מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

# האוניברסיטה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

י"א באייר תשע"ח

26

באפריל 2018

סמסטר 2018א

95 מס' מועד

מס' שאלון - 467

20407 / 4

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

שעות משך בחינה:

> בשאלון זה 4 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.

בכל בחינה תבדקנה ארבע התשובות הראשונות בלבד.

לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות:

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.

אין לכתוב בצבע אדום.

איו לכתוב בעיפרוו.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . מותר מחשבון.

אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע

לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלוו לאוניברסיטה הפתוחה



אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.

יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש** (או לפחות להשאיר 5 שורות בין תשובות לשאלות שונות). אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

## שאלה 1

- $T(n) = 2T(\frac{2}{3}n) + n$ : א. פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה פתרו את פתרו א. (5)
- .f(n)=O( $\sum_{k=1}^n g(k)$ ) אם f(n)=Sum(g(n)) פונקציות חיוביות. נאמר פונקציות היינה f,g פונקציות חיוביות. פונקציות הפריכו פונקציות הפריכו הפריכו או הפריכו הפריכו או הפריכו או הפריכו
- עבור (f,g), תנו דוגמה לשני זוגות של פונקציות (חיוביות, עולות, לא חסומות) עולות, כך שעבור (ff,g), תנו דוגמה לשני זוגות של פונקציות (f=O(g), אבל לאחד הזוגות יתקיים ( $g^{\circ}f=o(f^{\circ}g)$ , אבל לאחד הזוגות יתקיים ( $g^{\circ}f=o(f^{\circ}g)$ .

[g(f(n)) היא הרכבה של g על g על פלומר הפונקציה  $g^{\circ}f$  ]

הדרכה: ניתן להסתפק בפונקי יישגרתיותיי כגון לוגריתמיות, פולינומיות, מעריכיות.

#### שאלה 2

נתונים n קטעים על הישר הממשי, כך שקצות הקטעים הם מספרים שלמים בתחום 0 עד  $\lfloor n \sqrt{n} \rfloor$ . כתבו אלגוריתם יעיל ככל הניתן המחפש נקודה מאוזנת, כלומר, נקודה כלשהי בתחום זה כך שמספר הקטעים הנמצאים משמאלה שווה למספר הקטעים המכילים אותה ושווה למספר הקטעים מימינה. אם לא קיימת נקודה שכזו האלגוריתם יחזיר הודעה מתאימה. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו. ניתן להניח שאין קצוות חופפים.

 $\cdot$  למשל, עבור הקלט הבא הנקודה המסומנת ב- $\mathrm{X}$  מהווה פתרון

[[][][X]][][]

### שאלה 3

עץ בינרי כמעט שלם המיוצג במערך יקרא מבנה של ערימה לסרוגין, אם בצמתיו ערכים מספריים ומתקיימת התכונה הבאה: כל צומת ברמה זוגית מכיל ערך גדול או שווה משל כל צאצאיו, וכל צומת ברמה אי זוגית מכיל ערך קטן או שווה משל כל צאצאיו.

(השורש הוא ברמה 0 (והיא זוגית), בניו של השורש ברמה 1 (והיא אי זוגית), וכוי).

- א. (5 נקי) ציירו ערימה לסרוגין עם 10 איברים.
- ב. (20 נקי) תארו כיצד ניתן לבצע כל אחת מהפעולות הבאות על ערימה לסירוגין:
  - 1. מציאת מקסימום
    - 2. מציאת מינימום
  - 3. הוספת ערך חדש
- 4. החלפת הערך שבשורש לערך נתון כלשהו, ותיקון המבנה לאחר ההחלפה לערימה לסירוגיןאין צורך (אפשר) לכתוב שגרות פסידוקוד, אך יש לנתח סיבוכיות. לוו את ההסברים בדוגמה.

#### שאלה 4

בשאלה זו נתכנן מבנה נתונים השומר מידע על כדורים בגדלים (נפחים) וצבעים שונים. מספר בשאלה זו נתכנן מבנה צריך לתמוך C, והוא נתון מראש. נסמן את הצבעים ב- C. המבנה צריך לתמוך בפעולות הבאות:

- v ובנפח i הכנסת: Insert(i,v) -
- הוצאת כדור בעל נפח מקסימלי מבין כל הכדורים : ExtractMax() -
- היובי (כלומר הוספה עיפוח מיינפוח ל בערך ונפחם ונפחם ונפחם הכדורים ל הכדורים ייפוח ניפוח פל הכדורים ונפחם ונפחם ונפחם ל פווב (ע'יט פור בצבע i שנפחו אדור ל לכל כדור בצבע i שנפחו אדור של הערך ל לכל כדור בצבע i

כל הפעולות צריכות להתבצע בזמן O(logn+logk), כאשר k מסמל את כמות הצבעים בפועל (מספר הצבעים של כדורים שהוכנסו עד כה) ו-n+C את כמות הכדורים הכוללת במבנה. רצוי להשתמש בסיבוכיות מקום בסדר גודל של n+C.

המשך הבחינה בעמוד הבא

### שאלה 5

בכל אחד מהסעיפים הבאים כתבו נכון/לא נכון והסבירו בקצרה (עד 2 שורות):

- א. במהלך הכנסה לעץ אדום שחור (אייש) יכולות להתבצע (חטציות  $\Theta(\log n)$  רוטציות.
  - ב. במיעון פתוח, גיבוב כפול הוא קירוב לגיבוב אחיד.
- היא  $h(k,i)=(h'(k)+i^2) \bmod m$  . במיעון פתוח, בשיטת הבדיקה הריבועית, פונקצית הגיבוב  $h(k,i)=(h'(k)+i^2) \bmod m$  בחירה טובה עבור טבלה בגודל m=10
- ד. ניתן לממש מבנה נתונים התומך בהכנסת איבר ובהוצאת מינימום בזמן קבוע לכל אחת מהפעולות.
- ה. ניתן לממש מבנה נתונים התומך בפעולות: הכנסה, הוצאת האיבר הראשון שנכנס, והוצאת האיבר האחרון שנכנס, בזמן קבוע לכל אחת מהפעולות.
  - ו. מיון אופטימלי תמיד עדיף על מיון לא אופטימלי.
  - $O(n\log k)$ יכול להתבצע ב- n מיזוג א רשימות ממוינות שסך גודלן הוא
  - ח. האיבר המקסימלי בערימת מינימום בגודל 1400 יכול להימצא בתא 599.
- ט. בעץ חיפוש בינארי ניתן לתחזק מצביע לאיבר שנמצא בערך מיקום  $\pi/3$ , ללא תוספת זמן לשאר הפעולות, וללא הרחבות/תוספות מעבר למצביע הנייל.
  - י. בעץ איש עם 9000 איברים המסלול הכי ארוך משורש לעלה לא עולה על 30.

# בהצלחה!