

האוניברסיטה הפתוחה

20290

**אלגוריתמיקה -**  
**יסודות מדעי המחשב**  
**חוברת הקורס – קיץ 2014**

כתב: אייל משיח

יולי 2014 - סמסטר קיץ – תשע"ד

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

1	אל הסטודנט
2	1. לוח זמנים ופעילויות
3	2. תיאור המטלות
4	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
5	ממ"ן 11
7	ממ"ן 12
9	ממ"ן 13
11	ממ"ן 14
13	ממ"ן 15



## אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך אל הלומדים בקורס "אלגוריתמיקה - יסודות מדעי המחשב".

הקורס בסמסטר קיץ נמשך 9 שבועות בלבד, ולכן חשוב להקפיד על לימוד החומר והגשת המטלות בקצב שקבענו כדי להבטיח סיום מוצלח של הקורס. **בגלל משך הסמסטר הקצר, אין אפשרות לדחות את הגשת המטלות.**

ברצוננו להפנות תשומת לבך לשתי נקודות חשובות:

- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. מספיק להגיש שלושה מתוך חמשת הממ"נים שבחוברת, אך מומלץ להגיש את כולם. יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.
  - הקורס "אלגוריתמיקה" הוא קורס מתוקשב. לקורס יש אתר-בית הכולל לוח הודעות, קבוצת דיון, מאגר משאבים והפניות לאתרים אחרים ברשת. לתשומת לבך, אתר הקורס הוא ערוץ תקשורת "רשמית". יש להתייחס להודעות ועדכונים שיופיעו בלוח ההודעות שבאתר כאילו שנשלחו בדואר. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס תמצאו באתר שוהם בכתובת: <http://telem.openu.ac.il>.
- מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות אלי ביום ג', בשעות 11:00-13:00, בטלפון 09-7781233, או ב-e-mail.

כתובתי היא: [eyalma@openu.ac.il](mailto:eyalma@openu.ac.il).

פגישות יש לתאם מראש.

בברכה,

אייל משיח

מרכז הקורס

# 1. לוח זמנים ופעילויות (20290 / ג2014)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	פרקי הלימוד המומלצים	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן
1	18.7.2014-13.7.2014	פרקים 1-4	מפגש 1	
2	25.7.2014-20.7.2014	פרק 5	מפגש 2	ממ"ן 11 25.7.2014
3	1.8.2014-27.7.2014	פרק 6	מפגש 3	
4	8.8.2014-3.8.2014 (ג צום ט' באב)	פרק 7	מפגש 4	ממ"ן 12 8.8.2014
5	15.8.2014-10.8.2014	פרק 8	מפגש 5	
6	22.8.2014-17.8.2014	פרק 9	מפגש 6	ממ"ן 13 22.8.2014
7	29.8.2014-24.8.2014	פרק 10	מפגש 7	ממ"ן 14 29.8.2014
8	5.9.2014-31.8.2014	פרק 11	מפגש 8	
9	12.9.2014-7.9.2014	פרק 12		ממ"ן 15 12.9.2014

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

## 2. תיאור המטלות

הממ"נים בקורס הם ממ"נים **רגילים**: כל מטלה מורכבת ממספר תרגילים "יבשים" **שאינם** דורשים הרצת תכניות במחשב. תרגילים אלו נועדו לבדוק את הבנתך בחומר הלימוד. את הפתרון למטלה כזו יש לכתוב **בעט** על דף נייר בכתב יד ברור ובצורה מסודרת. רצוי להשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרון למטלה). אם השאלה בממ"ן אינה ברורה לך, ניתן להתקשר אל אחד מהמנחים (בשעת הייעוץ הטלפוני שלו) לצורך קבלת הסבר או לנסות להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס. בטבלה שלהלן תמצא מהו חומר הלימוד הנדרש (לפי פרקי הספר) לפתרון כל אחת מהמטלות, ומשקל כל מטלה בחישוב הציון של הקורס.

