

א/א/תחית - שיעור 5 - 19/12/18

שאלה בקורס הפיזיקה (מתמטיקה)

שאלה FFT במתמטיקה ופזיקה (ע"ה 105 במתמטיקה)

השאלה FFT נכונה אבדן בקריה ע"י הצבה ישירה א קושי היחידה
בפולינום $(-i, -1, i, 1)$ בעזרת סעיף להגדרת הסופר-אולי
נכונה יקרא מחדש מיוצר ניקוז מילן השאלה.

(א) נתון כי $n|m$, כלומר הטבעי m מחלק את הטבעי n . מהו הפלט של טרנספורם פורייה הדיסקרטי DFT_m מסדר m , כשהקלט הוא ווקטור המקדמים של הפולינום $p(x) = x^2 + 2x - 2$. (12 נק')
(ב) נביט בפולינום $p(x) = -x^3 + x^2 + 2x - 2$. הציגו את כל החישובים מעל שדה המרוכבים (לרבות הקריאות הרקורסיביות) במסגרת הרצת FFT מסדר 4 (הרצת $FFT(-, \omega_4)$) על מקדמי הפולינום. בדקו את תשובתכם ע"י הצבה ישירה של הערכים המתאימים בפולינום. (13 נק')

(א) נתון הפלט (v_1, \dots, v_n) של טרנספורם פורייה הדיסקרטי DFT_n מסדר n על מקדמי הפולינום $p(x)$. שדרגתו לכל היותר $n-1$. מהו הפלט של הטרנספורם DFT_{2n} מסדר $2n$ על מקדמי הפולינום $p(x^2)$. (12 נק')
(ב) נביט בפולינום $p(x) = -x^3 + x^2 + 2x - 2$. הציגו את כל החישובים מעל שדה המרוכבים (לרבות הקריאות הרקורסיביות) במסגרת הרצת FFT מסדר 4 (הרצת $FFT(-, \omega_4)$) על מקדמי הפולינום. בדקו את תשובתכם ע"י הצבה ישירה של הערכים המתאימים בפולינום. (13 נק')

סעיף ג- צבה אספיק ב' השאלה הקודמת.
סעיף א':
 $P(\omega_n^{n-1}) = v_n, \dots, P(\omega_n^0) = v_1$
 $\omega_n^k = e^{\frac{-2\pi i k}{n}} = (e^{\frac{-2\pi i k}{2n}})^2 = (\omega_{2n}^k)^2$
 $DFT_{2n}(P(x)) = P(\omega_{2n}^0)^2, P(\omega_{2n}^1)^2, \dots, P(\omega_{2n}^n)^2, P(\omega_{2n}^{n+1})^2, \dots, P(\omega_{2n}^{2n-1})^2$
 $\omega_n^{k+n} = e^{\frac{-2\pi i (k+n)}{n}} = e^{\frac{-2\pi i k}{n} - 2\pi i} = e^{\frac{-2\pi i k}{n}} = \omega_n^k$ הצבה
 $= P(\omega_n^0)^2, P(\omega_n^1)^2, \dots, P(\omega_n^{n-1})^2, P(\omega_n^0)^2, P(\omega_n^1)^2, \dots, P(\omega_n^{n-1})^2$
 $v_1, v_2, \dots, v_n, v_1, v_2, \dots, v_n$

נסמן ב- $S+T = \{z \mid \exists x \in S \exists y \in T \text{ such that } x+y=z\}$ את הסכום של שתי קבוצות מספרים S, T . נתון כי $S, T \subseteq \{1, \dots, n\}$ וכי $|S|, |T| = \Theta(n)$. הציגו אלגוריתם לחישוב $S+T$ שמבצע $\Theta(n \log n)$ פעולות אלמנטריות בלבד. (פעולה אלמנטרית על מספרים הינה פעולה של חיבור, חיסור, כפל, חילוק או השוואה).

$O(n \log n)$ מחדש א' הפיזיקה ומחדש
מחדש קבוצה S ו- T נכונה 2 פולינומית
כדור-אחד: $\{2, 7, 19\} \rightarrow x^2 + x^7 + x^{19}$
 $\{1, 8, 46, 96\} \rightarrow x + x^8 + x^{46} + x^{96}$
נרשם FFT וההפכה- שנקרא בקורסנו היום (המש' הקבוצה $S+T$)

⊕ אפסלים במתמטיקה ולקחים שאלה- אהיהאלת מחדש
השאלה לא תוצר.

תכנון זינוק-אולי:

בעזרת שאלה: גיאורג בולי
גיאורג מפיט ← נוסחה לסימא
[כסאיו קוז] ← בעזרת זינוק-אולי רצו אהיה פסאול קוז - אוליאה מקולת
הנחה נכונה ← באמצעות
סימא

