

N101021697



8

מספר  
סידורי

ת.ז:

מספר התלמיד הנבחן  
רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה  
הפתוחה



י"ח בתמוז תשע"ז

מס' שאלון - 451

12

ביולי 2017

מס' מועד 83

מסטר 2017ב

20407 / 4

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.  
כל שאלה מזכה ב - 25 נקודות.

הנחיות:  
כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.  
אין לכתוב בצבע אדום.  
אין לכתוב בעיפרון.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . אסור מחשבון  
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע  
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



- אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. יש לכתוב באופן מדויק מה הטענה בה אתם משתמשים.
- חובה להוכיח כל טענה אחרת.
- בפרט יש להוכיח את החסמים הנדרשים על זמני הריצה ואת נכונות הטענות שלכם לגבי אלגוריתמים ומבני נתונים שאתם מציגים.
- יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש**.
- בכל מקום בו אתם מתבקשים לכתוב אלגוריתם, יש לכתוב תיאור מילולי של האלגוריתם בנוסף לפסאודוקוד.
- אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

## שאלה 1

(16 נק') **א.** תהאנה  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  פונקציות עולות. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות.

1. אם  $f(n) = O(g^2(n))$  אז  $2^{f(n)} = O(8^{g(n)})$ .
  2. אם  $f(n) = \Theta(g^2(n))$  אז  $\log(f(n)) = \Theta(\log(g(n)))$ .
- 9 נק') **ב.** פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה. הוכיחו במדויק את טענותיכם.

$$T(n) = T(n-1) + n(n-1)$$

## שאלה 2

עבור מערך  $A[1, \dots, n]$  נסמן  $m_A = \min_{1 \leq i \leq n} A[i]$  ו  $M_A = \max_{1 \leq i \leq n} A[i]$ .

(10 נק') **א.** הוכיחו כי קיימים  $1 \leq i \neq j \leq n$  עבורם  $0 \leq A[i] - A[j] \leq \frac{M_A - m_A}{n-1}$ .

(15 נק') **ב.** כתבו אלגוריתם המקבל כקלט מערך  $A[1, \dots, n]$  ומוצא זוג אינדקסים  $1 \leq i \neq j \leq n$  המקיימים  $0 \leq A[i] - A[j] \leq \frac{M_A - m_A}{n-1}$ . על האלגוריתם לרוץ בזמן  $\Theta(n)$ .

אלגוריתם שזמן ריצתו הוא  $\Theta(n \log n)$  יקבל **לכל היותר** 7 נק'.

## שאלה 3

תכננו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות זמן ריצה של  $\Theta(\log n)$ , כאשר  $n$  מציין את מספר האיברים במבנה.

הניחו כי כל האיברים במבנה **שונים** האחד מהאחר.

אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

$insert(S, x)$  – השגרה מכניסה איבר בעל המפתח  $x$  ל- $S$ ;

$find(x)$  – השגרה מוצאת איבר בעל המפתח  $x$  ב- $S$ , אם קיים כזה. אחרת, מחזירה  $NIL$ ;

$rangeSum(x, y)$  – השגרה מדפיסה את **סכום** האיברים במבנה בעלי ערך מפתח  $k$  המקיים

$$x \leq k \leq y$$

$$\begin{array}{ccc} x^2 & x & y \\ x^{-1} & 10 & 15 \\ 8 & & \end{array}$$

#### שאלה 4

פתבו אלגוריתם המקבל מצביע לעץ בינארי  $T$  ומחזיר את המספר  $d$  של הרמה בעץ ששכום איבריה מקסימלי. על האלגוריתם לרוץ בסיבוכיות זמן  $\Theta(n)$ , כאשר  $n$  הוא מספר האיברים בעץ, ובסיבוכיות מקום  $\Theta(n)$ .

אלגוריתם שסיבוכיות זמן הריצה שלו היא  $\Theta(n^2)$  וסיבוכיות המקום שלו  $\Theta(1)$  יתקבל, אך יקבל 20 נקודות לכל היותר.

הערה: רמה  $d$  בעץ מכילה את כל האיברים בגובה  $d$  בעץ (מוגדר בנספח ב.5.).

#### שאלה 5

תכננו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות הזמן הנדרשת.  $N$  מציין את מספר האיברים במבנה, ו  $n$  מציין את מספר האיברים השונים במבנה. אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

$init(S, A[1, \dots, N])$  – מקבל כקלט מערך ובו  $N$  איברים ובונה את המבנה  $S$ . זמן הריצה  $\Theta(N \log n)$ .

$insert(S, x)$  – מכניס את המפתח  $x$  למבנה. זמן הריצה  $\Theta(\log n)$ .

$freq(S, x)$  – מחזיר את מספר הפעמים שהמפתח  $x$  מופיע במבנה (0 אם  $x$  אינו מופיע במבנה). זמן הריצה  $\Theta(\log n)$ .

$mostFreq(S)$  – מחזיר את המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר במבנה. זמן הריצה  $\Theta(1)$ .

**בהצלחה !**