PDF Eraser Free

מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

מספר תעודת זהות (9 ספרות)

מספר הקורס 20585

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

ש N100777764

ת.ז: 200954675 מספר סידורי: 1

לשימוש הבודק

2) $L_f = \{\langle w, f(w)\rangle \mid w \in \Sigma^*\}$

<u>טענה</u>: L_f כריעה $\iff$ הפונקציה f היא פונקציה נשמרת חישוב.

<u>הוכחה</u>:

<u>כיוון ראשון</u>: $(\Rightarrow)$

<u>נתון</u>: f פונקציה נשמרת חישוב $\Leftarrow$ קיימת מ"ט M שמחשבת את f בהינתן w.

נבנה מ"ט V שמכריעה את L_f

<u>בל"ג</u>: $\langle w_1, w_2\rangle$ - מילה, $w_2 = f(w_1)$ - מילה

1. הרץ את M על w_1:

1.1 אם התוצאה שהתקבלה שווה ל- w_2 - קבל

אחרת - דחה.

<u>נכונות</u>: f פונקציה נשמרת חישוב $\Leftarrow$ בהינתן w_1 ל- M לאחר זמן סופי נקבל את $f(w_1)$.

$\langle w_1, w_2\rangle \in L_f \Leftarrow$ לאחר זמן סופי נקבל את $f(w_1)$ $\Leftarrow$ $w_2 = f(w_1)$ ונקבל

$\langle w_1, w_2\rangle \notin L_f \Leftarrow$ לאחר זמן סופי נקבל את $f(w_1) = w_2 \neq f(w_1)$ - נדחה.

מכיוון ש V תוכרח לעצור לאחר זמן סופי מכיוון ש- M עונה לאחר זמן סופי וכל פעולה אחרת ב-V (השוואת $f(w_1)$ ל- w_2) היא סופית.

<u>כיוון שני</u>: $(\Leftarrow)$

<u>נתון</u>: L_f - כריעה. $\Leftarrow$ קיימת מ"ט M שמכריעה את L_f

נבנה מ"ט V שמחשבת את $f(w)$ בהינתן w:

<u>בל"ג</u>: $\langle w\rangle$ - מילה.

1. לכל $s \in \Sigma^*$, נגיד סדר לקסיקוגרפי כלשהו:

1.1 הרץ את M על $\langle w, s\rangle$.

1.1.1 אם קיבל - הדפס את $\langle s\rangle$.

368391

לשימוש הבודק

<u>נכונות</u>: f רציפה $\Leftarrow$ עבור כל קלט $\langle w, i \rangle$ מ מקבל רק אם $f(w,i)=1$, מכיוון ש- f רציפה, מ רצה על כל קלט בזמן סופי.

מכיוון שאמן שלכל מילה w מעל Σ הפונקציה f מחזירה מילה $f(w)$ מעל Σ, מרשתת לון שלכל מילה w קיימת מילה $f(w)$ קיימת.

$\Leftarrow$ בנוסף על Σ^* קיים הסדר לקסיקוגרפי מרשתת שמעבירה את $f(w)$ כשמגיע מילה w, מכיוון ש- מ רצה בזמן סופי על כל קלט, כל איטרציה של הלולאה ב- 1 מסתיימת בזמן סופי ולכן f ניתנת לחישוב.

$\Leftarrow$ על כל קלט w, נסדר על כל המילים ב- Σ^* עד שמגיע את $f(w)$ ונחזיר אותו, כנדרש.

$\Leftarrow$ הוכחנו שהשפה L רציפה $\Leftrightarrow$ הפונקציה f היא פונקציה ניתנת לחישוב.

לשימוש הבודק

3) $L = \{ \langle M \rangle \mid \exists w \; w \in L(M) \}$

(א) נראה בעזרת משפט רייס שהשפה L לא כריעה:

(1) L לא טריוויאלית - מכיל שמכילה את השפה $\{00\}$ ש"מכל ל- L ולכן $L \neq \emptyset$ (מכיוון ש-$\{00\}$ סופית היא כריעה ולכן מקבלת).

השפה $\{0,1,00\}$ לא ש"מ ל- L ולכן $L \neq \Sigma^*$ (השפה סופית ולכן כריעה ומקבלת).

