

# מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית

חומר הלימוד למטלה: קומבינטוריקה פרקים 3,4,5

משקל המטלה: 3 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: יום ד' 31.5.06

סמסטר: 2006

אנא שים לב:

מלא בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.  
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל

## שאלה 1

באיור מופיעה דיאגרמת הסה ("תורת הקבוצות" עמ' 88) של

יחס ההכללה  $\subseteq$  מעל  $P(\{1,2\})$ .

אנו רואים כי בדיאגרמה 4 קטעים.

תהי  $A$  קבוצה בת  $n$  איברים ( $n > 0$ ). מצא את מספר

הקטעים בדיאגרמת הסה של יחס ההכללה מעל  $P(A)$ .

את הביטוי המתקבל סכם לביטוי פשוט שאינו מכיל סכומים,

בעזרת נוסחה המופיעה באחת השאלות בספר הלימוד.

## שאלה 2

דנה, תלמידה בכיתה א', קראה בספר את המשפט המעניין: **דנה קמה דנה נמה**.

אחרי שקראה בהצלחה את המשפט, עלו בדעתה של דנה כמה שאלות מעניינות לא פחות:

א. (3 נק') בכמה דרכים אפשר לסדר את כל 12 האותיות שבמשפט הזה במחרוזת אחת ללא רווחים, כגון **דנהקמהדנהנמה**.

ב. (4 נק') בכמה מהדרכים הללו מופיע בתוך המחרוזת הרצף **דמקה**?

ג. (18 נק') מה מספר הדרכים לסדר את 12 האותיות כך **שלא** תופיע בתוך המחרוזת

**אף אחת** מארבע המחרוזות הבאות: **דמקה**, **קהה**, **ממד**, **נננה**.

הדרכה: הכלה והפרדה.

שימו לב לצירופי מחרוזות שלא יכולים לקרות יחד, וכאלה שכן אפשריים.

בכל הסעיפים בשאלה זו יש להגיע לתשובה סופית מספרית. כמובן יש לפרט את הדרך.



### שאלה 3

מה מספר פתרונות המשוואה  $x_1 + x_2 + x_3 + y_1 + y_2 + y_3 = 20$  בטבעיים (כולל 0), כאשר עבור  $i = 1, 2, 3$ , **אסור** ש- $x_i$  ו- $y_i$  יהיו **שניהם** 0 (אך אחד מהם יכול להתאפס). למשל הפתרון  $(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = (3, 3, 3, 3, 3, 5)$  הוא לגיטימי, גם  $(1, 0, 5, 0, 8, 6)$  וגם  $(0, 0, 5, 1, 8, 6)$  הם פתרונות לגיטימיים, אבל  $(1, 0, 5, 8, 0, 6)$  אינו לגיטימי. הדרכה: הכלה והפרדה.

### שאלה 4

תהי  $A$  קבוצה של 100 מספרים טבעיים כלשהם. הוכח שקיימת קבוצה חלקית לא-ריקה של  $A$ , **שסכום** איבריה מתחלק ב-100. תהי הקבוצה הבאה