

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

שאלה 1

נתונים שני מערכים של מספרים ממשיים, A בגודל m ו- B בגודל n . נתון גם קבוע ממשי $C > 0$. ברצוננו למצוא שני אינדקסים i, j , $1 \leq j \leq n, 1 \leq i \leq m$, כך שמתקיים אחד התנאים $A[i] - B[j] = C$ או $A[i] + B[j] = C$.

(13 נק') א' כתבו שגרה למציאת שני האינדקסים, שזמן ריצתה $O((m+n)\lg(m+n))$ במקרה הגרוע.

(12 נק') ב' כתבו שגרה למציאת שני האינדקסים, שתוחלת זמן ריצתה $O(m+n)$.

שאלה 2

נתונה ערמת מינימום $A[1..n]$ שאיבריה מספרים ממשיים. נתון גם מספר ממשי נוסף z .

(9 נק') א' כתבו שגרה למציאת הערך z במסלול השמאלי של הערמה A , בזמן $O(\lg \lg n)$ (כלומר, ללא העתקת האיברים למערך עזר).

(8 נק') ב' בהנחה ש- z לא נמצא במסלול השמאלי של A , כתבו שגרה להכנסתו למסלול השמאלי, עם שמירת תכונות הערמה; זמן הריצה הנדרש: $O(\lg n)$.

(8 נק') ג' בהנחה ש- z כן נמצא במסלול השמאלי של A , כתבו שגרה למחיקתו מהמסלול השמאלי, עם שמירת תכונות הערמה; זמן הריצה הנדרש: $O(\lg^2 n)$.

שאלה 3

נתון מספר חיובי קבוע $c, 0 < c < 1$.

נבנה גרסה של האלגוריתם מיון-מיזוג הפועלת באופן הבא:

(1) המערך $A[1..n]$ מחולק לשני חלקים על ידי ערך המיקום ה- $\lceil cn \rceil$; על כל חלק מופעלת גרסה זו של מיון-מיזוג באופן רקורסיבי;

(2) שני החלקים ממוזגים כדי לקבל מערך ממוין.

(8 נקודות) א' כתבו את נוסחת הנסיגה עבור המקרה הגרוע של האלגוריתם (הגרסה החדשה של מיון-מיזוג).

(17 נקודות) ב' פתרו את נוסחת הנסיגה והשוו בין זמני הריצה האסימפטוטיים של שתי הגרסאות של מיון-מיזוג (הגרסה מספר הלימוד והגרסה מהשאלה הזאת).

שאלה 4

א' (15 נק')

נתון עץ חיפוש בינרי T בן n צמתים. נניח שכל צומת z ב- T מכיל שדה נוסף $d[z]$ המאחסן

את עומק הצומת z בעץ.

כתבו שגרה המבצעת סיבוב כפול: בקלט נבחרים הצומת z , בנו השמאלי y , ובנו השמאלי x של y ; בפלט מתקבל y כבנו הימני של x ו- z כבנו הימני של y . השגרה חייבת לתחזק גם את שדה העומק של הצמתים. איך משפיעה השגרה על עומק הצומת z ?

ב' (10 נק')

בהנחה שחלים תנאי שפה מתאימים, פתרו את נוסחת הנסיגה

$$T(n) = 8T(n/16) + 4\sqrt[4]{n^3} \cdot \lg^3 n$$

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

SEARCH(S, k): חיפוש אחרי המפתח k במבנה S ;

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S ;

DELETE(S, z): מחיקת האיבר שאליו מצביע z מהמבנה S ;

OS-PART($k_1, k_2; m$): החזרת ערך המיקום ה- m של תת-קבוצת המפתחות $\{k : k_1 \leq k \leq k_2\}$

של S ($1 \leq m \leq k_2 - k_1$);

כל אחת מהפעולות צריכה להתבצע בזמן $O(\lg n)$.