

האוניברסיטה הפתוחה

20407

מבני נתונים
ומבוא לאלגוריתמים

חוברת הקורס אביב 2018ב

כתב: יצחק בייז

מרץ 2018 – סמסטר אביב – תשע"ח

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

א	אל הסטודנטים
ג	1. לוח זמנים ופעילויות
ה	2. תיאור המטלות
ה	2.1 מבנה המטלות
ה	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ו	2.3 ניקוד המטלות
ז	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
	2.5 הגשה עצמאית
ז	2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
3	ממ"ן 12
5	ממ"ן 13
7	ממ"ן 14
9	ממ"ן 15
11	ממ"ן 16 – תכנותי

אל הסטודנטים,

אנו מברכים אתכם עם הצטרפותכם לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לכם לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבכם למספר נקודות חשובות:

- נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, מומלץ מאוד להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לכם בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
 - במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש שלוש מתוך המטלות 11, 12, 13, 14, 15, ובנוסף לכך את מטלה 16, שהיא מטלת חובה. הכנת המטלות מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר מהן. (כל מטלה נוספת שתוגש מעבר למינימום הנדרש תוכל רק לשפר את ציון המגן).
- יש להקפיד על הגשת המטלות במועד.

לקורס קיים אתר אינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו במערכת אופ"ל בכתובת: <http://opal.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותכם בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכז הקורס יצחק בייז. פרטי ההתקשרות מופיעים באתר. פגישות יש לתאם מראש.

לתשומת לב הסטודנטים הלומדים בחו"ל:

למרות המרחק הפיסי הגדול, נשתדל לשמור אתכם על קשרים הדוקים ולעמוד לרשותכם ככל האפשר. הפרטים החיוניים על הקורס נכללים בחוברת הקורס וכן באתר הקורס. מומלץ מאוד להשתמש באתר הקורס ובכל אמצעי העזר שבו וכמובן לפנות אלינו במידת הצורך. אנו מאחלים לכם לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

יצחק בייז
מרכז ההוראה בקורס

1. לוח זמנים ופעילויות (20407 / ב2018)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ן (למנחה)
1	16.3.2018-6.3.2018	פרק א' במדריך הלמידה פרקים 1-2 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
2	23.3.2018-18.3.2018	פרק א' במדריך הלמידה פרקים 1-2 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
3	30.3.2018-25.3.2018 (ו' ערב פסח)	פרק ב' במדריך הלמידה פרק 3 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
4	6.4.2018-1.4.2018 (א-ו פסח)		חופשת פסח חג שמח!	ממ"ן 11 1.4.18
5	13.4.2018-8.4.2018 (ה' יום הזכרון לשואה)	פרק ג' במדריך הלמידה פרק 4 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
6	20.4.2018-15.4.2018 (ד' יום הזיכרון) (ה' יום העצמאות)	פרק ד' במדריך הלמידה פרק 6 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
7	27.4.2018-22.4.2018	פרק ה' במדריך הלמידה פרק 7 בספר	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 12 22.4.18
8	4.5.2018-29.4.2018 (ה' ל"ג בעומר)	פרק ו' במדריך הלמידה פרק 9 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
9	11.5.2018-6.5.2018	פרק ז' במדריך הלמידה פרק 8 בספר	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 13 6.5.18

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	18.5.2018-13.5.2018 (א יום ירושלים)	פרק ח' במדריך הלמידה פרק 10 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
11	25.5.2018-20.5.2018 (א שבועות)	פרק ט' במדריך הלמידה פרק 11 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
12	1.6.2018-27.5.2018	פרק י' במדריך הלמידה פרק 12 בספר	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 14 27.5.18
13	8.6.2018-3.6.2018	פרק יא' במדריך הלמידה פרק 13 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
14	15.6.2018-10.6.2018	פרק יב' במדריך הלמידה פרק 14 בספר	ע"פ לוח המפגשים	
15	19.6.2018-17.6.2018	חזרה	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 15 17.6.18 ממ"ן 16 29.7.18

