

האוניברסיטה הפתוחה

20407

**מבני נתונים**

**ומבוא לאלגוריתמים**

חוברת הקורס – אביב 2013

כתב: ד"ר ג'ק וינשטין

מרץ 2013 - סמסטר אביב – תשע"ג

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

א	אל הסטודנט
ב	1. לוח זמנים ופעילויות
ד	2. תיאור המטלות
ד	2.1 מבנה המטלות
ד	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ה	2.3 ניקוד המטלות
ה	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ו	2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
5	ממ"ן 12
7	ממ"ן 13
9	ממ"ן 14 - פרויקט 1
13	ממ"ן 15
15	ממ"ן 16
17	ממ"ן 17
21	ממ"ן 18 - פרויקט 2



## אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לך לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבך למספר נקודות חשובות:

- כידוע לך, נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לך בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש את שני הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) וכן להגיש עוד שלושה ממ"נים. הכנת תרגילי הבית מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר תרגילים. (כל ממ"ן נוסף שיוגש מעבר למינימום הנדרש יוכל רק **לשפר** את ציון המגן - ר' סעיף 4.3 בחוברת). יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכזי הקורס:

ד"ר ג'ק וינשטין: ביום א' בשעות 15:00-17:00 בטלפון 09-7781270,

e-mail: [jack-weinstein@hotmail.com](mailto:jack-weinstein@hotmail.com)

אייל משיח: ביום ג' בשעות 11:00-13:00 בטלפון 09-7781233,

e-mail: [eyalma@openu.ac.il](mailto:eyalma@openu.ac.il)

פגישות יש לתאם מראש.

אנו מאחלים לך לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

ד"ר ג'ק וינשטין  
מרכז ההוראה בקורס

# 1. לוח זמנים ופעילויות (20407 \ 2013ב)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ן (למנחה)
1	8.3.2013-3.3.2013	פרק א' (מדריך הלמידה) פרקים 1, 2 (ספר הלימוד)		
2	15.3.2013-10.3.2013	פרק ב' (מדריך הלמידה) פרק 3 (ספר הלימוד)	מפגש ראשון	
3	22.3.2013-17.3.2013	פרק ג' (מדריך הלמידה) פרק 4 (ספר הלימוד)		ממ"ן 11 24.3.2013
4	29.3.2013-24.3.2013 (ב-ו פסח)	פרק ד' (מדריך הלמידה) פרק 6 (ספר הלימוד)	מפגש שני	
5	5.4.2013-31.3.2013 (א-ב פסח)	פרק ה' (מדריך הלמידה) פרק 7 (ספר הלימוד)		ממ"ן 12 7.4.2013
6	12.4.2013-7.4.2013 (ב יום הזכרון לשואה)	פרקים ה', ו' פרקים 7, 9	מפגש שלישי	
7	19.4.2013-14.4.2013 (ב יום הזכרון) (ג יום העצמאות)	פרק ו' (מדריך הלמידה) פרק 9 (ספר הלימוד)		ממ"ן 13 21.4.2013
8	26.4.2013-21.4.2013	פרק ז' (מדריך הלמידה) פרק 8 (ספר הלימוד)		
9	3.5.2013-28.4.2013 (א ל"ג בעומר)	פרק ח' (מדריך הלמידה) פרק 10 (ספר הלימוד)	מפגש רביעי	ממ"ן 14 5.5.2013

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	10.5.2013-5.5.2013 (ד יום ירושלים)	פרק ט' (מדריך הלמידה) פרק 11 (ספר הלימוד)		ממ"ן 15 12.5.2013
11	17.5.2013-12.5.2013 (ג-ד שבועות)	פרק י' (מדריך הלמידה) פרק 12 (ספר הלימוד)	מפגש חמישי	
12	24.5.2013-19.5.2013	פרק י"א (מדריך הלמידה) פרק 13 (ספר הלימוד)		ממ"ן 16 26.5.2013
13	31.5.2013-26.5.2013	פרקים י"א, י"ב פרקים 13, 14	מפגש שישי	
14	7.6.2013-2.6.2013	פרק י"ב (מדריך הלמידה) פרק 14 (ספר הלימוד)		ממ"ן 17 9.6.2013
15	14.6.2013-9.6.2013	חזרה	מפגש שביעי	ממ"ן 18 2.7.2012

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

## 2. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה שש מטלות "יבשות" ושני פרויקטים שעליך להגיש במהלך הקורס. **שני פרויקטי ההרצה הם חובה!** מבין שש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

### 2.1 מבנה המטלות

#### ממ"ן רגיל

מטלה זו מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון יש לכתוב **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרונות למטלה.) אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכל להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או להתקשר לאחד המנחים (בשעת ההנחיה הטלפונית).

#### פרויקט הרצה

במטלה כזו עליך לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java. מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות. עליך לשלוח למנחה:

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ exe של התוכנית.

