



מספר התלמיד הנבחן  
רשום את כל תשע הספרות

הדבק כאן את  
מדבקת הנבחן

האוניברסיטה  
הפתוחה



כ"ט בשבט תשע"ט

מס' שאלון - 462

4

בפברואר 2019

סמסטר 2019 א

מס' מועד 84

20407 / 4

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.  
בכל בחינה תבדקנה ארבע התשובות הראשונות בלבד.  
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות:

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.  
אין לכתוב בצבע אדום.  
אין לכתוב בעיפרון.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . מותר מחשבון.  
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע  
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.

יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש** (או לפחות להשאיר 5 שורות בין תשובות לשאלות שונות). אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

## שאלה 1 מומלץ לפתור ע"י מיון בסיס

נתון מערך של  $m$  מספרים שלמים ושונים זה מזה בתחום  $[0 \dots n^5 / \log n]$ ,  $m \leq n$ . בנוסף נתון עץ חיפוש בינארי  $T$  ובו  $n$  צמתים (לא עץ אדום שחור). כתבו אלגוריתם הבודק בזמן  $\Theta(n)$  האם כל האיברים במערך מופיעים בעץ.

## שאלה 2

תכננו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בסיבוכיות זמן ריצה של  $\Theta(\log n)$ , כאשר  $n$  מציין את מספר האיברים במבנה. הניחו כי כל האיברים במבנה שונים זה מזה.

$insert(S, k)$  - הכנסת איבר בעל המפתח  $x$  ל- $S$ .

$find(S, k)$  - החזרת איבר בעל המפתח  $x$  ב- $S$ , אם קיים. אחרת, מחזירה  $NIL$ .

$inversions(S, k)$  - אם קיים במבנה איבר בעל המפתח  $k$ , השגרה תחזיר את מספר ההיפוכים עבור  $k$ .

הגדרת היפוך: כל איבר בעל מפתח  $l$  שהוכנס לפני  $k$  (כלומר לפני האיבר שערך המפתח שלו הוא  $k$ ) והמקיים  $l > k$ .

במילים אחרות, היפוך הוא זוג-איברים שנמצאים במבנה, אשר הוכנסו אליו בסדר הפוך ליחס-הערכים של מפתחותיהם; כלומר-- האיבר בעל המפתח הגדול הוכנס לפני האיבר בעל המפתח הקטן.

## שאלה 3

(16 נק') א. תהיינה  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  פונקציות עולות וחיוביות. הוכיחו או הפריכו:

1. אם  $f = O(g(n))$  אז  $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$ .

2. אם  $f = O(g(n))$  אז  $\log f(n) = O(\log g(n))$ .

(9 נק') ב. פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ k \cdot T(n/3) + n^2 \cdot \lg^2 n + n \cdot \lg^3 n, & n > 1 \end{cases}$$

עבור הערכים השונים של  $k$  ( $k$  שלם חיובי).

#### שאלה 4

ערמה טרנרית הינה ערמה דומה לערמה בינרית אלא שלכל צומת יש (עד) 3 בנים. נניח להלן שמדובר בערמת מקסימום טרנרית.

- א. כיצד ניתן לייצג ערמה טרנרית במערך? (3 נק')
- ב. מה גובהה של ערמה טרנרית בת  $n$  איברים? (3 נק')
- ג. כמה עלים יש בערמה טרנרית? (3 נק')
- ד. באיזה אינדקס(ים) במערך יכול להמצא האיבר החמישי בגודלו? (3 נק')
- ה. נתונה הערמה הטרנרית: (1, 3, 5, 8, 9). הכניסו לתוכה את האיברים 4, 10, 2, 7 (משמאל לימין). הראו את התוצאה. (4 נק')
- ו. כתבו פסאודו קוד לשגרות: (4 נק')

- a. PARENT(i) – אינדקס לאב של הצומת i
  - b. LEFT(i) – אינדקס לבן השמאלי של הצומת i
  - c. MIDDLE(i) – אינדקס לבן האמצעי של הצומת i
  - d. RIGHT(i) – אינדקס לבן הימני של הצומת i
- ז. כתבו פסאודו קוד לבניית ערימה ממערך בגודל  $n$ . אין צורך לכתוב פסאודו קוד עבור Heapify החדשה, אבל יש להסביר בקצרה. ציינו את זמני הריצה של השגרות.

#### שאלה 5

נתון מערך ממורן  $A[1..n]$ ; ידוע לנו שהמפתח  $q$  נמצא במערך  $A$ . נסמן ב- $k$  את מיקומו של המפתח  $q$  במערך  $A$  (כלומר,  $A[k] = q$ ). נדגיש:  $k$  לא נתון.

- א. הראו כיצד ניתן למצוא את  $k$  בזמן  $O(\lg k)$ . כתבו את השגרה המתאימה בפסאודו קוד. (12 נק')

- ב. הראו כיצד ניתן למצוא את  $k$  בזמן  $O(\min(\lg k, \lg(n-k)))$ . (13 נק')

**בהצלחה !**