

ה א ו נ י ב ר ס י ט ה ה פ ת ו ח ה

20290

אלגוריתמיקה -

יסודות מדעי המחשב

חוברת הקורס – סתיו 2015א

כתב: אייל משיח

אוקטובר 2014 - סמסטר סתיו – תשע"ה

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

א	אל הסטודנט
ב	1. לוח זמנים ופעילויות
ד	2. תיאור המטלות
ה	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
3	ממ"ן 12
5	ממ"ן 13
7	ממ"ן 14
9	ממ"ן 15

אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך אל הלומדים בקורס "אלגוריתמיקה - יסודות מדעי המחשב".

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה.

בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס.

פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר

הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. מספיק להגיש שלושה מתוך חמשת הממ"נים שבחוברת,

אך מומלץ להגיש את כולם. יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות אלי ביום ג', בשעות 11:00-13:00, בטלפון 09-7781233, או ב-e-mail.

כתובתי היא: eyalma@openu.ac.il

פגישות יש לתאם מראש.

ב ב ר כ ה,

אייל משיח

מרכז הקורס

1. לוח זמנים ופעילויות (20290 / א2015)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	פרקי הלימוד המומלצים	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן למנחה
1	24.10.2014-21.10.2014	פרקים 1-4	מפגש 1	
2	31.10.2014-26.10.2014	פרק 5		
3	7.11.2014-2.11.2014	פרק 5	מפגש 2	ממ"ן 11 7.11.2014
4	14.11.2014-9.11.2014	פרק 6		
5	21.11.2014-16.11.2014	פרק 7	מפגש 3	
6	28.11.2014-23.11.2014	פרק 7		ממ"ן 12 28.11.2014
7	5.12.2014-30.11.2014	פרק 8	מפגש 4	
8	12.12.2014-7.12.2014	פרק 8		
9	19.12.2014-14.12.2014 (ד-ו חנוכה)	פרק 9	מפגש 5	ממ"ן 13 19.12.2014

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות – המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	פרקי הלימוד המומלצים	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן למנחה
10	26.12.2014-21.12.2014 (א-ד חנוכה)	פרק 9		
11	2.1.2015-28.12.2014	פרק 10	מפגש 6	
12	9.1.2015-4.1.2015	פרק 10		ממ"ן 14 9.1.2015
13	16.1.2015-11.1.2015	פרק 11	מפגש 7	
14	23.1.2015-18.1.2015	פרק 11		
15	2.2.2015-25.1.2015	פרק 12	מפגש 8	ממ"ן 15 2.2.2015

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

הממ"נים בקורס הם ממ"נים **רגילים**: כל מטלה מורכבת ממספר תרגילים "יבשים" **שאינם** דורשים הרצת תכניות במחשב. תרגילים אלו נועדו לבדוק את הבנתך בחומר הלימוד. את הפתרון למטלה כזו יש לכתוב **בעט** על דף נייר בכתב יד ברור ובצורה מסודרת. רצוי להשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרון למטלה). אם השאלה בממ"ן אינה ברורה לך, ניתן להתקשר אל אחד מהמנחים (בשעת הייעוץ הטלפוני שלו) לצורך קבלת הסבר או לנסות להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס. בטבלה שלהלן תמצא מהו חומר הלימוד הנדרש (לפי פרקי הספר) לפתרון כל אחת מהמטלות, ומשקל כל מטלה בחישוב הציון של הקורס.

שים לב!

בעת כתיבת פתרון למטלה אין להסתמך על פרקי לימוד **מתקדמים** יותר מהפרקים בהם עוסקת המטלה.

מטלה	חומר הלימוד הנדרש לפתרון	משקל המטלה
ממ"ן 11	פרקים 1-4	6 נקודות
ממ"ן 12	פרקים 5-6	6 נקודות
ממ"ן 13	פרק 7	6 נקודות
ממ"ן 14	פרקים 8-9	6 נקודות
ממ"ן 15	פרקים 10-12	6 נקודות

ניתן לצבור עד 30 נקודות. חובה להגיש שלוש מטלות מתוך החמש.