**הערה:** מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

### 2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (במדריך הלמידה)
ממ"ן רגיל 11	פרקים 1,2,3
ממ"ן רגיל 12	פרקים 4,6
ממ"ן רגיל 13	פרקים 9,7
ממ"ן 14 - פרויקט הרצה 1	פרקים 6,9
ממ"ן רגיל 15	פרקים 8,10
ממ"ן רגיל 16	פרקים 11,12
ממ"ן רגיל 17	פרקים 13,14
ממ"ן 18 - פרויקט הרצה 2	פרקים 13,14

**הערות:** 1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.



2. כעיקרון, בעת פתרון שאלות, אין להסתמך על תוצאות משאלות בלתי-פתורות בספר הלימוד בלי להוכיחן, אלא אם ניתן לכך היתר מפורש, או אם פתרונות לאלה מופיעים במדריך הלמידה, בחומר הנלמד במפגשי ההנחיה, באתר הקורס וכדומה (ובמקרה זה יש להזכיר את המקור עליו מסתמכים). עם זאת, ניתן לחרוג מכלל זה, ככל שמדובר בתוצאות מוכרות וקלות, או שאין בהן כדי להפוך את השאלה המקורית לקלה מדי ולחסרת עניין.

### 2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים 11, 12, 13, 15, 16, 17 - 4 נקודות.

משקלו של פרויקט 1 (ממ"ן 14) - 2 נקודות

משקלו של פרויקט 2 (ממ"ן 18) - 4 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"נים 14 ו-18 ועוד שלושה ממ"נים רגילים.

כלומר, כדי שתוכל לגשת לבחינה עליך לצבור לפחות 18 נקודות מתוך 30 הנקודות האפשריות.

הכנת המטלות הרגילות חייבת להיעשות על-ידי כל תלמיד **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

**הכנת הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) יכולה להיעשות בזוגות.**

#### לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי. ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

## 2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים

בחלק מהשאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות:

1. הסבר בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט). אלגוריתם ללא הסבר - לא יתקבל!
2. כתוב את האלגוריתם בפסידו-קוד, בדומה לספר. מותר לשלב בפסידו-קוד הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").
3. אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסידו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עשה זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל, תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא** נתבקשת להוכיח נכונות, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה.
5. בכל מקרה (גם אם הדבר לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, **תמיד** נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן.

## 2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

### 1. כתיבת הקוד

#### תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

## מודלריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים :

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

## תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא :

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה : מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התייעוד.

## 2. תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

### 1. תיעוד כללי :

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

### 2. תיעוד בגוף התכנית :

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

### 3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

- א. הגשת פרויקט 1 (ממ"ן 14) ופרויקט 2 (ממ"ן 18).
- ב. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך ששת הממ"נים הרגילים.
- ג. ציון של 50 לפחות בכל פרויקט.
- ד. ציון של 23 לפחות בכל מטלה אחרת הנלקחת בחשבון (ר' סעיף 4.3).
- ה. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ו. הציון המשוקלל של המטלות, הפרויקטים והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 24.3.2013

סמסטר: 2013ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שאלה 1 (18 נקודות)

חשבו את מספר ההשוואות (בין מפתחות) ואת מספר ההעתקות (של מפתחות) שהאלגוריתם

מיון-הכנסה מבצע עבור הקלטים הבאים:

$$\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \dots, n, 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1\right) \quad (\text{א})$$

$$\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2} - 1, \frac{n}{2} + 2, \frac{n}{2} - 2, \dots, 2, n - 1, 1, n\right) \quad (\text{ב})$$

התוצאות יינתנו קודם בצורה מדויקת ואחר-כך בצורה אסימפטוטית.

## שאלה 2 (18 נקודות)

הוכיחו את המשפטים הבאים:

א' אם  $f_i(n) = \Theta(g_i(n))$ ,  $1 \leq i \leq k$ , אזי  $\sum_{i=1}^k f_i(n) = \Theta(\max_{1 \leq i \leq k} \{g_i(n)\})$ .

ב' אם  $f_1(n) = O(g_1(n))$  וגם  $f_2(n) = \Theta(g_2(n))$ , אזי  $f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n) + g_2(n))$ .

ג' אם  $f_1(n) = \Theta(g_1(n))$  וגם  $f_2(n) = \Omega(g_2(n))$ , אזי  $f_1(n) + f_2(n) = \Omega(g_1(n) + g_2(n))$ .

### שאלה 3 (40 נקודות)

#### מיון-דירוג

נתון מערך  $A$  של מספרים, לא בהכרח שונים זה מזה. לכל איבר  $x \in A$  מגדירים את הדרגה  $r(x)$  של  $x$  במערך  $A$  כמספר האיברים בכל המערך  $A$  והקטנים מ- $x$  ביחד עם מספר האיברים הנמצאים ב- $A$  לפני  $x$  והשווים ל- $x$  עם תוספת של 1.

לכן, בהינתן מערך  $A$  באורך  $n$ , ניתן לבנות את מערך הדרגות  $R$  באותו אורך  $n$ , כך שלכל  $R[i] = r(A[i])$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

א' הראו שלכל מערך נתון  $A$  באורך  $n$ , מערך הדרגות  $R$  הינו תמורה של הסדרה  $\langle 1, 2, \dots, n \rangle$ .

