

פתרון שאלות בממ"ן 11 סמסטר 2015

שאלה 3

- א. הראש הראשון יהיה אחראי על מציאת ה-0-ים במילה. הראש השני יהיה אחראי על מציאת ה-1-ים במילה.
- הראש הראשון ינוע על המילה משמאל לימין. בכל פעם שהוא יקרא שני 0-ים, ינוע הראש השני משמאל לימין עד שהוא יקרא 1 אחד.
- אם בשלב כלשהו הראש הראשון מוצא רק 0 אחד, דוחים את המילה.
- אם הראש השני בתורו לא מוצא 1-ים, דוחים את המילה.
- אם הראש הראשון לא מוצא 0-ים, הראש השני יחפש 1-ים. אם הוא ימצא, דוחים את המילה; אם הוא לא ימצא, מקבלים את המילה.
- ב. הרעיון: מרחיבים את האלפבית, כך שלכל סמל γ באלפבית הסרט Γ יהיו 2^k סמלים באלפבית של המכונה החדשה (סך הכל, $|\Gamma| \cdot 2^k$ סמלים).
- כל סמל באלפבית של המכונה החדשה יציין מהי האות γ שנמצאת בסרט של המכונה המקורית, ומי מ- k הראשים של המכונה המקורית נמצא במיקום הזה בסרט.
- כדי לחקות צעד של המכונה מרובת הראשים על-ידי מכונה עם ראש יחיד, מביאים את הראש של המכונה בעלת הראש היחיד אל תחילת הסרט. הראש נע משמאל לימין, עד שהוא עובר על המיקום של כל k הראשים של המכונה מרובת הראשים. בעזרת מצבי המכונה זוכרים איזה סמל רואה כל אחד מ- k הראשים. לאחר מכן חוזרים לתחילת הסרט ונכנסים לתהליך של עדכון, שבו עוברים שוב על הסרט משמאל לימין, ומבצעים את העדכונים הנדרשים.

שאלה 4

- הרעיון: מהמצב ההתחלתי מאפשרים כתיבה של 0 אחד או של שני 0-ים (בעזרת מצב נוסף) והגעה למצב המקבל.
- באופן אי-דטרמיניסטי מאפשרים גם כניסה למסלול חישוב שבו כותבים שני 0-ים, והופכים אותם ל- x -ים. לאחר מכן הופכים את כל ה- x -ים הכתובים ל-0-ים, ועל כל x שהופכים ל-0, כותבים 0 אחד נוסף (מימין למילה). כך מכפילים את מספר ה-0-ים.
- כאשר התהליך הזה מסתיים, מגיעים למעבר אי-דטרמיניסטי שמאפשר כניסה למצב המקבל, או הפיכת כל ה-0-ים ל- x -ים וחזרה על התהליך.
- אפשר לבנות מכונה עם 7 מצבים.

שאלה 5

מכונה עם סרט אינסופי בשני הכיוונים יכולה לחקות את פעולתה של מכונה עם סרט אינסופי בכיוון אחד:

תהי M_1 מכונה עם סרט אינסופי בכיוון אחד. נבנה מכונה M_2 עם סרט אינסופי בשני הכיוונים שתחקה את פעולתה של M_1 :

בתחילת פעולתה M_2 תרשום משמאל לקלט סמל מיוחד שלא שייך לאלפבית של M_1 . סמל זה נמצא בריבוע שמשמאל לריבוע ההתחלתי של M_1 .

לאחר מכן M_2 תחזור לתחילת הקלט, ותפעל כמו M_1 .

לכל מצב q , נוסף בפונקצית המעברים את הטיפול בסמל המיוחד: כאשר נמצאים במצב q וקוראים את הסמל המיוחד, כותבים את הסמל המיוחד, הראש הקורא-כותב נע ימינה, ונשארים במצב q .

