

מרצה: רחל קולודני  
מתרגל: עלי חאג'

החוג למדעי המחשב, אוניברסיטת חיפה  
מבני נתונים, סמסטר א'

תאריך הגשה: 2/3/2008 (ההגשה בזוגות)

## תרגיל בית מספר 2

1. לפניך הרוטינה הבאה, המקבלת שני מספרים שלמים  $p, q$  (integers), ומערך  $A$ :

```
mystery(p, q, A){  
    if (p ≥ q)  
        return A[p]  
  
    r = ⌊  $\frac{p+q}{2}$  ⌋  
  
    m1 = mystery (p, r, A)  
    m2 = mystery (r+1, q, A)  
    if (m1 > m2)  
        return m1  
    else  
        return m2  
}
```

הקריאה לפונקציה היא:  $\text{mystery}(1, n, A)$

א. מה עושה הרוטינה ?

ב. רשמי את נוסחת הרקורסיה של הפונקציה.

ג. פתרי את נוסחת הרקורסיה.

2. מצאי ביטוי סגור עבור הסכומים הבאים:

א.  $\sum_{i=0}^n i$

ב.  $\sum_{i=0}^n 2^i$

$$g. \sum_{i=0}^n \binom{n}{i}$$

3. פתרי את נוסחאות הנסיגה הבאות (חסמים אסימפטוטים עליונים ותחתונים)

$$T(1) = 1 \text{ בכל המקרים}$$

$$T(n) = 4T(n/2) + n \quad \text{א.}$$

$$T(n) = 4T(n/2) + n^2 \quad \text{ב.}$$

$$T(n) = 4T(n/2) + n^3 \quad \text{ג.}$$

$$T(n) = T(n/5) + T(n/4) + n/2 \quad \text{ד.}$$

4. הראה/י שמספר הדרכים בהם ניתן להכפיל רצף של  $n$  מטריצות  $A_1, \dots, A_n$  נתון ע"י נוסחת הרקורסיה הבאה:

$$T(1) = 1; T(n) = \sum_{i=1}^{n-1} T(i)T(n-i)$$

$$\text{הערה: } T(n) \text{ נקראים מספרי קטלן ומקיימים } T(n+1) = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} \text{ (אינכם נדרשים}$$

להוכיח זהות זו).

5. חידת מגדלי הנוי:

המשחק כולל שלושה מוטות אנכיים ("המגדלים") ו- $n$  דיסקיות בגדלים שונים שניתן להשחיל על המוטות. בתחילת המשחק, הדיסקיות מסודרות על פי הגודל על אחד המוטות שנסמנו ב-S, מהגדולה ביותר למטה אל הקטנה ביותר למעלה.

מטרת המשחק היא להעביר את כל הדיסקיות למוט אחר - D, תחת שני החוקים הללו:

- (1) מותר להזיז רק דיסקית אחת בכל פעם - כלומר להורידה מהמוט שבו היא נמצאת, ולהשחיל אותה על מוט אחר.
- (2) אסור לשים דיסקית על דיסקית שקטנה ממנה.

א. תארי/י אלגוריתם לפתרון חידת מגדלי הנוי

ב. כתבי את נוסחת הרקורסיה של האלגוריתם, והראה/י באינדוקציה שפתרונה הוא  $T(n) = 2^n - 1$ .