ב' הראו שהשגרה הבאה מחשבת נכון את מערך הדרגות  $R[1..n]$  של המערך הנתון  $A[1..n]$ :

**RANK(A, R)**

```

for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
  do  $R[i] \leftarrow 0$ 
for  $j \leftarrow 1$  to  $n$ 
  do for  $i \leftarrow 1$  to  $j$ 
    do if  $A[i] \leq A[j]$ 
      then  $R[j] \leftarrow R[j] + 1$ 
      else  $R[i] \leftarrow R[i] + 1$ 

```

ג' הראו שהאלגוריתם הבא ממין את המערך  $A[1..n]$  בעזרת שני מערכי העזר  $R[1..n]$  ו- $U[1..n]$ :

**RANK-SORT(A)**

```

RANK(A, R)
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
  do  $U[R[i]] \leftarrow A[i]$ 
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
  do  $A[i] \leftarrow U[i]$ 

```

ד' מהם המספרים המדויקים של פעולות ההשוואה (בין איברי המערכים בלבד) ושל פעולות ההעתקה (של איברי המערכים בלבד) שהאלגוריתם מבצע במקרה הטוב ובמקרה הגרוע?

ה' הראו שהאלגוריתם הבא ממין את המערך  $A[1..n]$  בעזרת מערך העזר  $R[1..n]$  בלבד:

RANK-SORT1(A)

RANK(A,R)

for  $i \leftarrow 1$  to  $n$

do while  $R[i] \neq i$

do  $t \leftarrow R[i]$

exchange  $A[i] \leftrightarrow A[t]$

exchange  $R[i] \leftrightarrow R[t]$

- ו' מהם המספרים המדויקים של פעולות ההשוואה (בין איברי המערכים בלבד) ושל פעולות ההעתקה (של איברי המערכים בלבד) שהאלגוריתם השני מבצע במקרה הטוב ובמקרה הגרוע ? (כל החלפה מורכבת מ-3 העתקות).
- ז' תנו דוגמה של קלט שעבורו האלגוריתם השני מבצע את המספר המכסימלי של החלפות.
- ח' השוו בין ביצועי שני האלגוריתמים מבחינת צריכת הזמן וצריכת הזיכרון.
- ט' מהי סיבוכיות האלגוריתם (כפונקציה של  $n$ ) במקרה הטוב, במקרה הגרוע ובממוצע ?

שאלה 4 (24 נקודות)

הוכיחו את המשפטים הבאים :

א'  $f(n) = o(g(n))$  אם ורק אם  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)/g(n) = 0$ .

ב'  $n^{1+\varepsilon} + n \lg n = \Theta(n^{1+\varepsilon})$  , לכל  $\varepsilon > 0$ .

ג'  $n^{k+\varepsilon} + n^k \lg n = \Theta(n^{k+\varepsilon})$  , לכל  $k \geq 0$  ,  $\varepsilon > 0$ .





# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 7.4.2013

סמסטר: 2013ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שאלה 1 (25 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור  $T(n)$  בכל אחת מנוסחאות הנסיגה שלהלן. הניחו כי  $T(n)$  קבועה עבור  $n = 1$  (או עבור כמה ערכים התחלתיים של  $n$ , לפי הצורך).

$$T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n + n^3 \quad \text{א'}$$

$$T(n) = kT\left(\frac{n}{2}\right) + (k-2)n^3 \quad \text{ב'}$$

( $k \geq 2$  שלם,  $k$ )

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n} \cdot \lg n \quad \text{ג'}$$

$$T(n) = 4T(\sqrt{n}) + \lg^2 n \cdot \lg \lg n \quad \text{ד'}$$

המלצה: קראו קודם את סעיף 4.3 מספר הלימוד (עמודים 58-60) ואת תרגיל 4.4-2 מספר הלימוד (עמוד 68).

## שאלה 2 (20 נקודות)

פתרו את הבעיה 4-2 (מציאת השלם החסר) מספר הלימוד (עמוד 73).

### שאלה 3 (20 נקודות)

א' הוכיחו שכל אלגוריתם מיון מבוסס השוואות הממין מערך באורך 5 חייב לבצע (במקרה הגרוע) 7 השוואות לפחות.

ב' כתבו אלגוריתם למיון מערך באורך 5 המבצע 7 השוואות במקרה הגרוע.

ג' האם בין אלגוריתמי המיון (המבוססים השוואות) שלמדתם בקורס קיים אחד המקיים את התנאי הנדרש בסעיף ב'? הוכיחו או הפריכו את טענתכם.

### שאלה 4 (35 נקודות)

נשנה את אופן הייצוג של הערמה: בשורש נשמור את הערך האמיתי; בכל צומת אחר נחזיק את ההפרש בין ערך אביו לבין ערכו. ייצוג זה מאפשר לבצע את הפעולה  $(A, \Delta \text{ ADD-TO-KEYS})$ , המוסיפה לכל ערך ב- $A$  את הקבוע  $\Delta$ , בזמן  $\Theta(1)$ .

א' איך משתנות שגרות הערמה  $\text{HEAPIFY}(A, i)$ ,  $\text{BUILD-HEAP}(A)$ ,  $\text{HEAPSORT}(A)$ ,  $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}(A)$ ,  $\text{HEAP-INSERT}(A, \text{key})$ , עקב שינוי הייצוג?  
ב' מהי השפעת השינוי על סיבוכיות הזמן של השגרות האלה?

**חשוב:** כל שגרה תיכתב בפסידוקוד.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 21.4.2013

סמסטר: 2013ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (10 נקודות)

א' הפעילו את האלגוריתם QUICKSORT למיון הסדרה

$\langle 55, 3, 8, 4, 7, 1, 10, 9, 2, 10, 10, 6, 11 \rangle$

ב' הפעילו את הגרסה הדטרמיניסטית של האלגוריתם RANDOMIZED-SELECT למציאת ערך המיקום העשירי של אותה סדרה.

