

האוניברסיטה הפתוחה

20407

מבני נתונים

ומבוא לאלגוריתמים

חוברת הקורס – סתיו 2016א

כתב: ד"ר גיק וינשטין

אוקטובר 2015 – סמסטר סתיו – תשע"ו

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

א	אל הסטודנט
ב	1. לוח זמנים ופעילויות
ד	2. תיאור המטלות
ד	2.1 מבנה המטלות
ד	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ה	2.3 ניקוד המטלות
ה	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ו	2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
5	ממ"ן 12
7	ממ"ן 13
9	ממ"ן 14 - פרויקט 1
11	ממ"ן 15
13	ממ"ן 16
15	ממ"ן 17
17	ממ"ן 18 - פרויקט 2

אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לך לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבך למספר נקודות חשובות:

- כידוע לך, נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב וההשתתפות בהם תסייע לך בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש את שני הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) וכן להגיש עוד שלושה ממ"נים. הכנת תרגילי הבית מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר תרגילים. (כל ממ"ן נוסף שיוגש מעבר למינימום הנדרש יוכל רק **לשפר** את ציון המגן). יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכזי הקורס:

ד"ר ג'ק וינשטין: ביום א' בשעות 15:00-17:00 בטלפון 09-7781270,

e-mail: jack-weinstein@hotmail.com

אייל משיח: ביום ג' בשעות 11:00-13:00 בטלפון 09-7781233,

e-mail: eyalma@openu.ac.il

פגישות יש לתאם מראש.

אנו מאחלים לך לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

ד"ר ג'ק וינשטין
מרכז ההוראה בקורס

1. לוח זמנים ופעילויות (20407 \ 2016א)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
1	23.10.2015-18.10.2015	פרק א' (מדריך הלמידה) פרקים 1 - 2		
2	30.10.2015-25.10.2015	פרק ב' (מדריך הלמידה) פרק 3 (ספר הלימוד)	מפגש ראשון	ממ"ן 11 1.11.2015
3	6.11.2015-1.11.2015	פרק ג' (מדריך הלמידה) פרק 4 (ספר הלימוד)		
4	13.11.2015-8.11.2015	פרק ד' (מדריך הלמידה) פרק 6 (ספר הלימוד)	מפגש שני	ממ"ן 12 15.11.2015
5	20.11.2015-15.11.2015	פרק ה' (מדריך הלמידה) פרק 7 (ספר הלימוד)		
6	27.11.2015-22.11.2015	פרקים ה', ו' פרקים 7, 9		
7	4.12.2015-29.11.2015	פרק ו' (מדריך הלמידה) פרק 9 (ספר הלימוד)	מפגש שלישי	ממ"ן 13 6.12.2015
8	11.12.2015-6.12.2015 (ב-ו חנוכה)	פרק ז' (מדריך הלמידה) פרק 8 (ספר הלימוד)		

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
9	18.12.2015-13.12.2015 (א-ב חנוכה)	פרק ח' (מדריך הלמידה) פרק 10 (ספר הלימוד)	מפגש רביעי	ממ"ן 14 (פרויקט 1) 20.12.2015
10	25.12.2015-20.12.2015	פרק ט' (מדריך הלמידה) פרק 11 (ספר הלימוד)		ממ"ן 15 27.12.2015
11	1.1.2016-27.12.2015	פרק י' (מדריך הלמידה) פרק 12 (ספר הלימוד)	מפגש חמישי	
12	8.1.2016-3.1.2016	פרק י"א (מדריך הלמידה) פרק 13 (ספר הלימוד)		ממ"ן 16 10.1.2016
13	15.1.2016-10.1.2016	פרקים י"א, י"ב פרקים 13, 14	מפגש שישי	
14	22.1.2016-17.1.2016	פרק י"ב (מדריך הלמידה) פרק 14 (ספר הלימוד)		ממ"ן 17 24.1.2016
15	29.1.2016-24.1.2016	חזרה	מפגש שביעי	ממ"ן 18 29.2.2016

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה שש מטלות "יבשות" ושני פרויקטים שעליך להגיש במהלך הקורס. **שני פרויקטי ההרצה הם חובה!** מבין שש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

2.1 מבנה המטלות

ממ"ן רגיל

מטלה זו מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון יש לכתוב **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרונות למטלה.) אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכל להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או להתקשר לאחד המנחים (בשעת ההנחיה הטלפונית).

