

האוניברסיטה הפתוחה

20407

**מבני נתונים**

**ומבוא לאלגוריתמים**

חוברת הקורס – סתיו 2014א

כתב: ד"ר גיק וינשטין

אוקטובר 2013 - סמסטר סתיו – תשע"ד

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

|    |                                     |
|----|-------------------------------------|
| א  | אל הסטודנט                          |
| ב  | 1. לוח זמנים ופעילויות              |
| ד  | 2. תיאור המטלות                     |
| ד  | 2.1 מבנה המטלות                     |
| ד  | 2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות |
| ה  | 2.3 ניקוד המטלות                    |
| ה  | 2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים        |
| ו  | 2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה       |
| ח  | 3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס   |
| 1  | ממ"ן 11                             |
| 3  | ממ"ן 12                             |
| 5  | ממ"ן 13                             |
| 7  | ממ"ן 14 - פרויקט 1                  |
| 11 | ממ"ן 15                             |
| 13 | ממ"ן 16                             |
| 15 | ממ"ן 17                             |
| 17 | ממ"ן 18 - פרויקט 2                  |



## אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לך לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבך למספר נקודות חשובות:

- כידוע לך, נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לך בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש את שני הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) וכן להגיש עוד שלושה ממ"נים. הכנת תרגילי הבית מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר תרגילים. (כל ממ"ן נוסף שיוגש מעבר למינימום הנדרש יוכל רק **לשפר** את ציון המגן - ר' סעיף 4.3 בחוברת). יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכזי הקורס:

ד"ר ג'ק וינשטין: ביום א' בשעות 15:00-17:00 בטלפון 09-7781270,

e-mail: [jack-weinstein@hotmail.com](mailto:jack-weinstein@hotmail.com)

אייל משיח: ביום ג' בשעות 11:00-13:00 בטלפון 09-7781233,

e-mail: [eyalma@openu.ac.il](mailto:eyalma@openu.ac.il)

פגישות יש לתאם מראש.

אנו מאחלים לך לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

ד"ר ג'ק וינשטין  
מרכז ההוראה בקורס

**לוח זמנים ופעילויות (20407 \ 2014א)**

| שבוע הלימוד | תאריכי שבוע הלימוד                   | יחידת הלימוד המומלצת                              | מפגשי ההנחיה* | תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה) |
|-------------|--------------------------------------|---|---------------|----------------------------------|
| 1           | 18.10.2013-13.10.2013                | פרק א' (מדריך הלמידה)<br>פרקים 1 – 2 (ספר הלימוד) |               |                                  |
| 2           | 25.10.2013-20.10.2013                | פרק ב' (מדריך הלמידה)<br>פרק 3 (ספר הלימוד)       | מפגש ראשון    | ממ"ן 11<br>27.10.2013            |
| 3           | 1.11.2013-27.10.2013                 | פרק ג' (מדריך הלמידה)<br>פרק 4 (ספר הלימוד)       |               |                                  |
| 4           | 8.11.2013-3.11.2013                  | פרק ד' (מדריך הלמידה)<br>פרק 6 (ספר הלימוד)       | מפגש שני      | ממ"ן 12<br>10.11.2013            |
| 5           | 15.11.2013-10.11.2013                | פרק ה' (מדריך הלמידה)<br>פרק 7 (ספר הלימוד)       |               |                                  |
| 6           | 22.11.2013-17.11.2013                | פרקים ה', ו'<br>פרקים 7, 9                        |               |                                  |
| 7           | 29.11.2013-24.11.2013<br>(ה-ו חנוכה) | פרק ו' (מדריך הלמידה)<br>פרק 9 (ספר הלימוד)       | מפגש שלישי    | ממ"ן 13<br>1.12.2013             |
| 8           | 6.12.2013-1.12.2013<br>(א-ה חנוכה)   | פרק ז' (מדריך הלמידה)<br>פרק 8 (ספר הלימוד)       |               |                                  |

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

| שבוע הלימוד | תאריכי שבוע הלימוד    | יחידת הלימוד המומלצת                          | מפגשי ההנחיה* | תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)    |
|-------------|-----------------------|---|---------------|-------------------------------------|
| 9           | 13.12.2013-8.12.2013  | פרק ח' (מדריך הלמידה)<br>פרק 10 (ספר הלימוד)  | מפגש רביעי    | ממ"ן 14<br>(פרויקט 1)<br>15.12.2013 |
| 10          | 20.12.2013-15.12.2013 | פרק ט' (מדריך הלמידה)<br>פרק 11 (ספר הלימוד)  |               | ממ"ן 15<br>22.12.2013               |
| 11          | 27.12.2013-22.12.2013 | פרק י' (מדריך הלמידה)<br>פרק 12 (ספר הלימוד)  | מפגש חמישי    |                                     |
| 12          | 3.1.2014-29.12.2013   | פרק י"א (מדריך הלמידה)<br>פרק 13 (ספר הלימוד) |               | ממ"ן 16<br>5.1.2014                 |
| 13          | 10.1.2014-5.1.2014    | פרקים י"א, י"ב<br>פרק 13, 14                  | מפגש שישי     |                                     |
| 14          | 17.1.2014-12.1.2014   | פרק י"ב (מדריך הלמידה)<br>פרק 14 (ספר הלימוד) |               | ממ"ן 17<br>19.1.2014                |
| 15          | 24.1.2014-19.1.2014   | חזרה  | מפגש שביעי    | ממ"ן 18<br>28.2.2014                |

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

## 2. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה שש מטלות "יבשות" ושני פרויקטים שעליך להגיש במהלך הקורס. **שני פרויקטי ההרצה הם חובה!** מבין שש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

### 2.1 מבנה המטלות

#### ממ"ן רגיל

מטלה זו מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון יש לכתוב **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרונות למטלה.) אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכל להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או להתקשר לאחד המנחים (בשעת ההנחיה הטלפונית).

