רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

ה' בתמוז תשע"ד

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

ביולי 2014

מס' מועד

490 - מס' שאלון

20585 / 4

סמסטר 2014ב

שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 4 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

השימוש במחשב נישא או במכשיר כלשהו שבאמצעותו אפשר להתחבר

לאינטרנט אסור.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות



שאלה 1

סטודנט בקורס יימבוא לתורת החישוביות והסיבוכיותיי קנה סימולטור של מכונות טיורינג.

הסימולטור מקבל תיאור של מכונת טיורינג דטרמיניסטית בעלת סרט אחד (התיאור כולל את קבוצת המצבים, אלפבית הקלט, אלפבית הסרט, פונקצית המעברים, המצב ההתחלתי, המצב המקבל והמצב הדוחה) וכן מחרוזות קלט למכונה. הסימולטור מבצע סימולציה של ריצת המכונה הנתונה על הקלט הנתון.

לאחר כמה זמן הסטודנט הרגיש שהתוצאות המתקבלות על-ידי הסימולטור שגויות.

בדיקת הסימולטור העלתה שלאחר כל שתי תנועות ימינה (לאו דווקא רצופות), בתנועה הבאה ימינה הראש הקורא-כותב נע שני ריבועים ימינה (במקום ריבוע אחד).

למשל, אם בצעד הראשון התנועה היא ימינה, בצעדים השני והשלישי התנועה היא שמאלה, בצעד הרביעי התנועה היא ימינה, בצעד החמישי התנועה היא שמאלה, ובצעדים השישי, השביעי, השמיני והתשיעי התנועה היא ימינה, אז בתנועה ימינה של הצעד השישי ושל הצעד התשיעי הראש הקורא-כותב ינוע שני ריבועים ימינה.

הסטודנט פנה לשני מומחים בתחום החישוביות.

פרופסור פסימוס טוען שיש שפות שהן מזוהות-טיורינג, ואי אפשר יהיה לזהות אותן בעזרת הסימולטור המקולקל.

פרופסור אופטימוס טוען שכל שפה מזוהה-טיורינג אפשר יהיה לזהות גם בעזרת הסימולטור, אך המקולקל. ייתכן שיידרשו שינויים במכונה המזהה, כך שהיא תתאים לתקלה של הסימולטור, אך עדיין אפשר לזהות בעזרת הסימולטור כל שפה מזוהה-טיורינג.

מי משני המומחים צודק? הוכיחו את תשובתכם.

שאלה 2

נגדיר את השפה הבאה:

 $SUB_{CFG} = \{ \langle G_1, G_2 \rangle \mid G_1 \text{ and } G_2 \text{ are CFGs and } L(G_1) \subsetneq L(G_2) \}$

מילה G_2 שייכת לשפה, אם G_1 ו- G_2 הם דקדוקים חסרי הקשר, והשפה ש- G_1 יוצר מכילה מילה G_2 את השפה ש- G_1 יוצר אך איננה שווה לה.

 $.(ALL_{CFG} \leq_{\mathrm{m}} SUB_{CFG}:$ הראו (הראו) הראו ל- ALL_{CFG} של של מיפוי של

הציגו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה וניתנת לחישוב.

 $ALL_{CFG} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is a CFG and } L(G) = \Sigma^* \}$ להזכירכם,

שאלה 3

 $.P \neq NP$ -בשאלה זו נניח

A ו-B היא שפה שפה שפה היא שפה שפה חותו האלפבית A היא שפה שפה חותו האלפבית A

 $A \cup B$: הוכיחו $A \cup B$

שאלה 4

חלוקה לקליקות של גרף לא מכוון G=(V,E) היא חלוקה של קבוצת הצמתים V לתת-קבוצות G=(V,E) היא לקליקות של גרף לאו, כך שכל תת-קבוצה היא קליקה (יש קשת בין כל זוג צמתים בתת-קבוצה).

k-ל V פורמלית, חלוקה של גרף לא מכוון G=(V,E) ל-G=(V,E) ל-קליקות היא חלוקת קבוצת הצמתים $V_1\cup V_2\cup \cdots \cup V_k=V$, $V_i\not= V$, $V_i\subseteq V$ ששייכים לאותה התת-קבוצה, $V_i\subseteq V_i\subseteq V$, $V_i\subseteq V_i\subseteq V$

שימו לב, ייתכנו קשתות גם בין צמתים של תת-קבוצות שונות. הדרישה היא שיש קשת בין כל שני צמתים של אותה תת-קבוצה.