פרויקט הרצה

במטלה כזו עליך לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java. מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות. עליך לשלוח למנחה:

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ exe של התוכנית.

הערה: מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (במדריך הלמידה)
ממ"ן רגיל 11	פרקים 1,2,3
ממ"ן רגיל 12	פרקים 4,6
ממ"ן רגיל 13	פרקים 9,7
ממ"ן 14 - פרויקט הרצה 1	פרקים 6,9
ממ"ן רגיל 15	פרקים 8,10
ממ"ן רגיל 16	פרקים 11,12
ממ"ן רגיל 17	פרקים 13,14
ממ"ן 18 - פרויקט הרצה 2	פרקים 13,14

הערות: 1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. כעיקרון, בעת פתרון שאלות, אין להסתמך על תוצאות משאלות בלתי-פתורות בספר הלימוד בלי להוכיחן, אלא אם ניתן לכך היתר מפורש, או אם פתרונות לאלה מופיעים במדריך הלמידה, מחומר הנלמד במפגשי ההנחיה, באתר הקורס וכדומה (ובמקרה זה יש להזכיר את המקור עליו מסתמכים). עם זאת, ניתן לחרוג מכלל זה, ככל שמדובר בתוצאות מוכרות וקלות, או שאין בהן כדי להפוך את השאלה המקורית לקלה מדי ולחסרת עניין.

2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים 11, 12, 13, 15, 16, 17 - 4 נקודות.

משקלו של פרויקט 1 (ממ"ן 14) - 2 נקודות

משקלו של פרויקט 2 (ממ"ן 18) - 4 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"נים 14 ו-18 ועוד שלושה ממ"נים רגילים.

כלומר, כדי שתוכל לגשת לבחינה עליך לצבור לפחות 18 נקודות מתוך 30 הנקודות האפשריות.

הכנת המטלות הרגילות חייבת להיעשות על-ידי כל תלמיד **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) יכולה להיעשות בזוגות.

לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי. ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים

בחלק מהשאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות:

1. הסבר בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט). אלגוריתם ללא הסבר - לא יתקבל!
2. כתוב את האלגוריתם בפסידו-קוד, בדומה לספר. מותר לשלב בפסידו-קוד הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").
3. אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסידו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עשה זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל, תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא** נתבקשת להוכיח נכונות, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה.
5. בכל מקרה (גם אם הדבר לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, **תמיד** נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן.

2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

1. כתיבת הקוד

תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה! לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים :

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא :

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה : מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התייעוד.

2. תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

1. תיעוד כללי :

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

2. תיעוד בגוף התכנית :

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

- א. הגשת פרויקט 1 (ממ"ן 14) ופרויקט 2 (ממ"ן 18).
- ב. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך ששת הממ"נים הרגילים.
- ג. ציון של 50 לפחות בכל פרויקט.
- ד. ציון של 23 לפחות בכל מטלה אחרת הנלקחת בחשבון.
- ה. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ו. הציון המשוקלל של המטלות, הפרויקטים והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 1.11.2015

סמסטר: א2016

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (16 נקודות)

הוכיחו את נכונות האלגוריתם הנתון בשגרה הבאה:

BETTER-BUBBLESORT-INV(A)

```
1 for  $j \leftarrow \text{length}[A]$  downto 1
2   do  $\text{swap} \leftarrow \text{FALSE}$ 
3     for  $i \leftarrow 1$  to  $j - 1$ 
4       do if  $A[i] > A[i + 1]$ 
5         then  $T \leftarrow A[i]$ 
6            $A[i] \leftarrow A[i + 1]$ 
7            $A[i + 1] \leftarrow T$ 
8          $\text{swap} \leftarrow \text{TRUE}$ 
9   if  $\text{swap} = \text{FALSE}$ 
10    then return
```

ראו קודם את הבעיה 2-2 בספר הלימוד ואת השאלות א-11, א-12, א-13 במדריך הלמידה.

