הדבק כאן את מדבקת הנבחן

9999999999

מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה הפתוחה

ד' באדר תשע"ה

23

# מס' שאלון - 444

בפברואר 2015

סמסטר 2015א

מס' מועד 86

20407 / 4

## שאלון בחינת גמר

# 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

**מבנה הבחינה:**

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.
כל שאלה מזכה ב - 25 נקודות.

הנחיות:
כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

**חומר עזר:**
**כל חומר עזר מותר לשימוש . אסור מחשבון**
**השימוש במחשב נישא או במכשיר כלשהו שבאמצעותו אפשר להתחבר לאינטרנט אסור.**

**בהצלחה !!!**

**אינכם חייבים**
**להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה**

שאלון 444

86.16.7

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.

אין צורך לכתוב פסֵידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.

**שאלה 1 (25 נקודות)**

נתון מערך ממוין $A[1..n]$ ; ידוע לנו שהמפתח $q$ נמצא במערך $A$. נסמן ב- $k$ את מיקומו של המפתח $q$ במערך $A$ (כלומר, $A[k]=q$).

(12 נק') א. הראו כיצד ניתן למצוא את $k$ בזמן ריצה $O(\lg k)$. כתבו את השגרה המתאימה בפסֵידוקוד.

(13 נק') ב. הראו כיצד ניתן למצוא את $k$ בזמן ריצה $O(\min(\lg k, \lg(n-k)))$.

**שאלה 2 (25 נקודות)**

(10 נק') א. נתונה ערמה $H$ בת $n=2^{h+1}$ איברים, כאשר $h>0$ ; הערמה מיוצגת על ידי עץ בינרי (באמצעות מצביעים).

הראו כיצד ניתן לפרק את $H$ לשתי ערמות $H_1$ ו- $H_2$, כל אחת בת $n/2$ איברים ; נדרש זמן ריצה של $O(\lg n)$.

(15 נק') ב. פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה :

$$T(n)=\begin{cases}0, & n=1\\ \alpha\cdot T(n/3)+n^2\cdot\lg^2 n+n\cdot\lg^3 n, & n>1\end{cases}$$

עבור הערכים השונים של הפרמטר $\alpha$.

**שאלה 3 (25 נקודות)**

ענו על השאלה הבאה ונמקו את תשובתכם :

מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר (מספר הלימוד) על המערך $A=[n-1,n,3,4,...,n-3,n-2,1,2]$ ?

<u>שימו לב:</u> המערך הנתון מתקבל על ידי החלפה בין שני האיברים הראשונים ושני האיברים האחרונים במערך הממוין $[1,2,...,n-1,n]$.

**המשך הבחינה בעמוד הבא**

**שאלה 4 (25 נקודות)**

נתון מערך $A[1..n]$ של מספרים, כאשר והמפתחות שלו שונים זה מזה.

(12 נק') א. הוכיחו שכל אלגוריתם המאחסן את $n$ המפתחות של $A$ בעץ אדום-שחור $T$ חייב לרוץ בזמן $\Omega(n\cdot\lg n)$ במקרה הגרוע.

(13 נק') ב. נניח כי $n=2^{h+1}-1$. בהינתן שלם $k$, $0<k\le h$, הראו כיצד ניתן למצוא את כל המפתחות המאוחסנים ב-$k$ הרמות העליונות של $T$ בזמן $O(n\cdot k)$, ללא בניית העץ $T$ בפועל.

**שאלה 5 (25 נקודות)**

הציעו מבנה נתונים $S$ שבאמצעותו ניתן לממש כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת (כל מפתח מופיע בשכיחות כלשהי; $n$ מסמן את מספר המפתחות השונים; $N$ מסמן את המספר הכולל של מפתחות במבנה):

- $\text{BUILD}(L,S)$ : בניית המבנה $S$ מתוך רשימה נתונה של מפתחות $L$ ; זמן הריצה: $O(N\cdot\lg n)$ ;
- $\text{INSERT}(S,k)$ : הכנסת עותק של המפתח $k$ למבנה $S$ ; זמן הריצה: $O(\lg n)$ ;
- $\text{REFRESH}(S,p)$ : מחיקת העותק הוותיק ביותר של המפתח שאליו מצביע $p$ והכנסתו מחדש; זמן הריצה: $O(1)$ ;
- $\text{DELETE}(S,p)$ : מחיקת העותק החדש ביותר של המפתח שאליו מצביע $p$ ; זמן הריצה: $O(\lg n)$ ;
- $\text{MODE2}(S)$ : החזרת ערך המפתח בעל השכיחות השניה הגבוהה ביותר; זמן הריצה: $O(1)$ .

**הערה:** מבנה הנתונים $S$ יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.

**בהצלחה!**

שאלון 444
86.16.7