### שאלה 2 (20 נקודות)

א' פתרו את תרגיל 7.4-5 מספר הלימוד (עמוד 133).

ב' הראו כיצד ניתן להשתמש במיון-בחירה במקום במיון-הכנסה בסעיף הקודם. תארו את האלגוריתם המתקבל, הסבירו את פעולתו, מצאו והוכיחו את תוחלת זמן הריצה שלו.

### שאלה 3 (20 נקודות)

א' כתבו גרסה שונה של האלגוריתם STOOGE-SORT (בעיה 3-7) המבצעת קריאות רקורסיביות על שלושה תת-מערכים באורך  $3n/4$  כל אחד. כתבו את האלגוריתם בפסידוקוד, הסבירו מדוע הוא פועל נכון, חשבו את זמן הריצה שלו במקרה הגרוע.

ב' כתבו גרסה שונה של האלגוריתם STOOGE-SORT (בעיה 3-7) המבצעת קריאות רקורסיביות על שלושה תת-מערכים באורך  $n/2$  כל אחד. כתבו את האלגוריתם בפסידוקוד, הסבירו מדוע הוא פועל נכון, חשבו את זמן הריצה שלו במקרה הגרוע.

### שאלה 4 (20 נקודות)

כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי, הבודק האם קיימים במערך נתון  $A[1..n]$  שני איברים  $x$  ו- $y$ , המקיימים את התנאים:

$$x < y$$

ערכו של  $x$  מופיע יותר מ- $(n/3)$  פעמים;

ערכו של  $y$  מופיע יותר מ- $(n/4)$  פעמים.

### שאלה 5 (30 נקודות)

נתבונן באלגוריתם SELECT3 הפועל כמו האלגוריתם SELECT, בהבדל אחד: במקום לחלק את הקלט לקבוצות בנות 5 איברים, הוא מחלק אותו לקבוצות בנות 3 איברים כל אחת. הוכיחו שזמן הריצה של האלגוריתם SELECT3 הינו  $\Theta(n \cdot \lg n)$ .

**הערה:** לשם השוואה, ראו את תרגיל 1-9.3 בספר הלימוד (עמוד 160) ואת השאלות 8-ו, 9-ו בפרק ו' במדריך הלמידה (עמודים 99 - 100).

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 2 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 5.5.2013

סמסטר: 2013ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## מותר לעבוד בזוגות

### מטרת הפרויקט

להתנסות במימוש של מבני נתונים ואלגוריתמים, בחקירת ביצועיהם בפועל אל מול ניתוח תאורטי של סיבוכיותם, ובהצגה אקדמית של התהליך והמסקנות.

### תאור הפרויקט

הפרויקט הוא מעין "מיני-מחקר", בו תיערך השוואה בין שני פתרונות לבעיית מציאת ומיון  $k$  האיברים הקטנים ביותר מתוך  $n$  איברים נתונים.

הגדרת הבעיה: **הקלט**: מערך בגודל  $n$  של מספרים שלמים

**הפלט**:  $k$  האיברים הקטנים ביותר בסדר ממוין

שני הפתרונות ביניהם נשווה הם:

**פתרון א'**: בניית ערמת מינימום מהמערך הנתון ע"י קריאה ל- BUILD-MIN-HEAP,

ואח"כ קריאה ל- HEAP-EXTRACT-MIN  $k$  פעמים.

**פתרון ב'**: הרצת RANDOMIZED-SELECT על המערך הנתון למציאת האיבר ה-  $k$  קטן ביותר

וחלוקת המערך סביבו, ואח"כ מיון של  $k$  האיברים השמאליים באמצעות האלגוריתם

מיון-מהיר (QUICKSORT).

א' כתבו תכנית ב-C, C++ או Java המבצעת את הפעולות הבאות :

1. מקבלת מן המשתמש את ערכי  $n$  ו- $k$  הרצויים לו.
2. מבקשת מהמשתמש לבחור בין הזנת ערכי המערך בעצמו, לבין הגרלתם באופן אקראי. אם בחר באופציה הראשונה, התוכנית תקבל מהמשתמש  $n$  מספרים שלמים, אחרת תגריל אותם בעצמה, מהתחום  $[0, \dots, 999]$  בעזרת פונקצית ספריה המיועדת ליצירת מספרים אקראיים.
3. מפעילה כל אחד משני האלגוריתמים א' ו-ב', וסופרת את כמות ההשוואות (בין איברי המערך בלבד) שמבצע כל אלגוריתם על המערך. ודאו שאתם מבינים מדוע איננו מעוניינים לספור השוואות אחרות, לא של איברים במערך (למשל השוואות אינדקסים מהסוג  $i < n$  בלולאה). חשבו על הכללה של טיפוס הנתונים בקלט, לאיברים שאינם דווקא מספרים שלמים.
4. מדפיסה את הפלט ( $k$  האיברים הקטנים ביותר ממוינים), ואת כמות ההשוואות שביצע כל אלגוריתם.

