הדרך ראו את מדרגת הדרום

N101192557

ת.ז: 205761604 מספר סידורי: 11

מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

מספר תעודת זהות (9 ספרות): 205761604

מספר הקורס: 20476

לשימוש הבודק

שאלה 3 סעיף ב

3 נקודות

אחלה 6 נקודות ב- 3 נקודות

$T \to F = F$

$F \to T$

$T \to F$

$F \to$

$T \to T$

$\alpha \to \neg\alpha$

ג)

$T \to F$

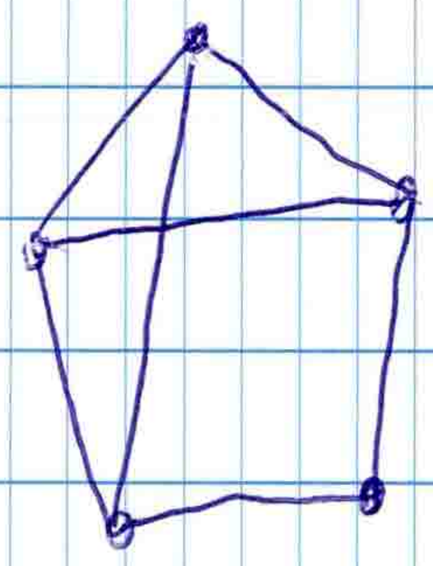
$F \to T$

$F \to F$

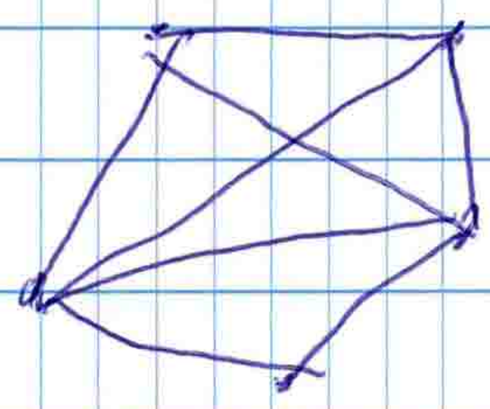
α	$\alpha \to \neg\alpha$	$(\alpha \to \neg\alpha) \to \neg\alpha$
T	F	T
F	T	F

α	$\alpha \to \neg\alpha$	$(\alpha \to \neg\alpha) \to \neg\alpha$	$(\alpha \to \neg\alpha) \to \alpha$
T	F	T	T
F	T	T	F

$|A \cap B| = |\mathbb{N}|$



לשימוש הבודק



401518

לשימוש הבודק

כן 1) א) [3]

לא ב) [1]

105 ג) [בכל]

לשימוש הבודק

טיוטה

$$\sum_{i=0}^{\infty} \cancel{(2+i)}$$

$$(1-x^4)$$

$$(1-x^2)(1+x^2)$$

$$1-x^2+x^2$$

$$\cancel{\frac{(1+x^2)^3}{(1-x)^3} = \frac{(1-x^4)^3}{(1-x)^3}}$$

נמצא את המקדם של x^5 בפונ' היוצרת:

3) א) $f(x)=\frac{(1+x^2)^3}{(1-x)^3} = (1+x^2)^3 \cdot \frac{1}{(1-x)^3}$

$$\sum_{i=0}^{3}\binom{3}{i}x^{2i} \cdot \sum_{d=0}^{\infty}\binom{2+d}{d}x^{d}$$

נקבל את המקדם של x^5 על ידי הכפלה של

$i=0$, $d=5$; $i=1$, $d=3$; $i=2$, $d=1$

$$\binom{3}{0}\cdot\binom{2+5}{5}+\binom{3}{1}\cdot\binom{2+3}{3}+\binom{3}{2}\cdot\binom{3}{1}=\binom{7}{5}+3\cdot\binom{5}{3}+3\cdot 3=$$

$=21+30+9=60 \rightarrow$ המקדם של x^5 הוא 60

ב) $x_1+x_2+x_3+y_1+y_2+y_3=n$

$0\le x_i\le 3$, y_1,y_2,y_3 לפחות

$1\le i\le 3$

כדי למצוא את מספר הפתרונות נמצא

את המקדם של x^n בפונ' היוצרת:

$$f(x)=(1+x+x^2+x^3)^3(1+x^2+x^4\dots)^3$$

ג) $\left(\frac{1-x^4}{1-x}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{1-x^2}\right)^3=$

