

האוניברסיטה הפתוחה

20290

אלגוריתמיקה -
יסודות מדעי המחשב
חוברת הקורס – קיץ 2015

כתב: אייל משיח

יולי 2015 - סמסטר קיץ – תשע"ה

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

1	אל הסטודנט
2	1. לוח זמנים ופעילויות
3	2. תיאור המטלות
4	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
5	ממ"ן 11
7	ממ"ן 12
9	ממ"ן 13
11	ממ"ן 14
13	ממ"ן 15

אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך אל הלומדים בקורס "אלגוריתמיקה - יסודות מדעי המחשב".

הקורס בסמסטר קיץ נמשך 9 שבועות בלבד, ולכן חשוב להקפיד על לימוד החומר והגשת המטלות בקצב שקבענו כדי להבטיח סיום מוצלח של הקורס. **בגלל משך הסמסטר הקצר, אין אפשרות לדחות את הגשת המטלות.**

ברצוננו להפנות תשומת לבך לשתי נקודות חשובות:

- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. מספיק להגיש שלושה מתוך חמשת הממ"נים שבחוברת, אך מומלץ להגיש את כולם. יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.
 - הקורס "אלגוריתמיקה" הוא קורס מתוקשב. לקורס יש אתר-בית הכולל לוח הודעות, קבוצת דיון, מאגר משאבים והפניות לאתרים אחרים ברשת. לתשומת לבך, אתר הקורס הוא ערוץ תקשורת "רשמית". יש להתייחס להודעות ועדכונים שיופיעו בלוח ההודעות שבאתר כאילו שנשלחו בדואר. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס תמצאו באתר שוהם בכתובת: <http://telem.openu.ac.il>.
- מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות אלי ביום ג', בשעות 11:00-13:00, בטלפון 09-7781233, או ב-e-mail.

כתובתי היא: eyalma@openu.ac.il.

פגישות יש לתאם מראש.

בברכה,

אייל משיח

מרכז הקורס

1. לוח זמנים ופעילויות (2015 / 20290)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	פרקי הלימוד המומלצים	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן
1	17.7.2015-12.7.2015	פרקים 1-4	מפגש 1	
2	24.7.2015-19.7.2015	פרק 5	מפגש 2	ממ"ן 11 24.7.2015
3	31.7.2015-26.7.2015 (א צום ט' באב)	פרק 6	מפגש 3	
4	7.8.2015-2.8.2015	פרק 7	מפגש 4	ממ"ן 12 7.8.2015
5	14.8.2015-9.8.2015	פרק 8	מפגש 5	
6	21.8.2015-16.8.2015	פרק 9	מפגש 6	ממ"ן 13 21.8.2015
7	28.8.2015-23.8.2015	פרק 10	מפגש 7	ממ"ן 14 28.8.2015
8	4.9.2015-30.8.2015	פרק 11	מפגש 8	
9	11.9.2015-6.9.2015	פרק 12		ממ"ן 15 11.9.2015

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

הממ"נים בקורס הם ממ"נים **רגילים**: כל מטלה מורכבת ממספר תרגילים "יבשים" **שאינם** דורשים הרצת תכניות במחשב. תרגילים אלו נועדו לבדוק את הבנתך בחומר הלימוד. את הפתרון למטלה כזו יש לכתוב **בעט** על דף נייר בכתב יד ברור ובצורה מסודרת. רצוי להשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרון למטלה). אם השאלה בממ"ן אינה ברורה לך, ניתן להתקשר אל אחד מהמנחים (בשעת הייעוץ הטלפוני שלו) לצורך קבלת הסבר או לנסות להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס. בטבלה שלהלן תמצא מהו חומר הלימוד הנדרש (לפי פרקי הספר) לפתרון כל אחת מהמטלות, ומשקל כל מטלה בחישוב הציון של הקורס.

שים לב!
בעת כתיבת פתרון למטלה אין להסתמך על פרקי לימוד **מתקדמים** יותר מהפרקים בהם עוסקת המטלה.

מטלה	חומר הלימוד הנדרש לפתרון	משקל המטלה
ממ"ן 11	פרקים 1-4	6 נקודות
ממ"ן 12	פרקים 5-6	6 נקודות
ממ"ן 13	פרק 7	6 נקודות
ממ"ן 14	פרקים 8-9	6 נקודות
ממ"ן 15	פרקים 10-12	6 נקודות

ניתן לצבור עד 30 נקודות. חובה להגיש שלוש מטלות מתוך החמש.