**שים לב!**  
בעת כתיבת פתרון למטלה אין להסתמך על פרקי לימוד **מתקדמים** יותר מהפרקים בהם עוסקת המטלה.

מטלה	חומר הלימוד הנדרש לפתרון	משקל המטלה
ממ"ן 11	פרקים 1-4	6 נקודות
ממ"ן 12	פרקים 5-6	6 נקודות
ממ"ן 13	פרק 7	6 נקודות
ממ"ן 14	פרקים 8-9	6 נקודות
ממ"ן 15	פרקים 10-12	6 נקודות

ניתן לצבור עד 30 נקודות. חובה להגיש שלוש מטלות מתוך החמש.

**לתשומת לבכם!**

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושהמשקל הצבור של המטלות האחרות שהוגשו, מגיע למינימום הנדרש.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

### 3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

כדי לקבל נקודות זכות בקורס זה עליך לעמוד בדרישות הבאות:

א. להגיש מטלות במשקל של 18 נקודות לפחות.

ב. לקבל בבחינת הגמר ציון של 60 לפחות.

ג. לקבל ציון סופי של 60 לפחות.

#### לתשומת לבכם:

מדיניות קורס זה היא לאשר הזנת ציון אפס במטלות שלא הוגשו כנדרש בקורס. סטודנטים אשר לא הגישו את מכסת המטלות המינימאלית לעמידה בדרישות הקורס ולקבלת זכאות להיבחן, ומבקשים שמטלות חסרות יוזנו בציון אפס, יפנו למוקד הפניות והמידע

בטלפון 09-7782222 או יעדכנו בעצמם באתר שאילתא <http://www.openu.ac.il/sheilta>

**קורסים ↪ ציוני מטלות ובחינות ↪ הזנת ציון 0 למטלות רשות שלא הוגשו.**

יש לקחת בחשבון כי מטלות אשר יוזן להן ציון אפס ישוקללו בחישוב הציון הסופי ובכך יורידו ציון זה ולא ניתן יהיה להמירן במטלות חלופיות במועד מאוחר יותר. על כן קיימת אפשרות שסטודנט אשר יעבור את הבחינה בהצלחה ייכשל בקורס (כשהמוצק המשוקלל של המטלות והבחינה יהיה נמוך מ-60).

**כלל זה איננו חל על מטלות חובה או על מטלות שנקבע עבורן ציון מינימום.**



# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

**הקורס:** אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

**חומר הלימוד למטלה:** פרקים 1-4

**מספר השאלות:** 6

**משקל המטלה:** 6 נקודות

**מועד אחרון להגשה:** 25.7.2014

**סמסטר:** 2014

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

## שאלה 1 (15 נקודות)

סדרה של סימני "פתח סוגריים" (סוגר שמאלי) ו"סוגר סוגריים" (סוגר ימני) היא סדרה חוקית אם מתקיימים שני תנאים:

1. כשעוברים על הסדרה משמאל לימין – בכל שלב מספר הסוגריים שנסגרו אינו עולה על מספר הסוגריים שנפתחו;
2. כל סוגריים שנפתחים גם נסגרים בסופו של דבר.

למשל: הסדרה  $(( )) ( )$  היא חוקית.

הסדרה  $(( ))$  והסדרה  $( )$  אינן חוקיות.

כתבו אלגוריתם הקורא מהקלט סדרה של סימני "פתח סוגריים" ו"סוגר סוגריים", ובודק אם הסדרה חוקית. הסבירו בקצרה את אופן פעולתו של האלגוריתם.  
רמז: אפשר להשתמש במחסנית.

## שאלה 2 (20 נקודות: סעיף א' – 15 נק'; סעיף ב' – 5 נק')

- נתונים שני תורים  $Q_1$  ו- $Q_2$ . כל אחד מהתורים מכיל  $n$  איברים ממוינים (האיבר הקטן ביותר נמצא בראש התור והאיבר הגדול ביותר נמצא בסוף התור).
- א. כתבו אלגוריתם המבצע מיזוג של שני התורים. לאחר ביצוע השגרה התור  $Q_1$  יכיל  $2n$  איברים ממוינים והתור  $Q_2$  יהיה ריק.
- ב. פרטו את מבני הבקרה שבהם נעשה שימוש באלגוריתם.

