

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 28.12.2014

סמסטר: א2015

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

א' כמה השוואות במקרה הגרוע, במקרה הטוב ובממוצע מבצע QUICKSORT על קלט בגודל 3?

ב' ציירו את עץ ההחלטה של QUICKSORT עבור קלט בגודל 3. הסבירו בקצרה כיצד מבנה העץ מסתדר עם 3 התשובות שלכם לסעיף הקודם.

ג' כמה השוואות במקרה הגרוע ובמקרה הטוב מבצע HEAPSORT על מערך בגודל 4?

ד' כזכור, HEAPSORT הוא אלגוריתם מיון אופטימלי מבחינת סיבוכיות זמן אסימפטוטית במקרה הגרוע (זמן ריצתו $\Theta(n \cdot \lg n)$). הראו, לאור תשובתכם לסעיף הקודם, ש-HEAPSORT אינו אופטימלי עבור קלטים בגודל 4 (לשם כך יש כמובן לחשב את החסם התחתון למספר ההשוואות במקרה הגרוע של אלגוריתם מיון מבוסס השוואות). הסבירו גם, במשפט אחד, מדוע אין כאן סתירה.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתונה סדרה בת n שלמים מהתחום $[1 - 2^n]$.

הוכיחו שניתן למיין סדרה זו בזמן $O(n^2 / \lg n)$.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתונה קבוצה של n נקודות $p_i = (x_i, y_i)$ בחצי הימני של עיגול היחידה; כלומר, כל נקודה $p_i = (x_i, y_i)$ מקיימת את התנאים $0 < x_i \leq 1$, $0 < x_i^2 + y_i^2 \leq 1$, $i = 1, \dots, n$. נניח שהתפלגותן של הנקודות אחידה; כלומר, ההסתברות למצוא נקודה באזור נתון כלשהו של חצי העיגול נמצאת ביחס ישר לשטחו של אזור זה.

נגדיר ב- θ_i את הזווית בין הכיוון החיובי של ציר ה- x לבין הקרן היוצאת מהראשית אל הנקודה p_i ($\tan \theta_i = y_i / x_i$). כתבו אלגוריתם שתוחלת זמן הריצה שלו היא $\Theta(n)$, למיון n הנקודות על-פי θ_i .

שאלה 4 (16 נקודות)

פתרו את התרגיל 5-10.1 מספר הלימוד (עמודים 171). השתמשו בשמות $\text{PUSH-LEFT}(D, x)$, $\text{POP-LEFT}(D)$, $\text{POP-RIGHT}(D)$, $\text{PUSH-RIGHT}(D, x)$, $\text{length}[D]$, $\text{tail}[D]$, $\text{head}[D]$.

שאלה 5 (24 נקודות)

נתון מערך $P[1..n]$ של מספרים חיוביים. ברצוננו לבנות מערך $S[1..n]$ לפי ההגדרה:

$$S[i] = \max\{k : j = i - k + 1, \dots, i \text{ לכל } P[j] \leq P[i]\}$$

א' כתבו אלגוריתם לבניית המערך S בזמן $O(n^2)$.

ב' כתבו אלגוריתם משופר לבניית המערך S בזמן $O(n)$.

רמז: השתמשו במחסנית כמבנה עזר.