שאלה 2 (24 נקודות)

נתונה השגרה הבאה לחישוב כפל שני מספרים טבעיים :

```
MULTIPLY( $a, b$ )
1   $x \leftarrow a$ 
2   $y \leftarrow b$ 
3   $z \leftarrow 0$ 
4  while  $y > 0$  do
5    if ODD( $y$ )
6      then  $y \leftarrow y - 1$ 
7           $z \leftarrow z + x$ 
8    else  $y \leftarrow y / 2$ 
9           $x \leftarrow x * 2$ 
10 return  $z$ 
```

היא משתמשת בשגרת העזר

```
ODD( $y$ )
1  if  $2 * (y / 2) = y$ 
2    then return 0
3    else return 1
```

א' הוכיחו שלכל הערכים הטבעיים של הפרמטרים a, b , השגרה MULTIPLY(a, b) מסתיימת אחרי מספר סופי של צעדים.

ב' הוכיחו את נכונותה של השגרה MULTIPLY(a, b) (כלומר, שהשגרה אכן מחשבת את כפל שני המספרים a ו- b).

ג' מהו זמן הריצה של השגרה MULTIPLY(a, b) כפונקציה של $\text{binlen}(a)$ ו- $\text{binlen}(b)$? $\text{binlen}(z)$ מציין את מספר הספרות בייצוג הבינרי של המספר הטבעי z . הוכיחו את טענתכם.

שאלה 3 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 2-1 (שימוש במיון הכנסה על מערכים קטנים במיון-מיזוג) מספר הלימוד (עמוד 32).

שאלה 4 (30 נקודות)

סדרו את הפונקציות הבאות לפי שיעור הגידול שלהן ; כלומר, מצאו סדר f_1, f_2, \dots, f_{10} המקיים

$$: f_1 = O(f_2), \dots, f_9 = O(f_{10})$$

$$\begin{aligned} & (\lg \lg n)^{\lg n} \quad (n!)^{1/\lg n} \quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} \\ & 2^{\sqrt{n}} \quad \lg(n^n \cdot n!) \quad n \cdot \lg n \\ & \frac{\lg \lg \lg n}{n^{\lg n}} \quad 3^n \quad 1/n \quad n^2 + n \cdot \lg^3 n \end{aligned}$$

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 15.11.2015

סמסטר: 2016א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור נוסחאות הנסיגה הבאות (הניחו כי $T(n)$ קבוע אם $n \leq 10$):

א'

$$T(n) = 16T(n/64) + \sqrt{n \cdot \lg^3 n} + \sqrt[3]{n} \cdot \lg^2 n$$

ב'

$$T(n) = 256T(n/16) + n^2 \lg n + n \cdot \lg^2 n + \sqrt{n} \cdot \lg^3 n$$

ג'

$$T(n) = 9T(n/3) + n^3 + n^2 \cdot \lg n$$

ד'

$$T(n) = T(n-1) + n \lg n + n^2$$

ה'

$$T(n) = n^3 \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + n^7 \cdot (\lg^3 n + \lg^5 n)$$

שאלה 2 (25 נקודות)

פתרו את הבעיה 4-6 (בדיקת שבבי VLSI) מספר הלימוד (עמודים 74 – 75).

שאלה 3 (10 נקודות)

נתון המערך $[35, 22, 44, 5, 18, 50, 55, 8, 4, 38]$.
הראו כיצד פועלת השגרה BUILD-MIN-HEAP על המערך הנתון.

שאלה 4 (35 נקודות)

פתרו את הבעיה 2-6 (ניתוח ערמות d -יות) מספר הלימוד (עמוד 119).
הערות: כתבו שגרה $CHILD(i, k)$ המחזירה את אינדקס הבן ה- k של האיבר ה- i (המחליפה את השגרות $LEFT(i)$ ו- $RIGHT(i)$). כתבו גם את השגרה $MAX-HEAPIFY(A, i)$ המתאימה.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 6.12.2015

סמסטר: 2016א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (10 נקודות)

הדגימו את פעולתו של האלגוריתם QUICKSORT על הסדרה

$\langle 60, 70, 80, 90, 10, 10, 5, 9, 10, 15, 19, 21, 25, 29, 30 \rangle$

שאלה 2 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 1-7 (נכונות החלוקה של Hoare) מספר הלימוד (עמודים 133-134).

שאלה 3 (10 נקודות)

הדגימו את פעולתו של האלגוריתם RANDOMIZED-SELECT על הסדרה

$\langle 60, 70, 80, 90, 10, 10, 5, 9, 10, 15, 19, 21, 25, 29, 30 \rangle$,

עבור $i = 5$.

