ממ"ן 13 – פתרון שאלה 4

א' <u>צריך להוכיח</u>: אם אפשר למצוא את החציון של סדרה בעלת n איברים ב- $T(n)$ השוואות,

אז אפשר לבצע חצייה של הסדרה ב- $T(n)+n-1$ השוואות.

<u>הוכחה</u>: נבצע חצייה של הסדרה באופן הבא:

נמצא את החציון ואחר-כך נשווה אליו כל אחד מ- $n-1$ האיברים האחרים בסדרה.

איבר שקטן מהחציון יוכנס ל- S_1 ואיבר שגדול מהחציון יוכנס ל- S_2. החציון עצמו יוכנס ל- S_1.

מכיוון שהחציון הוא האיבר ה- $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ בסדרה, ב- S_1 יהיו $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ איברים וב- S_2 יהיו $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ איברים.

בגלל האופן שבו בנינו את S_1 ו- S_2 ברור שלכל $x \in S_1$ ו- $y \in S_2$ מתקיים $x < y$.

מספר ההשוואות הכולל שבצענו הוא $T(n)+n-1$, כנדרש.

ב' <u>צריך להוכיח</u>: אם סדרה בעלת n איברים ניתנת לחצייה ב- $T(n)$ השוואות,

אז אפשר למצוא את החציון של הסדרה ב- $T(n)+\lceil n/2 \rceil-1$ השוואות.

<u>הוכחה</u>: נמצא את החציון של הסדרה באופן הבא:

נבצע חצייה של הסדרה ואחר-כך נמצא את המקסימום ב- S_1. מכיוון שב- S_1 יש $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ איברים

ולכל $x \in S_1$ ו- $y \in S_2$ מתקיים $x < y$, אז המקסימום של S_1 הוא האיבר ה- $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ בגודלו;

כלומר, זהו החציון של הסדרה.

מספר ההשוואות הכולל שבצענו הוא $T(n)+\lceil n/2 \rceil-1$, כנדרש.