#### פרויקט הרצה

במטלה כזו עליך לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java. מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות. עליך לשלוח למנחה:

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ exe של התוכנית.

**הערה:** מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

### 2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

| מ ט ל ה                 | חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (במדריך הלמידה) |
|-------------------------|---|
| ממ"ן רגיל 11            | פרקים 1,2,3                               |
| ממ"ן רגיל 12            | פרקים 4,6                                 |
| ממ"ן רגיל 13            | פרקים 9,7                                 |
| ממ"ן 14 - פרויקט הרצה 1 | פרקים 6,9                                 |
| ממ"ן רגיל 15            | פרקים 8,10                                |
| ממ"ן רגיל 16            | פרקים 11,12                               |
| ממ"ן רגיל 17            | פרקים 13,14                               |
| ממ"ן 18 - פרויקט הרצה 2 | פרקים 13,14                               |

**הערות:** 1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.



2. כעיקרון, בעת פתרון שאלות, אין להסתמך על תוצאות משאלות בלתי-פתורות בספר הלימוד בלי להוכיחן, אלא אם ניתן לכך היתר מפורש, או אם פתרונות לאלה מופיעים במדריך הלמידה, בחומר הנלמד במפגשי ההנחיה, באתר הקורס וכדומה (ובמקרה זה יש להזכיר את המקור עליו מסתמכים). עם זאת, ניתן לחרוג מכלל זה, ככל שמדובר בתוצאות מוכרות וקלות, או שאין בהן כדי להפוך את השאלה המקורית לקלה מדי ולחסרת עניין.

### 2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים 11, 12, 13, 15, 16, 17 - 4 נקודות.

משקלו של פרויקט 1 (ממ"ן 14) - 2 נקודות

משקלו של פרויקט 2 (ממ"ן 18) - 4 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"נים 14 ו-18 ועוד שלושה ממ"נים רגילים.

כלומר, כדי שתוכל לגשת לבחינה עליך לצבור לפחות 18 נקודות מתוך 30 הנקודות האפשריות.

הכנת המטלות הרגילות חייבת להיעשות על-ידי כל תלמיד **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

**הכנת הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) יכולה להיעשות בזוגות.**

#### לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי. ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

## 2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים

בחלק מהשאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות:

1. הסבר בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט). אלגוריתם ללא הסבר - לא יתקבל!
2. כתוב את האלגוריתם בפסידו-קוד, בדומה לספר. מותר לשלב בפסידו-קוד הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").
3. אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסידו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עשה זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל, תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא** נתבקשת להוכיח נכונות, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה.
5. בכל מקרה (גם אם הדבר לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, **תמיד** נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן.

## 2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

### 1. כתיבת הקוד

#### תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

## מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים :

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

## תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא :

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה : מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התייעוד.

## 2. תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

### 1. תיעוד כללי :

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

### 2. תיעוד בגוף התכנית :

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

### 3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

- א. הגשת פרויקט 1 (ממ"ן 14) ופרויקט 2 (ממ"ן 18).
- ב. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך ששת הממ"נים הרגילים.
- ג. ציון של 50 לפחות בכל פרויקט.
- ד. ציון של 23 לפחות בכל מטלה אחרת הנלקחת בחשבון (ר' סעיף 4.3).
- ה. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ו. הציון המשוקלל של המטלות, הפרויקטים והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 27.10.2013

סמסטר: 2014א

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (16 נקודות)

הראו שניתן לשפר את ביצועי שגרת החיפוש הלינארי (ספר הלימוד, תרגיל 3-2.1) על חשבון תא זיכרון אחד. הוכיחו את נכונות השגרה.

רמז: הוסיפו זקיף למערך  $A$  (ערך החיפוש  $v$  בתא  $A[0]$ ).

### שאלה 2 (20 נקודות)

נתון מערך דו-ממדי (מטריצה)  $A[1..m][1..n]$ .

כתבו שגרה לחיפוש ערך נתון  $v$  במערך  $A$ , בזמן  $\Theta(m+n)$  במקרה הגרוע. הוכיחו את נכונות השגרה.

### שאלה 3 (12 נקודות)

איך משתווים שיעורי הגידול של שתי הפונקציות הבאות?

$$f(n) = n \lg n$$

$$g(n) = n^{1+\varepsilon/\sqrt{\lg n}}, \quad \varepsilon > 0$$

#### שאלה 4 (24 נקודות)

הוכיחו או הפריכו את הטענות:

א'  $\log_b f(n) = o(\log_b g(n))$  גורר  $f(n) = o(g(n))$  ;

ב'  $f(n) = o(g(n))$  גורר  $\log_b f(n) = o(\log_b g(n))$  ;

ג'  $f(n) = o(g(n))$  גורר  $b^{f(n)} = o(b^{g(n)})$  ;

ד'  $b^{f(n)} = o(b^{g(n)})$  גורר  $f(n) = o(g(n))$  .

