

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.

יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש** (או לפחות להשאיר 5 שורות בין תשובות לשאלות שונות).
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

שאלה 1

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות:

- $PUSH(S, z)$: הכנסת האיבר z ל- S ;
- $POP(S)$: מחיקת האיבר האחרון שהוכנס ל- S ;
- $MIN(S)$: החזרת האיבר המינימלי של S ;
- $MULT(S, k)$: הכפלת כל איברי המבנה S בערך הממשי $k > 0$.

כל פעולה צריכה להתבצע בזמן $O(1)$.

שאלה 2

נתון מערך $A[1..n]$ שעליו מופעל האלגוריתם מיון-מהיר.

(10 נק') **א'** מהו זמן הריצה של מיון-מהיר אם לכל האיברים במערך A , פרט לאחד מהם, יש אותו ערך?

(15 נק') **ב'** מהו זמן הריצה של מיון-מהיר אם כל האיברים במערך A , פרט לאחד מהם, ממוינים בסדר עולה?

שאלה 3

נתונים מערך $A[1..n]$.

כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו **לינארי**, הבודק האם קיימים ב- A שני איברים a ו- b , $a < b$, כך ש- a מופיע במערך יותר מ- $\lceil n/3 \rceil$ פעמים וגם b מופיע במערך יותר מ- $\lceil n/3 \rceil$ פעמים.

שאלה 4

נתון עץ חיפוש בינרי T בן n צמתים. נניח שמתקיימת התכונה הבאה: לכל צומת z ב- T , אורך המסלול הארוך ביותר מ- z עד לצאצא עלה שלו הוא לכל היותר כפול מאורך המסלול הקצר ביותר מ- z עד לצאצא עלה שלו.

הראו שניתן לצבוע את הצמתים של T כך שיתקבל עץ אדום-שחור חוקי.

הערה: צמתי ה-NIL של העץ האדום-שחור אינם חלק מהצמתים המקוריים של T .

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת (n מציין את מספר המפתחות השונים זה מזה; המספר הכולל של מפתחות יכול להיות גדול יותר):

INSERT(S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, k): מחיקת אחד האיברים בעלי המפתח k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MEDIAN-MODE(S): החזרת ערך המפתח בעל השכיחות החציונית (כלומר, שכיחות המפתח

הינו חציון כל n השכיחויות); זמן הריצה: $O(1)$.

הערה: מבנה הנתונים יכול להיות מורכב ממספר מבנים יסודיים.