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

קראו היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה חמש מטלות תיאורטיות ומטלה מעשית שניתן להגיש במהלך הקורס. **המטלה המעשית (ממ"ן 16) היא מטלת חובה.** מבין חמש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

2.1 מבנה המטלות

מטלה תיאורטית (מטלות 11-15)

כל מטלה מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון של המטלות ניתן להקליד או לכתוב בכתב יד **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכלו להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או ליצור קשר עם אחד המנחים או מרכז ההוראה (במייל או בשעת ההנחיה הטלפונית).

פרויקט הרצה (מטלה 16)

במטלה כזו עליכם לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java (או בשפות אחרות בתאום עם המנחה/בודק התרגילים). מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות.

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ הרצה של התוכנית.

הערה: מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (בספר הלימוד)
ממ"ן 11	פרקים 1,2,3
ממ"ן 12	פרקים 4,6
ממ"ן 13	פרקים 7,8,9
ממ"ן 14	פרקים 10,11
ממ"ן 15	פרקים 12,13,14

הערות:

1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.
2. בעת פתרון שאלות, ניתן להסתמך על תוצאות **מוכחות** מתוך ספר הלימוד ומדריך הלמידה של הקורס. במקרה זה יש לציין את המקור עליו מסתמכים (אין צורך במראה מקום מדויק).

2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים התיאורטיים 11-15 הוא 4 נקודות.

משקלו של ממ"ן 16 הוא 6 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"ן 16 ועוד שלושה ממ"נים תיאורטיים.

לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

בחשוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי. ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

2.4 הגשה עצמאית

הכנת המטלות התיאורטיות חייבת להיעשות על-ידי כל סטודנט **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הפרויקט (ממ"ן 16) יכולה להיעשות **בזוגות**.

נדגיש:

מותר (ואף רצוי) – להתייעץ, לקבל רעיונות מאחרים, וכו'.
אסור – להעתיק פתרון של מישהו אחר, בין אם זה תלמיד בקורס, בין אם זה פתרון שמצאתם במקום כלשהו (אלא אם ציינתם זאת מפורשות).
אם יוגש תרגיל מועתק אחד בתוך המטלה, הוא ייפסל. אם יהיו מס' תרגילים מועתקים באותה המטלה, אז כל המטלה תיפסל (ללא תלות במי העתיק ומי נתן להעתיק). אם זה יחזור על עצמו במטלה נוספת אז הנושא יעלה לוועדת משמעת.

בנימה אחרת, מעבר לנהלים, חוקים ועונשים, חשוב מאוד **לכם** שתדעו לענות על השאלות **בעצמכם**. מי שמעתיק תשובה קיימת בכדי להרוויח מס' נקודות בממ"ן, ככל הנראה יפסיד אח"כ נקודות במבחן. מדוע? מכיון שנסיון העבר מלמד שבקורס הזה (וסביר שבהרבה אחרים), מי שלא "נמצא עם היד על הדופק" במהלך כל הקורס, מאוד מתקשה להצליח במבחן. לכן, עדיף לכם לנסות לפתור בעצמכם (גם אם זה לא יהיה מושלם "ותפסידו" נקודות) בכדי שלקראת המבחן תוכלו להתמקד בהכנה למבחן ולא בלימוד החומר הבסיסי. זכרו, 20 נק' בממ"ן שוות פחות מנקודה אחת בציון הסופי; לעומת זאת 20 נק' במבחן שוות כ-15 נקודות בציון הסופי. כך שעדיף להתאמץ בממ"ן (ואולי "להפסיד" מס' נקודות) ולהרוויח מכך במבחן.

כך או כך, אנא הקפידו על הגשה עצמאית בכדי לעזור לעצמכם ולהימנע מחיכוכים מיותרים עם מוסדות האוניברסיטה.

