

**מבנה הבחינה :**

בבחינה חמש שאלות.  
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.  
לכל השאלות משקל שווה.

**הנחיות :**

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.  
**אין** לכתוב בצבע אדום.  
**אין** לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.  
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

## שאלה 1

נתונה מחסנית  $S$  המכילה  $n$  איברים (מספרים מסוג כלשהו). ברצוננו להעביר את  $n$  האיברים לתור  $Q$ , בסדר ממוין מהראש אל הזנב (המספר הקטן ביותר יהיה בראש התור).  
כתבו אלגוריתם לביצוע ההעברה המשתמש בזיכרון נוסף בכמות **קבועה** בלבד; נדרש שזמן הריצה של האלגוריתם יהיה  $O(n)$  במקרה הטוב ו- $O(n^2)$  במקרה הגרוע. הסבירו מדוע האלגוריתם שכתבתם פועל נכון ונתחו את זמן הריצה במקרה הטוב ובמקרה הגרוע.

## שאלה 2

נתחו את סיבוכיות זמן הריצה של הגרסאות הבאות של האלגוריתם מיון-מהיר:

א. אם מספר האיברים במערך אי-זוגי, בוחרים כאיבר ציר את חציון המערך; אחרת, בוחרים כאיבר ציר את האיבר המינימלי.

ב. אם מספר האיברים במערך גדול מ- $k$  ( $1 < k < n$ ), בוחרים כאיבר ציר את חציון המערך; אחרת, בוחרים כאיבר ציר את האיבר המינימלי. זמן הריצה יחושב כפונקציה של  $n$  ו- $k$  (פרמטר בלתי תלוי ב- $n$ ).

## שאלה 3

נתון מערך  $A[1..n]$  של מספרים ממשיים. אנו מעוניינים לשמור את כל ההפרשים  $A[j] - A[i]$ ,  $1 \leq i < j \leq n$ , במבנה נתונים  $T$ .

בכל אחד מהסעיפים הבאים, הסבירו כיצד ניתן לבצע את הפעולה של הכנסת איבר חדש למערך  $A$  ועדכון מבנה הנתונים  $T$ . נתחו את סיבוכיות הזמן של עדכון מבנה הנתונים  $T$ .

1.  $T$  הוא מערך (לא ממוין);
2.  $T$  הוא מערך ממוין;
3.  $T$  הוא ערמה;
4.  $T$  הוא עץ חיפוש בינרי;
5.  $T$  הוא עץ אדום-שחור.

#### שאלה 4

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ):

INSERT( $S, k$ ): הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DELETE( $S, x$ ): מחיקת האיבר שאליו מצביע  $x$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

PAIR-DIFF( $S, z$ ): מציאת שני איברים ב- $S$  כך שהפרש המפתחות שלהם הינו  $z$  ( $z > 0$ ); זמן הריצה:  $O(n)$ ;

SUM-LESS( $S, q$ ): החזרת האיבר הגדול ביותר של  $S$  כך שסכום כל המפתחות הקטנים ממנו לא עולה על  $q$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ .

#### שאלה 5

נתונה קבוצה  $P$  בגודל  $n$  של זוגות של מספרים ממשיים. נסמן ב- $A$  את קבוצת הערכים  $a$  המופיעים בזוגות  $(a, b) \in P$  וב- $B$  את קבוצת הערכים  $b$  המופיעים בזוגות  $(a, b) \in P$ . בנוסף, נסמן ב- $n_1$  את מספר האיברים ב- $A$ , ב- $n_2$  את מספר האיברים ב- $B$  (מתקיים, בוודאי,  $n \leq n_1 \cdot n_2$ ).

הציעו מבנה נתונים  $S$ , התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

BUILD( $P, S$ ): בניית המבנה  $S$  מתוך הקבוצה  $P$ ; זמן הריצה:  $O(n \cdot \lg n)$ ;

INSERT( $S, (a, b)$ ): הכנסת הזוג  $(a, b)$  אל המבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg(n_1 \cdot n_2))$ ;

DELETE( $S, p$ ): מחיקת הזוג  $(a, b)$  שעליו מצביע  $p$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg(n_1 \cdot n_2))$ ;

MAXIMUM( $S, a$ ): בהינתן  $a \in A$ , החזרת הערך המכסימלי  $b$  כך ש- $(a, b) \in S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n_1)$ ;

MAX-B( $S$ ): החזרת הערך המכסימלי של  $B$ ; זמן הריצה:  $O(1)$ .

**הערה:** מבנה הנתונים  $S$  יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.