הערה: הניחו  $b > 1$ .

#### שאלה 5 (28 נקודות)

סדרו את הפונקציות הבאות על-פי שיעור הגידול שלהן ; כלומר, מצאו סידור  $g_1, g_2, \dots, g_{16}$  של

הפונקציות המקיים:  $g_1 = \Omega(g_2), g_2 = \Omega(g_3), \dots, g_{15} = \Omega(g_{16})$  .

חלקו את הפונקציות למחלקות שקילות (  $f(n)$ -ו- $g(n)$  שייכות לאותה מחלקת שקילות אם ורק

אם  $f(n) = \Theta(g(n))$  ).

|                           |                    |                |                 |
|---------------------------|--------------------|----------------|-----------------|
| $n / \lg n + \sqrt[4]{n}$ | $n^{\lg n}$        | $(\lg n)^n$    | $n^{\lg \lg n}$ |
| $(\lg \lg n)^n$           | $2^{\sqrt{\lg n}}$ | $\sqrt{\lg n}$ | $n^2 (\lg n)^2$ |
| $n^2 / \lg n$             | $\sqrt{n}$         | $n \lg n$      | $n^{1/\lg n}$   |
| $\lg^2 \lg n$             | $2^n$              | $n^2 / \lg n$  | $4^{\sqrt{n}}$  |

# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 10.11.2013

סמסטר: 2014א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור  $T(n)$  בכל אחת מנוסחאות הנסיגה שלהלן. הניחו כי  $T(n)$  קבועה עבור  $n = 1$  (או עבור כמה ערכים התחלתיים של  $n$ , לפי הצורך).

א'

$$T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$$

ב'

$$T(n) = 5T(n/5) + \lg^2 n$$

ג'

$$T(n) = 6T(n/6) + n + n/\lg n$$

ד'

$$T(n) = 8T(n/4) + n^{3/2} \cdot \lg n$$

ה'

$$T(n) = \frac{3}{2}T(\sqrt{n}) + \lg^2 n$$

$$(T(2) = 1)$$

ו'

$$T(n) = \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + n \lg^2 n$$

$$(T(2) = 1)$$

## שאלה 2 (25 נקודות)

פתרו את הבעיה 4-7 (מערכי מונז') מספר הלימוד (עמודים 75-76).

## שאלה 3 (25 נקודות)

נתונה ערמת מינימום  $H$  בת  $n$  איברים. אנו מעוניינים להוציא לפלט את  $k$  האיברים הקטנים ביותר בערמה, בסדר ממוין.

א' כתבו אלגוריתם הדורש זיכרון נוסף  $O(k)$  שרץ בזמן  $O(k^2)$ . הערמה תישאר ללא שינוי.

ב' כתבו אלגוריתם הדורש זיכרון נוסף  $O(k)$  שרץ בזמן  $O(k \cdot \lg k)$ . הערמה תישאר ללא שינוי.

ג' כתבו אלגוריתם הדורש זיכרון נוסף  $O(1)$  שרץ בזמן  $O(k^2)$ . האלגוריתם לא כולל את תיקון הערמה.

## שאלה 4 (30 נקודות)

א' הציעו מבנה נתונים המבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

BUILD( $L, S$ ) : בניית המבנה  $S$  מרשימה נתונה  $L$  בת  $n$  איברים לא ממוינת;  
זמן:  $O(n)$  ;

INSERT( $z, S$ ) : הכנסת המפתח  $z$  לתוך המבנה  $S$ ; זמן:  $O(\lg n)$  ;

DEL-MAX( $S$ ) : מחיקת האיבר המכסימלי מהמבנה  $S$ ; זמן:  $O(\lg n)$  ;

DEL-MED( $S$ ) : מחיקת החציון (העליון) מהמבנה  $S$ ; זמן:  $O(\lg n)$  ;

DEL-MIN( $S$ ) : מחיקת האיבר המינימלי מהמבנה  $S$ ; זמן:  $O(\lg n)$  .

ב' הציעו הרחבה של מבנה הנתונים הקודם כך שיבצע את הפעולות הבאות ( $k$  הוא משתנה

בלתי-תלוי ב- $n$ ,  $1 < k < n$ ) :

BUILD( $L, S$ ) : בניית המבנה  $S$  מרשימה  $L$  בת  $n$  איברים לא ממוינת;

INSERT( $z, S$ ) : הכנסת המפתח  $z$  לתוך המבנה  $S$  ;

DEL-MAX( $S$ ) : מחיקת האיבר המכסימלי מהמבנה  $S$  ;

DEL-MED( $S, k, i$ ) : מחיקת האיבר בעל ערך המיקום ה-  $(i \cdot \lfloor \frac{n}{k} \rfloor + 1)$  מהמבנה  $S$

. ( $0 \leq i < k$ )

מהם זמני הריצה של הפעולות כפונקציות של  $n$  ושל  $k$ ? הוכיחו.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 1.12.2013

סמסטר: 2014א

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (10 נקודות)

הפעילו את האלגוריתם QUICKSORT למיון הסדרה

$\langle 60, 70, 80, 90, 100, 1, 5, 9, 11, 15, 19, 21, 25, 29, 30 \rangle$

### שאלה 2 (20 נקודות)

מערך  $A[1..n]$  נקרא "כמעט ממוין עם שגיאה בגודל  $k$  ( $k < n$ )" אם  $A[j] \geq A[i]$  לכל  $j, i$  המקיימים  $j - i > k$ ; במלים אחרות, המערך לא חייב להיות ממוין, אבל כל שני איברים הנמצאים בסדר הפוך לא יכולים להיות רחוקים זה מזה יותר מ- $k$  מקומות.