2.5 הנחיות כלליות לכתיבה וניתוח של אלגוריתמים במטלות התיאורטיות

במרבית השאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות לגבי אופן הכתיבה.

(1) **לפני** ההצגה המפורטת של האלגוריתם (בפסאודוקוד) יש להציג תיאור מילולי של הרעיון המרכזי באלגוריתם (תיאור High-Level) על התיאור להיות כתוב באופן רהוט וברור, ומטרתו לאפשר לקוראים לקבל תמונה ברורה של אופן פעולת האלגוריתם, גם ללא קריאת התיאור המפורט בפסאודוקוד.

(2) יש לכתוב את האלגוריתם בפסאודוקוד, בדומה לספר. מותר לשלב הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").

(3) אסור **בשום אופן** לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסאודוקוד.

(4) גם אם לא נדרשתם במפורש, יש להוכיח כי האלגוריתם מקיים את הדרוש בשאלה.

(א) יש **לנסח** תחילה באופן **פורמלי מדויק** את הטענות המרכזיות שאתם מעוניינים להוכיח. (למשל: "לכל ℓ . בשלב (איטרציה) ה- ℓ בהרצה, אורך המערך בו האלגוריתם מחפש את ערך הקלט אינו עולה על $n/2^\ell$ ")

(ב) עבור כל טענה שניסחתם, יש לכתוב הוכחה פורמלית ומדויקת. אם הטענה פשוטה מאוד, מספיק הסבר קצר ומשכנע.

(5) יש לנתח את סיבוכיות האלגוריתם (סיבוכיות זמן ריצה וסיבוכיות מקום).

(א) גם אם לא התבקשתם מפורשות, יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. את סיבוכיות המקום יש לנתח רק במקומות בהם התבקשתם באופן מפורש.

(ב) אם לא נאמר באופן מפורש אחרת, יש לנתח את סיבוכיות המקרה הגרוע ביותר (worst case analysis)

(ג) יש **לנסח** תחילה באופן **פורמלי ומדויק** את הטענות המרכזיות שאתם מעוניינים להוכיח.

(ד) עבור כל טענה שניסחתם, יש לכתוב הוכחה פורמלית ומדויקת. אם הטענה פשוטה מאוד, מספיק הסבר קצר.

(ה) יש לנסות ולתכנן אלגוריתמים יעילים ככל האפשר.

2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

2.6.1 כתיבת הקוד

תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת `C/C++`, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא:

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה: מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התיעוד.

2.6.2 תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

1. תיעוד כללי :

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

2. תיעוד בגוף התכנית :

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

- א. הגשת ממו"ן 16, וקבלת ציון 60 לכל הפחות במטלה.
- ב. הגשת שלושה ממו"נים לפחות מתוך חמשת הממו"נים הרגילים.
- ג. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ד. הציון המשוקלל של המטלות והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1-3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 1.4.2018

סמסטר: ב2018

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"**

שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה.

שאלה 1 (25 נקודות)

פתרו את בעיה 1-1 בספר הלימוד.

שאלה 2 (25 נקודות)

במדריך הלמידה (ע"מ 10) מופיע פסאודו קוד לשגרת חיפוש לינארי.

- א. הוכיחו את נכונות האלגוריתם
- ב. חשבו את כמות ההשוואות שהאלג' מבצע (לא בסדר גודל, אלא במדויק)
- ג. כתבו אלג' לחיפוש לינארי המבצע כמחצית מכמות השוואות זו
- ד. פתרו את תרגיל 2.2-3 בספר הלימוד

שאלה 3 (25 נקודות)

בבעיית המיזוג ה- k -ערוצי הקלט מורכב מ- k מערכים ממוינים, כל אחד בגודל m , והפלט מורכב ממערך אחד ממיון שמכיל את איברי כל המערכים. (בעיית המיזוג הרגילה היא למעשה מקרה פרטי כאשר $k = 2$).

