

בחינה לדוגמה 2 סמסטר 2020

מבנה הבחינה : בבחינה שש שאלות. עליכם לענות על חמש מהן.

שאלה 1

בנו מונה (enumerator) לשפה $A_3 = \{0^{3^n} \mid n \geq 0\}$.

(A_3 היא שפת המחרוזות של 0-ים, שאורכן הוא חזקה שלמה של 3).

האלפבית Σ של סרט הפלט יהיה $\{0\}$; האלפבית Γ של סרט העבודה יהיה $\{0, x, \sqcup\}$.

למונה יהיו **לא יותר מעשרה מצבים** (כולל q_{print} ו- q_{halt}).

תארו את המונה באיור (כמו איור 3.10 בספר - אפשר לוותר על הציור של q_{halt} וכל הקשתות

שנכנסות אליו. אפשר לוותר על הציור של מעברים בלתי אפשריים).

להגדרה פורמלית של מונה, עיינו במדריך הלמידה.

הסבירו היטב את פעולת המונה, ולמה הוא אכן מפיק את השפה A_3 .

שאלה 2

הוכיחו שהשפה C הבאה היא **מזוהה-טיורינג אך איננה כריעה** :

$C = \{ \langle M, x \rangle \mid M \text{ is a TM that accepts } x; \text{ when } M \text{ terminates its running on } x \text{ its tape contains a word not longer than } x \}$

(מילה $\langle M, x \rangle$ שייכת ל- C , אם M היא מכונת טיורינג, x היא מילה, M מקבלת את x , וכאשר M

מסיימת את הריצה על x (במצב q_{accept}), כתובה על הסרט מילה שאיננה ארוכה מ- x).

הוכחת האי-כריעות של השפה תיעשה **באמצעות שיטת האלכסון**.

הדרכה : הניחו בשלילה ש- C כריעה. אז יש מכונה H שמכריעה אותה. בנו מכונה D , שתפעל הפוך

מכל מכונה M שהיא. (אל תשכחו להוכיח, ש- C מזוהה-טיורינג).

שאלה 3

האם ALL_{LBA} היא שפה **כריעה**? הוכיחו את תשובתכם.

$(ALL_{LBA} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is an LBA and } L(M) = \Sigma^* \})$

שאלה 4

מילה v היא תחילית (prefix) של מילה w , אם יש מילה u כך ש- $w=vu$.
לכל אחת מהשפות הבאות, קבעו האם היא שייכת למחלקה P , והוכיחו את קביעתכם.

א. $PREFIX_{DFA} = \{ \langle A, v \rangle \mid A \text{ is a DFA and } v \text{ is a prefix of some } w \in L(A) \}$

ב. $PREF_{DFA} = \{ \langle A, v \rangle \mid A \text{ is a DFA and there is } w \in L(A) \text{ that is a prefix of } v \}$

ג. $PREF_{CFG} = \{ \langle G, v \rangle \mid G \text{ is a CFG and there is } w \in L(G) \text{ that is a prefix of } v \}$

ד. $PREF_{TM} = \{ \langle M, v \rangle \mid M \text{ is a TM and there is } w \in L(M) \text{ that is a prefix of } v \}$

שאלה 5

בעיית קיומו של מסלול המילטון בגרף מכון G ($EHAMPATH$) היא הבעיה הבאה:

הקלט: גרף מכון $G = (V, E)$

השאלה: האם יש ב- G מסלול המילטון (מסלול שמכיל כל צומת בגרף פעם אחת ויחידה)?

א. הראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של $HAMPATH$ ל- $EHAMPATH$.

$HAMPATH = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ is a directed graph with a Hamiltonian path from } s \text{ to } t \}$

$EHAMPATH = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is a directed graph that contains a Hamiltonian path} \}$

עליכם להראות פונקציה חשיבה בזמן פולינומיאלי, שעל קלט מהצורה $\langle G, s, t \rangle$ היא מחזירה

תיאור של גרף מכון $\langle H \rangle$ ומתקיים: $\langle G, s, t \rangle \in HAMPATH \Leftrightarrow \langle H \rangle \in EHAMPATH$.

ב. הוכיחו: $EHAMPATH$ היא בעיה NP -שלמה.

ג. הראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של $EHAMPATH$ ל- $HAMPATH$.

שאלה 6

פונקציה $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ תיקרא **ניתנת לחישוב במקום מעוקב**, אם יש מכונת טיורינג, שמחשבת את

f , ומשתמשת במקום שהוא $O(n^3)$.

כלומר, יש מכונת טיורינג דטרמיניסטית M , בעלת סרט אחד, שכאשר היא מקבלת כקלט מילה w ,

היא משתמשת ב- $O(|w|^3)$ מקום, ובסיום ריצתה רשומה על הסרט המילה $f(w)$.

נאמר ששפה A **ניתנת לרדוקציה במקום מעוקב** לשפה B , אם יש רדוקציית מיפוי של A ל- B ,

שניתנת לחישוב במקום מעוקב. סימון: $A \leq_{cs} B$.

נניח שנשנה את ההגדרה של שפה $PSPACE$ -שלמה באופן הבא:

שפה B תיקרא $PSPACE$ -שלמה אם

• B שייכת ל- $PSPACE$

• לכל שפה A ב- $PSPACE$, $A \leq_{cs} B$

האם יש שפות $PSPACE$ -שלמות לפי ההגדרה הזו? הוכיחו את תשובתכם.