

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית חומר הלימוד למטלה: קומבינטוריקה פרקים 1-2

מספר השאלות: 4 משקל המטלה: 3 נקודות

סמסטר: 2008 מועד אחרון להגשה: 2.5.08

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

בכל השאלות בממ"ן זה יש להגיע לתשובה סופית מספרית.

שאלה 1 (24 נקודות)

- תהי A קבוצה בת 8 איברים, B קבוצה בת 3 איברים.
- א! כמה קבוצות חלקיות בגודל 3 יש ל- A ?
- ב! כמה פונקציות חד-חד-ערכיות של B ל- A קיימות?
- ג! כמה פונקציות של B ל- A קיימות?
- ד! כמה חלוקות של A אפשריות, ל- 3 מחלקות, כאשר שתיים מהמחלקות הן בנות 3 איברים ואחת בת 2 איברים ?
- ה! רמי ודינה הם שנים מתוך 8 האיברים של A .
- בכמה דרכים ניתן לסדר את כל אברי A בשורה, כך שרמי יהיה ליד דינה ?
- ו! רמי, דינה ולאונד הם 3 מתוך 8 האיברים של A . בכמה דרכים ניתן לסדר את כל אברי A בשורה, כך שרמי יהיה מיד אחרי דינה, ודינה תהיה מיד אחרי לאונד ?

שאלה 2 (26 נקודות)

- א! (6 נק') מהו מספר הסדרות (או מחרוזות) באורך $m + k$ הבנויות מ- k הופעות של 0 ו- m הופעות של 1 ?
- ב. (10 נק') בכמה מהסדרות שבסעיף א אין הופעות צמודות של 1, כלומר אין הופעה של המחרוזת "11" ? הדרכה: אפשר לחשוב על ספרות מסוימות כעל מחיצות.
- ג. (10 נק') מצא כמה קבוצות X מקיימות: $X \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 14\}$, $|X| = 5$,
 וב- X לא נמצאים אף שני מספרים שההפרש ביניהם הוא 1.
 במילים אחרות, לכל i טבעי, אם $i \in X$ אז $i + 1 \notin X$.
 הדרכה: חשוב על הפונקציה האפיינית של X בתוך $\{1, 2, 3, \dots, 14\}$
 ("תורת הקבוצות" עמ' 85).

שאלה 3 (24 נקודות)

בכמה דרכים ניתן לבחור 10 כדורים, ללא חשיבות לסדר, מתוך:
א! מספר בלתי-מוגבל של כדורים בצבעים אדום, סגול ולבן.
ב! 8 כדורים אדומים, 8 כדורים סגולים ו-7 כדורים לבנים.
הדרכה: היעזר בסעיף א, חסר את המצבים הבלתי אפשריים כעת.
ג! אותם כדורים הנתונים בסעיף ב, וכל צבע חייב להיבחר לפחות פעם אחת.
בכל הסעיפים, כדורים בעלי אותו צבע נחשבים זהים.

שאלה 4 (26 נקודות)

מצאו את מספר פתרונות המשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 29$,
כאשר 3 מהמשתנים הם מספרים טבעיים **זוגיים**, 3 המשתנים האחרים הם מספרים טבעיים
אי-זוגיים, **ואף אחד** מהמשתנים אינו שווה 0 ואינו שווה 1.
לא נתון איזה מהמשתנים הם זוגיים ואיזה אי-זוגיים.
הדרכה: מספר הפתרונות של משוואה מסוג זה בטבעיים ללא אילוצים מתואר בספר בסעיף 2.4.
מספר טבעי גדול מ-1 אפשר לרשום כ- $y + 2$ כאשר y טבעי כלשהו.
מספר טבעי זוגי אפשר לרשום כ- $2z$ כאשר z טבעי כלשהו.
מספר טבעי אי-זוגי אפשר לרשום כ- $2z + 1$ כאשר z טבעי כלשהו.
יש להגיע לתשובה סופית מספרית.