א. להלן אלגוריתם הפותר את הבעיה הנ"ל: בשלב הראשון ממזגים את המערך הראשון עם השני. בכל שלב לאחר מכן, ממזגים את המערך שהוא תוצאת המיזוגים עד כה, עם המערך הבא. למשל, בשלב השני ממזגים מערך בגודל $2m$ (שהוא תוצאת מיזוג המערך הראשון והשני), עם המערך השלישי. בשלב האחרון ממזגים, אם כן, את תוצאת מיזוג $k-1$ המערכים הראשונים עם המערך האחרון.

נתחו את סיבוכיות הזמן ואת סיבוכיות המקום (הזיכרון) הנוסף של האלגוריתם, כתלות ב- m ו- k (כלומר m ו- k הם שני פרמטרים בלתי תלויים ופונקציות הסיבוכיות צריכות להיות מבוססות כתלות בשניהם).

ב. תארו אלגוריתם אחר, הפותר את הבעיה בזמן $\Theta(mk \lg k)$. נתחו גם את סיבוכיות הזיכרון הנוסף שלו.

שאלה 4 (25 נקודות)

הוכיחו או הפריכו את הטענות:

א. $\log f(n) = o(\log g(n))$ גורר $f(n) = o(g(n))$;

ב. $f(n) = o(g(n))$ גורר $\log f(n) = o(\log g(n))$;

ג. $f(n) = o(g(n))$ גורר $3^{f(n)} = o(3^{g(n)})$;

ד. $3^{f(n)} = o(3^{g(n)})$ גורר $f(n) = o(g(n))$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 22.4.2018

סמסטר: 2018ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור נוסחאות הנסיגה הבאות (הניחו כי $T(n)$ קבוע עבור ערכים קטנים של n):

א.

$$T(n) = 4T(n/3) + n \cdot \lg^2 n$$

ב.

$$T(n) = 5T(n/5) + n/\lg n$$

ג.

$$T(n) = 81T(n/9) + n^4 \cdot \lg^2 n$$

ד.

$$T(n) = T(n-1) + 1/n + 1/n^2$$

ה.

$$T(n) = 4n^4 \cdot T(\sqrt{n}) + (2n^2 \lg n + \lg^3 n) \cdot (n^6 \lg n + 3 \lg^7 n)$$

שאלה 2 (25 נקודות)

פתרו את הבעיה 4-7 (מערכי מונז') מספר הלימוד (עמודים 75-76).

שאלה 3 (25 נקודות)

א. נתון מערך H בן n איברים. הוכיחו שהשגרה $\text{BUILD-HEAP}(H)$ מבצעת לכל היותר $2n - 2$ פעולות השוואה בין איברים.

ב. כמה פעולות השוואה מבצעת השגרה $\text{BUILD-HEAP}(H)$ על מערך בגודל 8?

ג. הוכיחו שניתן לבנות ערמה בינארית בת 8 איברים בעזרת 8 פעולות השוואה בין איברים בלבד.

ד. בנו ערימה בגודל 16 בהתאם לשיטה שפיתחתם בסעיף הקודם. לכמה השוואות נדרשתם?

שאלה 4 (25 נקודות)

הציעו מבנה נתונים המבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

$\text{BUILD}(L, S)$: בניית המבנה S מרשימה נתונה L בת n איברים לא ממוינת;
זמן: $O(n)$;

$\text{INSERT}(z, S)$: הכנסת המפתח z לתוך המבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;

$\text{DEL-MAX}(S)$: מחיקת האיבר המכסימלי מהמבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;

$\text{DEL-MED}(S)$: מחיקת החציון (העליון) מהמבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;

$\text{DEL-MIN}(S)$: מחיקת האיבר המינימאלי מהמבנה S ; זמן: $O(\lg n)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7,8,9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 6.5.2018

סמסטר: 2018ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

מערך $A[1..n]$ נקרא "כמעט ממוין עם שגיאה בגודל k ($k < n$)" אם $A[j] \geq A[i]$ לכל j, i המקיימים $j - i > k$; במילים אחרות, המערך לא חייב להיות ממוין, אבל כל שני איברים הנמצאים בסדר הפוך לא יכולים להיות רחוקים זה מזה יותר מ- k מקומות.