א' איך אפשר לשנות את האלגוריתם מיון-מהיר כך שיהפוך כל קלט לפלט כמעט ממוין עם שגיאה בגודל  $k$ ? האלגוריתם החדש חייב להיות יעיל יותר מאשר האלגוריתם המקורי. מהו זמן הריצה האסימפטוטי של האלגוריתם החדש במקרה הטוב ביותר ובמקרה הגרוע ביותר?

ב' במקרים מסוימים אפשר לשפר את מיון-מהיר על ידי שימוש באלגוריתם מסעיף א' ולאחר מכן שימוש במיון הכנסה.

מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-הכנסה במקרה הטוב ביותר ובמקרה הגרוע ביותר עבור קלטים כמעט ממוינים עם שגיאה בגודל  $k$ ?

### שאלה 3 (20 נקודות)

ענו על השאלות הבאות ונמקו את תשובותיכם :

א' מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך  $A = [3, 4, \dots, n, 1, 2]$  ?

ב' מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך  $A = [2, 1, n, \dots, 4, 3]$  ?

### שאלה 4 (20 נקודות)

נגדיר חציה באופן הבא : בהינתן סדרה (לא ממוינת)  $S$  של  $n$  מספרים, מחלקים אותה לשתי

תת-סדרות  $S_1$  ו-  $S_2$  בעלות  $\lceil n/2 \rceil$  ו-  $\lfloor n/2 \rfloor$  איברים בהתאמה, כך שלכל  $x \in S_1$ ,

$y \in S_2$  מתקיים  $x < y$ .

הוכיחו שפעולת החצייה שקולה למציאת החציון, כלומר :

א' אם ניתן למצוא את החציון של סדרה בעלת  $n$  איברים בעזרת  $T(n)$  השוואות, אזי סדרה

בעלת  $n$  איברים ניתנת לחצייה בעזרת  $T(n) + n - 1$  השוואות ;

ב' אם סדרה בעלת  $n$  איברים ניתנת לחצייה בעזרת  $T(n)$  השוואות, אזי ניתן למצוא את

החציון של סדרה בעלת  $n$  איברים בעזרת  $T(n) + \lceil n/2 \rceil - 1$  השוואות.

### שאלה 5 (30 נקודות)

נתונה סדרה של מספרים ממשיים  $\langle a_0, a_1, \dots, a_n \rangle$ . נסמן :

$$m = \min \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$$

$$M = \max \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$$

א' הוכיחו שקיימים בסדרה שני איברים  $x$  ו-  $y$  כך ש-

$$|x - y| \leq \frac{M - m}{n}$$

ב' כתבו אלגוריתם המוצא את שני האיברים כמתואר בסעיף הקודם ; זמן הריצה חייב להיות

$O(n)$ .

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 2 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 15.12.2013

סמסטר: א2014

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## מותר לעבוד בזוגות

### מטרת הפרויקט

להתנסות במימוש של מבני נתונים ואלגוריתמים, בחקירת ביצועיהם בפועל אל מול ניתוח תאורטי של סיבוכיותם, ובהצגה אקדמית של התהליך והמסקנות.

### תאור הפרויקט

הפרויקט הוא מעין "מיני-מחקר", בו תיערך השוואה בין שני פתרונות לבעיית מציאת ומיון  $k$  האיברים הקטנים ביותר מתוך  $n$  איברים נתונים.

הגדרת הבעיה: **הקלט**: מערך בגודל  $n$  של מספרים שלמים

**הפלט**:  $k$  האיברים הקטנים ביותר בסדר ממוין

שני הפתרונות ביניהם נשווה הם:

**פתרון א'**: בניית ערמת מינימום מהמערך הנתון ע"י קריאה ל- BUILD-MIN-HEAP,

ואח"כ קריאה ל- HEAP-EXTRACT-MIN  $k$  פעמים.

**פתרון ב'**: הרצת RANDOMIZED-SELECT על המערך הנתון למציאת האיבר ה-  $k$  קטן ביותר

וחלוקת המערך סביבו, ואח"כ מיון של  $k$  האיברים השמאליים באמצעות האלגוריתם

מיון-מהיר (QUICKSORT).

א' כתבו תכנית ב-C, C++ או Java המבצעת את הפעולות הבאות :

1. מקבלת מן המשתמש את ערכי  $n$  ו- $k$  הרצויים לו.
2. מבקשת מהמשתמש לבחור בין הזנת ערכי המערך בעצמו, לבין הגרלתם באופן אקראי. אם בחר באופציה הראשונה, התוכנית תקבל מהמשתמש  $n$  מספרים שלמים, אחרת תגריל אותם בעצמה, מהתחום  $[0, \dots, 999]$  בעזרת פונקצית ספריה המיועדת ליצירת מספרים אקראיים.
3. מפעילה כל אחד משני האלגוריתמים א' ו-ב', וסופרת את כמות ההשוואות (בין איברי המערך בלבד) שמבצע כל אלגוריתם על המערך. ודאו שאתם מבינים מדוע איננו מעוניינים לספור השוואות אחרות, לא של איברים במערך (למשל השוואות אינדקסים מהסוג  $i < n$  בלולאה). חשבו על הכללה של טיפוס הנתונים בקלט, לאיברים שאינם דווקא מספרים שלמים.
4. מדפיסה את הפלט ( $k$  האיברים הקטנים ביותר ממוינים), ואת כמות ההשוואות שביצע כל אלגוריתם.