לתשומת לבכם!

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושהמשקל הצבור של המטלות האחרות שהוגשו, מגיע למינימום הנדרש.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

כדי לקבל נקודות זכות בקורס זה עליך לעמוד בדרישות הבאות:

א. להגיש מטלות במשקל של 18 נקודות לפחות.

ב. לקבל בבחינת הגמר ציון של 60 לפחות.

ג. לקבל ציון סופי של 60 לפחות.

לתשומת לבכם:

מדיניות קורס זה היא לאשר הזנת ציון אפס במטלות שלא הוגשו כנדרש בקורס. סטודנטים אשר לא הגישו את מכסת המטלות המינימאלית לעמידה בדרישות הקורס ולקבלת זכאות להיבחן, ומבקשים שמטלות חסרות יוזנו בציון אפס, יפנו למוקד הפניות והמידע בטלפון 09-7782222 או יעדכנו בעצמם באתר שאילתא <http://www.openu.ac.il/sheilta>

קורסים ⇨ ציוני מטלות ובחינות ⇨ הזנת ציון 0 למטלות רשות שלא הוגשו.

יש לקחת בחשבון כי מטלות אשר יוזן להן ציון אפס ישוקללו בחישוב הציון הסופי ובכך יורידו ציון זה ולא ניתן יהיה להמירן במטלות חלופיות במועד מאוחר יותר. על כן קיימת אפשרות שסטודנט אשר יעבור את הבחינה בהצלחה ייכשל בקורס (כשהממוצע המשוקלל של המטלות והבחינה יהיה נמוך מ- 60).

כלל זה איננו חל על מטלות חובה או על מטלות שנקבע עבורן ציון מינימום.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1-4

מספר השאלות: 5 משקל המטלה: 6 נקודות

סמסטר: 2015 מועד אחרון להגשה: 7.11.2014

אנא שימו לב:

מלאו בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (15 נקודות)

נתון מערך ממוין A בגודל n המכיל מספרים ממשיים, ונתון מספר חיובי נוסף z .

מעוניינים למצוא שני איברים x ו- y במערך שהפרשם שווה ל- z .

א. כתבו אלגוריתם נאיבי לפתרון הבעיה.

ב. מהם מבני הבקרה שבהם משתמש האלגוריתם?

שאלה 2 (15 נקודות)

פלינדרום הוא משפט שקריאתו מימין ומשמאל זהה.

כתבו אלגוריתם, הקורא מהקלט מחרוזת תווים (ללא רווחים) ובודק אם היא פלינדרום.

מותר לאלגוריתם להשתמש במחסנית ובתור. אורכה של מחרוזת הקלט אינו ידוע מראש.

שאלה 3 (20 נקודות)

קבוצה של צמתים בעץ נקראת **בלתי תלויה**, אם אין בקבוצה שני צמתים שאחד מהם הוא בן של

השני. נדון בבעיה של מציאת קבוצה בלתי תלויה של צמתים בעץ שגודלה מקסימלי.

א. הוכיחו את הטענה הבאה: בכל עץ קיימת קבוצה בלתי תלויה של צמתים שגודלה מקסימלי,

המכילה את כל העלים של העץ.

ב. תארו אלגוריתם חמדני לפתרון הבעיה.

הערה: בשאלה מדובר על עץ כלשהו (לאו דווקא בינרי).

שאלה 4 (20 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 15 נק')

א. הגדירו את בעיית תרמיל הגב בשלמים.

ב. תארו במפורט אלגוריתם רקורסיבי לפתרון הבעיה (אין צורך לכתוב פסידו-קוד).

רמז: שימו לב שפריט מסוים יכול להיכלל או לא להיכלל בפתרון.

שאלה 5 (30 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 15 נק'; סעיף ג' – 10 נק')

נדון בבעיה הבאה :

נתונה רשימה של N ערים והמרחקים d_{ij} בין כל שתי ערים. יש למצוא את המסלול הקצר ביותר המתחיל בעיר המוצא (עיר מס' 1), מבקר בכל הערים וחוזר לעיר המוצא.

