

ממ"ן 17 – פתרון שאלה 2

מבנה הנתונים יורכב מכמה מבני נתונים בסיסיים :

עץ אדום-שחור T שיכיל את האיברים בסדרה KP ; המפתח של כל איבר $k = (a, b)$ בעץ יהיה a ובכל צומת בעץ תהיה רשימה מקושרת של כל האיברים בעלי אותו מפתח ; כמו כן יהיו בכל צומת בעץ שני מצביעים – מצביע לערמה $Heap-First$ ומצביע לערמה $Heap-Sum$ (ראו להלן) ;
מצביע P_{min} לאיבר המינימלי בעץ T ;

ערמת מקסימום $Heap-First$ המכילה בכל צומת מספר a ומספר $freq$ המציין את מספר האיברים בעץ T שהמפתח שלהם הוא a ; המספר $freq$ יהיה המפתח של האיברים בערמה ;
עץ אדום-שחור $T-sum$ המכיל את כל המספרים x כך שבעץ T קיים איבר $k = (a, b)$ המקיים $a + b = x$;

ערמת מקסימום $Heap-Sum$ המכילה בכל צומת מספר x ומספר $freq$ המציין את מספר האיברים $k = (a, b)$ בעץ המקיימים $x = a + b$; המספר $freq$ יהיה המפתח של האיברים בערמה .

נסביר איך יתבצעו הפעולות השונות :

$BUILD(KP, S)$: עבור כל איבר בסדרה KP מבצעים את הפעולה $INSERT(k, S)$;
זמן הריצה : $O(\lg n) = O(n \cdot \lg n)$, כנדרש .

$INSERT(k, S)$: מכניסים האיבר $k = (a, b)$ לעץ T ;

אם עדיין לא קיים בעץ T איבר בעל המפתח a – מכניסים לערמה $Heap-First$ את האיבר $(a, 1)$ ויוצרים מצביע מהצומת בעץ T לאיבר החדש בערמה ; במידת הצורך מעדכנים את המצביע P_{min} ;

אחרת – מגדילים ב-1 את השדה $freq$ בצומת המתאים בערמה $Heap-First$;

אם הערך $a + b$ עדיין לא קיים בעץ $T-sum$ – מכניסים אותו לעץ $T-sum$, מכניסים לערמה $Heap-Sum$ את האיבר $(a + b, 1)$ ויוצרים מצביע מהצומת בעץ T לאיבר החדש בערמה ;

אחרת – מגדילים ב-1 את השדה $freq$ בצומת המתאים בערמה $Heap-Sum$;

זמן הריצה הכולל : $O(\lg n)$, כנדרש .

DELETE(p, S) : p מצביע לזוג (a, b) בעץ T . ראשית, מוצאים בעץ T את הצומת שמפתחו a ; מקטינים ב-1 את שדה השכיחות של האיבר המתאים בערמה *Heap-First* ; אם הוא שווה כעת לאפס, אז מוחקים את האיבר מהערמה ; מקטינים ב-1 את שדה השכיחות של האיבר המתאים בערמה *Heap-Sum* ; אם הוא שווה כעת לאפס, אז מוחקים את האיבר מהערמה ומוחקים את הערך $a + b$ מהעץ *T-sum* ; מוחקים את הזוג (a, b) שאליו מצביע p מהעץ T ; אם זהו הזוג היחידי בעל המפתח a אז מוחקים את הצומת שמפתחו a מהעץ T ; במידת הצורך מעדכנים את המצביע P_{min} ; זמן הריצה : $O(\lg n)$, כנדרש.

FIRST-MIN(S) : ניגשים באמצעות המצביע P_{min} לאיבר המינימלי בעץ T ; ניגשים לאיבר המתאים בערמה *Heap-First* ומחזירים את הערך *freq*. זמן הריצה : $O(1)$, כנדרש.

MAJORITY-FIRST(S) : מחזירים את הערך a הרשום בשורש הערמה *Heap-First*. זמן הריצה : $O(1)$.

MAJORITY-SUM(S) : מחזירים את הערך x הרשום בשורש הערמה *Heap-Sum*. זמן הריצה : $O(1)$, כנדרש.