

**מבנה הבחינה :**

בבחינה **חמש** שאלות.  
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.  
כל שאלה מזכה ב- 25 נקודות.

**הנחיות :**

כל תשובה תתחיל בעמוד **חדש**.  
**אין** לכתוב בצבע אדום.  
**אין** לכתוב בעיפרון.

## שאלה 1

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ):

INSERT( $S, k$ ): הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DELETE( $S, x$ ): מחיקת האיבר שאליו מצביע  $x$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

PAIR-SUM( $S, z$ ): מציאת שני איברים ב- $S$  כך שסכום המפתחות שלהם הינו  $z$ ;  
זמן הריצה:  $O(n)$ ;

SUM( $S, k$ ): החזרת סכום כל המפתחות ב- $S$  שערכם לא עולה על  $k$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

MAX2( $S$ ): החזרת המפתח השני בגודלו במבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(1)$ .

## שאלה 2

נתון מערך  $A$  באורך  $n$  של מספרים ממשיים **חיוביים**, שונים זה מזה.

ברצוננו למצוא שני אינדקסים  $1 \leq i, j \leq n$ , כך שמתקיים התנאי  $(A[i])^2 = A[j] + 1$ .

13 נק' א. כתבו שגרה למציאת שני האינדקסים, שזמן ריצתה  $O(n \lg n)$  במקרה הגרוע.

12 נק' ב. כתבו שגרה למציאת שני האינדקסים, שתוחלת זמן ריצתה  $O(n)$ .

## שאלה 3

12 נק' א. נתונה סדרה של  $n$  מספרים. כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי, המוצא וממין

את  $p$  האיברים הקטנים ביותר של הסדרה. ידוע לנו כי  $p \leq n/\lg n$ .

13 נק' ב. נתונה סדרה של  $n$  מספרים שלמים בתחום  $[n..n^2 + n - 1]$ . כתבו אלגוריתם

שזמן ריצתו לינארי, הממין את סדרת המספרים.

#### שאלה 4

נתון מספר שלם חיובי קבוע  $c$ .

נבנה גרסה של האלגוריתם מיון-מיזוג הפועלת באופן הבא :

- (1) המערך מחולק ל- $c$  חלקים באורך  $\lfloor n/c \rfloor$  או  $\lceil n/c \rceil$  כל אחד ; על כל חלק מופעלת גרסה זו של מיון-מיזוג באופן רקורסיבי ;
- (2)  $c$  החלקים ממוזגים כדי לקבל מערך ממוין.

(5 נק') א. הראו כיצד ניתן לבצע את מיזוג  $c$  החלקים בזמן לינארי.

(10 נק') ב. כתבו את נוסחת הנסיגה עבור המקרה הגרוע של האלגוריתם (הגרסה החדשה של מיון-מיזוג).

(10 נק') ג. פתרו את נוסחת הנסיגה והשוו בין זמני הריצה האסימפטוטיים של שתי הגרסאות של מיון-מיזוג (הגרסה מספר הלימוד והגרסה מהשאלה הזאת).

#### שאלה 5

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת :

- INSERT ( $k, R, S$ ) : הכנסת רשומה  $R$  בעלת המפתח  $k$  למבנה  $S$  ; זמן הריצה :  $O(\lg n)$  ;
- DELETE ( $k, S$ ) : מחיקת רשומה כלשהי בעלת המפתח  $k$  מהמבנה  $S$  ; זמן הריצה :  $O(\lg n)$  ;
- FIND ( $k, S$ ) : מציאת רשומה כלשהי בעלת המפתח  $k$  במבנה  $S$  ; זמן הריצה :  $O(\lg n)$  ;
- MODE ( $k, S$ ) : החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר ; זמן הריצה :  $O(1)$ .

**הערה :**  $n$  הוא מספר המפתחות השונים ב- $S$  (מספר הרשומות יכול להיות הרבה יותר גדול מ- $n$ ).

**ב ה צ ל ח ה !**