א' איך אפשר לשנות את האלגוריתם מיון-מהיר כך שיהפוך כל קלט לפלט כמעט ממוין עם שגיאה בגודל k ? האלגוריתם החדש חייב להיות יעיל יותר מאשר האלגוריתם המקורי. מהו זמן הריצה האסימפטוטי של האלגוריתם החדש במקרה הטוב ביותר ובמקרה הגרוע ביותר?

ב' במקרים מסוימים אפשר לשפר את מיון-מהיר על ידי שימוש באלגוריתם מסעיף א' ולאחר מכן שימוש במיון הכנסה.

מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-הכנסה במקרה הטוב ביותר ובמקרה הגרוע ביותר עבור קלטים כמעט ממוינים עם שגיאה בגודל k ?

שאלה 2 (25 נקודות)

כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי, הבודק האם קיימים במערך נתון $A[1..n]$ שני איברים

x ו- y , המקיימים את התנאים:

$$x < y;$$

ערכו של x מופיע יותר מ- $(n/3)$ פעמים;

ערכו של y מופיע יותר מ- $(n/4)$ פעמים.

הוכיחו את נכונות האלג'.

שאלה 3 (25 נקודות)

פתרו את תרגיל 9.3-9 מספר הלימוד. הוכיחו את טענותיכם.

שאלה 4 (25 נקודות)

נתונה סדרה בת n שלמים מהתחום $[0..2^n - 1]$.

הוכיחו שניתן למיין סדרה זו בזמן $O(n^2 / \lg n)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 10,11 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 27.5.2018

סמסטר: 2018ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

- א. פתרו את תרגיל 6-10.2 בספר הלימוד.
- ב. הוסיפו למבנה הנתונים שתיארתם בסעיף הקודם את הפעולה $\text{SameSet}(x,y)$ המקבלת מצביעים לאיברים x ו- y ומחזירה TRUE אם שניהם שייכים לאותה הקבוצה ו-FALSE אחרת. נתחו את זמן הריצה של השגרה.
- ג. שנו את מבנה הנתונים כך שיתמוך בפעולה $\text{SameSet}(x,y)$ בזמן $O(1)$. מה זמן הריצה של הפעולה UNION כעת?

שאלה 2 (25 נקודות)

- א. (10 נק') פתרו את תרגיל 1-11.3 בספר הלימוד.
- ב. (15 נק') פתרו את סעיף א' בבעיה 3-11 בספר הלימוד.

שאלה 3 (25 נקודות)

נתון עץ בינרי המכיל את העלים $\langle \ell_1, \ell_2, \dots, \ell_m \rangle$ ועומקיהם $\langle d_1, d_2, \dots, d_m \rangle$ בהתאמה.

$$\sum_{i=1}^m 2^{-d_i} \leq 1$$

הוכיחו שמתקיים

באילו תנאים מתקיים שוויון ?

שאלה 4 (25 נקודות)

פרופסור כלומסקי מציע את שיטת המיון הבאה עבור סדרה בת n איברים :

1. הכניסו את n האיברים לטבלת גיבוב בגודל n (עם שרשור במקרי התנגשות) ;
2. מיינו כל אחת מהרשימות (מיון פנימי נפרד) ;
3. שרשרו את הרשימות לפי הסדר.

א. מהי תוחלת זמן הריצה של השגרה ?

ב. מהו זמן הריצה של השגרה במקרה הגדוע?

ג. האם אכן מדובר בשגרת מיון ? הוכיחו את תשובתכם.

