

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 2.11.2014

סמסטר: 2015א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (18 נקודות)

נתון מערך $T[1..n]$ ממוין של שלמים שונים זה מזה.
כתבו אלגוריתם המחפש אינדקס i כך ש- $T[i] = i$.
האלגוריתם יחזיר את i אם הוא קיים, או -1 אחרת.

שאלה 2 (14 נקודות)

בכל אחת מן הבעיות הבאות הצביעו על הפעולה היסודית ועל מדד מתאים עבור גודל הקלט.
העריכו את זמן הריצה במקרה הגרוע של אלגוריתם יעיל הפותר את הבעיה:
א' הדפסת לוח כפל;
ב' בדיקה אם מספר נתון הוא ראשוני;
ג' רישום כל הוועדות בגודל כלשהו שניתן ליצור מקבוצה של אנשים בגודל נתון;
ד' חישוב סכום החזקות השלישיות של כל המספרים הטבעיים עד למספר נתון.

שאלה 3 (20 נקודות)

השגרה הבאה מיישמת את אלגוריתם איקלידס לחישוב המחלק המשותף הגדול ביותר של שני מספרים טבעיים:

```
gcd (a , b)
while b > 0
do rem ← a mod b
   a ← b
   b ← rem
return a
```

א' הוכיחו שאם $a > b$, אזי $a \bmod b < a/2$;

ב' מהו מספר האיטרציות המקסימלי בשגרה?

ג' מהו זמן הריצה האסימפטוטי של השגרה?

הערה: אפשר לבטא את זמן הריצה כפונקציה של $m = \min(a, b)$.

שאלה 4 (18 נקודות)

עבור כל זוג של פונקציות (מתוך סדרת הפונקציות הבאות) קבעו האם מתקיים אחד היחסים

$\omega, o, \Theta, \Omega, O$ (כלומר, האם למשל $f_i = O(f_j)$ $i < j$):

$$f_1(n) = \lg^{100} n + n^{1/100}$$

$$f_2(n) = n^2 / \lg n$$

$$f_3(n) = n^2 / \lg \lg n$$

$$f_4(n) = \begin{cases} n^2, & \text{סא } n \text{ ינושאר} \\ n^2 \lg n, & \text{סא } n \text{ קירפ} \end{cases}$$

$$f_5(n) = \begin{cases} n^2 \lg n, & \text{סא } n \text{ יגוז} \\ n^2 / \lg n, & \text{סא } n \text{ יא-יגוז} \end{cases}$$

$$f_6(n) = \begin{cases} n^2, & \text{סא } n \leq 100^{100} \\ \lg^{100} n, & \text{סא } n > 100^{100} \end{cases}$$

שאלה 5 (30 נקודות)

סדרו את הפונקציות הבאות על-פי שיעור הגידול שלהן ; כלומר, מצאו סידור g_1, g_2, \dots, g_{16} של

הפונקציות המקיים: $g_1 = O(g_2), g_2 = O(g_3), \dots, g_{15} = O(g_{16})$.

חלקו את הפונקציות למחלקות שקילות ($f(n)$ ו- $g(n)$ שייכות לאותה מחלקת שקילות אם ורק

אם $f(n) = \Theta(g(n))$).

$n \cdot \ln n$	$(\lg n)^2$	$5n^2 + 7n$	$n^{5/2}$
$n!$	$2^{n!}$	4^n	n^n
$n^n + \ln n$	$5^{\lg n}$	$\lg(n!)$	$(\lg n)!$
\sqrt{n}	e^n	$8n + 12$	$10^n + n^{20}$
	$\sqrt{}$		