



מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

הדבק כאן את
מדבקת הנבחן

האוניברסיטה
הפתוחה



י"ד בתמוז תשע"ח

מס' שאלון - 487

27

ביוני 2018

מס' מועד 83

מסטר 2018ב

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 4 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.
אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.
שימו לב:

- * בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- * מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
- * אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיח.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי.
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



חלק א: שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחרת.
בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבדוק לתת לכם נקודה או שתיים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתיים.

6 נק' א. נניח ש- α הוא פסוק. אז:

[1] $\alpha \rightarrow \neg \alpha$ הוא סתירה.

[2] $\alpha \rightarrow \neg \alpha$ אינו טאוטולוגיה.

[3] $(\alpha \rightarrow \neg \alpha) \rightarrow \neg \alpha$ הוא טאוטולוגיה.

[4] $(\alpha \rightarrow \neg \alpha) \rightarrow \alpha$ הוא טאוטולוגיה.

[4] אף אחת מהטענות הקודמות אינה נכונה.

7 נק' ב. N היא קבוצת מהספרים הטבעיים, R היא קבוצת הממשיים ו- A היא קבוצה

כך ש- $|A \cap R| = |N|$. אז:

[1] $|A| = |N|$ [2] $A \subseteq R$

[3] $R \not\subseteq A$ [4] $|A \cup R| > |R|$

6 נק' ג. G הוא גרף פשוט על 5 צמתים.

[1] אם G אוילרי אז G מישורי

[2] אם G לא מישורי אז G אוילרי

[3] אם G לא מישורי אז קיים ב- G מסלול אוילר

[4] אם G מישורי אז קיים ב- G מסלול אוילר

[5] אם G המילטוני אז G מישורי

חלק ב: ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות
משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

שאלה 2

R הוא סדר חלקי על הקבוצה $A = \{a, b, c, d\}$ (שבה 4 איברים שונים).

ידוע ש- $S = R \cup \{(a, b)\}$ הוא יחס שקילות מעל A .

8 נק' א. מיצאו את האיברים המינימליים ואת האיברים המקסימליים לגבי היחס R

6 נק' ב. מיצאו את מחלקות השקילות של S .

7 נק' ג. האם היחס $S \cup \{(c, d)\}$ טרנזיטיבי? נמקו את התשובה.

6 נק' ד. הוכיחו או הפריכו: יחס רפלקסיבי T מעל A המקיים $T^2 = T$ הוא בהכרח

יחס שקילות או סדר חלקי מעל A .

שאלה 3

10 נק' א. מיצאו את המקדם של x^5 בפיתוח של הפונקציה היוצרת: $f(x) = \frac{(1+x^2)^3}{(1-x)^3}$.

10 נק' ב. מיצאו פונקציה יוצרת המתאימה לחישוב מספר הפתרונות של המשוואה

$$x_1 + x_2 + x_3 + y_1 + y_2 + y_3 = n, \text{ בטבעיים,}$$

כאשר $0 \leq x_i \leq 3$ לכל $1 \leq i \leq 3$ ו- y_1, y_2, y_3 זוגיים. (שימו לב, גם 0 זוגי)

7 נק' ג. מיצאו את מספר פתרונות המשוואה שבסעיף ב' כאשר $n = 5$.

שאלה 4

נסמן ב- a_n את מספר הסדרות באורך n , שאיבריהן הם האותיות a, b, c והספרות $1, 2, 3, 4, 5, 6$

שאינן בהן הופעה של שתי ספרות הסמוכות זו לזו.

למשל $1a2b3$ היא סדרה מותרת באורך 5, אך $1a23b$ היא סדרה אסורה.

7 נק' א. מיצאו בעזרת חישוב ישיר את a_0, a_1, a_2 .

7 נק' ב. מיצאו יחס נסיגה ל- a_n ובדקו שהערכים של a_0, a_1, a_2 מתאימים ליחס הנסיגה.

13 נק' ג. פתרו את יחס הנסיגה וקבלו נוסחה מפורשת עבור a_n .

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 5

בשאלה זו נתייחס לכל העצים T בעלי 7 צמתים המתויגים במספרים $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

(9 נק') א. מיצאו את העץ בעל סדרת פרופר $(2, 2, 4, 6, 6)$.

(9 נק') ב. מהו מספר העצים המתויגים T שבהם הצומת המתויג ב-2 הוא לא עלה?

(9 נק') ג. מהו מספר העצים T , שבהם לפחות אחד מהצמתים $2, 4, 6$ הוא עלה? (אין כל תנאי לגבי שאר הצמתים)

בהצלחה !