## שאלה 3 (20 נקודות)

- א. כתבו אלגוריתם המקבל מצביע לעץ בינרי ומחזיר את מספר העלים בעץ.
- ב. כתבו אלגוריתם המקבל מצביע לעץ בינרי ומחזיר את מספר העלים בעץ שעומקם זוגי.

#### שאלה 4 (20 נקודות: 10 נק' לכל סעיף)

תת-קבוצה של צמתים בעץ נקראת **כיסוי ע"י צמתים** אם לכל קשת  $(a, b)$  בעץ – התת-קבוצה מכילה את  $a$  או את  $b$  (או את שניהם).

- בהינתן עץ  $T$  (לאו דווקא בינרי), מעוניינים למצוא כיסוי ע"י צמתים שגודלו מינימלי.
- א. תארו אלגוריתם חמדני המוצא את הפתרון האופטימלי לבעיה.
- ב. הסבירו מדוע האלגוריתם שתיארתם מוצא תמיד את הפתרון האופטימלי.

#### שאלה 5 (25 נקודות: סעיף א' – 10 נק'; סעיף ב' – 5 נק'; סעיף ג' – 10 נק')

- שתי קבוצות הכדורסל סן אנטוניו ספרס (להלן – קבוצה A) ומיאמי היט (להלן – קבוצה B) מתחרות ביניהן על אליפות ה-NBA בסדרת "הטוב משבעה"; כלומר, הקבוצה הראשונה שתנצח בארבעה משחקים תזכה באליפות. נניח ששתי הקבוצות שוות בכוחן, ולכן לכל אחת מהן יש סיכוי של 50% לנצח בכל משחק בודד. נסמן ב- $p(i, j)$  את הסיכוי שקבוצה A תזכה באליפות כאשר A זקוקה לעוד  $i$  ניצחונות ו-B זקוקה לעוד  $j$  ניצחונות.
- למשל, אם התוצאה בהתמודדות היא 2:1 לטובת A, אז A זקוקה לעוד שני ניצחונות ו-B זקוקה לעוד שלושה ניצחונות, ולכן הסיכוי ש-A תזכה בסופו של דבר באליפות הוא  $p(2, 3)$ .
- א. כתבו נוסחה רקורסיבית לחישוב  $p(i, j)$  והסבירו מדוע היא נכונה.
- ב. כתבו אלגוריתם רקורסיבי לחישוב  $p(i, j)$ .
- ג. כתבו אלגוריתם תכנון דינמי המחשב את  $p(i, j)$  לכל ערך אפשרי של  $i$  ו- $j$ . ציירו את הטבלה המתקבלת.

#### שאלה 6 (שאלת בונוס)

- כתבו והריצו תכנית מחשב, המוצאת את המספר הטבעי הראשון שניתן להצגה כסכום של שתי חזקות שלישיות של מספרים טבעיים **בשתי צורות שונות**.
- מהו המספר שהתכנית מחזירה ?

# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

**הקורס:** אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

**חומר הלימוד למטלה:** פרקים 5-6

**משקל המטלה:** 6 נקודות

**מספר השאלות:** 6

**מועד אחרון להגשה:** 8.8.2014

**סמסטר:** ג2014

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

## שאלה 1 (15 נקודות)

נתון מצולע פשוט וקמור.

המצולע מיוצג על-ידי סדרת הקואורדינטות של קדקודיו  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

המסודרים בכיוון השעון.

פרופ' כלומסקי הציע למצוא את המרחק המינימלי בין שני קדקודים של המצולע באמצעות חישוב המרחק בין כל שני קדקודים סמוכים והחזרת הערך המינימלי מבין הערכים המתקבלים. א. כתבו את האלגוריתם בפסידוקוד ונתחו את זמן ריצתו. ב. האם האלגוריתם נכון? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית.

