

מספר התלמיד הנבחן  
רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה  
הפתוחה



הדבק כאן את  
מדבקת הנבחן

כ"ג באלול תשע"ט

מס' שאלון - 437 23  
בספטמבר 2019

סמסטר 2019 ג

מס' מועד 84

20290 / 4

שאלון בחינת גמר

20290 - אלגוריתמיקה: יסודות מדעי המחשב

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 4 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות מתוכן.

יש לכתוב את הבחינה בעט.

#### חומר עזר:

חומר הלימוד של הקורס (ספר הלימוד, מדריך הלמידה,  
חוברת הקורס) ושני דפי A4 כתובים משני הצדדים.  
יש לכתוב את הבחינה בעט. מותרות הערות בכתב יד, על גבי הספרים.  
אין להכניס חומר מודפס או כל חומר אחר מכל סוג שהוא.

בהצלחה !!!

#### אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה

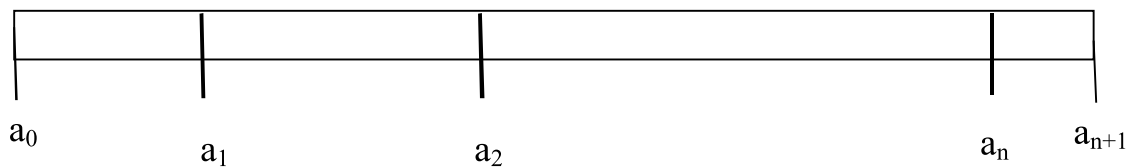


## שאלה 1 (20 נקודות)

במפעל לעיבוד שבבי יש מכונה לחיתוך מוטות אלומיניום. על המכונה לחתוך כל מוט ב- $n$  נקודות שנקבעו מראש, כאשר העלות של כל פעולת חיתוך שווה לאורך המוט בזמן שבו מבוצעת פעולת החיתוך.

לדוגמה, נניח שהמוט שיש לחתוך הוא באורך יחידה ועל המוט יש שני סימונים בנקודות  $1/5$  ו- $3/5$ . כדאי לבצע את החיתוך הראשון בנקודה  $3/5$  ואת החיתוך השני בנקודה  $1/5$ . העלות הכוללת תהיה:  $1 + 3/5 = 1.6$ .

נסמן את  $n$  הנקודות שעל המוט ב-  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ונסמן את קצות המוט ב-  $a_0$  ו-  $a_{n+1}$ . המוט נראה אפוא כך:



השאלה בה נדון כאן היא באיזה סדר צריך לבצע את החיתוכים, כך שהעלות הכוללת תהיה מינימלית.

(4 נק') א. נתון מוט באורך יחידה שהסימונים עליו הם בנקודות  $1/4$ ,  $1/2$ ,  $3/4$ . מהי העלות הכוללת המינימלית של ביצוע החיתוכים האלה?

(10 נק') ב. נגדיר ב-  $\text{Cost}(a_i, a_j)$  את העלות המינימלית של ביצוע כל החיתוכים בין הנקודות

$a_i$  ו-  $a_j$ . כלומר, העלות הכוללת המינימלית היא  $\text{Cost}(a_0, a_{n+1})$ .

הנוסחה הרקורסיבית לחישוב  $\text{Cost}(a_i, a_j)$  היא:

$$\text{Cost}(a_i, a_j) = a_j - a_i + \min_{i < k < j} [\text{Cost}(a_i, a_k) + \text{Cost}(a_k, a_j)]$$

הסבירו את הנוסחה. מהו תנאי העצירה של הנוסחה?

(6 נק') ג. האם לדעתכם כדאי "לתרגם" את הנוסחה לאלגוריתם רקורסיבי או לאלגוריתם תכנון דינמי? נמקו את תשובתכם.

