

**מבנה הבחינה :**

בבחינה חמש שאלות.  
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.  
לכל השאלות משקל שווה.

**הנחיות :**

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.  
**אין** לכתוב בצבע אדום.  
**אין** לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.  
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

## שאלה 1

מצאו פתרון אסימפטוטי הדוק עבור נוסחת הנסיגה הבאה :

$$\begin{cases} T(1) = c > 0 \\ T(n) = 8T(n/4) + n^\alpha \cdot \lg^{\alpha-1} n \end{cases}$$

$\alpha \geq 1$  הוא פרמטר ממשי.

**רמז:** התייחסו לשלושה מקרים אפשריים.

## שאלה 2

נתונה רשימה של  $n$  קטעים  $[a_i, b_i]$ ,  $i = 1, \dots, n$ , על הישר הממשי; כלומר, נתונה רשימה של  $n$  זוגות של מספרים ממשיים  $(a_i, b_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , המקיימים את התנאי  $a_i < b_i$  לכל  $i = 1, \dots, n$ .  
כתבו אלגוריתם למציאת קטע  $[a_i, b_i]$ , המקיים את התנאי: מספר הקטעים  $[a_l, b_l]$  שעבורם  $b_l < a_i$  שווה למספר הקטעים  $[a_r, b_r]$  שעבורם  $b_i < a_r$ ; כלומר, מספר הקטעים שנמצאים משמאל לקטע  $[a_i, b_i]$  שווה למספר הקטעים שנמצאים מימינו. זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם:  $O(n \cdot \lg n)$  במקרה הגרוע. אם קיים קטע כזה, האלגוריתם יחזיר את האינדקס  $i$ ; אחרת, הוא יחזיר NIL.

## שאלה 3

ענו על השאלה הבאה ונמקו את תשובתכם :

מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך  $A = [m+1, \dots, n, 1, \dots, m]$ ?

**הערה:** מדובר באלגוריתם מיון-מהיר המוצג בספר הלימוד.

**המלצה:** דונו בנפרד במקרים  $m \leq n/2$  ו-  $m > n/2$ .

#### שאלה 4

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

BUILD( $S$ ): בניית המבנה  $S$  מסדרה **ממוינת** של  $n$  מספרים ממשיים; זמן הריצה:  $O(N)$  ;

INSERT( $S, k$ ): הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;

DELETE( $S, z$ ): מחיקת האיבר שאליו מצביע  $z$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;

MODE( $S$ ): החזרת המפתח השכיח ביותר במבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(1)$  ;

MED-MODE( $S$ ): החזרת המפתח בעל השכיחות החציונית במבנה  $S$ ; זמן ריצה  $O(1)$ .

**הערות:** הניחו שהמפתחות הינם מספרים ממשיים ושכל אחד מופיע בשכיחות משלו;  $n$  מציין את מספר הערכים השונים זה מזה ו- $N$  מציין את המספר הכולל של ערכים. השכיחות החציונית הינה החציון בקבוצת השכיחויות של  $n$  המפתחות השונים.

#### שאלה 5

הציעו מבנה נתונים  $S$  התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים במבנה):

BUILD( $S$ ): בניית המבנה  $S$  מתוך סדרה נתונה של  $n$  איברים; זמן הריצה:  $O(n \cdot \lg n)$  ;

SEARCH( $S, k$ ): חיפוש במבנה  $S$  אחר המפתח  $k$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;

INSERT( $S, k$ ): הכנסת המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;

DELETE( $S, p$ ): מחיקת האיבר שאליו מצביע  $p$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$  ;

INCREASE-FROM( $S, k, d$ ): הגדלת בערך  $d > 0$  של כל המפתחות במבנה  $S$  שערכיהם גדולים מ- $k$  או שווים לו; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ .