מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס : 20276 - מתמטיקה דיסקרטית

חומר הלימוד למטלה : תורת הקבוצות פרק 1

משקל המטלה : 3 נקודות מספר השאלות : 4

מועד אחרון להגשה : 4.3.99 סמסטר : ב 1999

(ע)

אנא שים לב :
מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1

נתונות הקבוצות :

$$A_1 = \phi \qquad A_2 = \{\phi\} \qquad A_3 = \{1\} \qquad A_4 = \{\phi, A_3\}$$

בכל אחד מן הסעיפים הבאים, מצא את כל הזוגות A_i , A_j עבורם מתקיים התנאי הנתון באותו סעיף. אין צורך לנמק.

I. $A_i \in A_j$

II. $A_i \subseteq A_j$

III. $A_i \cap A_j = A_2$

IV. $A_i \in P(P(A_j))$

V. $A_i \cup A_j = A_4$

שאלה 2

I. הוכח: $P(A\cap B)=P(A)\cap P(B)$.

II. תהיינה $A=\{1,2,3\},\ B=\{2,3,4\}$.

חשב כמה איברים יש בקבוצה $P(P(A)\cup P(B))-P(P(A)\cap P(B))$.

(אין צורך לרשום את כל איברי הקבוצה).

שאלה 3

הוכח את הטענות הבאות בעזרת "אלגברה של קבוצות": צא מאחד האגפים, פתח אותו בעזרת זהויות ידועות, והגע לאגף השני. אין להשתמש בהוכחה במושג איבר. במקומות בהם מופיע הפרש קבוצות מומלץ להעזר בזהות $A-B=A\cap B'$ (עמ' 23 בספר הלימוד).

I. $(A\cap B)=(A\cup B')\cap B$

II. $A-B=(A\cup B)-B$

III. $(A\oplus B)\cap(A\oplus C)=(A-(B\cup C))\cup((B\cap C)-A)$

IV. $A\cap(A\oplus C)=A-C$

V. $\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)-\left(\bigcap_{j=1}^{m}B_j\right)=\bigcup_{i=1}^{n}\bigcup_{j=1}^{m}(A_i-B_j)$

שאלה 4

$\mathbf{R}$ היא קבוצת המספרים הממשיים, $\mathbf{N}$ קבוצת המספרים הטבעיים, $\mathbf{Z}$ קבוצת המספרים השלמים.

I. מצא קבוצות $A_i\subseteq\mathbf{R}$, שאף אחת מהן אינה שווה ל-$\{1\}$, וכך ש- $\bigcap_{i\in N}A_i=\{1\}$.

II. הצג $\mathbf{R}=\bigcup_{i\in\mathbf{N}}B_i$ כאשר הקבוצות B_i זרות זו לזו ולא ריקות.

III. הצג $\mathbf{N}=\bigcap_{i\in\mathbf{N}}C_i$ כאשר לכל $i\in\mathbf{N}$, $\mathbf{N}\neq C_i\subseteq\mathbf{Z}$.

IV. הצג $\mathbf{Z}=\bigcap_{i\in\mathbf{N}}D_i$ כאשר לכל $i\in\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}\neq D_i\subseteq\mathbf{R}$