לתשומת לבכם!

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושהמשקל הצבור של המטלות האחרות שהוגשו, מגיע למינימום הנדרש.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

כדי לקבל נקודות זכות בקורס זה עליך לעמוד בדרישות הבאות:

א. להגיש מטלות במשקל של 18 נקודות לפחות.

ב. לקבל בבחינת הגמר ציון של 60 לפחות.

ג. לקבל ציון סופי של 60 לפחות.

לתשומת לבכם:

מדיניות קורס זה היא לאשר הזנת ציון אפס במטלות שלא הוגשו כנדרש בקורס. סטודנטים אשר לא הגישו את מכסת המטלות המינימאלית לעמידה בדרישות הקורס ולקבלת זכאות להיבחן, ומבקשים שמטלות חסרות יוזנו בציון אפס, יפנו למוקד הפניות והמידע

בטלפון 09-7782222 או **יעדכנו בעצמם** באתר שאילתא <http://www.openu.ac.il/sheilta>

קורסים ↪ ציוני מטלות ובחינות ↪ הזנת ציון 0 למטלות רשות שלא הוגשו.

יש לקחת בחשבון כי מטלות אשר יוזן להן ציון אפס ישוקללו בחישוב הציון הסופי ובכך יורידו ציון זה ולא ניתן יהיה להמירן במטלות חלופיות במועד מאוחר יותר. על כן קיימת אפשרות שסטודנט אשר יעבור את הבחינה בהצלחה ייכשל בקורס (כשהממוצע המשוקלל של המטלות והבחינה יהיה נמוך מ-60).

כלל זה איננו חל על מטלות חובה או על מטלות שנקבע עבורן ציון מינימום.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1-4

מספר השאלות: 5

משקל המטלה: 6 נקודות

מועד אחרון להגשה: 24.7.2015

סמסטר: 2015ג

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

שאלה 1 (15 נקודות)

ידוע שמספר עשרוני מתחלק ב-9 ללא שארית, אם סכום הספרות שלו מתחלק ב-9 ללא שארית.

לדוגמה, המספר 7425 מתחלק ב-9 מכיוון ש- $7 + 4 + 2 + 5 = 18$

$$1 + 8 = 9$$

כתבו אלגוריתם המקבל כקלט מספר טבעי x ובודק אם x מתחלק ב-9 ללא שארית.

מותר לאלגוריתם להשתמש (בנוסף לפעולות החשבון הבסיסיות) בפעולות $\div 10$ ו- $\text{mod } 10$.

שאלה 2 (15 נקודות)

אפשר לייצג ביטוי אריתמטי המורכב ממספרים טבעיים, האופרטור האונירי "-" וארבעת

האופרטורים הבינריים "+", "-", "x" ו-"/" באמצעות עץ בינרי באופן הבא:

מספר טבעי I מיוצג ע"י עלה המכיל את I .

הביטוי E – מיוצג ע"י עץ, שהשורש שלו מכיל את האופרטור האונירי "-" ובנו היחיד הוא השורש

של תת-עץ המכיל את הביטוי E .

הביטוי $E \cdot F$ (שבו הסימן "." מציין איזשהו אופרטור בינרי) מיוצג ע"י עץ, שהשורש שלו מכיל את

האופרטור ".", בנו השמאלי הוא השורש של תת-עץ המכיל את הביטוי E ובנו הימני הוא השורש

של תת-עץ המכיל את הביטוי F .

כתבו אלגוריתם המקבל מצביע לעץ בינרי T ובודק אם העץ מייצג ביטוי אריתמטי חוקי כמתואר לעיל.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתונה קבוצה S של קורסים. לכל קורס c_i יש זמן התחלה s_i וזמן סיום f_i . מעוניינים למצוא תת-קבוצה S' בגודל מכסימלי, כך שניתן יהיה לשבץ את כל הקורסים שב- S' לאותו אולם (שני קורסים המתקיימים באותן שעות, או ששעותיהם חופפות חלקית לא יכולים להתקיים באותו אולם). להלן אלגוריתם לפתרון הבעיה:

$$S' \leftarrow \emptyset \quad (1)$$

(2) כל עוד $S \neq \emptyset$ בצע את הפעולות הבאות:

(2.1) בחר קורס שזמן הסיום שלו הוא מינימלי (נסמן אותו ב- c_k) והעבר אותו מ- S ל- S' .

(2.2) הוצא מ- S את כל הקורסים החופפים (גם חלקית) ל- c_k .