ב' לצורך ההשוואה בין שני האלגוריתמים, הריצו את התוכנית שלכם עם ארבע סדרות אקראיות  $A, B, C, D$  ( $A$  באורך 100,  $B$  באורך 200,  $C$  באורך 500,  $D$  באורך 1000); כל סדרה תכיל כאמור איברים בתחום 0..999. לכל סדרה, הפעילו את שני האלגוריתמים הנ"ל, עם שלושת הערכים הבאים של  $k$ :  $k = 3, 50, 100$ .

ג' הסבירו את התוצאות שקיבלתם, אל מול הניתוח התאורטי של זמן הריצה של שני האלגוריתמים. בפרט, התייחסו לשתי השאלות הבאות :

שאלה 1 : מהי סיבוכיות זמן הריצה של כל אחד מהאלגוריתמים כתלות ב- $n$  וב- $k$  ? התייחסו הן למקרה הגרוע והן למקרה הטוב, ועבור האלגוריתם השני בלבד התייחסו גם לממוצע.

שאלה 2 : כיצד הניתוח העיוני מתיישב עם התוצאות האמפיריות (ההרצות)? נסו להסביר את המקורות האפשריים להבדלים, אם קיימים.

אל תסתפקו בתאור יבש של התוצאות בלבד. נסו להסביר את התוצאות שקיבלתם באופן אינטליגנטי. מותר להעלות השערות, גם אם אתם לא בטוחים בנכונותן, כל עוד הן הגיוניות ומנומקות. אם לדעתכם המסקנות אינן חד משמעיות, או שברצונכם לשפר את מהימנותן, בצעו הרצות נוספות שיכולות לסייע לכם.

### הנחיות לכתיבת הפרויקט ולהגשתו

הגשת הפרויקט היא אלקטרונית, כלומר לא מגישים דפים, אלא קבצים דרך מערכת המטלות.

יש להעלות 2 קבצים בדיוק, בפורמטים הבא: קובץ zip אחד המכיל את כל קבצי התוכנית, וקובץ WORD אחד עם הצגת תוצאות ה"מיני-מחקר" (אין להגיש קבצי pdf או תמונה!).

#### קבצי התוכנית – ארוזים בקובץ אחד בפורמט zip

1. מיותר לציין, שעל התוכנית לעבור הידור וקישור מלאים ולרוץ כראוי, ללא "קריסות" ושגיאות זמן ריצה. אי עמידה בדרישה זו תגרור כשלון בפרויקט. בדקו את התוכנית שלכם על מקרי קצה שונים.
2. סגנון – הקפידו על כל כללי סגנון תכנות נכון. בפרט:
  - מתן שמות משמעותיים למשתנים ולפונקציות.
  - חלוקה סבירה לקבצים ולפונקציות. למשל, אם קטע קוד חוזר על עצמו בשינויים קלים ("שכפול קוד"), יש לכתוב אותו כפונקציה. קטע קוד בעל פונקציונליות מוגדרת צריך להיכתב בפונקציה נפרדת.
  - אורך הפונקציות, כולל main, צריך להיות מוגבל. ה-main צריכה להיות מורכבת בעיקר מקריאות לפונקציות, וקצרה למדי.
  - גרריות – היכן שניתן, השתדלו לכתוב את הקוד באופן כזה שיאפשר לשנות בקלות פרמטרים או מאפיינים ספציפיים של הפרויקט.
  - הקפידו על הזחה (אינדנטציה) ראויה.
3. תיעוד - יש לכלול בקוד עצמו תיעוד באופן כזה, שגם מי שלא כתב את התוכנית יוכל להבין בקלות מה היא עושה וכיצד. הפעילו בעניין את שיקול דעתכם: אין צורך לתעד פעולות בסיסיות. יש לתעד פעולות שאינן טריוויאליות, וכן יש לרשום תיעוד ראוי בראש כל פונקציה ובראש כל קובץ.

#### הצגת תוצאות ה"מיני-מחקר" בקובץ WORD

אורכו של הקובץ לא יעלה על 2 עמודים. הציון על חלק זה תלוי באיכות הכתוב, ולא באורכו. עשו מאמץ להציג את הדברים בצורה מדויקת וקולעת, מבלי להשמיט פרטים או הסברים חשובים מצד אחד, אך מבלי לכלול פירוט מיותר או לא רלוונטי מצד שני.