בעיה זו נקראת **בעיית הסוכן הנוסע** והיא אחת הבעיות הידועות ביותר במדעי המחשב.

נתאר להלן אלגוריתם לפתרון הבעיה.

נסמן ב- S תת-קבוצה של הערים (בגודל שתיים או יותר) המכילה את עיר המוצא ונסמן ב- j ($j \neq 1$) איזושהי עיר השייכת ל- S ;

נסמן ב- $C(S, j)$ את אורכו של המסלול הקצר ביותר המתחיל בעיר מס' 1, מסתיים בעיר j ומבקר בדרך בכל שאר הערים ב- S .

להלן אלגוריתם המחשב את אורכו של המסלול הקצר ביותר המתחיל בעיר מס' 1, מבקר בכל הערים וחוזר לעיר מס' 1 :

(1) עבור כל j ($j \neq 1$) בצע :

$$C(\{1, j\}, j) \leftarrow d_{1j} \quad (1.1)$$

(2) עבור $k \leftarrow 3$ עד n בצע :

(2.1) עבור כל התת-קבוצות S בגודל k של $\{1, 2, \dots, n\}$ (שמכילות את עיר מס' 1) בצע :

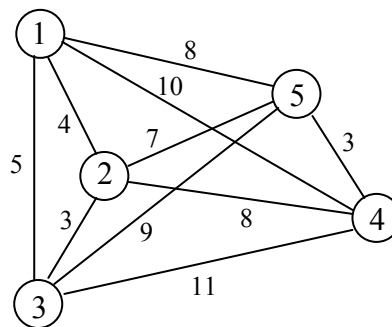
(2.1.1) עבור כל $j \in S$ ($j \neq 1$) בצע :

$$C(S, j) \leftarrow \min_{i \in S, i \neq j} \{C(S - \{j\}, i) + d_{ij}\} \quad (2.1.1.1)$$

(3) החזר את $\min_{j \neq 1} \{C(\{1, 2, \dots, n\}, j) + d_{j1}\}$.

א. מהי השיטה האלגוריתמית שבה האלגוריתם משתמש ? הסבירו את תשובתכם.

ב. פתרו בעזרת האלגוריתם את בעיית הסוכן הנוסע עבור הגרף הבא :



בנו את הטבלה הדרושה ומלאו אותה בערכים המתאימים.

הערה : אפשר להעזר בתכנית מחשב.

ג. הסבירו איך ניתן לשחזר על-פי הטבלה את המסלול הקצר ביותר המבוקש.

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 5-6

מספר השאלות: 5

משקל המטלה: 6 נקודות

סמסטר: א2015

מועד אחרון להגשה: 28.11.2014

אנא שימו לב:

מלאו בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (30 נקודות: סעיפים א', ב' – 5 נק' לכל אחד; סעיפים ג', ד' – 10 נק' לכל אחד)
להלן נתון אלגוריתם לפתרון הבעיה שהוגדרה בשאלה 1 בממ"ן 11:

(1) מיין את המערך A במיון-מיזוג.

(2) $\text{found} \leftarrow \text{False}$

(3) $i \leftarrow 1, j \leftarrow 2$

(4) כל עוד $\text{found} = \text{False}$ וגם $j \leq n$ בצע:

(4.1) $d \leftarrow A[j] - A[i]$

(4.2) אם $d < z$, אז $j \leftarrow j + 1$

(4.3) אחרת, אם $d > z$, אז בצע:

(4.3.1) $i \leftarrow i + 1$

(4.3.2) אם $i = j$, אז $j \leftarrow j + 1$

(4.4) אחרת, $\text{found} \leftarrow \text{True}$

(5) אם $\text{found} = \text{True}$, אז החזר את i, j ועצור.

(6) אחרת, כתוב "לא קיימים במערך שני איברים שהפרשם שווה ל-z" ועצור.