(3) חזור את S' .

- א. באיזו שיטה משתמש האלגוריתם? האם לדעתכם הוא מוצא את הפתרון האופטימלי לבעיה?
ב. נשנה את האלגוריתם באופן הבא: בשורה (2.1) לא ייבחר קורס שזמן הסיום שלו מינימלי, אלא הקורס הקצר ביותר ב- S (הקורס שעבורו $f_i - s_i$ הוא מינימלי).
תנו דוגמה המוכיחה שהאלגוריתם החדש לא תמיד מוצא את הפתרון האופטימלי לבעיה.

שאלה 4 (20 נקודות: סעיף א' – 10 נק'; סעיפים ב', ג' – 5 נק' לכל אחד)

- נתונה פרה שזה עתה נולדה. נניח שפרה ממליטה בדיוק עגלה אחת בכל שנה, החל מגיל שנתיים.
א. כתבו נוסחה רקורסיבית עבור מספר הפרות אחרי n שנים והסבירו מדוע היא נכונה.
ב. כתבו אלגוריתם תכנון דינמי לחישוב מספר הפרות אחרי n שנים.
ג. השתמשו באלגוריתם מסעיף ב' כדי לחשב את מספר הפרות אחרי 10 שנים.
הערה: הניחו שאף אחת מהפרות לא תמות במהלך השנים.

שאלה 5 (30 נקודות)

א. קראו את החלק הראשון (מההתחלה ועד לעמוד 70 באמצע) של המאמר:

The Convergence of Social and Technological Networks

בחלק זה של המאמר מתואר ניסוי שערך בשנות ה-60 הפסיכולוג החברתי Stanley Milgram. מה היו תוצאות הניסוי? תארו את המודל המתמטי שמסביר תוצאות אלו בצורה הטובה ביותר.

ב. קראו את החלק השני של המאמר (מעמוד 70 באמצע ועד הסוף).

הסבירו את המושגים הבאים ותנו דוגמה לכל אחד מהם:

1. כלל התפוקה הפוחתת ("diminishing returns")

2. אפקט ה-0-1-2

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 5-6

מספר השאלות: 6 משקל המטלה: 6 נקודות

סמסטר: 2015 מועד אחרון להגשה: 7.8.2015

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

שאלה 1 (15 נקודות)

נתון כד המכיל מספר זוגי $n = 2k$ ($k \geq 1$) של כדורים לבנים ומספר כלשהו m ($m \geq 1$) של כדורים שחורים. נתבונן בתהליך הבא:

(1) כל עוד נשארו בכד לפחות שני כדורים, בצע את הפעולות הבאות:

(1.1) הוצא מהכד שני כדורים כלשהם;

(1.2) אם שני הכדורים שהוצאת הם בעלי אותו צבע, שים במקומם כדור חדש שחור;

(1.3) אחרת, החזר לכד את הכדור הלבן;

הוכיחו שהתהליך מסתיים ובסופו הכד מכיל בדיוק כדור שחור אחד.

שאלה 2 (15 נקודות)

להלן מופיע אלגוריתם המקבל כקלט מספר טבעי N :

(1) $sum \leftarrow 0, i \leftarrow 2$

(2) כל עוד $N > 1$ בצע:

(2.1) אם $N \bmod i = 0$ אז בצע:

$sum \leftarrow sum + i$ (2.1.1)

(2.1.2) כל עוד $N \bmod i = 0$ בצע $N \leftarrow N / i$

$i \leftarrow i + 1$ (2.2)

(3) החזר את sum .

א. הסבירו מה מבצע האלגוריתם.

ב. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הטוב ובמקרה הגרוע.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתון מערך A המכיל n מספרים. כתבו אלגוריתם יעיל, המחזיר את כל המספרים שמופיעים ב- A יותר מפעם אחת. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם שכתבתם והסבירו מדוע הוא נכון.

שאלה 4 (20 נקודות)

מבקר המדינה מעוניין לבדוק אם יש אנשים שהתפקדו גם למפלגת "יש עתיד" וגם למפלגת "הבית היהודי". ברשותו נמצאות שתי רשימות: רשימה L_1 באורך n המכילה את מספרי הזהות של חברי "יש עתיד", ורשימה L_2 באורך m המכילה את מספרי הזהות של חברי "הבית היהודי". נניח ש- $n < m$. כתבו אלגוריתם יעיל ככל האפשר לפתרון הבעיה ונתחו את זמן ריצתו.

