

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 2 ו-3

דיאגרמת ון וטענות הסתברות בסיסיות; הסתברות מותנית

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 6

מועד אחרון להגשה: 25.11.2012

סמסטר: א 2013

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

בחלק מהשאלות המופיעות בממ"ן זה מומלץ לצייר עצי-הסתברות.

שאלה 1 (20 נקודות)

תהליך ייצור של רכיב מסוים מורכב משלושה שלבים, שבכל אחד מהם הוא עלול להיפגם.

הפגם הנוצר בכל שלב אופייני רק לאותו שלב.

אין דרך לבחון את הפגמים במהלך הייצור, אלא רק בסופו.

נניח שידוע כי – ההסתברות שהרכיב לא ייפגם בשלב השלישי היא 0.8;

ההסתברות שהרכיב ייפגם רק בשלבים הראשון והשני היא 0.06;

ההסתברות שהרכיב ייפגם בשלב הראשון ובשלב השלישי היא 0.15;

ההסתברות שהרכיב ייפגם בדיוק בשני שלבים היא 0.15;

אם הרכיב נפגם בשלב השלישי, ההסתברות שלא ייפגם בשלבים האחרים היא 0.05;

אם הרכיב לא נפגם בשלב השלישי,

ההסתברות שלא ייפגם גם בשלבים האחרים היא 0.9;

ואם הרכיב נפגם בשלב השני, אז בהכרח הוא ייפגם לפחות בשלב נוסף אחד.

12 נק') א. הגדר בדיוק 3 מאורעות המתאימים לבעיה ופרט באמצעותם את רשימת הנתונים שלעיל.

צייר דיאגרמת ון מתאימה למאורעות שהגדרת, ורשום בה את כל ההסתברויות המתאימות

לשטחים החלקיים שנוצרים בה. (במידת האפשר וביחס לנתוני הבעיה).

הסבר בקצרה, את דרך החישוב של ההסתברויות הרשומות בדיאגרמה, ונדא שסכומן

הוא 1. נסח את ההסברים באמצעות טענות הסתברות.

2 נק') ב. מהי ההסתברות שיהיו ברכיב מקרי כל שלושת הפגמים האפשריים?

2 נק') ג. מהי ההסתברות שרכיב מקרי ייפגם בשלב הראשון או בשלב השני?

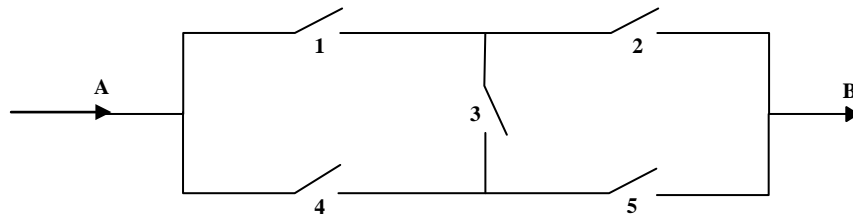
2 נק') ד. מהי ההסתברות שרכיב מקרי ייפגם בשלב השני, אם ידוע שלא נפגם בשלב הראשון?

2 נק') ה. אם ידוע שרכיב מקרי לא נפגם לפחות באחד מהשלבים, מהי ההסתברות שנפגם בשלב

הראשון?

שאלה 2 (24 נקודות)

במעגל שלהלן, כל אחד מחמשת המתגים סגור בהסתברות 0.7 (ואז יכול לעבור בו זרם).
כמו כן, כל מתג פועל באופן בלתי-תלוי באחרים.



- (6 נק') א. אם מתג 3 פתוח, מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
(6 נק') ב. אם מתג 3 סגור, מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
(6 נק') ג. מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
(6 נק') ד. אם לא עובר זרם, מהי ההסתברות שבדיוק 3 מתגים סגורים?

שאלה 3 (24 נקודות)

בארצות הברית נערך מחקר שמטרתו לבחון את טיבה של שיטה חדשה לבדיקת זיהומים במי-נהרות. בימים שבהם יש זיהום קשה במיוחד במי-נהר, נוהגים לאסור על הדיג בנהר. כשאין זיהום במי-נהר לא אוסרים אף פעם על הדיג במימיו.

כדי לבחון את שיטת הבדיקה החדשה, נלקחת דגימת מים מנהר מסוים בכל יום. הדגימה ממי-הנהר נבדקת בשתי שיטות. שיטת הבדיקה הראשונה מסובכת למדי, אך תוצאתה מהימנה במאת האחוזים ואילו שיטת הבדיקה השנייה היא השיטה החדשה שאותה בוחנים.

מתברר כי –

- מי-הנהר מזוהמים (ברמה זו או אחרת) ב- 20% מהימים שבהם הם נבדקים ;
- ב- 75% מן הימים שבהם המים מזוהמים מתגלה הזיהום גם בשיטת הבדיקה החדשה, אך שיטה זו מגלה זיהומים גם ב- 10% מן הימים שבהם מי-הנהר אינם מזוהמים כלל ;
- ב- 90% מהימים שבהם מתגלה זיהום בשתי שיטות הבדיקה, אוסרים על הדיג בנהר ;
- וב- 20% מהימים שבהם מי-הנהר מזוהמים, אך בשיטת הבדיקה החדשה לא נמצא כל זיהום, אוסרים על הדיג בנהר.

אם אין תלות בין ימים שונים ונבחר יום מקרי מבין ימי-הבדיקה –

- (8 נק') א. מהי ההסתברות שביום זה התגלה זיהום במי-הנהר באמצעות שיטת הבדיקה החדשה?
(8 נק') ב. מהי ההסתברות שביום הנבחר נאסר הדיג בנהר?
(8 נק') ג. נניח שבשיטת הבדיקה החדשה לא נמצא כל זיהום במי-הנהר ביום שנבחר.
מהי ההסתברות, שלמרות זאת, הדיג נאסר ביום זה?

שאלה 4 (10 נקודות)

בעיר מסוימת יש מוניות בשני צבעים. 15% מהמוניות ירוקות והיתר כחולות. בתאונת פגע-וברח שהתרחשה בעיר היתה מעורבת מונית מקומית. עד ראייה שנכח במקום טען, שהמונית המעורבת בתאונה היתה ירוקה. כדי לבחון את אמינות העד, נערכו לו מבחני ראייה ונמצא בהם שהוא מזהה נכון את צבע המונית ב- 70% מהמקרים. מהי ההסתברות שהמונית המעורבת אכן ירוקה?

שאלה 5 (12 נקודות)

לצוות של בעל ואישה, המשתתף בחידון טלביזיה, מוצגת שאלה, שהתשובות האפשריות עליה הן "אמת" או "שקר". הבעל והאישה ישיבו, כל אחד ובאופן בלתי-תלוי, תשובה נכונה בהסתברות p . באיזו מן הדרכים הבאות כדאי לזוג לנקוט?

1. בוחרים באקראי אחד מהם והוא משיב על השאלה.
2. שניהם דנים בשאלה.

אם הם תמימי דעים, הם משיבים את התשובה המשותפת;
אם הם חלוקים בדעותיהם, הם מטילים מטבע תקין כדי לבחור בתשובה ששיבו.

שאלה 6 (10 נקודות)

מטילים מטבע תקין 20 פעמים.
מהי ההסתברות שהתוצאה H תתקבל בדיוק 10 פעמים (ב- 20 ההטלות), אם ידוע שהיא התקבלה בדיוק 5 פעמים במהלך 8 ההטלות הראשונות (מתוך ה- 20)?