

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

שאלה 1

נתונים n קטעים $[a_i, b_i]$, $i = 1, \dots, n$, בתוך הקטע $[0, n^d]$ על הישר הממשי (d קבוע שלם חיובי, a_i, b_i שלמים, $0 \leq a_i \leq b_i \leq n^d$, לכל $i = 1, \dots, n$).
כתבו אלגוריתם למציאת שלם z השייך למספר מכסימלי של קטעים $[a_i, b_i]$. זמן הריצה הנדרש שלו לינארי.

שאלה 2

נתונה סדרה של k ערמות מינימום H_i , $i = 0, 1, \dots, k-1$, כאשר גודל הערמה H_i הוא 2^i לכל $i = 0, 1, \dots, k-1$. נניח שכל הערמות ממומשות בעצים בינאריים, בעזרת מצביעים.
א' (10 נק') הראו כיצד ניתן למזג את כל הערמות לתוך ערמה אחת H בגודל $2^k - 1$, בזמן ריצה $O(k^2)$.
ב' (10 נק') הראו כיצד ניתן לפרק את הערמה H בגודל $2^k - 1$ לסדרת הערמות H_i , $i = 0, 1, \dots, k-1$, בזמן ריצה $O(k^2)$.
ג' (5 נק') מהם זמני הריצה בשני הסעיפים הקודמים בהנחה שכל הערמות ממומשות במערכים? הסבירו את תשובתכם.

שאלה 3

ענו לשאלה הבאה ונמקו את תשובתכם:
מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך $A = [k+1, \dots, n, 1, \dots, k]$?
הערה: מדובר באלגוריתם מיון-מהיר המוצג בספר הלימוד.
המלצה: דונו בנפרד במקרים $k \leq n/2$ ו- $k > n/2$.

שאלה 4

א' (15 נק')

נתון עץ חיפוש בינרי T בן n צמתים. נניח שכל צומת z ב- T מכיל שדה נוסף $h[z]$ המאחסן את גובה הצומת z בעץ. כתבו שגרה המבצעת סיבוב כפול: בקלט נבחרים הצומת z , בנו השמאלי y , ובנו השמאלי x של y ; בפלט מתקבל y כבנו הימני של x ו- z כבנו הימני של y . השגרה חייבת לתחזק גם את שדה הגובה של הצמתים. איך משפיעה השגרה על גובה העץ?

ב' (10 נק')

בהנחה שחלים תנאי שפה מתאימים, פתרו את נוסחת הנסיגה

$$T(n) = 4T(n/8) + 4\sqrt[3]{n^2} \cdot \lg^2 n$$

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים של S):

INSERT(S, k): הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, p): מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

PAIR-DIFF(S, d): מציאת שני איברים ב- S כך שהפרש המפתחות שלהם הינו $d > 0$; זמן הריצה: $O(n)$;

SUM(S, k_1, k_2): החזרת סכום כל המפתחות ב- S שערכיהם בין k_1 לבין k_2 ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.