

מבנה הבחינה :

בבחינה **חמש** שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
כל שאלה מזכה ב- 25 נקודות.

הנחיות :

כל תשובה תתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

שאלה 1

נתון מערך P באורך $m + n$ של מספרים שלמים. ידוע ש- m המספרים הראשונים שייכים לתחום $[1..m^2]$ ו- n המספרים האחרונים שייכים לתחום $[1..m^3]$.
תארו אלגוריתם למיון המערך P בזמן $O(m + n)$.
אין צורך לכתוב פסידוקוד.

שאלה 2

נתון אלגוריתם מיון M הפועל באופן הבא :

בהינתן מערך A באורך n

- מוצאים את החציון שלו (בעזרת האלגוריתם האופטימלי);
- מבצעים חלוקה סביב החציון;
- ממיינים את החלק השמאלי בעזרת מיון-ערמה;
- מפעילים את האלגוריתם M על החלק הימני של החלוקה באופן רקורסיבי.

- 5 נק')א. הסבירו מדוע האלגוריתם M ממין נכון את המערך.
15 נק')ב. כתבו נוסחת נסיגה עבור האלגוריתם M ; פתרו את נוסחת הנסיגה.
5 נק')ג. השוו את האלגוריתם M לאלגוריתמי המיון הידועים (מיון-מיזוג, מיון-ערמה, מיון-מהיר) מבחינת הביצועים במקרה הגרוע ובמקרה הממוצע.

שאלה 3

נתון מערך A המכיל N מספרים. ידוע שבין N המספרים קיימים רק k ערכים שונים זה מזה $(0 < k < N)$; כלומר, חלק מהערכים מופיעים ב- A יותר מפעם אחת. נסמן ב- $m(a)$ את השכיחות של a ב- A ; כלומר, $m(a)$ הוא מספר הפעמים שהערך a מופיע במערך A .

- 12 נק')א. כתבו שגרה למציאת איבר a במערך כך שהערך $m(a)$ יהיה מכסימלי; זמן הריצה הנדרש הוא $\Theta(N \cdot \lg k)$.

- 13 נק')ב. נתון בנוסף ערך מספרי z .
כתבו שגרה למציאת שני איברים a ו- b במערך כך שיתקיים התנאי $m(a) \cdot a + m(b) \cdot b = z$; זמן הריצה הנדרש הוא $\Theta(N \cdot \lg k)$.
אין צורך לכתוב פסידוקוד.

שאלה 4

נתון אלגוריתם M הפועל באופן הבא :

בהינתן מערך A של n מספרים

– מוצאים את החציון של A (בעזרת האלגוריתם האופטימלי);

– מבצעים את חלוקת המערך סביב החציון;

– בונים ערמת מינימום מתוך $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ האיברים הגדולים;

– מפעילים את האלגוריתם M באופן רקורסיבי על $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ האיברים הקטנים.

נקרא למבנה המתקבל S .

5 נק' א. כתבו את האלגוריתם M בפסידוקוד.

5 נק' ב. הוכיחו שזמן הריצה שלו לינארי.

15 נק' ג. הראו שעל מבנה הנתונים S ניתן לבצע את הפעולות הבאות :

FIND-OS (S, i) : מציאת ערך המיקום ה- $\left(\left\lfloor \frac{n}{2^i} \right\rfloor + 1\right)$ של S $(1 \leq i \leq \lfloor \lg n \rfloor)$;

זמן הריצה $O(1)$;

DEL-OS (S, i) : מחיקת ערך המיקום ה- $\left(\left\lfloor \frac{n}{2^i} \right\rfloor + 1\right)$ של S $(1 \leq i \leq \lfloor \lg n \rfloor)$;

זמן הריצה $O(\lg^2 n)$;

INSERT (S, z) : הכנסת מפתח חדש z למבנה S ; זמן הריצה $O(\lg^2 n)$.

אין צורך לכתוב פסידוקוד.

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 5

12) נק' א. הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

INSERT (S, z): הכנסת המפתח החדש z למבנה S ; זמן ריצה: $O(n)$;

DELETE (S, p): מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן ריצה: $O(n)$;

MIN-GAP (S): החזרת זוג המפתחות x ו- y עבורם $|x - y|$ מינימלי; זמן ריצה $O(1)$;

n מציין את מספר האיברים במבנה S .

13) נק' ב. הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

BUILD (L, S): בניית המבנה S מתוך רשימת מפתחות נתונה L באורך n ; זמן ריצה: $O(n)$;

INSERT (S, z): הכנסת המפתח החדש z למבנה S ; זמן ריצה: $O(\lg n)$;

DEL-MED (S): מחיקת החציון מהמבנה S , אם n אי-זוגי, או מחיקת שני

החציונים מהמבנה S , אם n זוגי; זמן ריצה: $O(\lg n)$;

DEL-MIN2 (S): מחיקת ערך המינימום השני מהמבנה S ; זמן ריצה: $O(\lg n)$.

אין צורך לכתוב פסידוקוד.

בהצלחה !