נפתח את $f(x)$ ונמצא את המקדם של x^5

$=\frac{(1-x^4)^3}{(1-x)^3}\cdot\frac{1}{(1-x^2)^3}=$

$(1-x^4)^3\cdot\frac{1}{(1-x)^3}\cdot\frac{1}{(1-x^2)^3}=$

$$\sum_{i=0}^{3}\binom{3}{i}(-1)^i x^{4i}\cdot\sum_{d=0}^{\infty}\binom{2+d}{d}x^{d}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\binom{2+n}{n}x^{2n}$$

- המשך בעמוד הבא -

לשימוש הבודק

המשך שאלה 3) ב)

$$\sum_{i=0}^{3}\binom{3}{i}(-1)^i x^{4i} \cdot \sum_{d=0}^{\infty}\binom{2+d}{d}x^d \cdot \sum_{n=0}^{\infty}\binom{2+n}{n}x^{2n}$$

נקבל את המקדם של x^5 על ידי הדרך שלי:

$i=0$	$i=1$	$i=0$	$i=0$
$d=1$	$d=1$	$d=3$	$d=5$
$n=2$	$n=0$	$n=1$	$n=0$

$$\binom{3}{0}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2} - \binom{3}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{0} + \binom{3}{0}\binom{5}{3}\binom{3}{1} + \binom{3}{0}\binom{7}{5}\binom{2}{0} =$$

$$= 3\cdot 6 - 3\cdot 3 + 10\cdot 3 + 21 = 60$$

המקדם של x^5 הוא 60 ולכן מספר הפרונות המלא הוא 60.

טיפה !

$a_n = a_n^{\text{אית}} + a_n^{\text{מרה}}$

$\underset{\text{אית}}{\underline{3}} \cdot \underline{9}$

$\underset{\text{מרה}}{\underline{6}} \cdot \underset{\text{אית}}{\underline{3}}$

$-$

$\bar{9} \quad \bar{9}$

$9^2 -$

$\bar{6} \quad \bar{4}$

$x^n -$

$x^n \cdot x^{2-n} = x^{n+2-n}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{4}{3}$

$a_2 = \frac{4}{3}(6)^2 - \frac{1}{3}(-3)^2 = 48 - 3$

ה) $a_n =$ מספר המחרוזות באורך n שאינן מכילות $A-\{$ $A = \{a,b,c,1,2,3,4,5,6\}$

אפשר להפוך את שאר הספרות

$a_0 = 1$ — נסמן את מספר המחרוזות באורך 0 מהיות

$a_1 = 9$ — את המילה הריקה, מחרוזת באורך 1

$a_2 = 45$ — לא מופיעה רצף של שתי ספרות. במחרוזת באורך

2 נקבל סה"כ 9^2 אפשרויות. נחסיר את האפשרויות

של 2 ספרות כלומר $9^2 - 6^2 = 45$

ו) $a_n = a_n^{\text{אות}} + a_n^{\text{מספר}}$ — נפרק את a_n לשני מקרים נפרדים

$a_n^{\text{אות}} \to$ [a/b/c] [מספר המחרוזות באורך $n-1$] — 3 אפשרויות

$a_n^{\text{מספר}} \to$ [1/2/3/4/5/6] [a/b/c] [מספר המחרוזות באורך $n-2$] — 6 אפשרויות, 3 אפשרויות

$\Downarrow$

$$\boxed{a_n = 3a_{n-1} + 18a_{n-2}}$$

או ש- a_n מתחילה באות

או ש- a_n מתחילה במספר

נסמן את a_n המסדרה a_n

שמתחילה באות ב- $a_n^{\text{אות}}$

ואת a_n שמתחילה במספר

נסמן ב $a_n^{\text{מספר}}$

מתוך את המסדרה מתחילה

באות אחרי האות יופיע כל איבר ב-A

אך המסדרה מתחילה במספר אסור שאחריו

יופיע תמיד ספרה מבין האפשרויות

$a_2 = 3 \cdot a_1 + 18 \cdot a_0 = 3 \cdot 9 + 8$

$= 45$ ✓

c ו b, a

לשימוש הבודק

401518

ג) $a_n = 3a_{n-1} + 18a_{n-2}$

נפתור את נוסחת הנסיגה

נניח בתקיים $a_n = x^n$

$x^n = 3x^{n-1} + 18x^{n-2}$ | נכפול ב x^{2-n}

$x^2 = 3x + 18 \rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4\cdot(-18)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2}$