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 12-14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 17.6.2018

סמסטר: 2018ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

ברצוננו לבנות מבנה נתונים SP של עץ, כך שכל צומת שלו מכיל שני מפתחות: מפתח מיון $skey$ המקנה ל- SP את התכונה של עץ חיפוש בינרי, ומפתח $pkey$ המקנה ל- SP את התכונה של ערמת מינימום (נניח שכל מפתחות ה- $pkey$ שונים זה מזה).

א. הראו שקיים מבנה SP יחיד, המורכב מ- n זוגות מפתחות $(skey, pkey)$.

ב. כתבו שגרת פסידוקוד להכנסת זוג $(skey, pkey)$ לתוך מבנה SP .

שאלה 2 (25 נקודות)

פתרו את בעיה 14-1 בספר הלימוד

שאלה 3 (25 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S באמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים של S ; הניחו שמפתחות המבנה הינם מספרים ממשיים):

BUILD(S): בניית המבנה S מסדר **ממוינת** של n מספרים ממשיים; זמן הריצה: $O(n)$;

INSERT(S, k): הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, z): מחיקת האיבר שאליו מצביע z מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DEL-MEDIAN(S): מחיקת האיבר המכיל את חציון המפתחות במבנה S ; זמן הריצה:

$O(\lg n)$

MODE(S): החזרת המפתח השכיח ביותר במבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$

שאלה 4 (25 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים של S):

INSERT(S, k): הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, x): מחיקת האיבר שאליו מצביע x מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

PAIR-DIFF(S, d): מציאת שני איברים ב- S כך שהפרש המפתחות שלהם הינו d בדיוק (אם

יש כאלה); זמן הריצה: $O(n)$;

SUM(S, k): החזרת סכום כל המפתחות ב- S שערכם לא עולה על k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

OLD(S, m): החזרת מפתח האיבר ה- m הוותיק ביותר של המבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 16 – תכנותית

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: חוברת הקורס וספר הלימוד

משקל המטלה: 6 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 29.7.2018

סמסטר: 2018ב

אופן הגשת המטלה:

שליחת המטלה תתאפשר רק באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

מותר לעבוד בזוגות

מבוא

בפרויקט זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++, לפי הפירוט שלהלן. לפני שתתחילו, קראו תחילה את סעיף 2.6 בחוברת הקורס (הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה).

ייתכן ויינתנו הנחיות נוספות לקראת מועד ההגשה – אנא בדקו באתר.

הבעיה

ידוע שבע"ב בן n צמתים קיימים $n+1$ מצביעי $left$ ו- $right$ שערךם NIL; במילים אחרות, חצי מהזיכרון המכיל את הקישורים מבוזבז.

נבצע את השינוי הבא לכל צומת z בעץ:

אם $left[z] = NIL$, נותנים ל- $left[z]$ את הערך של $TREE-PREDECESSOR(z)$; אם

$right[z] = NIL$, נותנים ל- $right[z]$ את הערך של $TREE-SUCCESSOR(z)$. עץ בנוי בצורה

הזאת נקרא עץ מחווט והקישורים החדשים נקראים **חוטים**.

א. איך ניתן להבדיל בין חוטים לבין מצביעים לבנים אמיתיים?

ב. ממשו את מבנה הנתונים הנ"ל (עץ מחווט) כך שיתמודד בהכנסה, הוצאה, חיפוש, החזרת

עוקב, החזרת קודם, החזרת מינימום והחזרת מקסימום, בזמן ריצה לינארי **בגובה העץ**.

ג. הוסיפו את פעולות הסריקה: תחילית, תוכית, סופית, בזמן ריצה לינארי בכמות האיברים.

הסריקה תדפיס את האיברים לפלט בסדר המתאים.

ד. הוסיפו פעולת החזרת חציון בזמן קבוע.

ה. אפשרו הכנסת קלט מהמקלדת ומקובץ טקסט.

ו. בונוס: ממשק GUI עם תצוגה גרפית של העץ הבנוי.

הנתונים צריכים להכיל שם ומס' סטודנט. ניתן להניח שמש' הסטודנט הוא ייחודי.