

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 25.1.2015

סמסטר: א2015

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

ברצוננו לבנות מבנה נתונים SP של עץ, כך שכל צומת שלו מכיל שני מפתחות: מפתח מיון $skey$ המקנה ל- SP את התכונה של עץ חיפוש בינרי, ומפתח $pkey$ המקנה ל- SP את התכונה של ערמת מינימום (נניח שכל מפתחות ה- $pkey$ שונים זה מזה).

א' הראו שקיים מבנה SP יחיד, המורכב מ- n זוגות מפתחות $(skey, pkey)$.

ב' כתבו שגרת פסידוקוד להכנסת זוג $(skey, pkey)$ לתוך מבנה SP .

רמז: השתמשו בפעולות הסיבוב על עצי חיפוש בינריים.

שאלה 2 (20 נקודות)

הראו כיצד ניתן לבנות עץ אדום-שחור T המקיים את התנאים הבאים:

1. גובה העץ T הוא $2h$;
2. העץ T מכיל h צמתים אדומים בדיוק וכולם נמצאים על המסלול השמאלי שלו.

מצאו נוסחה עבור h כפונקציה של n (מספר הצמתים הפנימיים של T).

שאלה 3 (20 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

BUILD(S): בניית המבנה S מסדרה **ממוינת** של N מספרים ממשיים; זמן הריצה: $O(N)$;

INSERT(S, k): הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, z): מחיקת האיבר שאליו מצביע z מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MODE(S): החזרת המפתח השכיח ביותר במבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

MED-MODE(S): החזרת המפתח בעל השכיחות החציונית במבנה S ; זמן ריצה $O(1)$.

הערות: הניחו שהמפתחות הינם מספרים ממשיים ושכל אחד מופיע בשכיחות משלו; n מציין את מספר הערכים השונים זה מזה ו- N מציין את המספר הכולל של ערכים. השכיחות החציונית הינה החציון בקבוצת השכיחויות של n המפתחות השונים.

שאלה 4 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת:

SEARCH(S, k): חיפוש אחר המפתח k במבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, k): מחיקת עותק כלשהו של המפתח k מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MODE(S): החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר; זמן הריצה: $O(1)$;

MARK(S, t): החזרת ערך המפתח בעל רישום הזמן ה- t הקטן ביותר; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערות: n הוא מספר המפתחות השונים ב- S ; אחרי כל הכנסת עותק של המפתח k , רישום הזמן של k משתנה (לפי זמן ההכנסה של העותק החדש), כלומר, רישום הזמן של מפתח הוא זמן ההכנסה של העותק החדש ביותר שלו.