מספר התלמיד הנבחן רשום את כל תשע הספרות

# האוניברסיטה

ט"ז באלול תשע"ז

מס' שאלון - 509 בספטמבר 2017

סמסטר 2017ב

93 מס' מועד

הדבק כאן את

מדבקת הנבחן

20585 / 4

שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 3 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות

בהצלחה !!!

שאלה 1 (סעיף א - 12 נקודות; סעיף ב - 8 נקודות)

. בספר) איננה מזוהה-טיורינג (מסקנה 4.23 בספר).  $\overline{A_{\scriptscriptstyle{\mathrm{TM}}}}$ 

.  $B\subseteq\overline{A_{\scriptscriptstyle{
m TM}}}$  -ע. תנו דוגמה לשפה אינסופית וכריעה B, כך ש

.  $\overline{A_{\scriptscriptstyle {
m TM}}}$  לית השפה את השפה ליתו שהיא שפה כריעה ושהיא חלקית ל- הציגו את השפה

. ב. האם השפה  $\overline{A_{\scriptscriptstyle {
m TM}}}-B$  היא שפה מזוהה-טיורינגי הוכיחו את תשובתכם.

## שאלה 2 (כל סעיף 10 נקודות)

 $:EPSILON_{
m TM}$  נגדיר את השפה

 $EPSILON_{TM} = \{ < M > | M \text{ accepts the empty word} \}$ 

זוהי שפת התיאורים של מכונות טיורינג, שמקבלות את המילה הריקה. (כש-M מתחילה לפעול על סרט שכולו רווחים, היא מסיימת במצב המקבל).

- איננה כריעה? איננה בעזרת אפשר להוכיח (ראו בעיה 1.16 בספר) איננה בעזרת משפט איננה כריעה? אם אפשר להוכיח בעזרת משפט איננה עניתם שלא, הסבירו היטב למה לא. אם עניתם שכן, כְּתָבוּ את ההוכחה. אם עניתם שלא, הסבירו היטב למה לא
  - ב. הציגו רדוקציית מיפוי של  $EPSILON_{\mathsf{TM}}$  ל- $EPSILON_{\mathsf{TM}} \leq_{\mathsf{m}} A_{\mathsf{TM}}$ . תארו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב.

### שאלה 3

תהי  $\phi$  נוסחה בוליאנית. מסמנים על-ידי  $MOD(\phi)$  את קבוצת ההצבות למשתנים של  $\phi$  שמספקות. את  $\phi$  (אם  $\phi$  היא נוסחה בוליאנית מעל m משתנים, אז יש למשתנים של m היא קבוצת ההצבות שבהן הערך של  $\phi$  הוא m0.)

:נגדיר את השפה C הבאה

 $C = \{ \langle \phi_1, \phi_2 \rangle \mid \phi_1 \text{ and } \phi_2 \text{ are Boolean formulas and } MOD(\phi_1) \subsetneq MOD(\phi_2) \}$ 

מילה  $<\phi_1,\ \phi_2>$  שייכת לשפה C, אם  $\phi_1,\ \phi_2>$  הן נוסחאות בוליאניות מעל אותם משתנים, וקבוצת  $<\phi_1,\ \phi_2>$  ההצבות שמספקות את  $\phi_1$  מו**כלת ממש** בקבוצת ההצבות שמספקות את  $\phi_1$  (כל הצבה שמספקת את  $\phi_2$ ) מספקת גם את  $\phi_2$ , אבל לא כל הצבה שמספקת את  $\phi_2$  מספקת גם את  $\phi_3$ )

.P=NP או שייכת למחלקה, P=NP הוכיחו: אם

#### שאלה 4

קבוצת צמתים U בגרף לא מכוון G=(V,E) תיקרא **דלילת-קשתות**, אם לכל צומת u בגרף לא מכוון u ש ש-u לא קשור בקשת לאף צומת בu, או ש-u קשור בקשת לצומת יחיד ב-u).

: השפה EDGES-SPARSE היא P הוכיחו

 $EDGES\text{-}SPARSE = \{< G, k > \mid k$  גרף לא מכוון שיש בו קבוצת צמתים דלילת-קשתות בגודל G שייכת לשפה, אם G הוא גרף לא מכוון, G הוא מספר טבעי, ויש ב-G קבוצת צמתים דלילת-קשתות בגודל G.)

הוכיחו ש-*EDGES-SPARSE* שייכת ל-NP, והראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של שפה NP-שלמה לשפה בזמן פולינומיאלי של הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב בזמן לשפה *EDGES-SPARSE*. תארו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב בזמן פולינומיאלי.

הדרכה: אפשר להראות רדוקציה של INDEPENDENT-SET (בעיית הקבוצה הבלתי תלויה). הוסיפו |V| צמתים לגרף (גרף הקלט לבעיית הקבוצה הבלתי תלויה).

#### שאלה 5

 $A = \{w \mid V \text{ accepts } < w, c > \text{ for some string } c > -$ ע כך ש-  $V \in A$  הוא אלגוריתם  $A \in A$  מאמת לשפה A שפה. נאמר שיש ל-A מאמת במקום פולינומיאלי, אם יש ל-A מאמת שייכת ל-A ובין אם משתמש בריצתו על  $A \in A$  פולינומיאלי באורך של  $A \in A$  (בין אם  $A \in A$  מוכיחה ש- $A \in A$  שייכת ל- $A \in A$ ).

נתון שיש לשפה A מאמת במקום פולינומיאלי. האם בהכרח A שייכת ל-PSPACE! הוכיחו את תשובתכם.

## שאלה 6

.4 עיינו בשאלה

EDGES- הוכיחו: אם קיים אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי להכרעת השייכות לשפה SPARSE, אז קיים אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי, שמחזיר קבוצת צמתים דלילת-קשתות בגודל SPARSE, אם יש ב-SPARSE בגודל SPARSE

האלגוריתם מקבל כקלט גרף לא מכוון G ומספר טבעי k. אם אין ב-G קבוצת צמתים דלילת-קשתות בגודל k, האלגוריתם מחזיר "לא". אם יש ב-G קבוצת צמתים דלילת-קשתות ב-G. האלגוריתם מחזיר רשימה של k צמתים שמהווים קבוצת צמתים דלילת-קשתות ב-G.

האלגוריתם יכול להשתמש באלגוריתם להכרעת השייכות לשפה EDGES-SPARSE. אסור לו להשתמש באלגוריתמים לבעיות NP-שלמות אחרות. זמן הריצה שלו חייב להיות פולינומיאלי בגודל הקלט.