ב' לצורך ההשוואה בין שני האלגוריתמים, הריצו את התוכנית שלכם עם ארבע סדרות אקראיות  $A, B, C, D$  (A באורך 100, B באורך 200, C באורך 500, D באורך 1000); כל סדרה תכיל כאמור איברים בתחום 0..999. לכל סדרה, הפעילו את שני האלגוריתמים הנ"ל, עם שלושת הערכים הבאים של  $k$ :  $k = 3, 50, 100$ .

ג' הסבירו את התוצאות שקיבלתם, אל מול הניתוח התאורטי של זמן הריצה של שני האלגוריתמים. בפרט, התייחסו לשתי השאלות הבאות :

שאלה 1 : מהי סיבוכיות זמן הריצה של כל אחד מהאלגוריתמים כתלות ב- $n$  וב- $k$  ? התייחסו הן למקרה הגרוע והן למקרה הטוב, ועבור האלגוריתם השני בלבד התייחסו גם לממוצע.

שאלה 2 : כיצד הניתוח התאורטי מתיישב עם התוצאות האמפיריות (ההרצות)? נסו להסביר את המקורות האפשריים להבדלים, אם קיימים.

אל תסתפקו בתאור יבש של התוצאות בלבד. נסו להסביר את התוצאות שקיבלתם באופן אינטליגנטי. מותר להעלות השערות, גם אם אתם לא בטוחים בנכונותן, כל עוד הן הגיוניות ומנומקות. אם לדעתכם המסקנות אינן חד משמעיות, או שברצונכם לשפר את מהימנותן, בצעו הרצות נוספות שיכולות לסייע לכם.

### הנחיות לכתיבת הפרויקט ולהגשתו

הגשת הפרויקט היא אלקטרונית, כלומר לא מגישים דפים, אלא קבצים דרך מערכת המטלות.

יש להעלות 2 קבצים בדיוק, בפורמטים הבא: קובץ zip אחד המכיל את כל קבצי התוכנית, וקובץ WORD אחד עם הצגת תוצאות ה"מיני-מחקר" (אין להגיש קבצי pdf או תמונה!).

#### קבצי התוכנית – ארוזים בקובץ אחד בפורמט zip

1. מיותר לציין, שעל התוכנית לעבור הידור וקישור מלאים ולרוץ כראוי, ללא "קריסות" ושגיאות זמן ריצה. אי עמידה בדרישה זו תגרור כשלון בפרויקט. בדקו את התוכנית שלכם על מקרי קצה שונים.
2. סגנון – הקפידו על כל כללי סגנון תכנות נכון. בפרט:
  - מתן שמות משמעותיים למשתנים ולפונקציות.
  - חלוקה סבירה לקבצים ולפונקציות. למשל, אם קטע קוד חוזר על עצמו בשינויים קלים ("שכפול קוד"), יש לכתוב אותו כפונקציה. קטע קוד בעל פונקציונליות מוגדרת צריך להיכתב בפונקציה נפרדת.
  - אורך הפונקציות, כולל main, צריך להיות מוגבל. ה-main צריכה להיות מורכבת בעיקר מקריאות לפונקציות, וקצרה למדי.
  - גרריות – היכן שניתן, השתדלו לכתוב את הקוד באופן כזה שיאפשר לשנות בקלות פרמטרים או מאפיינים ספציפיים של הפרויקט.
  - הקפידו על הזחה (אינדנטציה) ראויה.
3. תיעוד - יש לכלול בקוד עצמו תיעוד באופן כזה, שגם מי שלא כתב את התוכנית יוכל להבין בקלות מה היא עושה וכיצד. הפעילו בעניין את שיקול דעתכם: אין צורך לתעד פעולות בסיסיות. יש לתעד פעולות שאינן טריוויאליות, וכן יש לרשום תיעוד ראוי בראש כל פונקציה ובראש כל קובץ.

#### הצגת תוצאות ה"מיני-מחקר" בקובץ WORD

אורכו של הקובץ לא יעלה על 2 עמודים. הציון על חלק זה תלוי באיכות הכתוב, ולא באורכו. עשו מאמץ להציג את הדברים בצורה מדויקת וקולעת, מבלי להשמיט פרטים או הסברים חשובים מצד אחד, אך מבלי לכלול פירוט מיותר או לא רלוונטי מצד שני.

חלק זה יכלול:

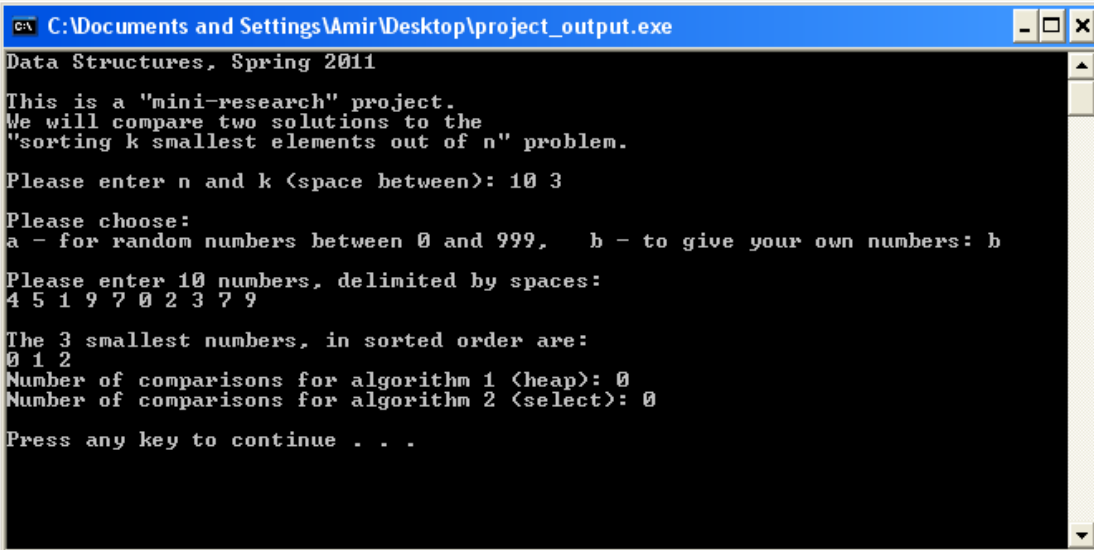
- כותרת מתאימה (קולעת ואינפורמטיבית)
- תקציר (abstract) - פסקה או שתיים בתחילת המסמך, המסכמות את מטרת הפרויקט ותוצאותיו, מבלי להיכנס לפרטים. על התקציר לאפשר לקורא, שאיננו מכיר כלל את הפרויקט, להבין בכלליות ובמהירות מה מטרת הפרויקט ומה המסקנות העיקריות שלכם.
- הצגת תוצאות ההרצות בצורה ברורה ונוחה, שמאפשרת הבנה והסקת מסקנות בקלות (בחרו את הדרכים שנראות לכם מתאימות – טבלאות, עקומות, שילוב כלשהו שלהן וכו').

- התייחסות לשתי השאלות שהופיעו קודם.  
התייחסות להרצות נוספות, אם ביצעתם כאלו, והתבוננות שעלו מהן, או כל התייחסות נוספת מעבר לדרישות המינימום, שנראית לכם נחוצה (חלק זה אינו חובה).

### דוגמה להרצת התוכנית

על התוכנית ליצר פלט לפי דוגמת ההרצה הבאה (כמות ההשוואות המופיעה היא 0 ואיננה נכונה עבור הקלט הנתון).

שימו לב – על התוכנית לרוץ על סדרה בודדת ו- $k$  בודד, ולהסתיים.  
לצורך ביצוע המחקר תוכלו כמובן לשנות את התוכנית כך שתרוץ על כל הסדרות A-D וערכי  $k$  המוגדרים לעיל, אך התוכנית שאתם מגישים חייבת לבצע הרצה בודדת בכל פעם.



```
C:\Documents and Settings\Amir\Desktop\project_output.exe
Data Structures, Spring 2011
This is a "mini-research" project.
We will compare two solutions to the
"sorting k smallest elements out of n" problem.
Please enter n and k (space between): 10 3
Please choose:
a - for random numbers between 0 and 999, b - to give your own numbers: b
Please enter 10 numbers, delimited by spaces:
4 5 1 9 7 0 2 3 7 9
The 3 smallest numbers, in sorted order are:
0 1 2
Number of comparisons for algorithm 1 (heap): 0
Number of comparisons for algorithm 2 (select): 0
Press any key to continue . . .
```



# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 12.5.2013

סמסטר: 2013

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שאלה 1 (28 נקודות)

- נתונים קבוצה  $S$  של  $n$  מספרים שלמים ומספר שלם נוסף  $z$ ; נניח שכל איברי הקבוצה  $S$  שייכים לתחום  $[0 \dots n^k - 1]$  ( $k \geq 1$ , שלם).
- א' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שני איברים שונים, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n \cdot \min(k, \lg n))$ .
- ב' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שלושה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n^2)$ .
- ג' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  ארבעה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n^2 \cdot \min(k, \lg n))$ .
- ד' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  חמישה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n^3)$ .

### שאלה 2 (22 נקודות)

א' נתון קובץ תמליל; ברצוננו למיין את שורות התמליל בסדר א"ב. נניח שניתן להחליף שתי שורות בזמן קבוע.

כתבו אלגוריתם הממיין את התמליל בזמן  $O(n)$ , כאשר  $n$  מציין את מספר התווים בתמליל.

ב' נניח עכשיו שאותו קובץ מכיל מספר שלם חיובי בהתחלת כל שורה.

כתבו אלגוריתם הממיין את התמליל בזמן  $O(n)$ , כאשר  $n$  מציין את מספר הספרות במספרים.

### שאלה 3 (10 נקודות)

הראו כיצד ניתן לממש שתי מחסניות  $LS, RS$  ודו-תור  $DQ$  באמצעות מערך אחד  $A[1..n]$ .

הגדירו את אוסף הפעולות המתאימות (הכנסה, מחיקה ובדיקת מצבי הגלישה והחמיקה).

הערה: ראו את תרגיל 5-11.1 עבור הגדרת ה"דו-תור".

### שאלה 4 (16 נקודות)

סדרת אותיות  $c_1 c_2 \dots c_n$  נקראת פלינדרום אם  $c_i = c_{n-i+1}$  לכל  $1 \leq i \leq \lfloor n/2 \rfloor$ .

כתבו שגרה הבודקת האם סדרה נתונה  $c_1 c_2 \dots c_n$  הינה פלינדרום.

רמז: השתמשו במבני נתונים עזר.

