



מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות



9999999999

האוניברסיטה
הפתוחה



ס"ו בתמוז תשע"ה

מס' שאלון - 449

2

ביולי 2015

סמסטר 2015ב

20407 / 4

מס' מועד 83

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.
כל שאלה מזכה ב - 25 נקודות.

הנחיות:

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . אסור מחשבון
אסור בשימוש כל מכשיר שבאמצעותו אפשר להתחבר לאינטרנט
או לאצור מידע לרבות מחשב נישא ו/או טאבלט.

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה

בהצלחה !!!



אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
יש להתחיל כל תשובה בעמוד חדש (או לפחות להשאיר 5 שורות בין תשובות לשאלות שונות).
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

שאלה 1

15 נק' א. נתון מערך $A[1..n]$ ממוין של שלמים שונים זה מזה.
כתבו אלגוריתם המחפש אינדקס i כך שיתקיים $A[i] = i - 1$. השגרה תחזיר את i אם הוא קיים, או 0 אחרת; זמן הריצה הנדרש שלה הוא $O(\lg n)$. השגרה תיכתב בפסידוקוד.
10 נק' ב. פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = 2T(n/2) + n / \lg n$$

שאלה 2

נתון מערך של מספרים $A[1..n]$. אנו מציעים גרסה של האלגוריתם מיון-מהיר הפועלת באופן הבא: לפני כל קריאה לשגרת החלוקה עבור תת-מערך באורך m , מחליפים בין $\lceil m/2 \rceil$ האיברים הראשונים לבין $\lfloor m/2 \rfloor$ האיברים האחרונים.

12 נק' א. מהו זמן הריצה של תהליך המיון החדש אם המערך הנתון ממוין בסדר עולה?

13 נק' ב. מהו זמן הריצה של תהליך המיון החדש אם המערך הנתון הינו $A = [2, 4, \dots, 2n, 1, 3, \dots, 2n-1]$?

שאלה 3

15 נק' א. הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים

(n מציין את מספר האיברים של S ; הניחו שמפתחות המבנה הם מספרים):

PUSH(S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k ל- S ; זמן הריצה $O(1)$;

POP(S): מחיקת האיבר שנכנס אחרון מהמבנה S ; זמן הריצה $O(1)$;

MIN(S): החזרת המפתח המינימלי של S ; זמן הריצה $O(1)$;

ADD(S, d): הוספת הערך הממשי d לכל איברי המבנה S ; זמן הריצה $O(1)$.

10 נק' ב. האם ניתן להחליף את הפעולה MIN(S) בפעולה DEL-MIN(S): מחיקת האיבר

בעל המפתח המינימלי של S ; זמן הריצה $O(1)$?

הסבירו את תשובתכם.

שאלה 4

נתון עץ חיפוש בינרי C שבו מאוחסנים המפתחות $\{1, 2, \dots, n\}$; נניח שצורתו שרשרת ליטארית של בנים שמאליים (המפתח n בשורש, וכל מפתח i בבן השמאלי של הצומת בעל המפתח $i+1$, $i = 1, \dots, n-1$). ברצוננו להפוך את העץ C לעץ חיפוש בינרי מאוזן T , באמצעות פעולות סיבוב ימניות ושמאליות של עצי חיפוש בינריים בלבד. נתון בנוסף כי $n = 2^{k+1} - 1$, $k \geq 0$ (זה מאפשר לבנות את T כעץ מאוזן מושלם).

(15 נק') א. תארו את בניית העץ T במקרה $k = 2$, כלומר, $n = 7$.

(10 נק') ב. הרחיבו את תאור הבנייה למקרה הכללי.

הכוונה: התחילו במציאת אותו צומת של C , העומד להפוך לשורש של T .

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת (n מציין את מספר המפתחות השונים זה מזה; המספר הכולל של מפתחות יכול להיות גדול יותר):

INSERT(S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, k): מחיקת אחד האיברים בעלי המפתחות k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

INCREASE(S, k, Δ): הגדלת המפתח k בכמות $\Delta > 0$ (עבור כל האיברים בעלי אותו מפתח k);

זמן הריצה: $O(\lg n)$;

LAST-FREQ(S): החזרת שכיחות המפתח k הנכנס אחרון למבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

MODE(S): החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר; זמן הריצה: $O(1)$.

הערה: מבנה הנתונים יכול להיות מורכב ממספר מבנים יסודיים.

בהצלחה!