א. הסבירו בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם.

ב. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם. האם הושג שיפור בסדר גודל לעומת האלגוריתם הנאיבי?

ג. כתבו מהי האיננוואריאנטה המתקיימת לפני כל איטרציה של הלולאה הראשית.

ד. הוכיחו את נכונותו המלאה של האלגוריתם.

שאלה 2 (20 נקודות)

כתבו אלגוריתם, המקבל מספר טבעי N ובודק אם המספר הוא חזקה שלמה של 2. כלומר, האלגוריתם צריך לבדוק אם קיים מספר שלם k ($k \geq 0$), כך ש- $N = 2^k$.

נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם והוכיחו את נכונותו.

האם זמן הריצה הוא פולינומי בגודל הקלט ?

שאלה 3 (20 נקודות: סעיף א' – 15 נק'; סעיף ב' – 5 נק')

- א. נתונה קבוצה של N מטבעות. כל המטבעות זהים זה לזה, פרט למטבע אחד שמשקלו קטן יותר ממשקל שאר המטבעות. ברשותכם נמצאים מאזני כפות, שבעזרתם אפשר להשוות את משקלן של שתי קבוצות בגודל כלשהו של מטבעות (כלומר, הפעולות הבסיסיות הן פעולות של שקילה במאזני הכפות). תארו אלגוריתם יעיל למציאת המטבע המזויף ונתחו את זמן ריצתו.
- ב. הסבירו מהו השינוי שצריך לעשות באלגוריתם, אם ידוע שמשקלו של המטבע המזויף שונה ממשקל שאר המטבעות, אך לא ידוע אם הוא קל יותר או כבד יותר.

שאלה 4 (15 נקודות)

- בשאלה 4 בממ"ן 11 התבקשתם לתאר אלגוריתם רקורסיבי לפתרון בעיית תרמיל הגב בשלמים. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם. האם האלגוריתם הוא מעשי? הערה: מספיק לרשום נוסחת נסיגה מתאימה ולכתוב מה הפתרון שלה.

שאלה 5 (15 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 10 נק')

פרופ' אלפרדו טוען שאפשר למיין מספרים באופן מכני בזמן $O(N)$. להלן תיאור לא פורמאלי של השיטה שמציע הפרופסור:

- (1) קח חבילת ספגטי;
- (2) הוצא מתוך החבילה N ספגטי וחתוך אותם בהתאם לגודלם של המספרים שצריך למיין; (למשל, אם המספרים הם 4, 19, 8, 21, 3, 16, 5, 12 אז חותכים את הספגטי לאורכים אלו בסנטימטרים).
- (3) אחוז ביד אחת את N הספגטי והצמד אותם לשלחן כך שהם יהיו מאונכים לשלחן;
- (4) בצע N פעמים:
 - (4.1) הורד את ידך השניה מלמעלה לכיוון הספגטי;
 - (4.2) הוצא את הספגטו הראשון שבו ידך נתקלה; רשום את אורכו ושים אותו בצד.

בסוף התהליך מתקבל מיון בסדר יורד של N המספרים.

- א. חוו דעתכם על השיטה המוצעת. האם היא לדעתכם מעשית ?
- ב. מדוע לא מתקיים במקרה זה החסם התחתון על מיון של $O(N \log N)$?

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 7

מספר השאלות: 5

משקל המטלה: 6 נקודות

סמסטר: 2015א

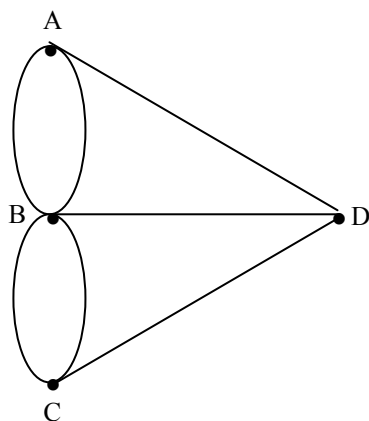
מועד אחרון להגשה: 19.12.2014

אנא שימו לב:

מלאו בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (15 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 10 נק')

נתבונן בגרף הבא:



- א. הוכיחו שקיים בגרף מסלול המילטוני, אך לא קיים בו מסלול אוילרי.
ב. הראו שניתן להסיר מהגרף בדיוק שתי קשתות, ולקבל גרף שבו קיים מסלול אוילרי אך לא קיים מסלול המילטוני.