## המשך הבחינה בעמוד הבא

### שאלה 2 (20 נקודות)

- א. (14 נק') כתבו אלגוריתם, הקורא מהקלט  $N$  תווים מעל  $\{a, b\}$  ומחזיר את מספר הרצפים של התו 'a'.
- הניחו שהתו הראשון והתו האחרון הם 'b'.
- למשל, במחרוזת baabaaabbabab יש 4 רצפים של 'a'.
- ב. (6 נק') הסבירו מדוע האלגוריתם שכתבתם הוא נכון.

### שאלה 3 (20 נקודות)

- א. (6 נק') מצאו השמה מספקת עבור הפסוק הבא:
- $$(A \vee B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (B \vee C)$$
- ב. (14 נק') נניח שקיימת שגרה המסוגלת לבדוק בזמן פולינומי אם פסוק נתון בתחשיב הפסוקים הוא ספיק.
- הראו כיצד אפשר להשתמש בשגרה זו כדי **למצוא** השמה מספקת לפסוק נתון בזמן פולינומי.

### שאלה 4 (20 נקודות)

- א. (10 נק') כתבו אלגוריתם המקבל מספר טבעי **אי-זוגי**, ובודק אם אפשר לייצג את המספר כסכום של שלושה מספרים ראשוניים. מותר להשתמש באלגוריתם AKS כשגרת-עזר לבדיקת ראשוניות.
- הערה: מומלץ להתייחס בנפרד לאפשרות שהמספר 2 מופיע בסכום.
- נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם כפונקציה של מספר הקלט  $x$ .
- ב. (10 נק') על-פי **השערת גולדבך האי-זוגית** אפשר לייצג כל מספר אי-זוגי גדול מ-5 כסכום של שלושה מספרים ראשוניים.
- למשל:  $7 = 2 + 2 + 3$ ,  $9 = 2 + 2 + 5$ ,  $41 = 11 + 13 + 17$
- הראו כיצד אפשר להוכיח או להפריך את ההשערה באמצעות אורקל לבעיית העצירה.

### המשך הבחינה בעמוד הבא

### שאלה 5 (20 נקודות)

נדון בבעיית סיכום המשכורות – סיכום רשימה באורך  $N$  של משכורות.

(4 נק') א. מהו החסם התחתון על זמן הריצה של אלגוריתם סדרתי לבעיה? נמקו את תשובתכם.

(6 נק') ב. בספר הלימוד מתואר אלגוריתם מקבילי לפתרון הבעיה המשתמש ב-  $N/2$  מעבדים.

נתחו את סיבוכיות זמן הריצה וסיבוכיות המכפלה של האלגוריתם כאשר  $N$  הוא חזקה שלמה של 2.

איך אפשר להתאים את האלגוריתם למקרה ש- $N$  איננו חזקה שלמה של 2?

(10 נק') ג. הציעו אלגוריתם מקבילי המשתמש במספר קטן יותר (אסימפטוטית) של מעבדים, ופותר את הבעיה באותה סיבוכיות זמן.

### שאלה 6 (20 נקודות)

**בעיית הקליקה** היא הבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  ומספר טבעי  $k$

השאלה: האם קיימת בגרף  $G$  קליקה בגודל  $k$ ?

פרופ' כלומסקי הציע את האלגוריתם הבא לפתרון בעיית הקליקה:

(1) עבור בצורה שיטתית על כל התת-קבוצות בגודל  $k$  של  $V$ :

(1.1) אם התת-קבוצה הנוכחית היא קליקה, אז הדפס "כן" ועצור.

(1.2) אחרת, עבור לתת-קבוצה הבאה;

(2) הדפס "לא" ועצור.

פרופסור כלומסקי טוען, שזמן הריצה של האלגוריתם הוא פולינומי, ומכך נובע שמתקיים  $P = NP$ .

האם הפרופסור צודק? נתחו במדויק את זמן הריצה של האלגוריתם והתייחסו לשני החלקים בטענתו של הפרופסור.

**בהצלחה!**