(2) לכל M_1, M_2 מ"ט, $L(M_1) = L(M_2)$

כלומר: $M_1 \in L \iff M_2 \in L$

$\langle M_1 \rangle$ $\langle M_2 \rangle$

<u>הוכחה</u>: נתון $M_1 \in L \Rightarrow M_1$ מקבלת שפה שנמצאת בה

מגדרה מהבנייה $\Rightarrow$ מכיוון ש-$L(M_1)=L(M_2)$, M_2 גם

כן מקבלת את המילה הזו - $\Rightarrow$ לפי הגדרת L, $M_2 \in L$

ההוכחה למכיוון השני זהה כאשר נחליף את M_1 ב-M_2 ולהיפך.

$\Rightarrow$ השפה L מונה על שני המקרים של משפט רייס, ולכן לפי

משפט רייס השייכות לשפה L היא בעיה לא כריעה ולכן

L לא <u>כריעה</u>.

(ב) נראה ש- L לא-מקבלת ע"י מכונת טיורינג $\overline{A_{TM}}$ ל- L.

<u>F</u>: קלט $\langle M, w \rangle$ - M מ"ט, w - מילה.

1. נבנה מ"ט N כך:

<u>קלט</u>: $\langle x \rangle$ - x מילה.

(א) אם $x = 00$ בדוק:

(1.א) הרץ את M על w.

אם קיבל - דחה

אחרת - קבל

(ב) דחה.

2. הרץ $\langle N \rangle$.

לשימוש הבודק

~~נכונות: $\langle M,w\rangle \in \overline{A_{TM}}$ ⇐ M לא מקבלת את w ⇐ מת"מ N תקבל רק את המילה 00 ⇐ ע"פ הגדרת השפה L, $N \in L$.~~

~~$\langle M,w\rangle \notin \overline{A_{TM}}$ ⇐ M מקבלת את w ⇐ מת"מ N תבדוק את כל המילים $(L(N)=\phi)$ ⇐ ע"פ הגדרת השפה L, $N \notin L$.~~

~~⇐ מכיוון שיצרנו שהשפה $\overline{A_{TM}}$ אינה-מזהה והראנו רידוקציה ממנה לשפה L ⇐ השפה L אינה מזהה-טיורינג.~~

ב) נבנה מת"מ M שמזהה את L; הרעיון - מעבר על המילים ~~[illegible]~~. ב- Σ^* בסדר הסלקציה $s_0, s_1, \dots, s_i$. ונבדוק כל i מ-0 והלאה נריץ את N על כל המילים $s_0, s_1, \dots, s_i$, i צעדים. אם N תקבל את אחת המילים, נקבל, אחרת, נעבור ל-i הבא.

מת"מ שמזהה את L:

הגדרה: מת"מ N - $\langle N\rangle$

1. $i \leftarrow 0$
2. הרץ את N i צעדים על המילים $s_0, s_1, \dots, s_i$
   2.1 אם קיבל - קבל
3. $i \leftarrow i+1$
4. חזור ל- 2.

נכונות: $\langle N\rangle \in L$ ⇐ קיימת מילה w כך שאחרי k צעדים המילה w תתקבל ע"י N, מכיוון שאנו עוברים על כל המילים בסדר הסלקציה (אי שוויון ל-k) עבור שרשרת ל-w, אם בסדר הסדור (j) של w נגיע ל $s_j = w$ ל-w ונריץ את N j צעדים על w, המילה תתקבל לאחר k צעדים.

אם $j < k$ כך ש- $s_j = w$ אז כאשר נגיע ל- $i = k$ ויש תיבה של w לרוץ על N, היא תתקבל לאחר k צעדים.

⇐ אם $\langle N\rangle \in L$, הרצאה זו שמנינו תעבוד ותקבל.

לשימוש הבודק

אם $\langle M \rangle \notin L$ ⇐ לא קיימת מילה w כך ש-$w \in L(M)$ ⇐

מ"ט M תשוין לרוץ עד אינסוף ולא תקבל אף פעם ⇐

המכונה M תדחה את N בלואה.

⇐ הנחה L מכריעה ע"י מ"ט M שרצנו.

לשימוש הבודק

אין צורך בטיעון רציני.

(*) הגדרה בי־קשה שנראה שהמכונה בהכרח לא תעקבה יותר מהרגילה - כיוון הסיבוכיות הפשוט.

