מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

י"א באדר ב' תשע"ו

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

497 - מס' שאלון

במרץ 2016

21

91 מס' מועד סמסטר 2016א

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 4 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.

אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.

שימו לב:

- * בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- * מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
 - * אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

:חומר עזר

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי. אסור בשימוש כל מכשיר שבאמצעותו אפשר להתחבר לאינטרנט או לאצור מידע לרבות מחשב נישא ו/או טאבלט.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות במחברת, לא בטופס.

בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

B היא פונקציה של קבוצה A לקבוצה (6 נקי) או.

איזה מהפסוקים הבאים מביע את הטענה ש- f היא לא חד-חד-ערכית?

$$\forall x \exists y \big((x \neq y) \land f(x) = f(y) \big) \quad [1]$$

$$\exists x \exists y \big((x \neq y) \land (f(x) = f(y)) \big) \quad [2]$$

$$\forall x \exists y \big(f(x) = f(y) \big) \quad [3]$$

$$\forall x \forall y ((f(x) \neq f(y)) \rightarrow (x \neq y))$$
 [4]

$$\forall x \forall y ((x = y) \rightarrow f(x) = f(y))$$
 [5]

A בכל הסעיפים, הכמתים מתייחסים לאברים של

- : בחרו את האמירה הנכונה . $k=(\aleph_0\cdot\aleph_0)-\aleph_0$ יהי בהי יהי . . בחרו
 - k=0 [1]
 - $k = \aleph_0$ [2]
 - k = C [3]
- $\aleph_0^{}$ הוא המספר הטבעי שנמצא בדיוק באמצע בין k [4]
- 151 הביטוי חסר משמעות כי לא מוגדרת פעולה של חיסור עוצמות
- ,1 מתים שדרגתם 3 אמתים. יש בו 3 צמתים שדרגתם 10 מקי) גו G הוא גרף פשוט על 100 צמתים שדרגת כל אחד מהם היא 2 צומת אחד שדרגתו 3, ו- 96 צמתים שדרגת כל אחד מהם היא 2 מהנתונים האלה נובע ש-
 - רוא עץ G [1]
 - אינו עץ אבל הוא יער G [2]
- . אם G קשיר אז הוא עץ, ויש עץ כזה, אבל יש גם גרף לא קשיר שעונה על התנאים.
 - אין עץ שעונה על התנאים אבל יש גרף לא קשיר שעונה על התנאים. [4]
 - לא קיים גרף כזה [5]

חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

שאלה 2

A המוגדר כך: ו- D הוא יחס מעל $A=\mathbf{N}-\{0,1\}$ המוגדר כך: בכל סעיפי השאלה

. אם ורק אם a מתחלק ב- a ללא שארית (a,b) $\in D$

A לפי "תורת הקבוצות" עמי 90 שאלה 3.14, D הוא יחס $oldsymbol{\sigma}$ דר-חלקי מעל

- איבר מינימלי לגבי היחס P איבר מינימלי לגבי האם יש ב- א איבר מינימלי איבר מינימלי. אם אין הוכח שאין. אם יש מצא איבר כזה והוכח שהוא מינימלי. אם אין הוכח שאין.
- יש ב- A איבר קטן ביותר לגבי היחס יש ב- A איבר קטן ביותר לגבי היחס יש ב- אם יש מצא איבר כזה והוכח שהוא קטן ביותר. אם אין הוכח שאין.
 - (10 נקי) ג. הוכח: $A \times A = DD^{-1} = A \times A$ (הכפל באגף שמאל הוא כפל יחסים).

שאלה 3

, בטבעיים $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=30$ בטבעיים בטבעיים מצאי את מספר פתרונות המשוואה באים באים הבאים יחד שלושה התנאים הבאים ב

 $.x_6 \neq 4$ אז $x_5 = 6$ אם $.x_4 \neq 4$ אז $x_3 = 6$ אם $.x_2 \neq 4$ אז $.x_1 = 6$ אם להגיע לתשובה סופית מספרית. כדאי לפתור בעזרת הפרדה והכלה. $.x_6 \neq 4$ הוא מספר טבעי.

שאלה 4

(13 נקי) א. שבעה אנשים נכנסו למעלית בקומה 0. המעלית עלתה עד קומה 5.

באף אחת מהקומות 1-5 לא נכנסו אנשים למעלית. בכל אחת מהקומות 1-4 ייתכן שיצאו אנשים וייתכן שלא. בקומה 5 המעלית התרוקנה, כלומר היה אדם אחד או יותר שהגיעו במעלית לקומה 5, וכל מי שהגיע לקומה 5 יצא מהמעלית בקומה 1.

בכמה דרכים זה היה יכול להתרחש? האנשים נחשבים שונים זה מזה.

הבהרות כדי לחסוך לבטים לאנשים יצירתיים:

אף אחד לא התחרט ויצא בקומה 0 מיד אחרי שנכנס.

אדם שיצא מהמעלית בקומה כלשהי לא התחרט וחזר פנימה.

המעלית לא שינתה כיוון, היא רק עלתה.

(14 נקי) ב. בכמה דרכים יכול היה אותו סיפור להתרחש אם האנשים נחשבים זהים, כלומר מעניין אותנו רק מספר האנשים שיצאו בכל קומה!

שאלה 5

הגדרה: צומת מפריד בגרף הוא צומת שאם נמחק מהגרף אותו ואת הקשתות הסמוכות לו, נקבל גרף בעל מספר רכיבי קשירות גדול יותר מזה של הגרף המקורי.

- א. ציירו גרף **אוילרי** (גרף שיש בו מעגל אוילר) שיש בו צומת מפריד. 10) ציינו מיהו הצומת המפריד. הסבירו מדוע הגרף שהצגתם הוא אוילרי.
- ב. יהי G גרף פשוט שיש בו צומת מפריד. הוכיחו ש- G אינו המילטוני (כלומר אין בו מעגל המילטון). הצעה לתחילת ההוכחה x צומת מפריד ב- x
- x נסמן ב- G^* את הגרף המתקבל מ- G לאחר השמטת הקשתות הסמוכות ל- G^* יש לפחות שני רכיבי קשירות. נבחר צמתים G^* כך ש... המשיכו את ההוכחה מכאן.

להסיר ספק: בסעיף ב נדרשת הוכחה כללית, לא הוכחה עבור הגרף המסוים שמצאתם בסעיף א.

!อก£3ออ