הסבר: אם קוראים את הסמל המיוחד, אז M_1 ניסתה לנוע אל משמאל לריבוע ההתחלה. במקרה כזה ב- M_1 לא מתבצעת תנועה של הראש הקורא-כותב. לכן הראש של M_2 נע ימינה אל ריבוע ההתחלה של M_1 (ונשארים במצב q).

מכונה עם סרט אינסופי בכיוון אחד יכולה לחקות את פעולתה של מכונה עם סרט אינסופי בשני הכיוונים:

תהי M_2 מכונה עם סרט אינסופי בשני הכיוונים. נבנה מכונה M_1 עם סרט אינסופי בכיוון אחד שתחקה את פעולתה של M_2 :

בתחילת פעולתה M_1 תזיז את הקלט ריבוע אחד ימינה, תרשום משמאל לקלט (בריבוע ההתחלתי) סמל מיוחד שלא שייך לאלפבית של M_2 , ומימין לקלט סמל מיוחד נוסף שלא שייך לאלפבית של M_2 . כך נוצר מצב שהקלט נמצא בין שני סמלים מיוחדים. נקרא להם הסמן השמאלי והסמן הימני.

לאחר מכן M_1 תחזור לתחילת הקלט, ותפעל כמו M_2 , אבל תדאג לכך שהחלק של הסרט שבו ביקרנו עד עתה יהיה תמיד בין הסמן השמאלי והסמן הימני.

לשם כך מוסיפים לפונקצית המעברים את הטיפול בשני הסמלים המיוחדים:

לכל מצב q , אם המכונה נמצאת ב- q וקוראים את הסמל המיוחד הימני, אז עוברים לקבוצת מצבים שמזיזה את הסמן הימני ריבוע אחד ימינה, כותבת במקומו סימן רווח, וחוזרת למצב q כאשר הראש הקורא-כותב נמצא על הרווח שכתבנו.

הסבר: אם הגענו לסמן הימני, אז M_2 נעה ימינה אל ריבוע שאף פעם לא ביקרנו בו. לכן בריבוע זה צריך להיות סימן רווח. אנו מזיזים את הסמן הימני ריבוע אחד ימינה, וכותבים במקומו רווח. בכך הרחבנו את שטח העבודה בריבוע אחד (מצד ימין).

לכל מצב q , אם המכונה נמצאת ב- q וקוראים את הסמל המיוחד השמאלי, אז עוברים לקבוצת מצבים שמזיזה את הסמן הימני ואת כל התוכן שבין שני הסמנים ריבוע אחד ימינה. (את הסמן השמאלי לא מזיזים). בריבוע שמימין לסמן השמאלי כותבים סימן רווח, וחוזרים למצב q כאשר הראש הקורא-כותב נמצא על הרווח שכתבנו.

הסבר : אם הגענו לסמן השמאלי, אז M_2 נעה שמאלה אל ריבוע שאף פעם לא ביקרנו בו. לכן בריבוע זה צריך להיות סימן רווח. אנו מזיזים את כל התוכן שמימין לסמן השמאלי ריבוע אחד ימינה, וכותבים במקום שנוצר (מימין לסמן השמאלי) רווח. בכך הרחבנו את שטח העבודה בריבוע אחד (מצד שמאל).

שאלה 6

- א. אם E מגיע אי פעם למצב q_{halt} , אז השפה שהוא מונה היא **סופית**. (היא כוללת את כל המילים שהודפסו עד שהוא הגיע ל- q_{halt} . מספר המילים האלה סופי).
 כל שפה סופית היא כריעה. (כל שפה סופית היא רגולרית).
- ב. אם E לא מגיע אף פעם למצב q_{halt} , אי אפשר להסיק מכך שהשפה שהוא מונה איננה כריעה.
דוגמה : אפשר לבנות מונה לשפה $0^n 1^n$. זו שפה כריעה. מכיוון ששפה זו איננה סופית, המונה לא יגיע אף פעם למצב q_{halt} .