1) נראה שמכונת הטיורינג M אמת צריכה בכמה למכונה רגילה:

<u>כיוון ראשון</u> - סימולציה מכונה רגילה M בטיורינג מכונה התכונה N:

המכונה החדשה תהיה זהה למכונה הרגילה פרט לשינויים הבאים:

① נחליף את המצב q_{accept} במצב חדש q_{END},

נחליף כל מעבר ל- q_{accept} במעבר ל- q_{END},

נוסיף מעבר חדש $\delta(q_{END}, \sigma) = (q_{END}, \sigma, S)$ לכל $\sigma \in \Sigma$,

כלומר מעכשיו ל- q_{END} לעבור מעבר כל אות בשורה כך שנשארים באותם רביעיה פסרכ.

② נחליף את המצב q_{reject} במצב $q_{Nreject}$, נחליף כל מעבר ל- q_{reject} במעבר ל- $q_{Nreject}$.

לכל $\sigma \in \Sigma$ נוסיף מעבר חדש $\delta(q_{Nreject}, \sigma) = (q_{Nreject}, \sigma, R)$

* נבדוק: $w \in M \Leftarrow$ בהרצת w על N נגיע למצב q_{END},

ומכיוון שמצב זה יש רק מעבר יחיד לעצמו כך שאת הסרט נשאר בעקיפה,

$\Leftarrow w \in N$

$w \notin M \Leftarrow$ בהרצת w על N יש שני אפשרויות

① נגיע ל- $q_{Nreject}$ ומכיוון שמצב זה יש רק מעבר יחיד לעצמו

כך שסרט הקלט כך שנגיה תמיד $\Leftarrow w \notin N$

② נישאר לולאה $\Leftarrow$ $w \notin N$ מכיוון שלא קיים שום מעבר סרט ל- q_{END} שמשאיר את הראש בעקיפה תמיד.

(*) הסבר לכיוון נמצא עוד 2 דפים

<u>כיוון שני</u> - סימולציה מכונה התקשה N במכונה מכונה רגילה M:

המכונה הרגילה תהיה זהה למכונה התקשה, פרט לשינויים הבאים:

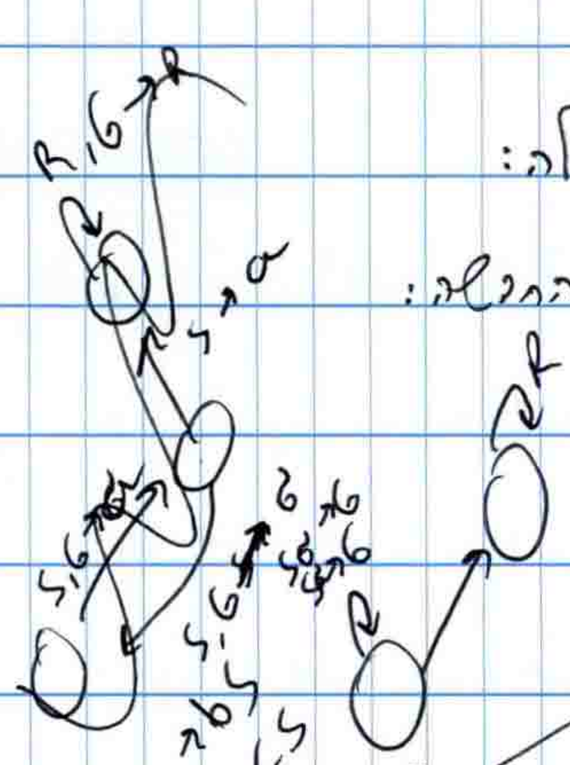
① לכל $\sigma \in \Sigma$ נוסיף עוד $|Q| \cdot |\Gamma|$ תווים כך שלכל i ובנוסף i סימנים

חדש יהיה זהה לתו המקורי בקבוצה מעליו $(\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ldots)$.

② לכל מעבר $\delta(q, \sigma_i) = (p, \sigma, S)$ נוסיף מצב חדש q_p בשורה

ונחליף את המעבר בשורה המעברים

הקשה:



1) נבנה מ"ט המוגדרת, בהינתן מ"ט רגילה:

כיוון ראשון - סימולציה מ"ט רגילה בעזרת מ"ט דו־סרטית:

~~מ"ט שמוגדרת כך:~~

נתון מ"ט $M=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_{accept},q_{reject})$

נבנה את מ"ט הדו־סרטית N כך:

$Q_N=Q-\{q_{accept},q_{reject}\}$, $\Sigma_N=\Sigma$, $\Gamma_N=\Gamma$, $q_{0_N}=q_0$

~~את δ נגדיר כך:~~

הגדרה 1)

מעבר ראשון: $\delta(q,\sigma)=(qp,\dot{\sigma},R)$

מעבר שני: לכל $Q\in\{$ $|\Gamma||Q|$ $\}$ $\delta(qp,Q)=(p,Q,L)$

מעבר שלישי: כאשר ל- σ יש סימנים $\delta(q,\sigma)=(q_{accept},\sigma,R)$

⊛ הסבר - המעבר הראשון מעלה את הרט בסרט בהתאמה למבוקש ב־δ אן מסמן את הרט החדש שנכתב בנק' (כדי לסמן שנאדון במקום). אם לרט כבר יש נקודה, אנו מוסיפים עוד אחת.

