

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

בהנחה שחלים תנאי שפה מתאימים ושמתיקים $a > 1$, פתרו את נוסחת הנסיגה

$$T(n) = a^2 \cdot T(n^{1/a}) + \lg^2 n \cdot \lg^p \lg n + \lg^p n \cdot \lg^2 \lg n$$

עבור: $p = 1$; $p = 0$.

שאלה 2

א' נתון מערך ממוין A של n מספרים.

כתבו אלגוריתם הבדק האם מתקיימים התנאים הבאים:

- כל איבר במערך שווה לאחד משלושה ערכים נתונים $x < y < z$;

- מספר המופעים של x ב- A שווה למספר המופעים של z ב- A ;

- מספר המופעים של y ב- A גדול ממספר המופעים של x או של z ב- A .

זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הוא $O(\lg n)$.

ב' נתון מערך A של n מספרים (לא בהכרח ממוין).

כתבו אלגוריתם הבדק האם מתקיימים התנאים הבאים:

- כל איבר במערך שווה לאחד משלושה ערכים $x < y < z$ (לא ידועים מראש);

- מספר המופעים של x ב- A שווה למספר המופעים של z ב- A ;

- מספר המופעים של y ב- A גדול ממספר המופעים של x או של z ב- A .

זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הוא $O(n)$.

שאלה 3

בהינתן קבוצה S בת n מספרים ממשיים ומספר ממשי נוסף z , כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שני איברים a ו- b , המקיימים $a - b = z$; תוחלת זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n)$.

שאלה 4

ברצוננו לתחזק מבנה נתונים M מורכב ממערך S באורך k ומ- k עצים אדומים-שחורים T_i , $i = 1, \dots, k$; נסמן ב- n את המספר הכולל של איברים ב- k העצים. כל תא $S[i]$, $i = 1, \dots, k$, מכיל מצביע אל שורש העץ T_i (ושדות נוספים, לפי הצורך). כל עץ T_i מכיל בין $\lfloor n/k \rfloor$ לבין $\lceil n/k \rceil$ צמתים, $i = 1, \dots, k$, כל איבר ב- T_i קטן מ- (או שווה ל-) כל איבר ב- T_{i+1} , $i = 1, \dots, k-1$.

(5 נק') א. תארו שגרת חיפוש שרצה בזמן $\Theta(\lg k + \lg(n/k))$.

(10 נק') ב. תארו שגרת הכנסה ושגרת מחיקה הרצות כל אחת בזמן $\Theta(k \cdot \lg(n/k))$.

(10 נק') ג. בהינתן רשימה **ממוינת** L של n מפתחות, הראו כיצד ניתן לבנות את המבנה M מהרשימה L בזמן $\Theta(n)$.

הערות: עליכם לציין איזה מידע נשמר בתאים של S , פרט למצביעים.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S והמפתחות ב- S כולם מספרים **שלמים**):

$\text{SEARCH}(S, k)$: חיפוש אחר המפתח k במבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{INSERT}(S, k)$: הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{DELETE}(S, p)$: מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{INCREASE}(S, p)$: הקידום ב-1 של מפתח האיבר שאליו מצביע p ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{ODD-OLD}(S, t)$: החזרת המפתח הזוגי ה- t הותיק ביותר ב- S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערה: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבנים יסודיים.