שאלה 2 (15 נקודות)

קבעו עבור כל אחד מהפסוקים הבאים אם הוא פסוק ספיק, טאוטולוגיה או סתירה.
הוכיחו את תשובותיכם.

$$\varphi_1 = (E \ \& \ G) \rightarrow (E \vee G)$$

$$\varphi_2 = (E \rightarrow G) \rightarrow (G \rightarrow E)$$

$$\varphi_3 = (E \rightarrow G) \rightarrow (\sim G \vee E)$$

שאלה 3 (20 נקודות)

נתונה בעיית ההכרעה הבאה:

הקלט לבעיה: שני פסוקים שונים זה מזה בתחשיב הפסוקים

השאלה: האם לפחות אחד משני הפסוקים הוא ספיק?

הוכיחו שהבעיה היא NP-שלמה.

שאלה 4 (20 נקודות)

נדון בבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: קבוצת מספרים (שונים זה מזה) $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ומספר טבעי k

השאלה: האם ניתן לחלק את המספרים בקבוצה לשתי תת-קבוצות זרות ומשלמות A ו-B, כך

שהיחס בין סכום המספרים ב-A לבין סכום המספרים ב-B יהיה $k : 1$?

למשל, עבור הקבוצה $\{1, 2, 9, 7, 5\}$ ו- $k = 3$, ניתן לחלק את המספרים בקבוצה לשתי

$$\text{תת-קבוצות } A = \{1, 5\} \text{ ו- } B = \{2, 9, 7\} \text{ ומתקיים: } \frac{\sum_{x \in A} x}{\sum_{x \in B} x} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

הוכיחו שהבעיה היא NP-שלמה.

שאלה 5 (30 נקודות: סעיפים א', ב', ג', ד' – 5 נק' לכל אחד; סעיף ה' – 10 נק')

להלן תיאור לא פורמלי של אלגוריתם לפתרון בעיית תרמיל הגב בשלמים:

(1) הפעל על הקלט אלגוריתם חמדני, הבוחר את הפריטים על-פי השווי ליחידת משקל;

(2) הצב את הערך המוחזר על-ידי האלגוריתם החמדני ב- x ;

(3) סמן ב- v_{\max} את שווי הפריט בעל הערך הגבוה ביותר שאפשר להכניס לתרמיל;

(4) החזר את $\max(x, v_{\max})$.

א. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם.

ב. נסמן ב- k את האינדקס שבו האלגוריתם החמדני המופעל בשורה (1) נעצר (כלומר, הפריט ה- k

לא נלקח על-ידי האלגוריתם). מהו ערך הפתרון שמחזיר האלגוריתם החמדני?

ג. נסמן ב- M_{Greedy} את ערך הפתרון שמחזיר האלגוריתם החמדני המופעל בשורה (1),

ונסמן ב- $M_{f\text{-Greedy}}$ את ערך הפתרון שהיה מחזיר האלגוריתם החמדני לבעיית תרמיל הגב

בשברים (אם הוא היה מופעל על אותו קלט). הוכיחו כי מתקיים $M_{f\text{-Greedy}} < M_{\text{Greedy}} + v_k$.

ד. נסמן ב- OPT את ערכו של הפתרון האופטימלי לבעיית תרמיל הגב בשלמים.

הסבירו מדוע מתקיים $OPT \leq M_{f\text{-Greedy}}$.

