

שאלה 1

בהינתן טקסט $T = t_0, t_1, \dots, t_{n-1}$ באורך n , ותבנית $P = p_0, p_1, \dots, p_{m-1}$ באורך m , מא"ב $\{a, b\}$, תארו אלגוריתם יעיל המוצא לכל אינדקס $0 \leq j \leq n - m$ את מספר האי-התאמות בין התבנית P לבין המחרוזת $t_j, t_{j+1}, \dots, t_{m+j-1}$.

למשל, אם התבנית P היא $aabba$ והטקסט T הוא $ababab$, אז האלגוריתם צריך לתת את הפלט הבא:

אינדקס 0: 2

אינדקס 1: 3

אם T הוא $bbbbbb$ ו- P היא $aabba$, האלגוריתם צריך לתת את הפלט הבא:

אינדקס 0: 3

אינדקס 1: 3

אינדקס 2: 3

רמז: התאימו את a ל-1 ואת b ל-1.

הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

בנוסף: בהינתן טקסט T באורך n ותבנית P באורך m , בא"ב בן k אותיות, תארו אלגוריתם יעיל, המוצא את כל האינדקסים $0 \leq j \leq n - m$ כך ש:

$$p_0 \dots p_{m-1} = t_j \dots t_{m+j-1}$$

$$r = r_0 x^0 \dots r_{n+m-2} x^{n+m-1}$$

$m-n \leq j \leq n-1$
האינדקסים נגזרים
ה-fft?

הוקטור שמקבל מ-fft על פולינום
הוא הילצאה של הפעולה של הפולינום על השורשים

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$$

צילמתי:

$$(f(1), f(i), f(-1), f(-i))$$

ה-fft

אם הילצאה ב-fft לא נכונה
אז יש טעות בהיחשוב

המלצה: אולם את הילצאה ואם היחיד
ע"מ לבדוק את הגלגל הסופי

חשב את הביטויים הבאים:

א. $DFT_m(x^n)$ לכל $n \leq m$ כך ש- m מחלק את n . $(\omega_m^k)^n = e^{(\frac{2\pi i}{m})k \cdot n} \xrightarrow{\text{אין נקודה וקטור על יסוד 1}}$

ב. $DFT_{n+1}\left(\sum_{j=0}^n x^j\right)$ (ערכי הפולינום הנתון בשרשי היחידה מסדר $n+1$)

ג. $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_n^k$ (סכום כל שרשי היחידה מסדר n) $= 0$ {שורשי היחידה מתאמים אחד אל השני}

ד. $\prod_{k=0}^{n-1} \omega_n^k$ (מכפלת כל שרשי היחידה מסדר n) $= 1$ או -1

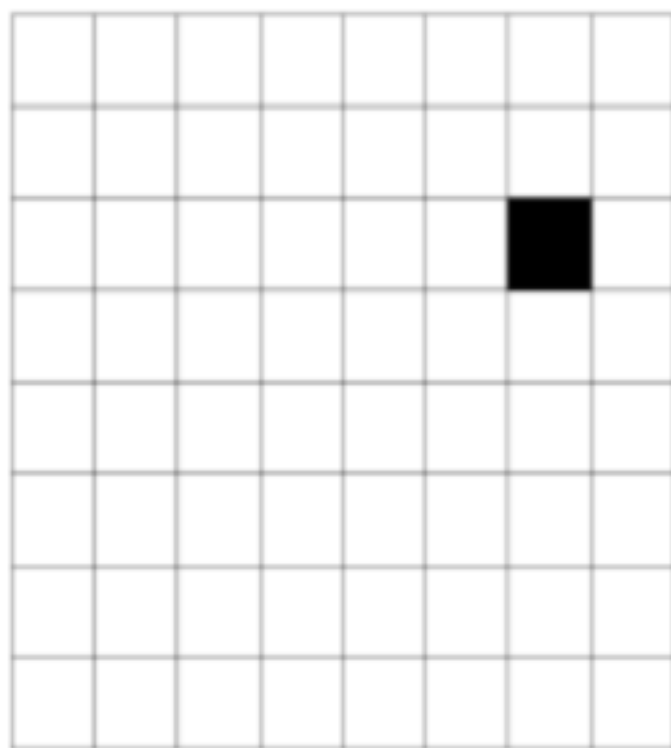
$(n+1, 0, \dots, 0)$

$\sum_{j=0}^n (\omega_{n+1}^0)^j = n+1 \iff$ האזנה:

$\sum_{j=0}^n x^j = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$ $\therefore x=1$
 $\sum_{j=0}^n (\omega_{n+1}^k)^j = \frac{1-(\omega_{n+1}^k)^{n+1}}{1-\omega_{n+1}^k} = 1 - \frac{e^{\frac{2\pi i \cdot k \cdot (n+1)}{n+1}}}{1-\omega_{n+1}^k} = 0$

- נתונים n מספרים מרוכבים z_1, z_2, \dots, z_n שונים זה מזה. מחפשים פולינום $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ המקיים את התנאי: $p(z_i) = 0$ לכל $1 \leq i \leq n$ וכן $a_n = 1$.
- הראו כי הפולינום $\prod_{i=1}^n (x - z_i)$ מקיים את התנאי.
 - הראו שלפולינום זה אין נקודות התאפסות נוספות פרט לנקודות z_1, \dots, z_n .
 - הוכיחו כי פולינום זה הוא היחיד שמקיים את התנאי.
 - תארו אלגוריתם המחשב את $p(x)$ (כלומר, מחזיר את הוקטור (a_0, \dots, a_n)), ופועל בסיבוכיות זמן $O(n \log^2 n)$.

Tromino puzzle A tromino is an L-shaped tile formed by adjacent 1-by-1 squares. The problem is to cover any 2^n -by- 2^n chessboard with one missing square (anywhere on the board) with trominoes. Trominoes should cover all the squares of the board except the missing one with no overlaps.



Design a divide-and-conquer algorithm for this problem.

1. a. For the one-dimensional version of the closest-pair problem, i.e., for the problem of finding two closest numbers among a given set of n real numbers, design an algorithm that is directly based on the divide-and-conquer technique and determine its efficiency class.

b. Is it a good algorithm for this problem?