שאלה 5 (30 נקודות)

נדון בבעיה של מציאת המינימום והמקסימום ברשימת מספרים L באורך N . בספר מתואר אלגוריתם לפתרון הבעיה המבצע $3N/2 - 2$ השוואות. בשאלה זו נראה כי **כל אלגוריתם** מבוסס-השוואות לפתרון הבעיה יבצע לפחות $3N/2 - 2$ השוואות במקרה הגרוע (כלומר, מספר זה מהווה **חסם תחתון** לבעיה). נתבונן באיזשהו אלגוריתם לפתרון הבעיה. עבור השוואה בין שני איברים כלשהם, נאמר שהאיבר הגדול יותר **ניצח** בהשוואה והאיבר הקטן יותר **הפסיד**. נגדיר את הקבוצות הבאות:

- A – קבוצת האיברים שעוד לא השתתפו באף השוואה
- B – קבוצת האיברים שרק ניצחו
- C – קבוצת האיברים שרק הפסידו
- D – קבוצת האיברים שגם ניצחו וגם הפסידו

כמו כן נגדיר: $x = |B| + |C| + 3|D|$.

א. כתבו את ערכיהם של $|A|$, $|B|$, $|C|$, $|D|$ ו- x לפני ביצוע האלגוריתם ולאחר תום האלגוריתם.

ב. הראו כי בעקבות השוואה שנערכת בין שני איברים כלשהם ב- L , ערכו של x גדל **במקרה הגרוע** לכל היותר ב-2. התייחסו לכל סוגי ההשוואות האפשריים: השוואה בין איבר ב- A לאיבר ב- A , השוואה בין איבר ב- A לאיבר ב- B , השוואה בין איבר ב- B לאיבר ב- C וכו'.

ג. הסיקו כי כל אלגוריתם הפותר את הבעיה יבצע במקרה הגרוע לפחות $3N/2 - 2$ השוואות.

שאלה 6 (שאלת בונוס)

בספר הלימוד נטען, כי השגרה הרקורסיבית למציאת מינימום ומקסימום ברשימה באורך N מבצעת פחות מ- $1.7N$ השוואות (עבור N כלשהו, לאו דווקא חזקה שלמה של 2). מצאו את מספר ההשוואות המדויק שמבצעת השגרה במקרה הגרוע.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 7

מספר השאלות: 6

משקל המטלה: 6 נקודות

סמסטר: 2015ג

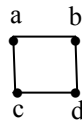
מועד אחרון להגשה: 21.8.2015

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

שאלה 1 (15 נקודות)

א. האם שני הגרפים הבאים הם איזומורפיים? הוכיחו את תשובתכם.



ב. הוכיחו שבעיית הגרפים האיזומורפיים (graph isomorphism) שייכת ל-NP.

שאלה 2 (15 נקודות)

בעיית הדזור הסיני היא הבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: גרף G עם משקלות חיוביים על הקשתות ומספר טבעי k

השאלה: האם קיים מסלול סגור בגרף, העובר בכל הקשתות בגרף ומשקלו אינו עולה על k ?

א. הוכיחו שהבעיה שייכת למחלקה NP.

ב. נסחו את הבעיה כבעיית אופטימיזציה.

ג. הסבירו מה הקשר בין בעיית הדזור הסיני לבין בעיית המעגל האוילרי.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתבונן בבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: קבוצה S של n מספרים שלמים

השאלה: האם קיימת תת-קבוצה לא ריקה של S שסכום האיברים בה שווה לאפס?

הוכיחו שהבעיה היא NP-שלמה.

רמז: השתמשו ברדוקציה מבעיית החלוקה.

שאלה 4 (20 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 10 נק'; סעיף ג' – 5 נק')

- א. נתון פסוק ϕ בתחשיב הפסוקים ונתונים שני פסוקי יסוד A ו-B שאינם מופיעים ב- ϕ . הוכיחו שאם לפסוק ϕ יש x השמות מספקות, אז לפסוק $(A \vee B) \wedge \phi$ יש $3x$ השמות מספקות.
- ב. נתונה הבעיה הבאה:
- הקלט לבעיה: פסוק בתחשיב הפסוקים
- השאלה: האם הפסוק ספיק ומספר ההשמות המספקות את הפסוק מתחלק ב-3?
- הוכיחו שהבעיה איננה קלה יותר מבעיית הספיקות.
- ג. האם לדעתכם הבעיה המוגדרת בסעיף ב' שייכת ל-NP? נמקו את תשובתכם.