חלק זה יכלול:

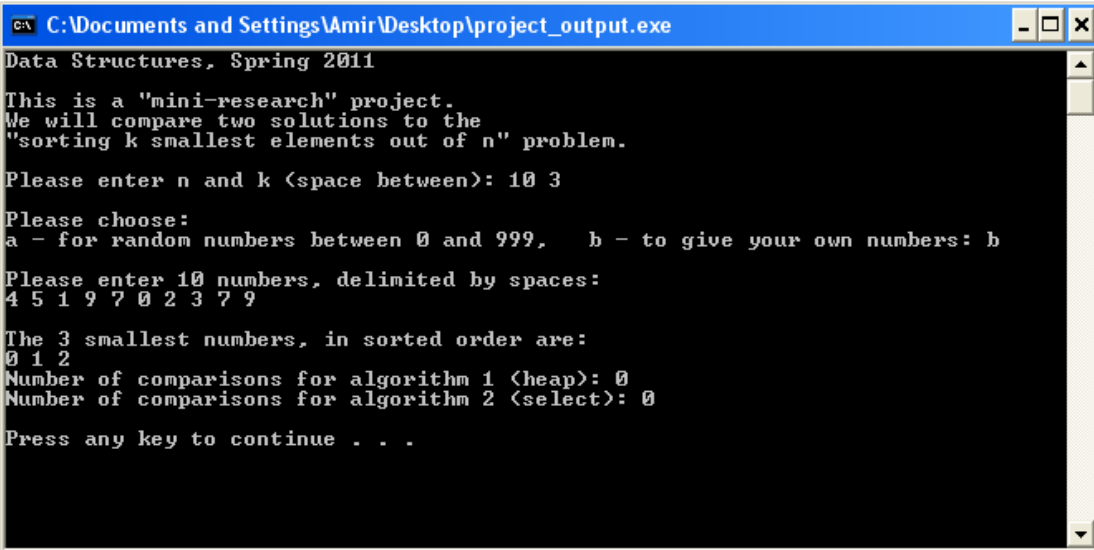
- כותרת מתאימה (קולעת ואינפורמטיבית)
- תקציר (abstract) - פסקה או שתיים בתחילת המסמך, המסכמות את מטרת הפרויקט ותוצאותיו, מבלי להיכנס לפרטים. על התקציר לאפשר לקורא, שאיננו מכיר כלל את הפרויקט, להבין בכלליות ובמהירות מה מטרת הפרויקט ומה המסקנות העיקריות שלכם.
- הצגת תוצאות ההרצות בצורה ברורה ונוחה, שמאפשרת הבנה והסקת מסקנות בקלות (בחרו את הדרכים שנראות לכם מתאימות – טבלאות, עקומות, שילוב כלשהו שלהן וכו').

- התייחסות לשתי השאלות שהופיעו קודם.  
התייחסות להרצות נוספות, אם ביצעתם כאלו, והתבוננות שעלו מהן, או כל התייחסות נוספת מעבר לדרישות המינימום, שנראית לכם נחוצה (חלק זה אינו חובה).

### דוגמה להרצת התוכנית

על התוכנית ליצר פלט לפי דוגמת ההרצה הבאה (כמות ההשוואות המופיעה היא 0 ואיננה נכונה עבור הקלט הנתון).

שימו לב – על התוכנית לרוץ על סדרה בודדת ו- $k$  בודד, ולהסתיים.  
לצורך ביצוע המחקר תוכלו כמובן לשנות את התוכנית כך שתרוץ על כל הסדרות A-D וערכי  $k$  המוגדרים לעיל, אך התוכנית שאתם מגישים חייבת לבצע הרצה בודדת בכל פעם.



```
C:\Documents and Settings\Amir\Desktop\project_output.exe
Data Structures, Spring 2011
This is a "mini-research" project.
We will compare two solutions to the
"sorting k smallest elements out of n" problem.
Please enter n and k (space between): 10 3
Please choose:
a - for random numbers between 0 and 999, b - to give your own numbers: b
Please enter 10 numbers, delimited by spaces:
4 5 1 9 7 0 2 3 7 9
The 3 smallest numbers, in sorted order are:
0 1 2
Number of comparisons for algorithm 1 (heap): 0
Number of comparisons for algorithm 2 (select): 0
Press any key to continue . . .
```

# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 22.12.2013

סמסטר: א2014

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (20 נקודות)

- א' כמה השוואות במקרה הגרוע, במקרה הטוב ובממוצע מבצע QUICKSORT על קלט בגודל 3?
- ב' ציירו את עץ ההחלטה של QUICKSORT עבור קלט בגודל 3. הסבירו בקצרה כיצד מבנה העץ מסתדר עם 3 התשובות שלכם לסעיף הקודם.
- ג' כמה השוואות במקרה הגרוע ובמקרה הטוב מבצע HEAPSORT על מערך בגודל 4?
- ד' כזכור, HEAPSORT הוא אלגוריתם מיון אופטימלי מבחינת סיבוכיות זמן אסימפטוטית במקרה הגרוע (זמן ריצתו  $\Theta(n \cdot \lg n)$ ). הראו, לאור תשובתכם לסעיף הקודם, ש-HEAPSORT אינו אופטימלי עבור קלטים בגודל 4 (לשם כך יש כמובן לחשב את החסם התחתון למספר ההשוואות במקרה הגרוע של אלגוריתם מיון מבוסס השוואות). הסבירו גם, במשפט אחד, מדוע אין כאן סתירה.

### שאלה 2 (20 נקודות)

- נתונה סדרה בת  $n$  שלמים מהתחום  $[0..2^n - 1]$ .
- הוכיחו שניתן למיין סדרה זו בזמן  $O(n^2 / \lg n)$ .

### שאלה 3 (20 נקודות)

נתונה קבוצה של  $n$  נקודות  $p_i = (x_i, y_i)$  בחצי הימני של עיגול היחידה; כלומר, כל נקודה  $p_i = (x_i, y_i)$  מקיימת את התנאים  $0 < x_i \leq 1$ ,  $0 < x_i^2 + y_i^2 \leq 1$ ,  $i = 1, \dots, n$ . נניח שהתפלגותן של הנקודות אחידה; כלומר, ההסתברות למצוא נקודה באזור נתון כלשהו של חצי העיגול נמצאת ביחס ישר לשטחו של אזור זה.

