

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 6

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 5.1.2014

2014 א

סמסטר:

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (21 נקודות)

יורים במטרה שוב ושוב, עד שפוגעים בה 3 פעמים בסך-הכל. אין תלות בין יריות שונות.

ההסתברות לפגוע במטרה בכל ירייה היא p ($0 < p < 1$).

יהיו X = מספר היריות עד (וכולל) לפגיעה הראשונה;

Y = מספר היריות עד (וכולל) לפגיעה השלישית.

(7 נק') א. מצא את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו- Y .

רשום אותה באופן מדויק ופרט את תחום הערכים האפשריים המתאים לה.

(7 נק') ב. מצא את פונקציית ההסתברות המותנית של X בהינתן $Y=j$, עבור $j=3,4,\dots$.

רשום אותה באופן מדויק ופרט את תחום הערכים האפשריים המתאים לה.

(7 נק') ג. חשב את $P\{Y-X=9\}$.

שאלה 2 (21 נקודות)

10 אוטובוסים אמורים להגיע לתחנה מסוימת בין 4:15 לבין 4:30.

בפועל, כל אחד מהם מגיע לתחנה בזמן X , שהתפלגותו אחידה בין 4:00 לבין 4:45,

ואין תלות בין זמני ההגעה של האוטובוסים השונים.

נגדיר את המשתנים המקריים: Y = מספר האוטובוסים שמגיעים בזמן (בין 4:15 לבין 4:30);

W = מספר האוטובוסים שמקדימים (מגיעים לפני 4:15).

(7 נק') א. מצא את פונקציית ההסתברות המשותפת של Y ו- W .

(7 נק') ב. מצא את פונקציית ההסתברות המותנית של Y בהינתן $W=j$, לכל $j=0,1,\dots,10$.

(7 נק') ג. אדם הגיע לתחנה בשעה 4:00 והוא מחכה לראשון מבין 10 האוטובוסים (המוזכרים

בתחילת השאלה) שיגיע. מהי ההסתברות שיחכה בתחנה לכל היותר 5 דקות?

שאלה 3 (15 נקודות)

נתון לוח שבו 6 משבצות, כמשורטט להלן:

רושמים באקראי על משבצות הלוח את הספרות 1, 2, 3, 4, 5 ו-6 – ספרה אחת בכל משבצת – כך שכל ספרה נרשמת על הלוח בדיוק פעם אחת.

נסמן ב- X את מספר הכפולות של 3 הרשומות בשורה הראשונה; ונסמן ב- Y את מספר הכפולות של 2 הרשומות בשורה הראשונה.

(10 נק') א. מצא את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו- Y

ואת פונקציות ההסתברות השוליות של X ו- Y .

בדוק ששכום ההסתברויות המשותפות שווה ל-1.

(5 נק') ב. האם המשתנים המקריים X ו- Y בלתי-תלויים? נמק את תשובתך.

שאלה 4 (35 נקודות)

בקופסה חרוזים, שעל כל אחד מהם מצוירות נקודות.

מספר הנקודות על כל חרוז הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר 10.

אין תלות בין מספרי הנקודות שעל חרוזים שונים.

(7 נק') א. בוחרים באקראי 20 חרוזים שונים.

מהי ההסתברות שעל 3 מהחרוזים תהייה בדיוק 10 נקודות, על 2 מהם בדיוק 11 נקודות

ועל 15 הנותרים פחות מ-10 נקודות או יותר מ-11 נקודות?

ב. בוחרים באקראי 5 חרוזים שונים.

(7 נק') 1. מהי ההסתברות שעל 5 החרוזים שנבחרו תהייה בסך-הכל 47 נקודות?

(7 נק') 2. אם על 5 החרוזים שנבחרו יש בסך-הכל 47 נקודות,

מהי ההסתברות שלפחות על אחד מהם יש בדיוק 12 נקודות?

(7 נק') 3. הצבע של כל נקודה, שמצוירת על החרוזים, הוא לבן בהסתברות 0.8, ואחרת – אדום.

מהי ההסתברות שעל 5 החרוזים הנבחרים תהייה בסך-הכל 9 נקודות אדומות?

(7 נק') 4. כיצד תשתנה תשובתך לסעיף ב3, אם ידוע שעל חמשת החרוזים האלה יש בדיוק 40

נקודות לבנות?

שאלה 5 (8 נקודות)

בצנצנת יש 300 ממתקים: 150 אדומים, 100 ירוקים ו-50 צהובים.

מוציאים מהצנצנת באקראי, בזה אחר זה וללא החזרה 10 ממתקים.

לכל $i = 1, 2, \dots, 10$, נניח שהמשתנה המקרי X_i מקבל את הערך 1 כאשר הצבע של הממתק ה- i שנבחר

הוא אדום, וכי $X_i = 0$ אם צבעו אינו אדום.

האם יש תלות בין המשתנים המקריים X_1, X_2, \dots, X_{10} ?

נמק את תשובתך באמצעות תנאי אי-התלות.