

אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.  
חובה להוכיח (או להסביר) כל טענה.

### שאלה 1

נתון מערך  $A[1..n]$  של מספרים ממשיים. ידוע שקיימים שני אינדקסים  $p$  ו- $q$ ,  $1 \leq p \leq q \leq n$ , כך שמתקיימים התנאים הבאים:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} - a$$

$$n^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + a} = n^a$$

$$A[1] \leq \dots \leq A[p]$$

$$A[p] \geq \dots \geq A[q]$$

$$A[q] \leq \dots \leq A[n]$$

כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו  $O(\lg n)$  למציאת ערך נתון  $z$  במערך  $A$ .

### שאלה 2

נתונה נוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = 2T(n/4) + n^{(1-\alpha)/2} + n^{\alpha/2}$$

פתרו את נוסחת הנסיגה עבור הערכים השונים של הפרמטר הממשי  $\alpha \in [0,1]$ .

### שאלה 3

הציעו מבנה נתונים  $S$  התומך בפעולות הבאות:

PUSH( $S, x$ ): הכנסת האיבר  $x$  ל- $S$ ;

POP( $S$ ): מחיקת האיבר האחרון שהוכנס ל- $S$ ;

MIN( $S$ ): החזרת האיבר המינימלי של  $S$ ;

ADD( $S, d$ ): הוספת הערך הממשי  $d$  לכל איברי המבנה  $S$ .

כל פעולה צריכה להתבצע בזמן  $O(1)$ .

המשך הבחינה בעמוד הבא

#### שאלה 4

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים  $n$  מצייין את מספר האיברים של  $S$ ; הניחו שמפתחות המבנה הינם מספרים ממשיים):

- $BUILD(S)$ : בניית המבנה  $S$  מסדרה ממוינת של  $n$  מספרים ממשיים; זמן הריצה:  $O(n)$ ;
- $INSERT(S, k)$ : הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;
- $DELETE(S, z)$ : מחיקת האיבר שאליו מצביע  $z$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;
- $MODE(S)$ : החזרת המפתח השכיח ביותר במבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(1)$ ;
- $DEL-MODE(S)$ : מחיקת איבר שמפתחו השכיח ביותר מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ .

#### שאלה 5

ברצוננו לתחזק מבנה נתונים  $M$  המורכב ממערך  $S$  באורך  $k$  ומ- $k$  עצים אדומים-שחורים מורחבים  $T_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ ; נסמן ב- $n$  את המספר הכולל של האיברים ב- $k$  העצים. כל תא  $S[i]$ ,  $i = 1, \dots, k$ , מכיל מצביע אל שורש העץ  $T_i$  (ושדות נוספים, לפי הצורך). כל עץ  $T_i$  מכיל  $\lfloor n/k \rfloor$  או  $\lceil n/k \rceil$  צמתים,  $i = 1, \dots, k$ , כל איבר ב- $T_i$  קטן מ- (או שווה ל-) כל איבר ב- $T_{i+1}$ ,  $i = 1, \dots, k-1$ .

- א. תארו שגרת חיפוש שרצה בזמן  $\Theta(\lg k + \lg(n/k))$ .
- ב. תארו שגרת הכנסה ושגרת מחיקה הרצות כל אחת בזמן  $\Theta(k \cdot \lg(n/k))$ .
- ג. תארו שגרה יעילה המחזירה את האיבר בעל דירוג (מיקום לינארי) נתון מהמבנה  $M$ ; נתחו את זמן הריצה של השגרה.
- ד. תארו שגרה יעילה המחזירה את דירוגו (מיקומו הלינארי) של איבר נתון של המבנה  $M$ ; נתחו את זמן הריצה של השגרה.

הערה: עליכם לציין איזה מידע צריך לשמור בתאים של  $S$ , פרט למצביעים.

**בהצלחה !**