## שאלה 2 (20 נקודות)

נתון מערך ממורן A בגודל n המכיל מספרים ממשיים, ונתון מספר ממשי נוסף z.

מעוניינים למצוא שני איברים x ו-y במערך שסכומם שווה ל-z.

כתבו אלגוריתם הפותר את הבעיה בזמן  $O(n)$  והוכיחו את נכונותו.

## שאלה 3 (20 נקודות: סעיף א' – 15 נק'; סעיף ב' – 10 נק')

נתון תור  $Q_1$  המכיל n מספרים.

א. תארו אלגוריתם למיון המספרים שבתור; כלומר, בסיום ריצת האלגוריתם התור  $Q_1$  יכיל

את המספרים בסדר ממורן (כפי שהוגדר בשאלה 2 בממ"ן 11).

מותר לאלגוריתם להשתמש בתור עזר אחד נוסף. הדגימו את ריצת האלגוריתם על התור הבא:

tail		head	
3	8	4	5
2	1	6	7

ב. נתחו את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם.

הערה: הניחו ש-n הוא חזקה שלמה של 2 (כלומר, קיים k טבעי כך ש- $n = 2^k$ ).

#### שאלה 4 (20 נקודות)

א. הסבירו מהי בעיה אלגוריתמית סגורה.

ב. תנו דוגמה ל:

- בעיה סגורה שסיבוכיות הזמן שלה לוגריתמית
- בעיה סגורה שסיבוכיות הזמן שלה לינארית
- בעיה סגורה שסיבוכיות הזמן שלה ריבועית
- בעיה סגורה שסיבוכיות הזמן שלה אקספוננציאלית

בכל אחד מהמקרים – הסבירו מדוע הבעיה שנתתם כדוגמה עונה על הדרישות.

#### שאלה 5 (25 נקודות: סעיף א' – 15 נק'; סעיף ב' – 10 נק')

להלן מופיע תאור סכמטי של אלגוריתם למיון סדרה של מספרים ממשיים  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :

(1) צור  $n$  נקודות  $(x_1, x_1^2), (x_2, x_2^2), \dots, (x_n, x_n^2)$ ;

(2) הפעל על הנקודות איזשהו אלגוריתם למציאת קמור;

(3) אם האלגוריתם למציאת קמור החזיר את נקודות הקמור בכיוון השעון, אז הפוך את סדר הנקודות בקמור;

(4) מצא את הנקודה בקמור בעלת שיעור ה- $x$  הקטן ביותר;

(5) החזר את הסדרה המורכבת משיעורי ה- $x$  של הנקודות בקמור, החל מהנקודה בעלת שיעור ה- $x$  הקטן ביותר.

א. הסבירו מדוע האלגוריתם ממיין את  $n$  המספרים בצורה נכונה.

ב. נסמן ב- $C(n)$  את הזמן הנדרש למציאת הקמור בשורה (2).

נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם.

האם אפשר להסיק מהאלגוריתם חסם תחתון על  $C(n)$ ? נמקו את תשובתכם.

#### שאלה 6 (שאלת בונוס)

בעמוד 139 בספר הלימוד יש דיון בזמן הריצה של השגרה הרקורסיבית למציאת מינימום ומקסימום ברשימה  $L$  מאורך  $N$ . בספר נטען, כי במקרה הכללי (כלומר, עבור  $N$  שאינו בהכרח חזקה של 2) האלגוריתם מבצע פחות מ- $1.7N$  השוואות. הוכיחו את הטענה ומצאו את החסם העליון המדויק על מספר ההשוואות שמבצע האלגוריתם.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

**הקורס:** אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

**חומר הלימוד למטלה:** פרק 7

**משקל המטלה:** 6 נקודות

**מספר השאלות:** 6

**מועד אחרון להגשה:** 22.8.2014

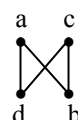
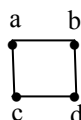
**סמסטר:** 2014

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

**שאלה 1 (15 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 10 נק')**

א. האם שני הגרפים הבאים הם איזומורפיים? הוכיחו את תשובתכם.



