

האוניברסיטה

ד' באדר תשע"ה

סמסטר 2015א

20585 / 4

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

מס' שאלון - 494

86 מס' מועד

שאלון בחינת גמר

בפברואר 2015

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 4 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

השימוש במחשב נישא או במכשיר כלשהו שבאמצעותו אפשר להתחבר

לאינטרנט אסור.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות

שאלה 1 (סעיף א - 5 נקודות; סעיף ב - 15 נקודות)

תזכורת: קונפיגורציה היא שלשה q v כאשר q הוא המצב שבו נמצאת המכונה, תוכן הסרט v הוא v, והראש הקורא-כותב נמצא על הסמל הראשון של

תפעל מובילה לקבלה, אם כאשר M תיקרא מובילה לקבלה, אם כאשר $u \ q \ v$ קונפיגורציה במכונת טיורינג דטרמיניסטית את ריצתה במצב המקבל הקונפיגורציה הזו, היא תסיים את ריצתה במצב המקבל

 Σ תהי מכונת טיורניג דטרמיניסטית שאלפבית הקלט שלה הוא מכונת M

לכל אחת מן הטענות הבאות, קבעו האם הטענה נכונה, **והוכיחו** את קביעתכם.

- א. אם כל קונפיגורציה שהמצב שמופיע בה הוא המצב ההתחלתי של M היא קונפיגורציה א. $L(M) = \Sigma^* \, ,$ שמובילה לקבלה, אז
- ב. אם $\Sigma^* = L(M)$, אז כל קונפיגורציה שהמצב שמופיע בה הוא המצב ההתחלתי של M היא קונפיגורציה שמובילה לקבלה.

שאלה 2

תהיינה A ו-B שפות.

נאמר שיש רדוקצית מיפוי לא דטרמיניסטית של A ל-B, אם יש מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית אמר שיש רדוקצית מיפוי לא דטרמיניסטית אחר N

A מקבלת כקלט מילה W מעל אלפבית הקלט של מסכונה N

Bאם V אס מילה על הסרט מילה על שבסופו רשומה של N על אייכת שיייכת ל-W אם W אס מסלולי חישוב אחרים).

N אם Mאין מסלול חישוב כזה. (בכל מסלול חישוב, או ש-N לא עוצרת, או שכאשר עוצרת, המילה שרשומה על הסרט לא שייכת ל-(B).

 $A \leq_{\mathrm{N}} B$: אם יש רדוקצית מיפוי לא דטרמיניסטית של A ל-

 $A \leq_{\mathrm{N}} B$ -נתון ש-B היא שפה מזוהה-טיורינג, וכן ש

האם אפשר להסיק מנתונים אלה ש-A היא שפה מזוהה-טיורינגי

הוכיחו את תשובתכם.

שאלה 3

 \cdot : נגדיר את השפה $A ext{-}k ext{-}n_{
m DFA}$ הבאה

:P שייכת למחלקה A-n-kDFA שייכת למחלקה

על קלט (A, k, n), כאשר (A, k, n) הוא אוטומט סופי דטרמיניסטי, ווא הם מספרים טבעיים, אחרכן קלט (A, k, n) לבנה אוטומט סופי דטרמיניסטי (A, k, n) שמקבל את שפת המילים שאורכן הוא בין (A, k, n) לאוטומט עם (A, k, n) מצבים).

נבנה את אוטומט המכפלה לשפה $L(A) \cap L(B)$, ונבדוק האם השפה שלו ריקה. (נבדוק האם התיאור של אוטומט המכפלה שייך ל- E_{DFA}).

אם כן, נדחה. אם לא, נקבל.

.P-טייכת A-k- $n_{
m DFA}$ שייכת לכן זה מוכיח שיA-k- $n_{
m DFA}$ שייכת לכל השלבים ניתנים לביצוע פולינומיאלי.

מה **לא נכון** בייהוכחהיי הזו!