$x_1 = 6 \quad , \quad x_2 = -3$

$a_n = a(6)^n + b(-3)^n$

נציב את הערכים a_1 ו a_0

ונפתור את מערכת המשוואות

$a_0 = 1 \rightarrow 1 = a(6)^0 + b(-3)^0 \rightarrow a + b = 1$

$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 6a - 3b = 9 \end{cases}$

$a_1 = 9 \rightarrow 9 = a(6)^1 + b(-3)^1 \rightarrow 6a - 3b = 9$

$\begin{cases} 3a + 3b = 3 \\ 6a - 3b = 9 \end{cases} + \rightarrow 3a + 6a + 3b - 3b = 9 + 3 \rightarrow \boxed{a = \frac{4}{3}}$

$a = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{4}{3} + b = 1 \rightarrow \boxed{b = -\frac{1}{3}}$

$\boxed{a_n = \frac{4}{3}(6)^n - \frac{1}{3}(-3)^n}$

נבדוק סבירות a_2

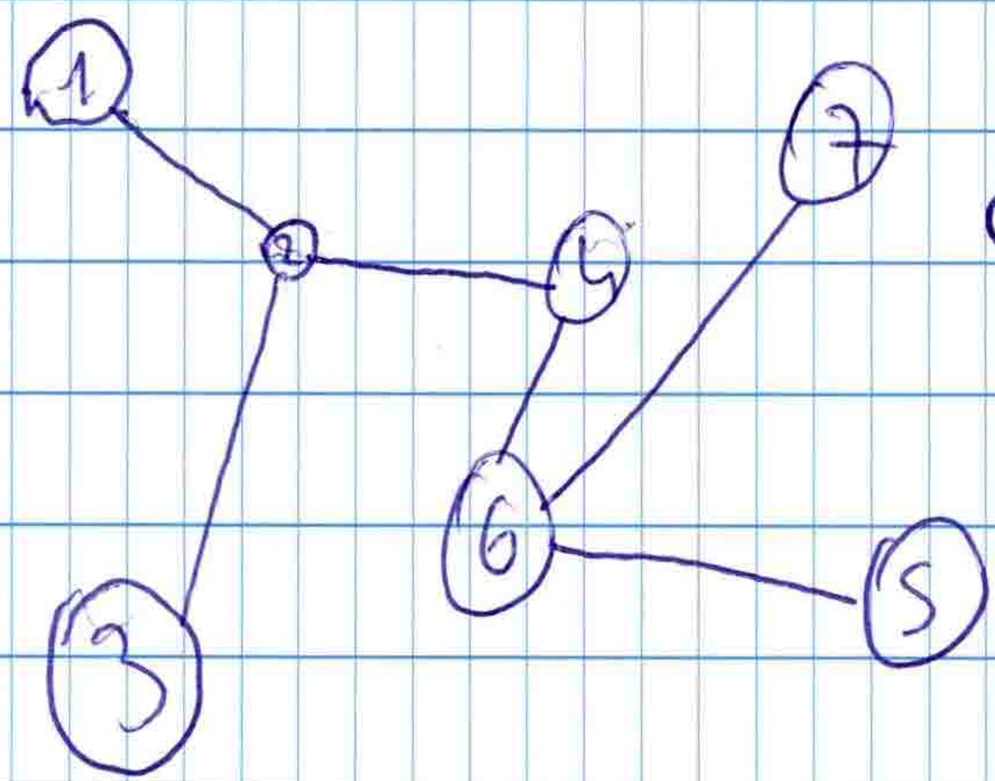
✓ $a_2 = \frac{4}{3}(6)^2 - \frac{1}{3}(-3)^2 = 48 - \frac{1}{3}\cdot 9 = 48 - 3 = 45$ ✓

עיגון

(1,2,3,4,5,6,7)

1,3,5,7

אי־זוגי



אם 2 אז

אם 4 אז

אם 6 אז

2,4,6 אם

(2,4,6,5

(1,2,3,4,5)

$A = \{a,b,c,d\}$

(a,a) (b,a)

(b,a) (a,a)