שאלה 5 (30 נקודות: סעיפים א', ב' – 5 נק' לכל אחד; סעיף ג' – 20 נק')

- נדון בבעיית הצביעה הבאה (להלן – בעיית הצביעה המאוזנת):
- הקלט לבעיה: גרף לא מכוון המכיל $n = 3k$ צמתים
- השאלה: האם אפשר לצבוע את הגרף בשלושה צבעים (צביעה חוקית), כך שבדיוק $n/3$ צמתים יהיו צבועים בכל אחד מהצבעים?
- א. הוכיחו שהבעיה שייכת ל-NP.
- נתאר רדוקציה מהבעיה של צביעת גרף בשלושה צבעים לבעיית הצביעה המאוזנת:
- בהינתן גרף $G = (V, E)$ המהווה קלט לבעיית הצביעה בשלושה צבעים, הקלט G' לבעיית הצביעה המאוזנת יהיה עותק של הגרף G ועוד $2|V|$ צמתים בודדים (צמתים שדרגתם 0).
- ב. הוכיחו שאם אפשר לצבוע את הגרף G' בצביעה מאוזנת, אז הגרף G הוא 3-צביע.
- ג. הוכיחו שאם הגרף G הוא 3-צביע, אז אפשר לצבוע את הגרף G' בצביעה מאוזנת.
- מהי המסקנה מסעיפים א'-ג'?

שאלה 6 (שאלת בונוס)

- משמעות הקשר $A \text{ NOR } B$ היא: גם A וגם B אינם נכונים (neither A nor B is true).
- הראו כיצד אפשר לבטא באמצעות הקשר NOR את הקשרים AND, NOT ו-OR.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8-9

משקל המטלה: 6 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 28.8.2015

סמסטר: 2015

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

שאלה 1 (15 נקודות)

עבור כל אחד משני הקלטים הבאים לבעיית התאמת המילים – מצאו התאמת מילים חוקית (אם היא קיימת), או הוכיחו שאין התאמה כזו:

א.

	1	2	3
X	baaa	ba	aba
Y	aaa	baab	ab

ב.

	1	2	3
X	ba	abb	bab
Y	bab	bb	abb

שאלה 2 (15 נקודות)

נתבונן בגרסה הבאה של בעיית התאמת המילים:

הקלט לבעיה: שתי סדרות מילים X ו-Y.

השאלה: האם קיימת סדרת אינדקסים שאורכה **לפחות 10**, כך שאם נשרשר את המילים

המתאימות מ-X ומ-Y תתקבל אותה מילה?

הוכיחו שגרסה זו של הבעיה היא גם-כן בלתי כריעה.

שאלה 3 (20 נקודות)

על-פי השערת גולדבך ניתן להציג כל מספר זוגי (גדול מ-2) כסכום של שני מספרים ראשוניים.

למשל: $4 = 2 + 2$, $24 = 19 + 5$, $38 = 31 + 7$, $100 = 59 + 41$

השאלה אם השערה זו נכונה היא אחת הבעיות הפתוחות הידועות ביותר בתורת המספרים.

נניח שעומד לרשותכם אורקל לבעיית העצירה.

הסבירו כיצד אפשר להשתמש באורקל כדי לקבוע אם השערת גולדבך נכונה.

שאלה 4 (20 נקודות)

בנו מכונת טיורינג, אשר מקבלת מחרוזת של אפסים ואחדים, ומוחקת מהמחרוזת את כל

האפסים. מחרוזת הפלט תהיה מורכבת רק מהאחדים, ללא רווחים.

למשל, עבור הקלט 1101001 הפלט של המכונה יהיה 1111.

הניחו שהראש הקורא-כותב של המכונה ממוקם בתחילת התהליך מול הסימן '#' שמשמאל

לקלט. בסוף התהליך, הראש הקורא-כותב צריך לעמוד מול הסימן '#' שמשמאל לפלט.

ציירו את תרשים המעברים המתאים והסבירו את דרך פעולתה של המכונה.

שאלה 5 (30 נקודות)

א. קראו את הסעיפים על חישוב קוונטי (עמ' 287-292), הלקוחים מתוך פרק 10 בספר

Algorithmics – The Spirit of Computing

ב. בטקסט מוזכרים שני אלגוריתמים קוונטיים: האלגוריתם של Shor לבעיית הפירוק לגורמים

ואלגוריתם לבעיית החיפוש ברשימה לא ממוינת.

עבור כל אחד משני האלגוריתמים – כתבו מהו זמן הריצה שלו והשוו אותו לזמן הריצה של

אלגוריתם "קלאסי" לבעיה.

