

### שאלה 1 (25 נקודות)

מחלבת "תנובה" עורכת מבצע.

על צידו הפנימי של המכסה של כל מעדן חלב מתוצרתה מוטבעת באקראי אחת מאותיות השם "תנובה".

כלומר, ההסתברות של כל אחת מ-5 האותיות להופיע על כל אחד מן המכסים היא 0.2.

אין תלות בין האותיות המוטבעות על מכסי המעדנים.

(9 נק') א. מה תוחלת מספר המעדנים שיש לקנות עד לקבלת כל חמש האותיות בשם "תנובה"?

ב. אדם קנה 15 מעדני חלב מתוצרת "תנובה".

יהי  $X$  מספר האותיות השונות שהתקבלו ב-15 מעדנים אלו.

(8 נק') 1. חשב את התוחלת של  $X$ .

(8 נק') 2. חשב את השונות של  $X$ .

### שאלה 2 (25 נקודות)

יהי  $Y$  משתנה מקרי רציף שהתפלגותו אחידה בין 0 ל-10;

ויהי  $X = y$  משתנה מקרי רציף שהתפלגותו אחידה בין 0 ל- $y^2$ .

(8 נק') א. חשב את  $E[XY]$ .

(8 נק') ב. מצא את פונקציית הצפיפות השולית של  $X$ .

(9 נק') ג. חשב את  $P\{\min(X, Y) \leq 9\}$ .

### שאלה 3 (25 נקודות)

10 ילדים מוזמנים להשתתף בחידון, וכל אחד מהם מגיע להשתתף בו בהסתברות 0.3.

נסמן ב- $N$  את מספר הילדים שמגיעים להשתתף בחידון.

במהלך החידון המנחה שואל את  $N$  הילדים שהגיעו 15 שאלות בזו אחר זו. בכל פעם שואל שאלה אחת

וכל הילדים עונים עליה. ההסתברות שילד יענה נכון על שאלה כלשהי היא 0.4.

כמו כן, נניח שאין תלות בין הילדים, בין השאלות ובין הילדים לשאלות.

נסמן ב- $X$  את מספר השאלות שיש לפחות ילד אחד שענה עליהן נכון.

(8 נק') א. הראה כי לכל  $a$  ממשי מתקיים:  $E[a^N] = (0.3a + 0.7)^{10}$ .

(8 נק') ב. זהה את ההתפלגות המותנית של  $X$  בהינתן  $N = n$ .

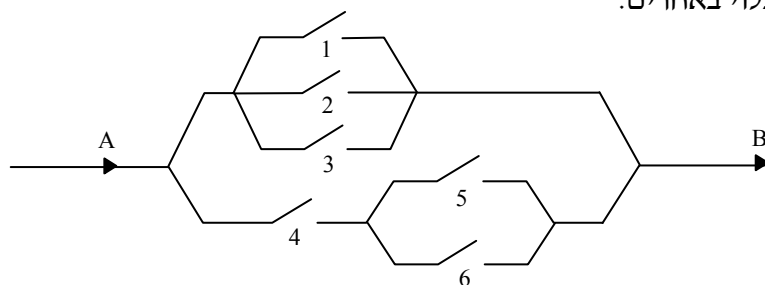
(רשום את ההתפלגות וציין מהם הפרמטרים שלה.)

(9 נק') ג. חשב את התוחלת והשונות של  $X$ .

(שים לב: הכוונה להתפלגות השולית של  $X$  ולא להתפלגות המותנית.)

#### שאלה 4 (25 נקודות)

במעגל שלהלן, כל אחד מן המתגים סגור בהסתברות 0.6 (ואז יכול לעבור בו זרם).  
כמו כן, כל מתג פועל באופן בלתי-תלוי באחרים.



- 9 נק' א. מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
- 8 נק' ב. אם עובר זרם מ-A ל-B, מהי ההסתברות שמתג 5 סגור?
- 8 נק' ג. נתונים 100 מעגלים מהסוג המתואר באיור הנתון, וידוע שבכולם עובר זרם מ-A ל-B. חשב **קירוב** להסתברות שלפחות ב-40 ממעגלים אלו מתג 5 פתוח, בהנחה שאין תלות בין 100 המעגלים הנתונים.
- שים לב:** חישוב הקירוב צריך להיות מדויק עד כמה שאפשר.

#### שאלה 5 (25 נקודות)

בכד 16 גולות צבעוניות, שכולן שונות זו מזו.  
לגולות 8 צבעים שונים, ומכל צבע יש 2 גולות.

יותם מוציא באקראי 2 גולות ושם אותן בכיס ימין, ואחר-כך מוציא עוד 2 גולות ושם אותן בכיס שמאל.

נגדיר את המאורעות:  $A$  = יותם שם לפחות באחד מכיסיו 2 גולות מאותו הצבע;

$B$  = 4 הגולות בשני כיסיו של יותם הן מ-2 צבעים בסך-הכל.

(סדר 4 הגולות בכיסים אינו משנה, העיקר שארבעתן הן מ-2 צבעים בלבד)

16 נק' א. צייר דיאגרמת ון לשני המאורעות המוגדרים לעיל, ומלא בה את 4 ההסתברויות המתאימות לכל אחד מאיזורי הדיאגרמה.

4 נק' ב. יהי  $X$  מספר הכיסים שיש בהם 2 גולות מאותו הצבע.  
חשב את הפונקציה יוצרת המומנטים של  $X$ .

5 נק' ג. נניח שבכל יום יותם מוציא גולות מהכד (בשיטה המתוארת מעלה) וכי אין תלות בין צבעי הגולות שהוא מוציא בימים שונים.

חשב את תוחלת מספר הימים שיעברו החל מיום מסוים ועד ליום שבו המאורע  $B$  יתרחש בפעם השלישית.

**בהצלחה!**