המעבר השלישי הוא למקרה ויש $|\Gamma||Q|$ נקודות מעל הרט ואנו מחפשים למעבר מתאים (הסבר בהמשך).

המעבר השני מחזיר את ראש הסרט לתחילת הקלט ומעביר למצב הנוכחי.

③ לכל מעבר $\delta(q,\sigma)=(p,\sigma,R)$

נוסיף מעבר $\delta(q,\sigma)=(qp,\overset{*}{\sigma},\overset{L}{R})$ כן ש-

לאחר מכן נעבור למצב שמוחק את כל הסימנים מהאזורים האחרונים של הסרט ולבסוף חוזר לתו $\overset{+}{\sigma}$ (מסומן כתו מיוחד), מעלה אותו ב- σ, אבל יוצא ומחזיר ל- p.

בקצרה מעבר $\delta(q,\sigma)=(p,\sigma,L)$.

הסבר ודוגמא בעמוד הבא.

לשימוש הבודק

סעיף 1)

נטען לטענת הביניים השני:

הנסתר $|\Gamma||Q|+1$ סימנים ל- Σ עבור כל $s \in \Sigma$.

אם יש מעבר ל מבדיקים את היא שצריך להיות מוכנס בתוכנית

נקודה (אם כבר יש מעגלים נקודה, נוסיף עוד נקודה).

כאשר נגיע ינקה/שאלה, נסמן את היא הכל שכתב ב- * מעגלים,

ונמחק את סימני הנקודות מעל כל המילים האחרים הקו, ונחזור לתו שם

ה-*, ונמשיך את הסרבנים ונגיע ינקה/שאלה בהתאם לבדיקה המקורית.

אם נשים ל- $|Q|\cdot|\Gamma|$ סימנים על מסלים נסיק כי אנחנו נמצאים

בלולאה שמבקשת ל- s (לכל הפחות) ונחזור למצב מקבל (מבלי שבקרנו בכל הבאמים

ונלכה הנשיר אנחנו (ב-s עבור כל האמצעים) את שאנחנו חפשים על הבודקה מצומצמת של באמים שם

הצמן מבקשים s).

נטענה לטענת השני:

אם $M \in SL$ - נניח למצב בו יבצעו $|Q|\cdot|\Gamma|$ פעולות המעבר רצופות

$\Leftarrow$ עליו בזמן m נעבור למצב מקבל.

אם $M \notin SL$ $\Leftarrow$ בוצעו פחות מ- $|Q||\Gamma|$ (*) פעולות המעבר רצופות

לפני שהרצף יצא שמקבלים $\Leftarrow$ m לא יגיע למצב מקבל $\Leftarrow$ $M \notin SL$

(*) לא יתכן מצב בו יבצעו $|Q||\Gamma|$ פעולות s ולאחר מכן הרצף יצא

ינקה/שאלה מכיוון ש- $|Q||\Gamma|$ מכסה את כל המצבים וכל האמצעים בכל מצב

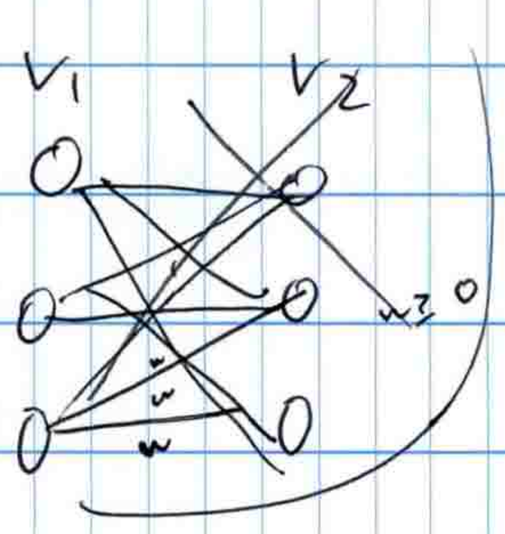
ומכיוון שמעבר המכונה בטרמינוסים אין מצב מעברים מ- $|Q||\Gamma|$ ב-s

ולכן מעבר $|Q||\Gamma|$ על פעולות s רצופות ~~[illegible]~~ ולאחריהן R או L לא יתכן.