ב. הוכיחו שבעיית הגרפים האיזומורפיים (graph isomorphism) שייכת ל-NP.

**שאלה 2 (20 נקודות)**

להלן נתונות שתי גרסאות של בעיית הספיקות בתחשיב הפסוקים.

עבור כל אחת מהגרסאות – כתבו אם לדעתכם הבעיה שייכת ל-NP. נמקו את קביעותיכם.

א. הקלט לבעיה: פסוק  $\phi$  בתחשיב הפסוקים

השאלה: האם קיימת עבור  $\phi$  השמה מספקת, שבה **בדיוק** לחצי מהמשתנים יש ערך True?

ב. הקלט לבעיה: פסוק  $\phi$  בתחשיב הפסוקים

השאלה: האם מספר ההשמות המספקות את  $\phi$  הוא זוגי?

**שאלה 3 (20 נקודות)**

**בעיית התת-גרף הצפוף** היא הבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: גרף בלתי מכוון  $G = (V, E)$ , מספר שלם  $k$  ומספר שלם  $z$

השאלה: האם קיים תת-גרף של  $G$  המכיל  $k$  צמתים ולפחות  $z$  קשתות?

הוכיחו שהבעיה NP-שלמה.

#### שאלה 4 (20 נקודות)

נגדיר את שתי בעיות ההכרעה הבאות :

##### 1. בעיית ה-5-Clique

הקלט: גרף לא מכוון  $G$

השאלה: האם קיימת ב- $G$  קליקה בגודל 5 ?

##### 2. בעיית ה-5-Coloring

הקלט: גרף לא מכוון  $G$

השאלה: האם קיימת צביעה חוקית של  $G$  ב-5 צבעים ?

א. פרופ' כלומסקי מצא אלגוריתם פולינומי לפתרון בעיית ה-5-Clique.

האם אפשר להסיק מכך ש- $P = NP$  ? נמקו את תשובתכם.

ב. חזרו על סעיף א' כשמדובר על בעיית ה-5-Coloring.

#### שאלה 5 (25 נקודות: סעיף א' – 10 נק'; סעיף ב' – 15 נק')

**משולש** בגרף הוא מעגל באורך 3 (מעגל המורכב משלוש קשתות).

א. תארו אלגוריתם, המקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  ומחזיר את מספר המשולשים בגרף.

מהו זמן הריצה של האלגוריתם ?

ב. נדון כעת בבעיה הבאה: נתון גרף לא מכוון  $G = (V, E)$ . יש למצוא קבוצה של קשתות שגודלה

מינימלי, כך שאם נסיר מהגרף את הקשתות הנמצאות בקבוצה, יתקבל גרף חסר משולשים.

תארו אלגוריתם, המוצא לבעיה פתרון מקורב, שערכו הוא לכל היותר **פי שלושה** מערכו של

הפתרון האופטימלי. כלומר, אם מספר הקשתות המינימלי שיש להסיר מהגרף הוא  $k$ , מספר

הקשתות בקבוצה שימצא האלגוריתם יהיה לכל היותר  $3k$ .

הסבירו בקצרה מדוע האלגוריתם שתיארתם משיג את יחס הקירוב הנדרש.

#### שאלה 6 (שאלת בונוס)

נניח שקיימת שגרה, המסוגלת לבדוק בזמן פולינומי אם פסוק נתון בתחשיב הפסוקים הוא

ספיק. הראו כיצד אפשר להשתמש בשגרה זו כדי **למצוא** השמה מספקת לפסוק נתון בזמן

פולינומי.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

**הקורס:** אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

**חומר הלימוד למטלה:** פרקים 8-9

**משקל המטלה:** 6 נקודות

**מספר השאלות:** 6

**מועד אחרון להגשה:** 29.8.2014

**סמסטר:** 2014

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

## שאלה 1 (15 נקודות)

נתונה בעיית הכרעה  $D$ , שקלטיה הם מספרים שלמים חיוביים. בידנו אלגוריתם  $A$  לפתרון הבעיה. ידוע שהאלגוריתם נכון חלקית לכל קלט חוקי. כמו-כן, בידנו הוכחה שהאלגוריתם עוצר על כל הקלטים הגדולים או שווים ל-1000, אך לא הצלחנו להרחיב את ההוכחה גם לקלטים הקטנים מ-1000. האם הבעיה  $D$  כריעה? הוכיחו את תשובתכם.