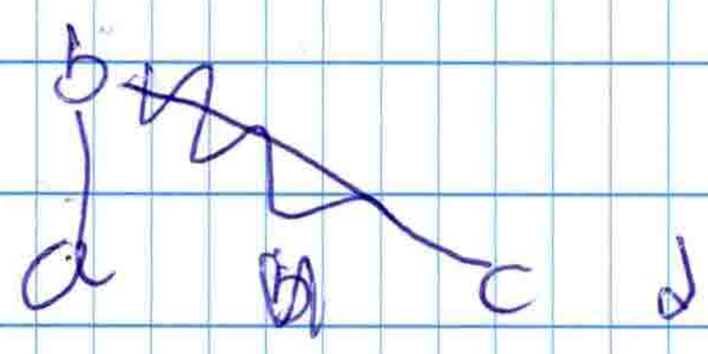
R

$R \begin{pmatrix} a & b & c & d & b \\ a & b & c & d & a \end{pmatrix}$

1 2 3 4 5 6 7

$\bar{7}\ \bar{7}\ \bar{7}\ \bar{7}\ \bar{7}$

7^5



1 2 3 4 5 6 7

$\underline{2}\ \underline{7}\ \underline{7}\ \underline{7}\ \underline{7}$

$7^5 - 6^5 = 9031$

$\underline{1}\ \underline{7}\ \underline{7}\ \underline{7}\ \underline{7}$

$\underline{6}\ \underline{6}\ \underline{6}\ \underline{6}\ \underline{6}$

7^4

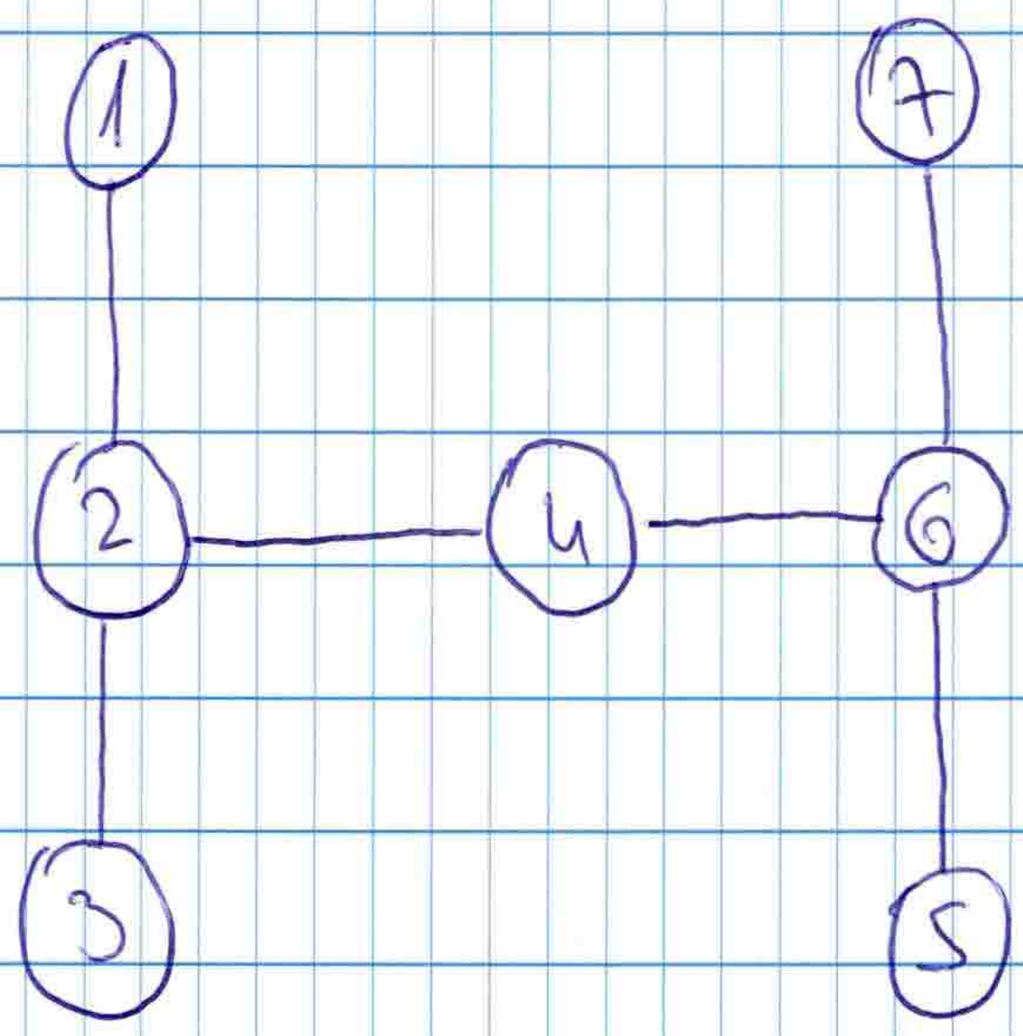
2,4,6 $\bar{4}\ \bar{4}$

לשימוש הבודק

5) ד שלב 7 מאיר נמצא את העץ של סדרת פרופר (2,2,4,6,6)