$\Leftarrow$ המכונה המדגישה בה בצורה לינארית הרגילה

ולכן שניהן יכולו את אותן השפות.

לשימוש הבודק



4) נראה שה בעיה ש"מ ל- NP:

<u>אימות יעיל:</u> רשימת בעיות U, ורשימת קשתות F

והאימות באמצעות בודק בינארי לקלט מכווץ של $U \subseteq V$, $F \subseteq E$.

1. נבדוק שהבעיות ב- U ש"כיסה ל- V_2.
2. נבדוק שהקשתות יוצאות רק מקודקודי U.
3. נבדוק שהקשתות מגיעות לכל קודקודי V_1.
4. נבדוק שסכום שקולי הקשתות הוא מספר הבעיות לא גדול מ- K.

הבדיקות 1-4 בדרישה זמן פולינומיאלי:

1. מעבר על $|V|$ בעיות $O(n)$
2. מעבר על $|E|$ קשתות $O(m)$
3. מעבר על $|V_1|$ קשתות $O(n)$
4. סכימת $|F|$ קשתות ו- $|U|$ בעיות $O(n+m)$

$\Leftarrow$ $O(n+m)$ - פולינומיאלי באורך הקלט.

לכל מקרה
לכל מקרה
לכל מקרה

<u>ש"מ ל- NPC:</u>

נראה רידוקציה מ- VERTEX-COVER לבעיה הנתונה:

<u>קלט:</u> $\langle G, K \rangle$, G - גרף לא מכוון, K - מספר טבעי.

1. נבנה גרף $G' = (V', E')$ כך:

א. לכל בעיה $v_i \in V$ נעשה בעיה ב- V_2 $v_i \in V_2$

ב. לכל קשת $e_i \in E$ נעשה בעיה ב- V_1 $e_i \in V_1$

ג. $V' = V_1 \cup V_2$

ד. לכל בעיה $v \in V_2$, $u \in V_1$ ניצור קשת $(u,v) \in E'$.

ה. נגדיר את שקולי הקשתות כך:

$w(e_i)$ { את ב- G קיימת קשת e_i שמחברת לבעיה v_i את הקשת ב- E' שמתבדרת בין בעיה v_i ל- e_i תהיה עם שקול 0

את שאר השקולים שלה יהיה $(K+1)$

2. הקלט $\langle G', K \rangle$.

לשימוש הבודק

סיבוכיות: נראה שהריצה פולינומיאלית:

בניית G' - דורש מעבר אחד על הצמתים והקשתות של G - $O(m+n)$

- הוספת $|E||V|$ קשתות ל- G' - $O(n^2+m^2)$

- משקלים לקשתות - $O(n^2+m^2)$

- הרצת G' $O(n+m)$

$\Leftarrow$ פולינומיאלי באורך הקלט.

נכונות: $\langle G,k\rangle \in VC \Leftarrow$ קיים כיסוי קודקודים של G עם k קודקודים $\Leftarrow$ קיימים k קודקודים ב- V_2 שמתובלים לכל הקשתות בגרף ~~ב- V_1 עם קשתות בלשהן~~ $\Leftarrow$ קיימת תת-קבוצה U של גודל ומת הקבוצה F של קשתות שנותרות על הנרושות כאלה לא הקודקודים והקשתות עם משקל אפס). $\Leftarrow G \ni$ בעיה מפשלה

(*)

$\langle G,k\rangle \notin VC \Leftarrow$ לא קיים כיסוי קודקודים של G עם k קודקודים $\Leftarrow$ לא קיימת קבוצה ב- G' של k קודקודים A בתור שמתובלים לכל קודקוד V_1 עם קשתות בגודל אפס $\Leftarrow G' \notin$ בעיה מפשלה

(*) לא ניתן להשתמש בהגדרה שלא קיימים ב- G מכיוון שהקשתות הללו שונות $(k+1)$ ולכן מגיע גדולות מ- k.

כנדרש.

$\Leftarrow$ הבעיה מפשלה ב- NP.