שאלה 4 (25 נקודות)

נתונה השגרה הבאה המהווה גרסה של מיון-מהיר :

```
D-QUICKSORT( $A, p, r$ )
1   $k \leftarrow \text{RANDOM}(p, r)$ 
2   $x \leftarrow A[k]$ 
3   $i \leftarrow p; j \leftarrow r$ 
4  repeat while  $A[i] < x$ 
5      do  $i \leftarrow i + 1$ 
6      while  $A[j] > x$ 
7          do  $j \leftarrow j - 1$ 
8      if  $i \leq j$ 
9          then exchange  $A[i] \leftrightarrow A[j]$ 
10          $i \leftarrow i + 1$ 
11          $j \leftarrow j - 1$ 
12 until  $i > j$ 
13 if  $p < j$ 
14     then D-QUICKSORT( $A, p, j$ )
15 if  $i < r$ 
16     then D-QUICKSORT( $A, i, r$ )
```

א' הוכיחו שהאלגוריתם הזה פועל באופן נכון.

ב' נתחו את ביצועי האלגוריתם במקרה הגרוע ובמקרה הממוצע.

שאלה 5 (25 נקודות)

נתונה סדרה S בת n מספרים.

א' הוכיחו את הטענה: ב- S קיימים לכל היותר שלושה מספרים החוזרים על עצמם יותר מ-

$\lfloor n/4 \rfloor$ פעמים.

ב' כתבו אלגוריתם למציאת כל האיברים המופיעים בסדרה יותר מ- $\lfloor n/4 \rfloor$ פעמים. זמן הריצה

הנדרש הוא $O(n)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 2 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 20.12.2015

סמסטר: 2016א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

מותר לעבוד בזוגות

מטרת הפרויקט היא להשוות בין אלגוריתמי מיון-ערמה המבוססים על ערמות d -יות (הבעיה 2-6, ספר הלימוד, עמ' 119), עבור ערכים שונים של d .

א' כתבו תכנית (ב- $C/C++$, Java, או שפה אחרת שבה המנחה יכול לבדוק) המבצעת את הפעולות הבאות:

1. יצירת שלוש סדרות A, B, C (באורך A 50, באורך B 100, באורך C 200) בעזרת פונקציית ספרייה המיועדת ליצירת מספרים אקראיים; כל סדרה תכיל איברים בתחום 0..1023.
2. עבור כל סדרה כקלט, הפעלת האלגוריתם HEAPSORT ($d = 2, 3, 4, 5$); עבור כל $d = 2, 3, 4, 5$, ספירת ההשוואות וההעסקות (של איברי הסדרה בלבד).

3. הדפסת התוצאות שהתקבלו :

- השוואות, $d = 2$;
- העתקות, $d = 2$;
- השוואות, $d = 3$;
- העתקות, $d = 3$;
- השוואות, $d = 4$;
- העתקות, $d = 4$;
- השוואות, $d = 5$;
- העתקות, $d = 5$.

ב' על סמך שמונה הסדרות האלה הסיקו מסקנות על ביצועי האלגוריתם מיון-ערמה לערכים שונים של d .

עבור איזה ערך של d מתקבל האלגוריתם היעיל ביותר

1. מבחינת מספר ההשוואות?
2. מבחינת מספר ההעתקות?

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 27.12.2015

סמסטר: 2016א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (24 נקודות)

א' הוכיחו שכל אלגוריתם מיון מבוסס השוואות הממין מערך באורך 5 חייב לבצע (במקרה הגרוע) 7 השוואות לפחות.

ב' כתבו אלגוריתם למיון מערך באורך 5 המבצע 7 השוואות במקרה הגרוע.

ג' האם בין אלגוריתמי המיון (המבוססים השוואות) שלמדתם בקורס קיים אחד המקיים את התנאי הנדרש בסעיף ב'? הוכיחו או הפרכו את טענתכם.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתונים קבוצה S של n מספרים שלמים ומספר שלם נוסף z ; נניח שכל איברי הקבוצה S שייכים לתחום $[0 \dots n^k - 1]$ ($k \geq 1$, שלם).

א' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שני איברים שונים, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n \cdot \min(k, \lg n))$.

ב' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שלושה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n^2)$.

שאלה 3 (30 נקודות)

פתרו את התרגיל 8-10.2 מספר הלימוד (עמוד 175).

