# האוניברסיטה הפתוחה 🖧

436 - מס' שאלון

30

בספטמבר 2013 84

מס' מועד סמסטר 2013ג

20290 / 4

כ"ו בתשרי תשע"ד

מספר התלמיד הנבחן רשום את כל תשע הספרות

שאלון בחינת גמר

20290 - אלגוריתמיקה: יסודות מדעי המחשב

משך בחינה: 3 שעות

> בשאלון זה 4 עמודים

## מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות מתוכו.

יש לכתוב את הבחינה בעט.

חומר עזר:

חומר הלימוד של הקורס (ספר הלימוד, מדריך הלמידה, חוברת הקורס) ושני דפי A4 כתובים משני הצדדים.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה

#### שאלה 1 (20 נקודות)

קבוצה שולטת (dominating set) בגרף לא מכוון בגרף לא מכוון (בגרף ער קבוצה ער קבוצה ער קבוצה ער הבא: או ש-ער ער מתקיים התנאי הבא: או ש-ער שייך ל-D, או שקיים צומת ער בגרף כך ש-או שייך שייח בגרף מתקיים התנאי הבא: או ש-ער ער מתקיים בגרף כלומר, קבוצה שולטת היא קבוצת צמתים (u, v) שהאיחוד שלה ער כל השכנים שלה שווה ל-V. בעיית הקבוצה השולטת היא הבעיה הבאה:

G = (V, E) הקלט לבעיה: גרף בלתי מכוון

הפלט המבוקש: קבוצה שולטת שגודלה מינימלי

G = (V, E) להלן אלגוריתם למציאת קבוצה שולטת בגרף

- $; D \leftarrow \phi$  (1)
- $: V \neq \phi$  בצע (2)
- ; שדרגתו מקסימלית V-ם u בחר צומת ער (2.1)
  - ;D-ט u הוסף את (2.2)
- $\mu$  את u את ער מחק מ-V מחק מ-V את מחק מ-V
- $\mu$  את כל הקשתות הנוגעות ב- $\mu$  או בשכנים של E-מחק (2.4)
  - .D החזר את (3)
- (5 נקי) א. מהי השיטה האלגוריתמית שבה האלגוריתם משתמש! נמקו את תשובתכם.
- (15 נקי) ב. האם האלגוריתם מוצא תמיד את הפתרון האופטימלי לבעיה? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית.

### שאלה 2 (20 נקודות)

.z ממשי נוסף בגודל ח המכיל מספרים ממשיים, ונתון מספר ממשי נוסף A

zבמערך שסכומם שווה ל-z ו-y במערך שסכומם שווה ל-

- $O(n\log n)$  א. כתבו אלגוריתם הפותר את הבעיה בזמן ס נקי
- . כתבו אלגוריתם איטרטיבי הפותר את הבעיה בזמן  $O(\mathrm{n})$  והוכיחו את נכונותו ב. כתבו אלגוריתם איטרטיבי

#### שאלה 3 (20 נקודות)

- א. נתונה קבוצה של N מטבעות. כל המטבעות זהים זה לזה, פרט למטבע אחד שמשקלו קטן יותר ממשקל שאר המטבעות. ברשותכם נמצאים מאזני כפות, שבעזרתם אפשר להשוות את משקלן של שתי קבוצות בגודל כלשהו של מטבעות (כלומר, הפעולות הבסיסיות הן פעולות של שקילה במאזני הכפות). תארו אלגוריתם יעיל למציאת המטבע המזויף ונתחו את זמן ריצתו.
- ב. הסבירו מהו השינוי שצריך לעשות באלגוריתם, אם ידוע שמשקלו של המטבע (5 נקי) ב. הסבירו מהו השינוי שצריך לעשות באלגוריתם, אך לא ידוע אם הוא קל יותר או כבד יותר.

#### שאלה 4 (20 נקודות)

: נתונה בעיית ההכרעה הבאה

הקלט לבעיה: שני פסוקים שונים זה מזה בתחשיב הפסוקים

השאלה: האם לפחות אחד משני הפסוקים הוא ספיק?

הוכיחו שהבעיה היא NP-שלמה.

#### שאלה 5 (20 נקודות)

הוכיחו את אי-כריעותה של כל אחת מהגרסאות הבאות של בעיית נחש הדומינו:

א. הקלט לבעיה: קבוצה סופית T של סוגי מרצפות (שונים זה מזה), שתי נקודות V ו-V במחצית העליונה של המישור האינסופי ומספר טבעי V השאלה: האם ניתן להגיע מ-V ל-V באמצעות "נחש דומינו", העובר במחצית העליונה של המישור האינסופי ומשתמש לפחות ב-V סוגי מרצפות מתוך סוגי המרצפות שב-V :

ב. הקלט לבעיה: קבוצה סופית T של סוגי מרצפות (שונים זה מזה), שתי נקודות V ו-V במחצית העליונה של המישור האינסופי ומספר טבעי V במחצית האלה: האם ניתן להגיע מ-V ל-V באמצעות "נחש דומינו", העובר במחצית העליונה של המישור האינסופי ומשתמש בדיוק ב-V סוגי מרצפות מתוך סוגי המרצפות שב-V :

המשך הבחינה בעמוד הבא

#### שאלה 6 (20 נקודות)

נתונה רשימת מספרים ממוינת L באורך R. להלן מופיע תיאור של אלגוריתם מקבילי, המבצע R חיפוש של איבר R ברשימה באמצעות R מעבדים (הניחו ש-R הוא חזקה שלמה של R). False המעבדים משתמשים בשני משתנים משותפים – משתנה בולאני R שערכו ההתחלתי ומשתנה מספרי R:

- $\,$ בצע:  $\,$  אינה ריקה בצע: (1)
- $1 \le i \le k$  בצע במקביל: 1.1) לכל

$$;$$
B  $\leftarrow$  True אס  $,$ x = L[(i-1)·(N/k)+1] אם  $x$  = L[i·(N/k)] אם (1.1.1)

$$; m \leftarrow i$$
 אז , $L[(i-1)\cdot(N/k)+1] < x < L[i\cdot(N/k)]$  אחרת אם (1.1.2)

- . אם מצא ברשימהיי ועצור אם אז כתוב xי ממצא ברשימהיי ועצור. (1.2)
  - $; L \leftarrow L[(m-1)\cdot(N/k)+2,...,m\cdot(N/k)-1]$  אחרת (1.3)
    - (2) כתוב "x אינו נמצא ברשימה" ועצור.
- (15 נקי) א. תארו את אופן פעולת האלגוריתם והסבירו מדוע לא יכול להיות מצב של כתיבה משותפת.
- פי k = logN ב. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם. מה יהיה זמן הריצה כאשר את נקיי כמה יהיה מהיר האלגוריתם במקרה זה מאלגוריתם סדרתי המבצע חיפוש בינריי

#### בהצלחה!