מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

29

ביוני 2016

סמסטר 2016ב

כ"ג בסיון תשע"ו

מס' מועד 82

מס' שאלון - 532

20585 / 4

שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 3 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות



שאלה 1

 Σ אלפבית.

 $f: \Sigma^* \to \Sigma^*$ מזכיר: פונקציה $f: \Sigma^* \to \Sigma^*$ היא פונקציה ניתנת לחישוב, אם יש מכונת טיורינג שמחשבת את $f: \Sigma^* \to \Sigma^*$ אם f היא פונקציה חד-ערכית ועל, אז קיימת הפונקציה ההפוכה $f^{-1}: \Sigma^* \to \Sigma^*$ ו- $f^{-1}(f(w))=w$.

. פונקציה ניתנת לחישוב $f: \Sigma^* \to \Sigma^*$ תהי $f: \Sigma^* \to \Sigma$

. הוכיחו ניתנת לחישוב $f^{-1}: \Sigma^* \to \Sigma^*$ ההפוכה הפונקציה הפונקציה החפוכה

שאלה 2

 $: LENGTH-N_{\mathsf{TM}}$ נגדיר את השפה

 $LENGTH-N_{\mathrm{TM}}=\{<\!\!M,n\!\!>\mid\!M$ is a TM that accepts word w if and only if $|w|\!\!\leq\!\!n\}$ (מילה $<\!\!M,n\!\!>$ שייכת לשפה, אם n הוא מספר שלם אי-שלילי, ו-M היא מכונת טיורינג שמקבלת (מילה $>\!\!M$). כל מילה שאורכה $>\!\!n$ (מעל אלפבית הקלט שלה), ולא מקבלת אף מילה שאורכה גדול מ- $>\!\!M$). הוכיחו: השפה המשלימה שלה איננה מזוהה-טיורינג, וגם השפה המשלימה שלה איננה מזוהה-טיורינג.

 $A_{\mathrm{TM}} \leq_{\mathrm{m}} LENGTH-N_{\mathrm{TM}}$, $A_{\mathrm{TM}} \leq_{\mathrm{m}} LENGTH-N_{\mathrm{TM}}$: הדרכה הראו שתי רדוקציות

(סעיף א - 7 נקודות; סעיף ב - 7 נקודות; סעיף א - 6 נקודות) שאלה $\mathbf{3}$

:MAX-CLIQUE נגדיר את השפה

 $MAX\text{-}CLIQUE = \{ < G, k > \mid G \text{ is an undirected graph; the largest clique of } G \text{ has } k \text{ vertices} \}$ (מילה < G, k >שייכת לשפה, אם G הוא גרף לא מכוון שבקליקה הגדולה ביותר שלו יש < G, k >

- א. פרופסור קליקוני טוען שקל להוכיח שהשפה הזו שייכת ל-NP, משום שאפשר לבנות לה מאמת בעל זמן ריצה פולינומיאלי.
- האם הפרופסור צודק? אם עניתם שכן, תארו את המאמת, והוכיחו שזמן הריצה שלו פולינומיאלי בגודל הקלט. אם עניתם שלא, הסבירו מה הבעיה בבניית מאמת כזה.
- ב. פרופסור מקסימוני טוען שקל להוכיח שהשפה שייכת ל-coNP, משום שאפשר לבנות לשפה המשלימה מאמת בעל זמן ריצה פולינומיאלי.
- האם הפרופסור צודק? אם עניתם שכן, תארו את המאמת, והוכיחו שזמן הריצה שלו פולינומיאלי בגודל הקלט. אם עניתם שלא, הסבירו מה הבעיה בבניית מאמת כזה.
- ג. פרופסור פולינומי טוען שאם P=NP, אז השפה MAX-CLIQUE שייכת למחלקה P=NP שאם P=NP שאם חדקות לשפה מכונה מכריעה בעלת זמן ריצה פולינומיאלי. האם הפרופסור צודק? אם עניתם שכן, תארו את המכונה, והוכיחו שזמן הריצה שלה פולינומיאלי בגודל הקלט. אם עניתם שלא, הסבירו מה הבעיה בבניית מכונה כזו.

שאלה 4

: 4SAT נגדיר את השפה

 $4SAT = \{<\phi> \mid \varphi \text{ is a satisfiable 4cnf-formula; each clause of } \varphi \text{ consists of 4 different literals} \}$ מילה $<\phi>$ שייכת לשפה, אם φ היא נוסחה בוליאנית ב-CNF, בכל פסוקית של φ יש בדיוק ליטרלים שונים זה מזה, ו- φ ספיקה.

הוכיחו: 4SAT היא שפה

שאלה 5 (כל סעיף 10 נקודות)

s-t t-a ומסלול מכוון מ-s ל-t ומסלול מכוון מ-s ל-t ומסלול מכוון מ-t ל-t ומסלול מכוון מ-t ל-t-שהקשתות שלו הן הקשתות ההפוכות לקשתות של המסלול מ-t-t-t-t-

: תהי BIDIRECTIONAL-PATH השפה הבאה

 $BIDIRECTIONAL\text{-}PATH = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ is a directed graph that has a bidirectional path between } s \text{ and } t \}$

S ו-S מסלול דו-כיווני בין ויש ב-G מסלול דו-כיווני בין וויש ב-G מילה שייכת לשפה, אם

- א. הוכיחו שהשפה BIDIRECTIONAL-PATH שייכת ל-NL.
 - ב. להלן "הוכחה" שהשפה הזו היא NL- שלמה:

 $:PATH \leq_{\mathsf{L}} BIDIRECTIONAL\text{-}PATH$ נראה כי .NL בסעיף א הראיתם שייכות.

:G אמתים של sו ו-s באשר G כאשר G כאשר <

- .1 אם היא א היא הקשת (v,u) אם היא א הוסף את הקשת (u,v) אם היא לא קיימת. .H
 - ״.<H, s, t> מחזר את .2

c. c. מסלול מ-c מסלול דו-כיווני בין c ו-c אם ורק אם יש ב-c מסלול מ-c מסלול הרדקוציה מיתנת לחישוב במקום לוגריתמי: עוברים על רשימת הקשתות של c, ומוסיפים קשת לכל קשת של c.

מה לא נכון בייהוכחהיי הזו!

ציינו במדויק איזו נקודה ב״הוכחה״ שגויה ומה בדיוק השגיאה.

שאלה 6

.RP = coRP ו- .NP = coNP ו- .NP = coRP הוכיחו: אם

((NP-) RP-) בייכת ל-RP (ל-NP) (coNP) אייכת ל-RP) היא מחלקת השפות ל-CoNP) (היא מחלקת השפות ל-RP).