: CLIOUE-PAR נגדיר את השפה

 $\mathit{CLIQUE-PAR} = \{ < G, k > \mid \mathsf{g} \; \mathsf{h} \; \mathsf{h} \; \mathsf{d} \; \mathsf{d}$

הדרכה: הוכיחו שהשפה שייכת ל-NP, והראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של בעיה NP-שלמה. (רמז: התבוננו בגרף המשלים - הגרף שבו יש קשת בין שני צמתים אם ורק אם אין קשת ביניהם בגרף המקורי).

שאלה 5

:BIG-CYCLE נגדיר את השפה

 $BIG\text{-}CYCLE = \{ <\!\! G,k\!\!> \mid k$ מעגל שגודלו שב G מעגל טבעי; יש ב-G הוא מספר טבעי א הוא מספר הצמתים של המעגל שווה למספר הצמתים של המעגל שווה למספר הצמתים של המעגל המעגל שווה למספר הצמתים של המעגל אווה למספר הצמתים של המעגל המעגל שווה למספר הצמתים של המעגל שווה של המעגל שווח של המעגל של המעגל שווח של שווח של המעגל

להלן "הוכחה" לכך שהשפה BIG-CYCLE שייכת ל-NL

נתאר מכונה לא דטרמיניסטית שמכריעה את השפה ומשתמשת במקום לוגריתמי:

 \cdot יעל קלט $\langle G, k
angle$ כאשר G הוא גרף מכוון ו $\langle G, k
angle$ כאשר ייעל ייעל ייעל קלט

- mנסמן מספר זה על-ידי. G. נסמן מספר זה על-ידי
- w בחר, באופן לא דטרמיניסטי, צומת של G. נקרא לצומת הנבחר M. 2
 - v העתק את w להיות הצומת הנוכחי
 - אתחל מונה ל-1.
- את אחד משכניו של הצומת הנוכחי v. החלף את אחד משכניו של הצומת הנוכחי v. החלף את v בשכן הנבחר, וקרא לשכן הזה v. הוסף 1 למונה.
 - .6. אם v=w, אז אם ערכו של המונה $k \le k$, קבל. אחרת, דחה.
 - . אם ערכו של המונה m < .7
 - 8. לד ל-5."

מה **לא נכון** בייהוכחהיי הזו!

הסבירו **במדויק** מה הטעות בהוכחה - איזו נקודה בהוכחה שגויה ומה בדיוק השגיאה.

שאלה 6

המחלקה RL מוגדרת כמו המחלקה RP (הגדרה 10.10 בספר), פרט לכך שהמכונה ההסתברותית משתמשת במקום לוגריתמי (במקום בזמן פולינומיאלי).

כלומר, RL היא מחלקת השפות שמוכרעות על-ידי מכונת טיורינג הסתברותית שמשתמשת במקום לוגריתמי, מילים בשפה מתקבלות בהסתברות של לפחות $\frac{1}{2}$, ומילים שאינן בשפה נדחות בהסתברות $\frac{1}{2}$.

(למכונה יש שני סרטים, סרט קלט שהוא סרט לקריאה בלבד, וסרט עבודה שהוא סרט לקריאה ולכתיבה. המקום שבו משתמשת המכונה בסרט העבודה לוגריתמי בגודל הקלט).

 $RL \subseteq SPACE(\log^2 n):$ הוכיחו