ה. הסיקו מהסעיפים הקודמים שערכו של הפתרון שמחזיר האלגוריתם המתואר לעיל

הוא לפחות $OPT/2$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8-9

משקל המטלה: 6 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 9.1.2015

סמסטר: 2015א

אנא שימו לב:

מלאו בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (15 נקודות)

נתבונן בגרסה הבאה של בעיית התאמת המילים:

הקלט לבעיה: שתי סדרות מילים X ו- Y ומספר טבעי N

השאלה: האם קיימת סדרת אינדקסים שאורכה חסום על-ידי N , כך שאם נשרשר את

המילים המתאימות מ- X ומ- Y תתקבל אותה מילה?

האם הבעיה כריעה? אם כן, לאיזו מחלקת סיבוכיות היא שייכת?

נמקו את תשובותיכם.

שאלה 2 (15 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 10 נק')

א. הגדירו את בעיית הטוטליות.

ב. הוכיחו שהבעיה אינה כריעה באמצעות רדוקציה מבעיית העצירה.

שאלה 3 (20 נקודות)

הוכיחו את אי-כריעותה של הגרסה הבאה של בעיית נחש הדומינו:

הקלט לבעיה: קבוצה סופית T של סוגי מרצפות (שונים זה מזה), שתי נקודות שונות V ו- W

במחצית העליונה של המישור האינסופי ומספר טבעי k

השאלה: האם ניתן להגיע מ- V ל- W באמצעות "נחש דומינו", העובר במחצית העליונה של

המישור האינסופי ומשתמש ב**דיוק** ב- k סוגי מרצפות מתוך סוגי המרצפות שב- T ?

שאלה 4 (20 נקודות)

נתונה מכונת טיורינג M שבה הראש הקורא-כותב יכול להתקדם רק בקפיצות: קפיצה של 3

מקומות ימינה או קפיצה של 7 מקומות שמאלה.

הוכיחו שמכונה זו שקולה למכונת טיורינג רגילה.

שאלה 5 (30 נקודות: 15 נק' לכל סעיף)

להלן נתונה תכנית מונים משופרת. הקלט לתכנית הוא מספר עשרוני X . הפלט מוחזר במשתנה U .
 א. מה מבצעת התכנית ? הסבירו בקצרה את אופן פעולתה.
 ב. "תרגמו" את תכנית המונים לפסידו-קוד של תכנית מחשב.

```

U ← 0
Y ← 0
Z ← X+1
Z ← Z-1
A:  V ← Z+1
    V ← V-1
    V ← V/10
    V ← V×10
    W ← Z+1
    W ← W-1
B:  if V=0 goto C
    W ← W-1
    V ← V-1
    if U=0 goto B
C:  Y ← Y×10
D:  if W=0 goto E
    W ← W-1
    Y ← Y+1
    if U=0 goto D
E:  Z ← Z/10
    if Z=0 goto F
    if U=0 goto A
F:  if Y=0 goto G
    if X=0 goto J
    Y ← Y-1
    X ← X-1
    if U=0 goto F
G:  if X=0 goto H
    if U=0 goto J
H:  U ← U+1
    
```

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 10-12

מספר השאלות: 5

משקל המטלה: 6 נקודות

סמסטר: 2015א

מועד אחרון להגשה: 2.2.2015

אנא שימו לב:

מלאו בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (30 נקודות: 15 נק' לכל סעיף)

נתונה רשימת מספרים ממוינת L באורך N (כל המספרים שונים זה מזה). להלן מופיע תיאור של אלגוריתם מקבילי, המבצע חיפוש של איבר x ברשימה L באמצעות k מעבדים (הניחו ש- N הוא חזקה שלמה של k). המעבדים משתמשים בשני משתנים משותפים – משתנה בולאני B שערכו ההתחלתי $False$, ומשתנה מספרי m שערכו ההתחלתי 0 :

(1) כל עוד $N > k$ בצע:

(1.1) לכל $1 \leq i \leq k$ בצע במקביל:

(1.1.1) אם $x = L[i \cdot (N/k)]$ או $x = L[(i-1) \cdot (N/k) + 1]$, אז $B \leftarrow True$;

(1.1.2) אחרת אם $L[(i-1) \cdot (N/k) + 1] < x < L[i \cdot (N/k)]$, אז $m \leftarrow i$;

(1.2) אם $B = True$, אז כתוב "x נמצא ברשימה" ועצור.