ג. מהו לדעתכם ההבדל בין שני האלגוריתמים מסעיף ב'?

התייחסו בתשובתכם לסוג הבעיה שכל אחד מהם פותר ולשיפור בזמן הריצה.

ד. כפי שנכתב בטקסט, האלגוריתם של Shor הצליח עד היום לפתור את בעיית הפירוק לגורמים

רק עבור הקלט $N = 15$. הסבירו מהו הקושי לבנות מחשב קוונטי, שיאפשר להריץ את

האלגוריתם על קלטים גדולים יותר.

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 10-12

משקל המטלה: 6 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 11.9.2015

סמסטר: 2015ג

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

שאלה 1 (15 נקודות)

מטריצה מסדר $n \times n$ נקראת **ריבוע קסם** אם מתקיימים שני התנאים הבאים:

1. המטריצה מכילה את כל המספרים בקבוצה $\{1, 2, \dots, n^2\}$.
2. סכום המספרים בכל שורה, בכל עמודה, באלכסון הראשי ובאלכסון המשני הוא זהה. למשל, המטריצה הבאה היא ריבוע קסם:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

תהא M מטריצה מסדר $n \times n$ המכילה את כל המספרים בקבוצה $\{1, 2, \dots, n^2\}$.

תארו אלגוריתם מקבילי, הבודק באמצעות $O(n)$ מעבדים אם המטריצה M היא ריבוע קסם. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם. האם הושג שיפור לעומת זמן הריצה של אלגוריתם סדרתי?

שאלה 2 (15 נקודות)

משכורתו של כל עובד במשרד ממשלתי בקובה מורכבת ממשכורת בסיס b (זהה לכולם) ומ- M תוספות שונות (300 פזו לבעלי תואר אקדמי, 50 פזו לכל שנת ותק, 10 פזו לכל שעת עבודה וכו'). נסמן ב- N את מספר העובדים במשרד. נמצאים בידינו הנתונים האישיים של העובדים והפירוט של כל התוספות האפשריות למשכורת. עלינו לחשב את המשכורת המגיעה לכל אחד מהעובדים. הסבירו כיצד אפשר לבצע את חישוב המשכורות בצורה יעילה באמצעות רשת סיסטולית.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתון מערך A המכיל n מספרים. ידוע שהמקסימום מופיע במערך לפחות $n/2$ פעמים. כתבו אלגוריתם אקראי מסוג מונטה-קרלו למציאת המקסימום במערך. נדרש שהסיכוי לטעות יהיה קטן מ- $1/1000$. הוכיחו שהאלגוריתם שכתבתם עונה על דרישות השאלה.

שאלה 4 (20 נקודות)

מומחה ליין מעוניין לשכנע אדם שאינו מומחה (להלן – "המאמת") ששני בקבוקי יין הם שונים זה מזה (כלומר, מכילים יינות שונים).

להלן פרוטוקול הוכחה אינטראקטיבי:

1. המאמת מוזג יין משני הבקבוקים ל-10 כוסות (5 כוסות מכל בקבוק).
2. המאמת מערבב את הכוסות, אך כותב לעצמו על פתק מאיזה בקבוק נמוג יין לכל אחת מהכוסות.
3. המאמת מבקש מהמומחה לחלק את 10 הכוסות לשתי קבוצות, כך שכל הכוסות באותה קבוצה מכילות יין מאותו בקבוק. אם המומחה מצליח במשימה, המאמת קובע ששני הבקבוקים שונים זה מזה.

א. הסבירו מדוע הפרוטוקול הנ"ל הוא פרוטוקול אפס-ידע.

ב. ניח ששני הבקבוקים הם זהים. מה הסיכוי שהמומחה יצליח לשכנע את המאמת ששני הבקבוקים שונים זה מזה?

שאלה 5 (30 נקודות)

א. קראו את המאמר של Lillian Lee.

ב. בעמ' 2 במאמר מוצעות שלוש משמעויות אפשריות למשפט:

"At last, a computer that understands you like your mother"

הציעו משמעות נוספת למשפט.

ג. בעמ' 3 במאמר מופיעות שתי כותרות משנה: "Firth things first" ו-"A "C" change".

מהי הדו-משמעות שמסתתרת בכל אחת מהכותרות?

האם לדעתכם מחשב יוכל להבחין בדו-משמעות זו?

ד. הסבירו מהי הביקורת של חומסקי על הגישה הסטטיסטית ל-NLP.