

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

שאלה 1

חשבו את מספר ההשוואות (בין מפתחות) ואת מספר ההעתקות (של מפתחות) שהאלגוריתם מיון-הכנסה מבצע עבור הקלטים הבאים:

$$\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \dots, n, 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1 \quad (\text{א})$$

$$\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2} - 1, \frac{n}{2} + 2, \frac{n}{2} - 2, \dots, 2, n - 1, 1, n \quad (\text{ב})$$

התוצאות יינתנו קודם בצורה מדויקת ואחר-כך בצורה אסימפטוטית.

שאלה 2

נתונים n קטעים סגורים $[a_i, b_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$, על הישר הממשי a_i, b_i ממשיים, $a_i \leq b_i$ לכל $i = 1, 2, \dots, n$.

כתבו אלגוריתם הקובע האם קיים מספר ממשי z השייך לשלושה קטעים לפחות (מתוך n הקטעים הנתונים) לפחות. זמן הריצה הנדרש הוא $O(n \cdot \lg n)$.

שאלה 3

נתון מערך לא ממוין $A[1..n]$. ברצוננו למצוא את $n/\lg n$ ערכי המיקום הבאים, בסדר ממוין:

$$\frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2} + 2, \dots, \frac{n}{2} + \frac{n}{\lg n}$$

כלומר, רוצים את ערך המיקום ה- $(n/2 + 1)$, את ערך המיקום ה- $(n/2 + 2)$, וכן הלאה, עד לערך המיקום ה- $(n/2 + n/\lg n)$, סך הכל $n/\lg n$ ערכי מיקום.
כתבו אלגוריתם הפותר את הבעיה הזאת בזמן ריצה כולל $\Theta(n)$.

שאלה 4

ברצוננו לבנות ערמת מינימום H בת n איברים; לכל איבר x בערמה נוסף שדה $\max[x]$ המאחסן את הערך המכסימלי בתת-ערמה המושרשת ב- x .

- 13 נק' א. הראו כיצד ניתן לשנות את השגרה $\text{BUILD-HEAP}(H)$ כך שבניית הערמה המכילה את השדות $\max[x]$ עדיין תתבצע בזמן לינארי.
- 12 נק' ב. הראו כיצד ניתן לשנות את השגרה $\text{INSERT-MIN-HEAP}(H, x)$ כך שהשדות $\max[x]$ יעודכנו בהתאם וזמן הריצה יישאר $O(\lg n)$.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים של S):

- $\text{INSERT}(S, k)$: הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $\text{DELETE}(S, k)$: מחיקת איבר כלשהו בעל המפתח k מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $\text{FREQ-PAIR-SUM}(S, z)$: מציאת שני מפתחות ב- S כך שסכום השכיחויות שלהם הינו z ; זמן הריצה: $O(n)$;
- $\text{SUM}(S, q)$: החזרת סכום כל המפתחות ב- S שערכיהם אינם עולים על q ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.