נגדיר ב- $\theta_i$  את הזווית בין הכיוון החיובי של ציר ה- $x$  לבין הקרן היוצאת מהראשית אל הנקודה  $p_i$  ( $\tan \theta_i = y_i / x_i$ ). כתבו אלגוריתם שתוחלת זמן הריצה שלו היא  $\Theta(n)$ , למיון  $n$  הנקודות על-פי  $\theta_i$ .

### שאלה 4 (16 נקודות)

פתרו את התרגיל 5-10.1 מספר הלימוד (עמודים 171). השתמשו בשמות  $\text{PUSH-LEFT}(D, x)$ ,  $\text{POP-LEFT}(D)$ ,  $\text{POP-RIGHT}(D)$ ,  $\text{PUSH-RIGHT}(D, x)$ ,  $\text{length}[D]$ ,  $\text{tail}[D]$ ,  $\text{head}[D]$ .

### שאלה 5 (24 נקודות)

נתון מערך  $P[1..n]$  של מספרים חיוביים. ברצוננו לבנות מערך  $S[1..n]$  לפי ההגדרה:

$$S[i] = \max \{k : j = i - k + 1, \dots, i \text{ לכל } P[j] \leq P[i]\}$$

א' כתבו אלגוריתם לבניית המערך  $S$  בזמן  $O(n^2)$ .

ב' כתבו אלגוריתם משופר לבניית המערך  $S$  בזמן  $O(n)$ .

רמז: השתמשו במחסנית כמבנה עזר.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 11, 12 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 5.1.2014

סמסטר: 2014א

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (20 נקודות)

א' נתונה טבלת גיבוב עם שרשור בת  $m$  תאים, ריקה מלכתחילה. מהי ההסתברות שאחרי הכנסת ארבעה מפתחות תיווצר שרשרת באורך 4?

ב' נתונה טבלת גיבוב עם מיעון פתוח בת  $m$  תאים, ריקה מלכתחילה. נכניס לטבלה את המפתח  $k_1$ , אחריו את המפתח  $k_2$ , ובסוף את המפתח  $k_3$ . מהי ההסתברות שהכנסת המפתח  $k_3$  תדרוש שלוש בדיקות?

ג' נתונה טבלת גיבוב שמקדם העומס שלה  $\alpha$  קשור למספר האיברים שבטבלה על ידי הנוסחה  $\alpha = 1 - 1/\lg n$ . בהנחה שהטבלה משתמשת במיעון פתוח, מהי תוחלת הזמן עבור חיפוש כושל כפונקציה של  $n$ ?

### שאלה 1 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 3-11 מספר הלימוד (עמוד 211).

### שאלה 3 (20 נקודות)

נתאר אלגוריתם חלופי עבור מחיקת צומת מעץ חיפוש בינרי. במקרה השלישי, כאשר לצומת  $z$  שני בנים, מאתרים את העוקב שלו  $y$ , ואז מחליפים בין  $left[y]$  לבין  $left[z]$ ; עכשיו אפשר להסיר את  $z$  כמו במקרה השני. הוכיחו שהאלגוריתם הזה נכון. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע? מהם היתרונות והחסרונות שלו בהשוואה לאלגוריתם המחיקה המתואר בספר?

### שאלה 4 (30 נקודות)

ידוע שבע"ב בן  $n$  צמתים קיימים  $n+1$  מצביעי  $left$  ו- $right$  שערךם NIL; במילים אחרות, חצי מהזיכרון המכיל את הקישורים מבוזבז. נבצע את השינוי הבא לכל צומת  $z$  בעץ:

אם  $left[z] = NIL$ , נותנים ל- $left[z]$  את הערך של  $TREE-PREDECESSOR(z)$ ; אם  $right[z] = NIL$ , נותנים ל- $right[z]$  את הערך של  $TREE-SUCCESSOR(z)$ . עץ בנוי בצורה הזאת נקרא עץ מחווט והקישורים החדשים נקראים **חוטים**.

א' איך ניתן להבדיל בין חוטים לבין מצביעים לבנים אמיתיים?

ב' כתבו שגרות עבור פעולות ההכנסה והמחיקה בעצים מחוטים.

ג' מהו היתרון העיקרי של השימוש בחוטים?

# מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 19.1.2014

סמסטר: א2014

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

### שאלה 1 (30 נקודות)

ברצוננו לבנות מבנה נתונים  $SP$  של עץ, כך שכל צומת שלו מכיל שני מפתחות: מפתח מיון  $skey$  המקנה ל- $SP$  את התכונה של עץ חיפוש בינרי, ומפתח  $pkey$  המקנה ל- $SP$  את התכונה של ערמת מינימום (נניח שכל מפתחות ה- $pkey$  שונים זה מזה).

א' הראו שקיים מבנה  $SP$  יחיד, המורכב מ- $n$  זוגות מפתחות  $(skey, pkey)$ .

ב' כתבו שגרת פסידוקוד להכנסת זוג  $(skey, pkey)$  לתוך מבנה  $SP$ .

רמז: השתמשו בפעולות הסיבוב על עצי חיפוש בינריים.