שאלה 6.1 מחסבר (ע"ה 335):
א. ציור-אחד $(6) - (3) - (6) - (8) - (6)$ - האלה יחידה א- 8 ו- 6 (בצורה) שזה 14 אבל איה נכח א- האלה שזה 18.
ב. $(1) - (8) - (6) - (3) - (6)$ - האלה יחידה א- 13 ואילו נכח א- 6 ו- 8 נקרא 14.
ג. 2 אפשרות אהיה: אחת- ע"י קריאה נקריסגו- יחידה א- 13 ואילו נכח א- 6 ו- 8 נקרא 14.
ד. $OPT(v_i) = \begin{cases} \max(OPT(v_{i-1}), \omega_i + OPT(v_{i-2})) & i \geq 2 \\ 0 & i < 2 \end{cases}$
(שניה- בצורה בליה ע"י הנהלה- 13 ואילו נכח א- 6 ו- 8 נקרא 14)
מיופצרה 1 ניה אהיהל ב- 13 ואילו נכח א- 6 ו- 8 נקרא 14
אז הסימא תהיה אינכונה

שאלה 6.2 מחסבר (ע"ה 336):

א. $l_i: 2 \ 2 \ 2$
 $h_i: 1 \ 5 \ 10$
השאלה שגמור חיל 5 אבל א- 10 (פסיז א- 10)
ב. $OPT(i)$ - הנהלה השגה שגה אהיהל בשגה 1...i

$$OPT(i) = \begin{cases} 0 & i < 2 \\ \max(l_i + OPT(i-1), h_i + OPT(i-2)) & i \geq 2 \end{cases}$$

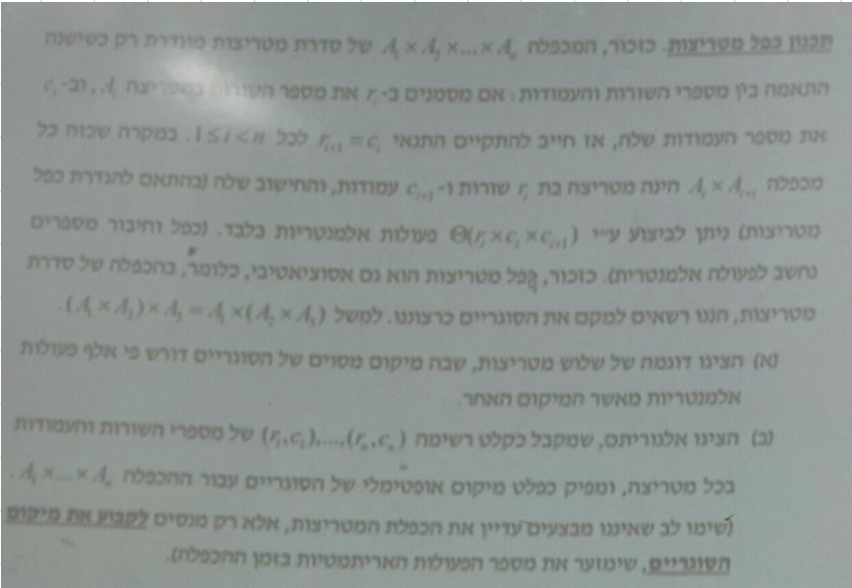
שאלה 6.4 מחסבר (ע"ה 339):

א. האלהל-אחד א- נכח כי מהלהל אהיהל- 13 ואילו נכח א- 6 ו- 8 נקרא 14.
ג. $OPT(i)$ - הנהלה השגה שגה אהיהל בשגה 1...i
 $OPT_n(i) = \omega_i + \min(OPT_n(i-1), OPT_s(i-1) + M)$
 $OPT_s(i) = S_i + \min(OPT_s(i-1), OPT_n(i-1) + M)$

$$OPT(n) = \min(OPT_n(n), OPT_s(n))$$

$$OPT(i) = 0 \leftarrow i = 0$$

שאלה מתמטית:



(א)

$$P_0 \quad P_1 \quad P_2 \quad P_3$$

$$A_1 \times A_2 \times A_3$$

$$A_1 \times (A_2 \times A_3)$$

$$(A_1 \times A_2) \times A_3$$

$$2K = P_0 \cdot P_1 \cdot P_2 + P_3 \cdot P_2 \cdot P_3 \qquad P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 + P_0 \cdot P_1 \cdot P_3 = 2M$$

$$P_0 = 1 \quad P_3 = 1000 \quad P_2 = 1 \quad P_1 = 1000$$

(ב)

$$(A_1 \dots A_i) (A_{i+1} \dots A_n) \quad \text{או} \quad (A_i) (A_2 \dots A_n)$$

האחרונה

נחלק את הפונקציה הנדבילה לאלו פונקציות

ובבקושה נחלק ונצמצם את הפונקציות ונחלק את הפונקציות ונחלק את הפונקציות ונחלק את הפונקציות.

$$OPT(i,j) - \text{המספר המינימלי של פעולות אריתמטיות הנדרשות לחישוב } A_i \dots A_j$$

$$A_i \dots A_j$$

$$OPT(i,i) = 0$$

$$OPT(i,j) = \min_{i \leq k \leq j-1} \{ OPT(i,k) + OPT(k+1,j) + d[i,k] \cdot d[k+1,j] \} \quad 1 \leq i < j \leq n$$

$$\rightarrow O(n^3)$$

$$O(n^3)$$

חלק ב' מילוי ה- OPT מילוי מטריצה נכונה שמתחילה את חלק ה- k שרצינו את הפונקציה OPT(i,j) ובה משתמשים את ה- OPT(i,j).

מכאן נובע - שאלה מתמטית על חישוב זמן ריצת אלגוריתם.