368391

לשימוש הבודק

נתון:

5) $A, B \in L$ - שתי שפות רגולריות.

$\Leftarrow$ הוכחה מילה $w \in B$ (אותה B הייתה השפה הדיבה בסעיף הקודם) ומילה $w_{rej} \notin B$ (אותה B הייתה שאת כל המילים, בסעיף הקודם).

$A \in L$ הוכחה מכ"מ שמשתמש במקרים לוגיים להכריע את A.

נסמן ב- m את האורך הארוך מבין $|w_{acc}|$ ו- $|w_{rej}|$.

נבנה רידוקציה במקרים לוגיים מ- A ל- B שהיא רידוקציה מקבלת אורך:

כלל: $\langle w \rangle$ - w מילה.

1. הרץ את M על w.

1.1 אם קיבלה, הרץ את w_{acc} על סרט הפלט.

1.2 אחרת - הרץ את w_{rej} על סרט הפלט.

נראה שהרידוקציה הינו רידוקציית מקרים לוגיים:

הרידוקציה אכן מכריעה את M על w, נתון ש- M מכ"מ במקרים לוגיים ולכן השלב הזה שמבצעת במקרים לוגיים.

הרצת w_{acc} או w_{rej} דורשת מקום קבוע $O(1)$ מכיוון שהמילה נכתבת ישירות לסרט הפלט ללא שימוש בסרט העבודה.

נכונות: $\langle w \rangle \in A \Leftarrow$ M מקבל את w $\Leftarrow$ מרוצה על סרט העבודה מילה ש- B מקבלת $\Leftarrow f(w) \in B$.

$\langle w \rangle \notin A \Leftarrow$ M דוחה את w $\Leftarrow$ מרוצה על סרט העבודה מילה ש- B דוחה $\Leftarrow f(w) \notin B$

רידוקציה מקבלת אורך:

לכל מילה w מעל האב"ג של A כך ש- $|w| \geq n$ לכל $n = m+1$ המילה $f(w)$ שמרצה תהיה באורך מקסימלי של m ולכן $|f(w)| < n$. כנדרש.

לשימוש הבודק

368391

PDF Eraser Free

לשימוש הבודק

PDF Eraser Free

לשימוש הבודק

368391

לשימוש הבודק

PDF Eraser Free

לשימוש הבודק

368391

PDF Eraser Free

לשימוש הבודק

PDF Eraser Free

גליון תשובות לשאלות רב-ברירתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1	א ב ג ד ה ו ז ח ט	21	א ב ג ד ה ו ז ח ט
2	א ב ג ד ה ו ז ח ט	22	א ב ג ד ה ו ז ח ט
3	א ב ג ד ה ו ז ח ט	23	א ב ג ד ה ו ז ח ט
4	א ב ג ד ה ו ז ח ט	24	א ב ג ד ה ו ז ח ט
5	א ב ג ד ה ו ז ח ט	25	א ב ג ד ה ו ז ח ט
6	א ב ג ד ה ו ז ח ט	26	א ב ג ד ה ו ז ח ט
7	א ב ג ד ה ו ז ח ט	27	א ב ג ד ה ו ז ח ט
8	א ב ג ד ה ו ז ח ט	28	א ב ג ד ה ו ז ח ט
9	א ב ג ד ה ו ז ח ט	29	א ב ג ד ה ו ז ח ט
10	א ב ג ד ה ו ז ח ט	30	א ב ג ד ה ו ז ח ט
11	א ב ג ד ה ו ז ח ט	31	א ב ג ד ה ו ז ח ט
12	א ב ג ד ה ו ז ח ט	32	א ב ג ד ה ו ז ח ט
13	א ב ג ד ה ו ז ח ט	33	א ב ג ד ה ו ז ח ט
14	א ב ג ד ה ו ז ח ט	34	א ב ג ד ה ו ז ח ט
15	א ב ג ד ה ו ז ח ט	35	א ב ג ד ה ו ז ח ט
16	א ב ג ד ה ו ז ח ט	36	א ב ג ד ה ו ז ח ט
17	א ב ג ד ה ו ז ח ט	37	א ב ג ד ה ו ז ח ט
18	א ב ג ד ה ו ז ח ט	38	א ב ג ד ה ו ז ח ט
19	א ב ג ד ה ו ז ח ט	39	א ב ג ד ה ו ז ח ט
20	א ב ג ד ה ו ז ח ט	40	א ב ג ד ה ו ז ח ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____