הסבירו **במדויק** מה הטעות בהוכחה - איזו נקודה בהוכחה שגויה ומה בדיוק השגיאה.

שאלה 4

שפת כיסוי הקבוצות המדויק (EXACT-SET-COVER) מוגדרת כך:

1 שבין המספרים שבין לקבוצת מספר טבעי אווסף קבוצות A_k ,..., A_2 , A_1 שכולן האוסף טבעי אווסף קבוצות הקלט הוא מספר טבעי אווסף קבוצות ה $A_i \subseteq \{1,2,...,n\}$, $1 \le i \le k$ ל-ח. (לכל

הקלט שייך לשפה אם יש מספר t של קבוצות שהאיחוד שלהן שווה ל- $\{1,2,...,n\}$, וכל שתים מהן $\{1,2,...,n\}$ ויש קבוצות קבוצות $\{1,2,...,n\}$ שהאיחוד שלהן שווה ל- $\{1,2,...,n\}$ ויש קבוצות זו לזו. (אם יש מספר טבעי $\{1,2,...,n\}$ ויש קבוצות $\{1,2,...,n\}$ שהאיחוד שלהן שווה ל- $\{1,2,...,n\}$ ויש קבוצות זו לזו).

הראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של השפה EXACT-SET-COVER לשפה

CNF-היא שפת הנוסחאות הבוליאניות הספיקות שהן ב-CNF-SAT)

 $(EXACT-SET-COVER \leq_{P} CNF-SAT$ עליכם להראות כי

תארו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב בזמן פולינומיאלי.

 x_i יהיה משתנה בוליאני A_i יהיה משתנה בוליאני

יהיו פסוקיות שיאמרו שכל מספר בין 1 ל-n מופיע באיחוד של הקבוצות שנבחרו, ויהיו פסוקיות שיאמרו שהקבוצות שנבחרו זרות זו לזו.

שאלה 5

:BIG-CYCLE נגדיר את השפה

שאלה 6

.EXACT-SET-COVER עיינו בשאלה 4 בהגדרה של השפה

אלגוריתם להכרעת השייכות לשפה הזו מקבל קלט כמתואר בהגדרת השפה. האלגוריתם עונה ייכן אם של קבוצות שהאיחוד שלהן שווה ל- $\{1,2,...,n\}$, וכל שתים מהן זרות זו לזו. האלגוריתם עונה יילאיי אם אין קבוצות כאלה.

גם אם האלגוריתם עונה "כן", איננו יודעים מיהן הקבוצות.

הוכיחו: אם יש אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי להכרעת השייכות ל-EXACT-SET-COVER אז יש אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי לבעיה הבאה:

1 שבין חלקיות לקבוצת המספרים שבין A_k ,... , A_2 , A_1 אואוסף קבוצת חאוסף הקלט: מספר טבעי A_i (לכל A_i) אואוסף קבוצות המספרים שבין A_i (לכל A_i) אואוסף קבוצות המספרים שבין אואוסף א

הפלט: קבוצה של קבוצות מתוך אוסף קבוצות הקלט שהאיחוד שלהן הוא $\{1,2,...,n\}$, וכל שתים מהן זרות זו לזו.

תהאלגוריתם הנדרש מקבל כקלט מספר טבעי n ואוסף קבוצות מקבל מקבל מספר טכלו חלקיות (האלגוריתם המספרים שבין n לקבוצת המספרים שבין n

אם אין אפשרות לבחור חלק מן הקבוצות באופן שעומד בתנאי הבעיה, האלגוריתם מחזיר "לא". אם יש אפשרות לבחור חלק מן הקבוצות באופן שעומד בתנאי הבעיה, האלגוריתם מחזיר את הקבוצות האלה).

הדרכה: האלגוריתם יקרא מספר פולינומיאלי של פעמים לאלגוריתם ההכרעה של -EXACT-SET. הדרכה: האלגוריתם ההכרעה עונה רק ייכןיי או יילאיי על הקלט שלו). רOVER