### שאלה 2 (20 נקודות)

הראו כיצד ניתן לבנות עץ אדום-שחור  $T$  המקיים את התנאים הבאים:

1. גובה העץ  $T$  הוא  $2h$ ;
2. העץ  $T$  מכיל  $h$  צמתים אדומים בדיוק וכולם נמצאים על המסלול השמאלי שלו.

מצאו נוסחה עבור  $h$  כפונקציה של  $n$  (מספר הצמתים הפנימיים של  $T$ ).

### שאלה 3 (20 נקודות)

הציעו מבנה נתונים  $S$  באמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ; הניחו שמפתחות המבנה הינם מספרים ממשיים):

BUILD( $S$ ): בניית המבנה  $S$  מסדר ממוינת של  $n$  מספרים ממשיים; זמן הריצה:  $O(n)$ ;

INSERT( $S, k$ ): הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DELETE( $S, z$ ): מחיקת האיבר שאליו מצביע  $z$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DEL-MEDIAN( $S$ ): מחיקת האיבר המכיל את חציון המפתחות במבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

MODE( $S$ ): החזרת המפתח השכיח ביותר במבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(1)$

### שאלה 4 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ):

INSERT( $S, k$ ): הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DELETE( $S, x$ ): מחיקת האיבר שאליו מצביע  $x$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

PAIR-DIFF( $S, d$ ): מציאת שני איברים ב- $S$  כך שהפרש המפתחות שלהם הינו  $d$  בדיוק (אם יש כאלה); זמן הריצה:  $O(n)$ ;

SUM( $S, k$ ): החזרת סכום כל המפתחות ב- $S$  שערכם לא עולה על  $k$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

OLD( $S, m$ ): החזרת מפתח האיבר ה- $m$  הוותיק ביותר של המבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ .

# מטלת מנחה (ממ"ן) 18

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 28.2.2014

סמסטר: א2014

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה

## מותר לעבוד בזוגות

### מבוא

בפרויקט זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++, שתפקידה לנהל את ספריית האוניברסיטה. לכל מגוי בספרייה המאפיינים הבאים: שם משפחתו, מספר הזהות שלו וקודי הספרים שברשותו (כל קוד מורכב משתי אותיות וארבע ספרות). לכל מגוי לכל היותר 10 ספרים בו-זמנית. שמות משפחה עשויים, כמובן, לחזור. מספרי זהות וקודים של ספרים אינם חוזרים.

הקלט הבסיסי לתכנית הוא אוסף של שורות. בכל שורה יש הודעה או שאילתה. עליכם לבחור מבני נתונים יעילים לביצוע השינויים הנדרשים ושליפת המידע.

הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים **יעיל ככל האפשר**, כך שבעקבות הודעה חדשה על קורא ששאל או החזיר ספר, ניתן יהיה לבצע בצורה יעילה את השינוי הנדרש על מבנה הנתונים. כמו-כן, נדרש שהתשובות לשאלות יוכלו להינתן ביעילות.

### אופן ייצוג הקלט

הקלט לתכנית מורכב מאוסף של שורות. כל שורה מכילה אחד מהשניים:

- הודעה על השאלת/החזרת ספר על ידי קורא;
- שאילתה.

### • ההודעות קלט אפשריות:

1. הודעה על השאלת ספר

למשל: + AB1132 112540783 Baraq

משמעות: ברק, בעל ת"ז 112540783, שואל ספר שהקוד שלו AB1132.

2. הודעה על החזרת ספר

למשל: - AB1132 112540783 Baraq

משמעות: ברק הנ"ל מחזיר את הספר שהקוד שלו AB1132.

3. הודעה על מנוי חדש

למשל: + Yizhaqi 356241173

משמעות: לקוח חדש, יצחקי, בעל מספר זהות 356241173, הצטרף לספרייה.

4. הודעה על סיום מינוי

למשל: - Yizhaqi 356241173

משמעות: הלקוח הנ"ל מסיים את מינויו בספרייה.

### • השאלות אפשריות:

כל השאלות מתחילות בסימן שאלה. יש שלושה סוגי שאילתות:

1. אילו ספרים נמצאים ברשותו של המנוי שמספר הזהות שלו רשום בשאלתה:

? 112540783

2. אצל איזה מנוי נמצא הספר שהקוד שלו רשום בשאלתה:

? AX2713

3. מיהם כל הלקוחות שמחזיקים כרגע במספר הרב ביותר של ספרים:

! ?

**הערה:** אין צורך לבדוק את חוקיות הקלט. ההנחה היא כי הקלט חוקי (למשל: כאשר לקוח מופיע פעמים רבות, תמיד יהיה לו אותו מספר זהות).

### **צורת הפלט**

יש להדפיס כל שינוי בצורה ברורה ומדויקת.  
יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ולאחריה את התשובה עליה.

### **יעילות**

הפרמטרים של הבעיה הם מספר הספרים  $m$  ומספר הקוראים  $n$ .  
ביצוע הפעולות השונות צריך להיות יעיל כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **הרצה**

הריצו את התכנית על שני קלטים. כל קלט צריך להכיל 25 שורות לפחות.

### **תיעוד**

תעדו את התכנית בהתאם לכתוב בסעיף "הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה" בחוברת הקורס.  
תארו את מבנה הנתונים והסבירו איך מתבצעת כל פעולה.  
נתחו את זמן הביצוע של כל פעולה כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **דרישה נוספת**

צרפו את דיונכם בסיבוכיות האלגוריתמים השונים שבהם התכנית משתמשת.