### שאלה 5 (24 נקודות)

בהינתן קבוצה  $S$  של  $n$  מספרים ממשיים ומספר ממשי נוסף  $z$ :

א' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שני איברים שונים, שסכומם בדיוק  $z$ ; תוחלת

זמן הריצה הנדרשת:  $\Theta(n)$ ;

ב' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  ארבעה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק  $z$ ; תוחלת

זמן הריצה הנדרשת:  $\Theta(n^2)$ .

# מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 11, 12 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 26.5.2013

סמסטר: 2013ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (20 נקודות)

א' נתונה טבלת גיבוב עם שרשור בת  $m$  תאים, ריקה מלכתחילה. מהי ההסתברות שאחרי הכנסת ארבעה מפתחות תיווצר שרשרת באורך 4?

ב' נתונה טבלת גיבוב עם מיעון פתוח בת  $m$  תאים, ריקה מלכתחילה. נכניס לטבלה את המפתח  $k_1$ , אחריו את המפתח  $k_2$ , ובסוף את המפתח  $k_3$ . מהי ההסתברות שהכנסת המפתח  $k_3$  תדרוש שלוש בדיקות?

ג' נתונה טבלת גיבוב שמקדם העומס שלה  $\alpha$  קשור למספר האיברים שבטבלה על ידי הנוסחה  $\alpha = 1 - 1/\lg n$ . בהנחה שהטבלה משתמשת במיעון פתוח, מהי תוחלת הזמן עבור חיפוש כושל כפונקציה של  $n$ ?

### שאלה 2 (20 נקודות)

פתרו את התרגיל 11.4-5 מספר הלימוד (עמוד 206).

### שאלה 3 (20 נקודות)

נתון עץ בינרי  $T$  (לא בהכרח עץ חיפוש). ברצוננו להוסיף לכל צומת מספר מינימלי של שדות המכילים את הידע הדרוש כדי לענות לכל שאלה מהסוג הבא בזמן  $O(1)$ : בהינתן מצביע לצומת  $x$  ומצביע לצומת  $y$ , האם  $x$  אב קדמון של  $y$ , או  $y$  אב קדמון של  $x$ , או אף אחד מהם אינו אב קדמון של האחר. כתבו שגרה להכנסת הידע הדרוש לצמתים של  $T$  שזמן ריצתה  $O(n)$ .

### שאלה 4 (20 נקודות)

נתאר אלגוריתם חלופי עבור מחיקת צומת מעץ חיפוש בינרי. במקרה השלישי, כאשר לצומת  $z$  שני בנים, מאתרים את העוקב שלו  $y$ , ואז מחליפים בין  $left[y]$  לבין  $left[z]$ ; עכשיו אפשר להסיר את  $z$  כמו במקרה השני. הוכיחו שהאלגוריתם הזה נכון. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע? מהם היתרונות והחסרונות שלו בהשוואה לאלגוריתם המחיקה המתואר בספר?

### שאלה 5 (20 נקודות)

הוכיחו שאפשר לשחזר עץ חיפוש בינרי מהסריקה הסופית שלו. כלומר, הראו שאם הסדרה  $\langle k_1, k_2, \dots, k_n \rangle$  היא תוצאת הסריקה הסופית של עץ חיפוש בינרי, אזי מבנה העץ מוגדר באופן חד-משמעי על-ידי הסדרה; בנוסף, מבנה העץ משוחזר כאשר הסדרה נקראת מימין לשמאל. האם נכון דבר דומה עבור הסריקה התחילית? ועבור הסריקה התוכית? **הערה:** הניחו שהמפתחות שונים זה מזה.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 9.6.2013

סמסטר: 2013ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שאלה 1 (20 נקודות)

עץ חיפוש בינארי הוא עץ אדום-אדום-שחור אם הוא מקיים את התכונות של האדום-אדום-שחור:

1. כל צומת הוא אדום או שחור;
2. כל צומת עלה (NIL) הוא שחור;
3. אם צומת הוא אדום וההורה שלו גם הוא אדום, אזי שני בניו שחורים;
4. כל המסלולים הפשוטים מצומת לצאצאים עלים מכילים אותו מספר של צמתים שחורים (גובה-השחור של הצומת).

כמה צמתים פנימיים שגובה-השחור שלהם  $k$  קיימים לכל היותר בעץ אדום-אדום-שחור המכיל  $n$  צמתים? כמה קיימים לכל הפחות?

## שאלה 2 (20 נקודות)

נגדיר את המבנה של **עץ צובר** – עץ בינרי המכיל בכל צומת  $z$  שני שדות מספריים :

- שדה המפתח  $key[z]$  ;

- השדה הצובר  $accum[z]$ .

בהינתן עץ צובר  $A$ , ניתן לבנות ממנו עץ בינרי רגיל  $T$  : עבור כל צומת  $z$  ב- $A$ , מחברים את הערך  $accum[z]$  לכל המפתחות בתת-עץ המושרש ב- $z$ ; נאמר ש- $A$  מייצג את  $T$ .

**א'** כתבו אלגוריתם הרץ בזמן  $O(n)$ , הבודק האם העץ הצובר  $A$  מייצג עץ **חיפוש** בינרי.

**ב'** כתבו שְגָרוֹת בפְסִידוֹקוֹד עבור פעולות החיפוש, ההכנסה והמחיקה עבור העץ הצובר  $A$ , המייצג עץ חיפוש בינרי ; זמן הריצה של שלוש השְגָרוֹת חייב להישאר  $O(h)$  ( $h$  הוא גובה העץ).