## שאלה 2 (20 נקודות)

נתבונן בגרסה הבאה של בעיית התאמת המילים: הקלט לבעיה: שתי סדרות מילים  $X$  ו- $Y$  באורך  $n$  כל אחת ושני אינדקסים שונים  $i$  ו- $j$  השאלה: האם קיימת התאמת מילים המכילה את המילה שבאינדקס  $i$  או את המילה שבאינדקס  $j$  (או את שתיהן)? הוכיחו שגם גרסה זו של הבעיה היא בלתי כריעה.

## שאלה 3 (20 נקודות: סעיף א' – 5 נק'; סעיף ב' – 15 נק')

א. הגדירו את בעיית הטוטליות.  
ב. מספר ראשוני  $p$  נקרא **ראשוני ז'רמן** אם  $2p + 1$  הוא גם כן מספר ראשוני. השאלה אם קיימים אינסוף מספרים שהם ראשוני ז'רמן היא שאלה פתוחה בתורת המספרים. נניח שעומד לרשותכם אורקל לבעיית הטוטליות. הראו כיצד אפשר להשתמש באורקל כדי לקבוע אם קיימים אינסוף מספרים שהם ראשוני ז'רמן.

#### שאלה 4 (20 נקודות)

- א. בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את כל המספרים הבינריים שהם חזקה שלמה של 2. (מה מאפיין את המספרים האלה ?)
- ב. ידוע שמספר עשרוני מתחלק ב-3 אם ורק אם סכום הספרות שלו מתחלק ב-3.
- בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את כל המספרים העשרוניים שמתחלקים ב-3.

#### שאלה 5 (25 נקודות: סעיף א' – 10 נק'; סעיף ב' – 15 נק')

- נתונה מכונת טיורינג  $M$  שבה הראש הקורא-כותב יכול להתקדם רק בקפיצות: קפיצה של 4 מקומות ימינה או קפיצה של 7 מקומות שמאלה.
- א. הראו כיצד אפשר לבצע סימולציה של המכונה  $M$  באמצעות מכונת טיורינג רגילה.
- ב. הראו כיצד אפשר לבצע סימולציה של מכונת טיורינג רגילה באמצעות המכונה  $M$ .
- בכל אחד משני הסעיפים – יש להתייחס לסימולציה של צעד ימינה ושל צעד שמאלה (מספיק לפרט את המעברים רק באחד משני הכיוונים).

#### שאלה 6 (שאלת בונוס)

- נדון בגרסה של בעיית התאמת המילים שבה הא"ב הוא בן אות אחת.
- נניח שקיימים בסדרה שני אינדקסים  $i$  ו- $j$  כך שמתקיים:
- $$d_i = |x_i| - |y_i| > 0$$
- $$d_j = |y_j| - |x_j| > 0$$
- מצאו את סדרת האינדקסים **הקצרה ביותר** שמהווה התאמת מילים חוקית. מהו אורך הסדרה ?



# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

**הקורס:** אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

**חומר הלימוד למטלה:** פרקים 10-12

**מספר השאלות:** 6

**משקל המטלה:** 6 נקודות

**סמסטר:** ג2014

**מועד אחרון להגשה:** 12.9.2014

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה הסבר מפורט נמצא ב"נוהל הגשת מטלות מנחה" באתר הקורס.

## שאלה 1 (15 נקודות)

נתונות  $k$  רשימות ממוינות, המכילות  $n$  איברים כל אחת. תארו אלגוריתם מקבילי למיזוג כל הרשימות לרשימה ממוינת אחת. השתמשו בשגרה למיזוג שתי רשימות המופיעה בפרק 4 במדריך הלמידה כשגרת-עזר. נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם ואת סיבוכיות המכפלה שלו. הערה: הניחו ש- $k$  הוא חזקה שלמה של 2.