(1.3) אחרת אם $m = 0$, אז כתוב "x אינו נמצא ברשימה" ועצור.

(1.4) אחרת בצע:

(1.4.1) $L \leftarrow L[(m-1) \cdot (N/k) + 1, \dots, m \cdot (N/k)]$;

(1.4.2) $N \leftarrow N/k$;

(1.4.3) $m \leftarrow 0$;

(2) לכל $1 \leq i \leq k$ בצע במקביל:

(2.1) אם $x = L[i]$, אז $B \leftarrow True$;

(3) אם $B = True$, אז כתוב "x נמצא ברשימה" ועצור.

(4) כתוב "x אינו נמצא ברשימה" ועצור.

א. תארו את אופן פעולת האלגוריתם והסבירו מדוע לא יכול להיות מצב של כתיבה משותפת.
ב. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם. מה יהיה זמן הריצה כאשר $k = \log_2 N$? פי כמה יהיה מהיר האלגוריתם במקרה זה מאלגוריתם סדרתי המבצע חיפוש בינרי?

שאלה 2 (20 נקודות)

נתבונן בבעיית הקטע הקריטי עבור שלושה מעבדים. בגרסה זו של הבעיה יכולים להימצא בקטע הקריטי בכל רגע נתון מעבד אחד או שניים, אך לא כל שלושת המעבדים יחד. הסבירו מהם השינויים שצריך לעשות בפרוטוקול המופיע בספר (עמ' 279-278) בכדי להתאים אותו לגרסה זו של הבעיה.

שאלה 3 (20 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 15 נק')

א. המחלקה ZPP היא מחלקת כל הבעיות שעבורן קיים אלגוריתם לאס-וגאס.

הוכיחו ש- $P \subseteq ZPP$.

ב. אלגוריתם אטלנטיק-סיטי הוא אלגוריתם הסתברותי, שרץ בזמן פולינומי ועלול לטעות

טעות דו-צדדית בהסתברות שקטנה מ- $1/3$. כלומר, אם התשובה לבעיה היא "כן", אז

האלגוריתם יחזיר "כן" בהסתברות שגדולה מ- $2/3$; אם התשובה לבעיה היא "לא", אז

האלגוריתם יחזיר "לא" בהסתברות שגדולה מ- $2/3$.

המחלקה BPP היא מחלקת כל הבעיות שעבורן קיים אלגוריתם אטלנטיק-סיטי.

הוכיחו ש- $RP \subseteq BPP$.

שאלה 4 (15 נקודות: סעיף א' – 10 נק'; סעיף ב' – 5 נק')

א. הסבירו מדוע מערכת ההצפנה RSA תצא מכלל שימוש אם תימצא דרך יעילה לפרק מספרים גדולים לגורמים ראשוניים.

ב. בועז משתמש במערכת RSA. המפתח הציבורי של בועז הוא: $(Pub_B, Prod_B) = (103, 209)$. מצאו את המפתח הסודי של בועז.

שאלה 5 (15 נקודות)

פרופ' כלומסקי כתב תוכנה המשחקת איקס-מיקס-דריקס. התוכנה אינה משתמשת בשיטת ה-minimax, אלא בוחרת את המהלך הבא במשחק על-פי הכללים הבאים:

1. אם אפשר להשלים שורה/עמודה/אלכסון – עשה זאת;
 2. אם יריבך יכול להשלים שורה/עמודה/אלכסון במהלך הבא – מנע זאת;
 3. אם אפשר לשים \times במשבצת המרכזית – עשה זאת;
 4. אם אפשר לשים \times במשבצת פינתית כלשהי – עשה זאת;
 5. אם אף אחת מארבע האפשרויות הקודמות לא התקיימה – שים \times במשבצת כלשהי.
- האם אפשר לנצח את התוכנה של פרופ' כלומסקי? הוכיחו את תשובתכם.