

שאלה 4 (30 נקודות)

נתון עץ בינרי מלא T בן n צמתים; נסמן ב- h את הגובה של T , ב- $I(T)$ את מספר הצמתים הפנימיים שלו וב- $E(T)$ את מספר העלים שלו. הוכיחו שמתקיימות התכונות הבאות:

$$1. \quad h+1 \leq E(T) \leq 2^h$$

$$2. \quad h \leq I(T) \leq 2^h - 1$$

$$3. \quad 2h+1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$$

$$4. \quad \lg(n+1) - 1 \leq h \leq (n-1)/2$$

בהנחה ש- T הוא גם עץ חיפוש בינרי, מהם מיקומיהם של מפתחות הצמתים הפנימיים ביחס לאלה של העלים? הסבירו את תשובתכם.