

אלגוריתמים תרגיל 5

24 בנובמבר 2003

תאריך הגשה: יום ה' 4.12.03

1. תהי $G = (V, E)$ רשת זרימה עם קיבולות בשלמים, ונניח שנתונה לנו זרימה מקסימלית מ- s ל- t . נסמן $|V| = n$ ו- $|E| = m$.
 - א. נניח כי הקיבולת בצלע מסוימת $e = (u, v) \in E$ הוגדלה ב-1. תארו אלגוריתם לעדכון הזרימה המקסימלית הרץ בזמן $O(n + m)$.
 - ב. נניח כי הקיבולת בצלע מסוימת $e = (u, v) \in E$ הוקטנה ב-1. תארו אלגוריתם לעדכון הזרימה המקסימלית הרץ בזמן $O(n + m)$.
2. ברצונכם לבצע n משימות t_1, t_2, \dots, t_n תוך שימוש בשני מחשבים P_1, P_2 המקושרים ביניהם. לכל משימה מותאם זמן ריצה α_i על מחשב P_1 וזמן ריצה β_i על מחשב P_2 . בנוסף, חלק מהמשימות דורשות תקשורת ביניהן, כלומר, לכל זוג משימות t_i, t_j , עבור $1 \leq i < j \leq n$ קיים זמן תקשורת $c_{i,j}$ הנדרש אם ורק אם המשימות לא רצות על אותו מחשב. הציגו אלגוריתם למציאת החלוקה האופטימלית של משימות אשר תמזער את זמן הריצה הכולל (זמן הר-יצה הכולל=סכום זמני הריצה על המחשבים וזמן התקשורת), והסבירו כיצד הוא פותר את הבעיה הנ"ל.
3. הוכיחו את משפטי מנגר תוך שימוש במשפט החתך והזרימה:
 - א. בכל גרף G : יש d מסלולים זרים בצלעות בין כל זוג קדקודים, אם ורק אם אין קבוצת צלעות שגודלה לכל היותר $d - 1$, אשר הסרתה מהגרף מנתקת את הגרף.
 - ב. בכל גרף G : יש d מסלולים זרים בקדקודים בין כל זוג קדקודים, אם ורק אם אין קבוצת קדקודים שגודלה לכל היותר $d - 1$, אשר הסרתה מהגרף מנתקת את הגרף.