G שייכות לשפה G כך שיותר ממחצית הקשתות של G שייכות למסלול G ב-G מסלול ממחצית הקשתות של G ב-G מסלול G ב-G מסלול G ב-G ב-G מסלול G ב-G ב-G מסלול G ב-G ב-G ב-G ב-G מסלול G ב-G ב-G

הוכיחו: PATH ניתנת לרדוקציית מקום לוגריתמי ל- MAJORITY-PATH.

 $.(PATH \leq_{L} MAJORITY-PATH)$ 

תארו את הרדוקציה, הוכיחו שהיא תקפה, והראו שהיא ניתנת לחישוב במקום לוגריתמי.

### שאלה 6

.4 בשאלה ALMOST-HP בשאלה של בהגדרה של

הוכיחו: אם יש אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי להכרעת השייכות לשפה ALMOST-HP, אז אפשר לבנות בעזרתו אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי לבעיה הבאה (של מציאת הקשת):

tו s ושני צמתים G ו-tו

הפלט: קשת (u, v) שלא נמצאת ב-G, ואם מוסיפים אותה ל-G, יהיה בגרף המתקבל מסלול הפלט: קשת (t, t) אם לא קיימת קשת כזו, מוחזר "לאי".

הדרכה: האלגוריתם יקרא מספר פולינומיאלי של פעמים לאלגוריתם ההכרעה של ALMOST-HP. כל פעם עם קלט אחר. (אלגוריתם ההכרעה עונה רק ייכןיי או יילאיי על הקלט שלו).

מחפשים מסלול המילטון מs ל-t. יש דרך לדאוג לכך שתהיה חסרה קשת אחת במסלול כזה.

אינכם רשאים להניח שגם לשפה HAMPATH (או לכל שפה שלה רשאים להניח שגם לשפה אחרת) אינכם רשאים למנומיאלי. אפשר להשתמש רק בנתון שלשפה ALMOST-HP יש אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי.