

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
בכל בחינה תבדקנה **ארבע** התשובות הראשונות בלבד.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

על כל תשובה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

- אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. יש לכתוב באופן מדויק מה הטענה בה אתם משתמשים.
- חובה להוכיח כל טענה אחרת.
- בפרט יש להוכיח את החסמים הנדרשים על זמני הריצה ואת נכונות הטענות שלכם לגבי אלגוריתמים/מבני נתונים שאתם מציגים.
- יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש**.
- בכל מקום בו אתם מתבקשים לכתוב אלגוריתם, יש לכתוב תיאור מילולי של האלגוריתם בנוסף לפסאודוקוד.
- אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

שאלה 1

- (16 נק') **א.** תהאנה $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ פונקציות עולות. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות.
1. אם $f(n) = O(g(n))$ אז $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$.
 2. אם $f = \omega(g(n))$ אז קיימת $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ עולה כך ש $f(n) = \omega(h(n))$ וגם $h(n) = \omega(g(n))$.
- (9 נק') **ב.** פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה. הוכיחו במדויק את טענותיכם.

$$T(n) = T(n-1) + n^2 + n^2 \log n$$

שאלה 2

בהנתן מערך $A[1, \dots, n]$ ומספר שלם $1 \leq k \leq n$, כתבו אלגוריתם הבונה מערך $B[1, \dots, n-k+1]$ המקיים כי $B[j] = \max\{A[j], A[j+1], \dots, A[j+k-1]\}$. זמן הריצה של האלגוריתם הוא $\Theta(n)$.

שאלה 3

(15 נק') **א.** תכננו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בסיבוכיות זמן ריצה של $\Theta(1)$.

אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

$insert(S, x)$ - הכנסת איבר בעל המפתח x ל- S ;

$deleteLast(S)$: מחיקת האיבר שנכנס אחרון מהמבנה S ;

$midKey(S)$: החזרת המפתח האמצעי של S ;

$mult(S, d)$: הכפלת כל המפתחות במבנה במספר הממשי $d \neq 0$;

(10 נק') **ב.** האם ניתן לתכנן מבנה התומך בנוסף בפעולה

$deleteMid(S)$: מחיקת האיבר האמצעי של S .

בזמן הריצה $\Theta(1)$? הוכיחו את תשובתכם.

הבהרה: המונח האיבר האמצעי במבנה מתייחס לסדר ההכנסה.

כלומר, אם הוכנסו למבנה האיברים $1, 4, -2, 3, 8$, אז האיבר האמצעי הוא -2 .
אם במבנה מספר זוגי של איברים, אתם יכולים לבחור איזה משני האמצעיים להחזיר.

שאלה 4

נתונים שני עצי חיפוש בינאריים. העץ T_1 ובו n צמתים והעץ T_2 ובו m צמתים.
כתבו אלגוריתם המקבל מצביעים לשני העצים ובונה בזמן $\Theta(\max(m, n))$. עץ אדום שחור המכיל את צמתי שני העצים. זמן הריצה של האלגוריתם הוא $\Theta(\max(m, n))$.
ניתן להניח שכל המפתחות בשני העצים שונים זה מזה.

שאלה 5

תכננו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות זמן ריצה של $\Theta(\log n)$, כאשר n מציין את מספר האיברים במבנה.
אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.
 $insert(S, x)$ – מכניס את המפתח x למבנה.
 $find(S, x)$ – בודק האם המפתח x נמצא במבנה, ומחזיר מצביע לאיבר שמפתחו x במקרה שהתשובה היא כן.
 $increment(S, x, \sigma)$ – מוסיף ערך שלילי $\sigma < 0$ לכל אברי המבנה S שהמפתח שלהם קטן מ x .

בהצלחה !