## שאלה 2 (20 נקודות: סעיף א' – 15 נק'; סעיף ב' – 5 נק')

- א. נתון פסוק  $\phi$  בתחשיב הפסוקים. נסמן ב- $N$  את מספר המשתנים ב- $\phi$ . תארו אלגוריתם מקבילי הבודק בזמן פולינומי אם  $\phi$  ספיק. הניחו שבמודל החישוב המקבילי אין אפשרות לכתיבה משותפת. בכמה מעבדים משתמש האלגוריתם שתיארתם?
- ב. האם אפשר לדעתכם לפתור את בעיית הספיקות בזמן פולינומי ובאמצעות מספר פולינומי של מעבדים? נמקו את תשובתכם.

## שאלה 3 (20 נקודות)

נתבונן בבעיית הקטע הקריטי עבור שלושה מעבדים. בגרסה זו של הבעיה יכולים להימצא בקטע הקריטי בכל רגע נתון מעבד אחד או שניים, אך לא כל שלושת המעבדים. הסבירו מהם השינויים שצריך לעשות בפרוטוקול המופיע בספר (עמ' 279-278), כדי להתאים אותו לגרסה זו של הבעיה.

#### שאלה 4 (20 נקודות)

- א. תכננו אלגוריתם הסתברותי יעיל, המקבל מספר טבעי  $N$  ומחזיר מספר אקראי  $R$  בתחום  $0 \leq R \leq N$ . הניחו ש-  $N = 2^k - 1$  עבור איזשהו מספר שלם חיובי  $k$ . האלגוריתם יכול להשתמש בהטלות של מטבע הוגן (הטלת מטבע לוקחת יחידת זמן אחת). כמה הטלות מטבע האלגוריתם יבצע ?
- ב. חזרו על סעיף א' כאשר  $N$  הוא מספר טבעי כלשהו.

#### שאלה 5 (20 נקודות: סעיף א' – 10 נק'; סעיף ב' – 15 נק')

- נתון גרף לא מכוון  $G = (V, E)$ . איה רוצה לשכנע את בועז שקיים בגרף מסלול המילטוני, אך היא רוצה לעשות זאת מבלי לחשוף בפניו את המסלול עצמו. להלן פרוטוקול הוכחה אינטראקטיבי:
1. איה יוצרת גרף  $G'$  בעל  $|V|$  קודקודים שהוא איזומורפי לגרף המקורי.
  2. היא מכסה את כל קשתות הגרף  $G'$  (ומכסה גם את כל המקומות שבהם יכולות להופיע קשתות).
  3. בועז מטיל מטבע, ועפ"י תוצאת ההטלה מבקש מאיה לעשות את אחד משני הדברים הבאים:
- להראות לו מסלול המילטוני בגרף  $G'$ .
  - להוכיח לו שהגרף  $G'$  הוא איזומורפי לגרף המקורי.
- במקרה זה איה תסיר את הכיסוי רק מעל הקשתות שמהוות מסלול המילטוני, ובועז יוכל להיווכח שהגרף  $G'$  מכיל מסלול המילטוני.
- א. הסבירו מדוע הפרוטוקול הנ"ל הוא פרוטוקול אפס-ידע.
- ב. נניח שאין בגרף  $G$  מסלול המילטוני. מה הסיכוי שאיה תצליח "לעבור בשלום" סבב אחד של הפרוטוקול (כלומר, איטרציה אחת של שלבים 1-3) ? מה הסיכוי לכך אם יתבצעו  $k$  סבבים ? כמה פעמים צריך לחזור על שלבים 1-3 כדי שהסיכוי שאיה תצליח לרמות את בועז יהיה קטן מ- 0.1% ?

#### שאלה 6 (שאלת בונוס)

- חוו דעתכם על ההגדרה הבאה למושג Artificial Intelligence (AI):
- "AI is the attempt to make computers do what people think computers cannot do."