שאלה 1 (20 נקודות)

(10 נקי) א. כתבו אלגוריתם המקבל מצביע לעץ בינרי ומחזיר את מספר העלים בעץ.

(10 נקי) ב. כתבו אלגוריתם המקבל מצביע לעץ בינרי ומחזיר את מספר העלים בעץ שעומקם אוגי. $- \circ$

1 - 0

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון מערך A המכיל n מספרים. כתבן אלגוריתם מהיר ככל האפשר, הבודק אם קיים במערך איבר המופיע יותר מעשר פעמים. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם שכתבתם והוכיחו את נכונותו.

23 M) = 10

שאלה 3 (20 נקודות)

: נתבוגן בבעיה הבאה

. מספרים שלמים s של S הקלט לבעיה: הקלט

י שווה לאפס בה שווה איברים אסכום S השאלה לא ריקה תת-קבוצה לא ריקה של S השאלה תת-קבוצה לא היימת האיברים בה שווה לאפס אחרים שהבעיה היא NP-שלמה.

רמז: השתמשו ברדוקציה מבעיית החלוקה. (תזכורת: הקלט לבעיית החלוקה הוא קבוצת מספרים טבעיים; יש לקבוע האם קיימת חלוקה של הקבוצה לשתי תת-קבוצות זרות ומשלימות כך שסכום המספרים בשניה.)

שאלה 4 (20 נקודות)

הערה (comment) בשפת Free Pascal מורכבת מטקסט כלשהו המופיע בין סוגריים מסולסלים או בין סוגריים רגילים וכוכביות.

: Free Pascal למשל, שתי המחרוזות הבאות הן הערות חוקיות בשפת

{My program is a great one}
(*This procedure sorts the input array*)

א. בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי המזהה הערות חוקיות בשפת Free Pascal. הניחו (5 נקי) א. בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי לפחות תו אחד.

(10 נקי) ב. בשפת Free Pascal מותר לכתוב גם הערה מקוננת (כלומר, הערה בתוך הערה). בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי המזהה מחרוזות המכילות הערה מקוננת. הניחו שההערה המקוננת חייבת להכיל לפחות תו אחד וגם ההערה הראשית מכילה לפחות תו אחד בנוסף להערה המקוננת.

התייחסו בסעיף זה רק להערות מהסוג הראשון – הערות המופיעות בתוך סוגריים מסולסלים.

ג. האם אפשר לדעתכם לבנות אוטומט סופי דטרמיניסטי שיזהה הערות בשפת 5) גו האם אפשר לדעתכם לבנות אוטומט סופי דטרמיניסטי שיזהה הערות בשפת Free Pascal

3

20290 / 94 - 2013N

שאלה 5 (20 נקודות)

נתונים n מחשבים המחוברים ביניהם ברשת. כל אחד מהמחשבים רוצה לשדר הודעה למחשבים האחרים, אולם בכל רגע נתון רק שידור של מחשב אחד יכול להיקלט (אם שני מחשבים או יותר ישדרו בו-זמנית, השידור לא ייקלט).

: נניח שכל אחד מהמחשבים פועל על-פי הפרוטוקול הבא

- $\chi < \frac{1}{2}$;[0..1] הגרל מספר אקראי x בתחום (1); אט x < 1/n אז שדר:
- (3) אחרת המתן עד למחזור השידור הבא וחזור לשורה (1).
- ישדר במחזור הזמן הראשון! i-3 נקי) א. מהו הסיכוי שהמחשב ה
- (5 נקי) ב. מהי תוחלת מספר המחשבים שישדרו במחזור הזמן הראשון!
- (5 נקי) ג. מהו הסיכוי שהשידור במחזור הזמן הראשון ייקלט (כלומר, בדיוק מחשב אחד ישדר)!
 - (5 נקי) ד. מהו הסיכוי שאף מחשב לא ישדר במחזור הזמן הראשון: מספיק מדול הסיכוי שחישבתם בסעיף זה קטן מ- 2/5.

שאלה 6 (20 נקודות)

קבוצה לויה בגרף לא מכוון $V'\subseteq V$ היא תת-קבוצה G=(V,E) של צמתים, כך שלכל שני צמתים ב- $V'\subseteq V$ הקשת G=(V,E) אינה שייכת ל-E. קבוצה בלתי תלויה בגרף לא מכוון נקראת שני צמתים G=(V,E) היא אינה מוכלת באף קבוצה בלתי תלויה אחרת בגרף.

: בעל ח בארף G להלן נתון אלגוריתם למציאת קבוצה בלתי תלויה בגרף

- $V' \leftarrow \{v_1\}$ (1)
- :עבור 2 עבור 1 עבור (2)
- V^{\prime} אינו שכן של אף צומת ב- V^{\prime} , אז הוסף אותו ל- עי אינו אינו שכן אינו שכן (2.1)
 - .V' החזר את (3)
- (5 נקי) א. הראו שהקבוצה שמחזיר האלגוריתם היא קבוצה בלתי תלויה מקסימלית להכלה.
- קבוצה $V' \subseteq V$ היא תת-קבוצה G = (V, E) היא תת-קבוצה $V' \subseteq V$ שלכל $V' \subseteq V$ בגרף עומת $V' \subseteq U$ מתקיים אחד מהשניים: או ש- $V' \in V'$ מתקיים אחד מהשניים: או ש- $V' \in V'$ מתקיים או שייכת ל- $V' \in V'$ (כלומר, קבוצה שולטת היא קבוצת עמתים $V' \in V'$, שהאיחוד שלה עם כל השכנים שלה שווה ל- $V' \in V'$). הוכיחו שהקבוצה שמחזיר האלגוריתם מסעיף אי היא קבוצה שולטת.
- תנקי) ג. נתון גרף קשיר G. הציעו דרך לחלק את צמתי G. הציעו דרך לשתי קבוצות שולטות . $V_1 \cup V_2 = V, V_1 \cap V_2 = \emptyset$ כך שיתקיים: $V_1, V_2 = V$ כך שיתקיים: אין ו-בי.

!ภทร์3ภอ