

פתרון שאלות בממ"ן 11 סמסטר 2016

שאלה 2

א. אם השפה L מזוהה על-ידי עצירה, אז בהכרח L היא שפה מזוהה-טיורינג.
הוכחה: יש מכונת טיורינג M שעוצרת על w אם ורק אם $w \in L$.
נשנה את פונקציית המעברים של M כך שבכל פעם שיש כניסה למצב q_{reject} , נחליף אותה בכניסה למצב q_{accept} . נקרא למכונה המתקבלת מן השינוי הזה M' .
 M' מסיימת במצב q_{accept} על w אם ורק אם $w \in L$. כלומר, M' מזוהה את L . ומכאן, L היא שפה מזוהה-טיורינג.

ב. אם השפה L מזוהה-טיורינג, אז בהכרח L מזוהה על-ידי עצירה.
הוכחה: יש מכונת טיורינג M שעוצרת על w במצב q_{accept} אם ורק אם $w \in L$.
נשנה את פונקציית המעברים של M כך שבכל פעם שיש כניסה למצב q_{reject} , נחליף אותה בכניסה ללולאה אינסופית. (אפשר להוסיף למכונה מצב חדש q , שכאשר נמצאים בו נעים ימינה על כל אות סרט a שקוראים. נחליף כל כניסה ל- q_{reject} בכניסה ל- q). נקרא למכונה המתקבלת מן השינוי הזה M' .
 M' עוצרת על w אם ורק אם $w \in L$. כלומר, M' מזוהה את L על-ידי עצירה. ומכאן, L היא שפה מזוהה על-ידי עצירה.

שאלה 3

למכונה המוצעת בשאלה **אין יותר כוח** מאשר למכונה רגילה.
מכונה רגילה יכולה לחקות את פעולתה של המכונה החדשה באופן הבא:
לכל מעבר מן הצורה $\delta(q, a) = (r, b, R_k)$ יהיו במכונה הרגילה $k-1$ מצבים נוספים, p_1, \dots, p_{k-1} .
המעברים המתאימים למעבר הזה יהיו

$$\delta(q, a) = (p_1, b, R)$$

$$\delta(p_i, \gamma) = (p_{i+1}, \gamma, R), \quad 1 \leq i < k-1, \quad \text{לכל } \gamma \in \Gamma$$

$$\delta(p_{k-1}, \gamma) = (r, \gamma, R), \quad \gamma \in \Gamma$$

באופן דומה אפשר לחקות מעברים מן הצורה $\delta(q, a) = (r, b, L_k)$.

שאלה 6

- א. E מפיק את מילות $L(E)$ בסדר הסטנדרטי. מכאן ש- $L(E)$ היא שפה כריעה. (בעיה 3.13).
 מכאן שהמשלימה של $L(E)$ היא שפה כריעה. (בעיה 3.16 סעיף d).
 ומכאן שיש מונה F שמפיק את המשלימה של $L(E)$ בסדר הסטנדרטי. (בעיה 3.13).
 ב. מזה שהמונה G מפיק את מילות השפה $L(G)$ שלא לפי הסדר הסטנדרטי לא נובע שאין מונה
 אחר שמפיק את מילות השפה הזו כן לפי הסדר הסטנדרטי.
 לכן אי אפשר להסיק שאין מונה H שמפיק את מילות המשלימה של $L(G)$ בסדר הסטנדרטי.

שאלה 7

- א. המחלקה הזו סגורה למשלים.
 תהי L שפה לא כריעה. נניח בשלילה שהמשלימה של L היא שפה כריעה. אז גם L היא שפה
 כריעה, בהיותה המשלימה של שפה כריעה. זאת בסתירה לנתון.
 מסקנה: המשלימה של שפה לא כריעה היא בהכרח לא כריעה.
 ב. המחלקה הזו לא סגורה לאיחוד.
 תהי L שפה לא כריעה. לפי מה שראינו בסעיף א, גם המשלימה של L איננה כריעה.
 האיחוד של L והמשלימה שלה הוא Σ^* שהיא שפה כריעה.
 ג. המחלקה הזו לא סגורה לחיתוך.
 תהי L שפה לא כריעה. לפי מה שראינו בסעיף א, גם המשלימה של L איננה כריעה.
 החיתוך של L והמשלימה שלה הוא \emptyset שהיא שפה כריעה.
 ד. המחלקה הזו לא סגורה לשרשור.
 תהי L שפה לא כריעה. לפי מה שראינו בסעיף א, גם המשלימה של L איננה כריעה.
 המילה הריקה שייכת ל- L או למשלימה של L .
 אם מוסיפים את המילה הריקה לשפה לא כריעה, השפה נשארת לא כריעה.
 נוסיף את המילה הריקה לשפה שבה היא לא נמצאת (L או המשלימה שלה).
 השרשור של שתי השפות שנתקבלו (L והמשלימה שלה, כל אחת בתוספת המילה הריקה) הוא
 Σ^* שהיא שפה כריעה.