1,2,3,4,5,6,7

ג)



ה) מספר העצים המתויגים שהדרגות שלהם 2 הוא כמו מספר הסדרות שאורכן 5 מאין המספרים 1-7 כאשר 2 חייב להופיע בסדרה. אם 2 הוא עלה הוא לא מופיע בסדרה. לכן נחלק את כל סדרות פרופר האפשריות ונחסר את הסדרות ש-2 לא מופיע בהן

$7^5-6^5=9031$

ו) מספר העצים שלפחות 2,4,6 הם עלים הוא מספר הסדרות באורך 5 כאשר 2 לא מופיע או 4, או 6 לא מופיע. נחסר מכל סדרות פרופר האפשריות את הסדרות שקודם לא יהיו מופיעים 2, ואם 4, אם 6

$7^5-\binom{5}{3}4^2=16672$

כמה מהם מופיעים

10

401518

לשימוש הבודק

i לא עלה, מקיים

סברות מאורך 5 מהספרות 1-7 ~~ושון~~

כאשר 2, 4, 6 מופיעים בהן

$|U| = 7^5$

$|A_i| = \{$ סברות שבהן i לא עלה $\} = 3 \cdot (7^5 - 6^5)$

$i = 2,4,6$

$|A_i \cap A_j| = 3 \cdot (7^4 - 6^4)$

$A_1 \cap A_3 \cap A_5$

$|A_2 \cap A_4 \cap A_6| = 1 \cdot (7^3 - 6^3)$

תשובה $7^5 - 3(7^5 - 6^5) + 3 \cdot (7^4 - 6^4) - 7^5 - 6^3$

$16,807 -$

לשימוש הבודק

401518

לשימוש הבודק

גליון תשובות לשאלות רב-ברירתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1	א ב ג ד ה ו ז ח ט	21	א ב ג ד ה ו ז ח ט
2	א ב ג ד ה ו ז ח ט	22	א ב ג ד ה ו ז ח ט
3	א ב ג ד ה ו ז ח ט	23	א ב ג ד ה ו ז ח ט
4	א ב ג ד ה ו ז ח ט	24	א ב ג ד ה ו ז ח ט
5	א ב ג ד ה ו ז ח ט	25	א ב ג ד ה ו ז ח ט
6	א ב ג ד ה ו ז ח ט	26	א ב ג ד ה ו ז ח ט
7	א ב ג ד ה ו ז ח ט	27	א ב ג ד ה ו ז ח ט
8	א ב ג ד ה ו ז ח ט	28	א ב ג ד ה ו ז ח ט
9	א ב ג ד ה ו ז ח ט	29	א ב ג ד ה ו ז ח ט
10	א ב ג ד ה ו ז ח ט	30	א ב ג ד ה ו ז ח ט
11	א ב ג ד ה ו ז ח ט	31	א ב ג ד ה ו ז ח ט
12	א ב ג ד ה ו ז ח ט	32	א ב ג ד ה ו ז ח ט
13	א ב ג ד ה ו ז ח ט	33	א ב ג ד ה ו ז ח ט
14	א ב ג ד ה ו ז ח ט	34	א ב ג ד ה ו ז ח ט
15	א ב ג ד ה ו ז ח ט	35	א ב ג ד ה ו ז ח ט
16	א ב ג ד ה ו ז ח ט	36	א ב ג ד ה ו ז ח ט
17	א ב ג ד ה ו ז ח ט	37	א ב ג ד ה ו ז ח ט
18	א ב ג ד ה ו ז ח ט	38	א ב ג ד ה ו ז ח ט
19	א ב ג ד ה ו ז ח ט	39	א ב ג ד ה ו ז ח ט
20	א ב ג ד ה ו ז ח ט	40	א ב ג ד ה ו ז ח ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____