שאלה 4 (26 נקודות)

נתון מערך $P[1..n]$ של מספרים חיוביים. ברצוננו לבנות מערך $S[1..n]$ לפי ההגדרה:

$$S[i] = \max \{k : j = i - k + 1, \dots, i \text{ לכל } P[j] \leq P[i] \text{ וגם } k \leq i\}$$

א' כתבו אלגוריתם לבניית המערך S בזמן $O(n^2)$.

ב' כתבו אלגוריתם משופר לבניית המערך S בזמן $O(n)$.

רמז: השתמשו במחסנית כמבנה עזר.

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 11, 12 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 10.1.2016

סמסטר: א2016

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

פתרו את התרגיל 2-11.2 מספר הלימוד (עמוד 193).

שאלה 2 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 3-11 (בדיקה ריבועית) מספר הלימוד (עמוד 211).

שאלה 3 (20 נקודות)

הוכיחו שאפשר לשחזר עץ חיפוש בינרי, בעל מפתחות שונים זה מזה, מהסריקה התחילית שלו. כלומר, הראו שאם הסדרה $\langle k_1, k_2, \dots, k_n \rangle$ היא תוצאת הסריקה התחילית של עץ חיפוש בינרי, אזי מבנה העץ מוגדר באופן חד-משמעי על-ידי הסדרה; בנוסף, מבנה העץ משוחזר כאשר הסדרה נקראת משמאל לימין.

האם נכון דבר דומה עבור הסריקה הסופית? ועבור הסריקה התוכית?

האם נכון דבר דומה עבור הסריקה התחילית אם קיימים שני מפתחות זהים?

שאלה 4 (30 נקודות)

ידוע שבעח"ב בן n צמתים קיימים $n + 1$ מצביעים שערכם NIL; במילים אחרות, חצי מהזיכרון המכיל את הקישורים מבוזבז.

נבצע את השינוי הבא לכל צומת z בעץ:

אם $left[z] = NIL$, נותנים ל- $left[z]$ את הערך של $TREE-PREDECESSOR(z)$; אם $right[z] = NIL$, נותנים ל- $right[z]$ את הערך של $TREE-SUCCESSOR(z)$. עץ בנוי בצורה הזאת נקרא עץ מחווט והקישורים החדשים נקראים חוטים.

- א איך ניתן להבדיל בין חוטים לבין מצביעים לבנים אמתיים?
- ב כתבו שגרות עבור פעולות ההכנסה והמחיקה בעצים מחוטים.
- ג מהו היתרון העיקרי של השימוש בחוטים?

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 24.1.2016

סמסטר: א2016

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

נתון עץ חיפוש בינרי C שבו מאוחסנים המפתחות $\{1, 2, \dots, n\}$; נניח שצורתו שרשרת לינארית של בנים שמאליים (המפתח n בשורש, וכל מפתח i בבן השמאלי של הצומת בעל המפתח $i+1$, $i = 1, \dots, n-1$). ברצוננו להפוך את העץ C לעץ חיפוש בינרי מאוזן T , באמצעות פעולות סיבוב ימניות ושמאליות של עצי חיפוש בינריים בלבד. נתון בנוסף כי $n = 2^{k+1} - 1$, $k \geq 0$ (זה מאפשר לבנות את T כעץ מאוזן מושלם).

(15 נק') א. תארו את בניית העץ T במקרה $k = 2$, כלומר, $n = 7$.
(10 נק') ב. הרחיבו את תאור הבנייה למקרה הכללי.

הכוונה: התחילו במציאת אותו צומת של C , העומד להפוך לשורש של T .

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון עץ אדום-שחור T בן n צמתים. נתון גם מצביע לצומת y ב- T , המקיים את התנאים:

(1) הצבע של y הוא שחור;

(2) צבעם של שני הבנים של y , x ו- z , הוא אדום.

נניח עכשיו שכל התת-עץ המושרש ב- x הוסר מהעץ השלם T .

הראו כיצד ניתן לארגן מחדש את הצמתים הנותרים של T לעץ אדום-שחור חוקי, בזמן ריצה של $O(\lg n)$. הסבירו מדוע השיטה שבחרתם פועלת נכון.