**ג'** הראו שניתן להוסיף לכל צומת ב- $A$  שדה צבע, כך ש- $A$  ייצג עץ אדום-שחור. כתבו את הגרסאות החדשות של שְגָרוֹת הרוטציות.

## שאלה 3 (30 נקודות)

בחוף ים כלשהו נמצאים  $n$  בתי נופש בבעלות פרטית. מדי פעם סופה פוגעת באתר וגורמת נזק לבתים הנמצאים במרחק מהחוף שערכו המכסימלי תלוי בעוצמת הסופה. המינהל המקומי מעדכן את הנזק שכל בית ספג ; בכל עת, כל בעל בית יכול להעריך את הנזק הכולל שהבית שלו ספג.

הציעו מבנה נתונים התומך בפעולות הבאות :

(1)  $INSERT(dist, value)$  : בניית בית חדש במרחק  $dist$  מהחוף, שערכו המקורי  $value$  ;

(2)  $DECREASE-VALUE(D, A)$  : הורדת הסכום  $A$  מערך כל בית הנמצא במרחק לא גדול מ- $D$  מהחוף ;

(3)  $ASSESS-DAMAGE(dist)$  : החזרת סכום הנזק הכולל עבור בית הנמצא במרחק  $dist$  מהחוף.

זמני הריצה של שלוש הפעולות יהיו  $O(\lg n)$ .

#### שאלה 4 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים  $S$  התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים במבנה):

INSERT( $S, k$ ): הכנסת המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DELETE-MIN( $S$ ): מחיקת איבר בעל מפתח מינימלי מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DELETE-OLD( $S$ ): מחיקת איבר הותיק ביותר מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

MAX-COUNT( $S$ ): החזרת המפתח בעל השכיחות המכסימלית ב- $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

COUNT( $S, i$ ): החזרת מספר המופעים ב- $S$  של המפתח ה- $i$  הקטן ביותר (ערך המיקום ה- $i$ ); זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

COUNT-OLD( $S, t$ ): החזרת מספר המופעים ב- $S$  של מפתח האיבר ה- $t$  הותיק ביותר; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ .

**הערות:** מבנה הנתונים  $S$  יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.

ערכי המיקום מתחשבים גם בשכיחויות המפתחות.

לכל פעולה מתיחסים לאותם איברים בלבד, הנמצאים במבנה בזמן הביצוע.





# מטלת מנחה (ממ"ן) 18

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 2.7.2013

סמסטר: 2013ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה

## מותר לעבוד בזוגות

### מבוא

בפרויקט זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++, שתפקידה לנהל בית מלאכה לאריזת מתנות. במלאי שלנו קופסאות בעלות בסיס ריבועי (לא בהכרח קוביות). לכל קופסה ידועים צלע הבסיס *side* והגובה *height*. כאשר מגיעה בקשה לאריזת מתנה, הלקוח יודע את ממדי הקופסה הקטנה ביותר שמתאימה למתנה; אבל אנחנו נספק לו מהמלאי שלנו את הקופסה בעלת הנפח המינימלי המתאימה למתנה. המשימה שלנו היא לתכנן מבנה נתונים לניהול מלאי הקופסאות; המבנה חייב לתמוך בפעולות הבאות:

INSERTBOX(*side*,*height*): הוספת קופסה בממדים הנתונים;

REMOVEBOX(*side*,*height*): הוצאת קופסה בממדים הנתונים;

GETBOX(side, height) : החזרת ממדי הקופסה בנפח מינימלי שצלעה לפחות side וגובהה לפחות height ;

CHECKBOX(side, height) : בדיקה האם קיימת במלאי קופסה המתאימה למתנה.

הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים **יעיל ככל האפשר**, כך שבעקבות הודעה חדשה על לקוח שקנה מתנה, ניתן יהיה לבצע בצורה יעילה את השינוי הנדרש על מבנה הנתונים. כמו-כן, נדרש שהתשובות לשאילתות יוכלו להינתן ביעילות.

**הערה:** אין צורך לבדוק את חוקיות הקלט. ההנחה היא כי הקלט חוקי.

**עליכם להדפיס שורות קלט, לבצע את הפעולות המתאימות ולהדפיס שורות פלט.**

### **צורת הפלט**

יש להדפיס כל שינוי בצורה ברורה ומדויקת.

יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ולאחריה את התשובה עליה.

### **יעילות**

הפרמטרים של הבעיה הם מספר ערכי הצלעות  $m$  ומספר ערכי הגבהים  $n$ .

ביצוע הפעולות השונות צריך להיות יעיל כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **הרצה**

הריצו את התכנית על שתי סדרות של 20 מתנות לפחות.

### **תיעוד**

תעדו את התכנית בהתאם לכתוב בסעיף "הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה" בחוברת הקורס.

תארו את מבנה הנתונים והסבירו איך מתבצעת כל פעולה.

נתחו את זמן הביצוע של כל פעולה כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **דרישה נוספת**

צרפו את דיונכם בסיבוכיות האלגוריתמים השונים שבהם התכנית משתמשת.