

מבנה הבחינה :

בבחינה **שש** שאלות.

עליכם לענות על **חמש** מתוך **שש** השאלות.

כל שאלה מזכה ב- 20 נקודות.

הנחיות :

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.

שאלה 1

בהינתן סדרה של n מספרים שונים מאפס

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

יש לסדר את המספרים מחדש, כך שכל המספרים השליליים יבואו לפני כל המספרים החיוביים;
זה חייב להתבצע בעזרת זכרון נוסף בגודל קבוע בלבד.
כתבו אלגוריתם המבצע את הדרוש בזמן $O(n)$.

שאלה 2 (15 נק' לסעיף א', 5 נק' לסעיף ב')

א. בהינתן ערימה A בת n איברים וערך כלשהו z , כתבו שגרה $\text{FIND-IN-HEAP}(A, z)$ המחפשת את z ב- A ; השגרה תחזיר את האינדקס של איבר שערכו z (אם קיים כזה) או NIL במקרה הנגדי. השגרה חייבת לנצל את תכונת הערימה כדי לשפר את זמן החיפוש.
האם אפשר להוריד את שיעור גידול פונקצית החיפוש (מתחת ל- $\Theta(n)$) או רק את מקדם הפונקציה?
ב. הציגו דוגמא של קלט שעבורו זמן הריצה של השגרה הינו $\Theta(\lg n)$.

שאלה 3 (10 נקודות לכל סעיף)

נתונה השגרה הבאה:

```
SORT (A , n)
do
  t ← A[1]
  for j ← 2 to n
    do if A[j-1] > A[j]
      then t ← A[j-1]
      A[j-1] ← A[j]
      A[j] ← t
until t = A[1]
```

א.תארו (במלים) את פעולת האלגוריתם (מה מתבצע בשלב הראשון, השני, האחרון; מהו תנאי העצירה).

ב.מצאו חסם אסימפטוטי הדוק עבור זמן הריצה במקרה הגרוע ביותר.

שאלה 4 (ניקוד: 1 2 ; 2 3 ; 3 3 ; 4 1 ; 5 1 ; 6 10)

מבנה הנתונים "קבוצה" ממומש בצורה של מערך $S[1..N]$, בעל N איברים השונים זה מזה וממויין בסדר עולה; נכתוב ISI כדי לציין את מספר האיברים של S . עליכם להוכיח שאפשר ליישם את כל אחת מן הפעולות הבאות בזמן הנתון:

1. $MEMBER(x, S)$ (האם x שייך ל- S) - בזמן $\Theta(\lg |S|)$;
2. $ADD(x, S)$ (הכנסת x לתוך S) - בזמן $\Theta(|S|)$;
3. $DELETE(x, S)$ (מחיקת x מתוך S) - בזמן $\Theta(|S|)$;
4. $MIN(S)$ (מציאת המינימום של S) - בזמן $\Theta(1)$;
5. $MAX(S)$ (מציאת המקסימום של S) - בזמן $\Theta(1)$;
6. $SUBSET(S_1, S_2)$ (האם S_1 תת-קבוצה של S_2) - בזמן $\Theta(\min(|S_2|, |S_1| \cdot \lg(|S_2|)))$.

שאלה 5 (10 נק' לכל סעיף)

נתונה סדרה של מספרים ממשיים $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$. נסמן:

$$m = \min \{a_i \mid i = 0, \dots, n\}$$

$$M = \max \{a_i \mid i = 0, \dots, n\}$$

א. הוכיחו שקיימים בסדרה שני איברים x ו- y כך ש-

$$|x - y| \leq \frac{M - m}{n}$$

ב. כתבו אלגוריתם המוצא את שני האיברים כמתואר בסעיף הקודם; זמן הריצה חייב להיות $O(n)$.

שאלה 6

נתון מערך A של מספרים שלמים, באורך בלתי-מוגבל. n האיברים הראשונים ממויינים בסדר עולה (לא יורד); כל האיברים האחרים מכילים את הערך ∞ . כתבו אלגוריתם הפותר את בעיית חיפוש ערך סופי כלשהו z ("א z שונה מ- ∞ ") בין n האיברים הראשונים (יוחזר האינדקס של אחד האיברים שערכם z , או הערך 0 אם z לא נמצא במערך); זמן הריצה של האלגוריתם חייב להיות $O(\lg n)$.
הערה: n הוא משתנה שערכו אינו ידוע מראש.

סוף!