שאלה 3 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (איברי המבנה הם מספרים ממשיים ו- n מציין את מספר האיברים במבנה):

- INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- DELETE-MIN(S): מחיקת האיבר בעל מפתח מינימלי מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- DELETE-OLD(S): מחיקת האיבר הותיק ביותר מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- SUM-OLD(S, m): החזרת סכום כל m האיברים הותיקים ביותר שבמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערות: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים. לכל פעולה מתייחסים לאותם איברים בלבד, הנמצאים במבנה בזמן הביצוע.

שאלה 4 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת (n מציין את מספר המפתחות השונים זה מזה; המספר הכולל של מפתחות יכול להיות גדול יותר):

- INSERT(S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
 - DELETE(S, k): מחיקת אחד האיברים בעלי המפתחות k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
 - INCREASE(S, k, Δ): הגדלת המפתח k בכמות $\Delta > 0$ (עבור כל האיברים בעלי אותו מפתח k); זמן הריצה: $O(\lg n)$;
 - LAST-FREQ(S): החזרת שכיחות המפתח k הנכנס אחרון למבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;
 - MODE(S): החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר; זמן הריצה: $O(1)$.
- הערה:** מבנה הנתונים יכול להיות מורכב ממספר מבנים יסודיים.

מטלת מנחה (ממ"ן) 18 – פרויקט 2

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 29.2.2016

סמסטר: א2016

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה

מותר לעבוד בזוגות

בפרויקט זה עליכם לכתוב תכנית המנהלת את החשבונות של אוסף לקוחות בבנק. לכל לקוח יש את המאפיינים הבאים: שם, מספר תעודת זהות, מספר לקוח בבנק ויתרה בחשבון העובר ושב. מספר הלקוח הוא ייחודי; כלומר, ללקוחות שונים יש מספרי לקוח שונים. גם מספר תעודת זהות הוא ייחודי. לעומת זאת השם עלול לחזור. הקלט הבסיסי הוא אוסף שורות. בכל שורת קלט יש הודעה או שאילתה. הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים יעיל ככל שאפשר (כפונקציה של מספר הלקוחות), כך שניתן יהיה לבצע ביעילות את השינויים הנדרשים ולענות בצורה יעילה לשאילתות.

צורת הקלט:

לשורה של הודעה יכולות להיות הצורות הבאות.

1. הודעה על הפקדה או משיכה של סכום כסף בחשבון של לקוח:

YOSI LEVI 3454621 400

המשמעות: הלקוח יוסי לוי, שמספר החשבון שלו 3454621, הפקיד 400 שקל בחשבון.
(משיכת כסף תתבטא במספר שלילי.)

2. הודעה על הצטרפות לקוח חדש :

+ JOHN DOE 015546134 3462211 300

ה- (+) מציין שמדובר בלקוח חדש. המספר הראשון הוא מספר הזהות והמספר השני הוא מספר הלקוח שניתן ללקוח. המספר האחרון מייצג את הסכום ההתחלתי שהלקוח הביא עימו.

3. הודעה על עזיבת לקוח :

- 3454621

ה- (-) פירושו לקוח שעזב את הבנק (במקרה שלנו – יוסי לוי). המספר אחרי ה- (-) הוא מספר הלקוח. לפני שלקוח עוזב הוא מאפס את היתרה שלו (על ידי הפקדה או משיכה). לשאילתות יכולות להיות הצורות הבאות :

(i) 3462211 ?

התשובה הנדרשת היא היתרה של הלקוח שזהו מספרו (בדוגמה שלנו היתרה היא 300).

(ii) MAX ?

התשובה הנדרשת היא הלקוח שיתרתו היא הגדולה ביותר.

(iii) MINUS ?

הדרישה כאן היא להדפסת כל הלקוחות שיתרתם שלילית.

צורת הפלט:

יש להדפיס כל שינוי (כמו התווספות לקוח) בצורה ברורה ומדויקת.

למשל: "התווסף הלקוח JOHN DOE עם מספר לקוח..."

כמו כן יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ואת התשובה לשאילתה (לפי המידע שנצבר עד כה).

הערות:

א. הניחו כי הקלט חוקי (ודאגו לכך בעצמכם). למשל, הזינו מספרי לקוח שונים זה מזה.

ב. נתחו את סדר גודל זמן הריצה של השגרות השונות (כל פעולת שינוי ושאילתה).

ג. הריצו את התכנית על מספר קלטים (מגוונים).