

פתרון שאלה 4 בממ"ן 16

א' ניתן להבחין בין חוטים לבין מצביעים לבנים "אמיתיים" באמצעות המצביעים לאבות

אם מתקיים $p[\text{right}[z]] = z$ אז $\text{right}[z]$ הוא מצביע לבן הימני של z ;

אחרת אין ל- z בן ימני ו- $\text{right}[z]$ הוא מצביע לעוקב בסדר תוכי של z .

בדומה לכך ניתן לבדוק אם $\text{left}[z]$ הוא מצביע לבן השמאלי של z או חוט.

אם בעץ לא קיימים מצביעים לאבות, אז ניתן להבחין בין חוטים לבין מצביעים רגילים

באמצעות הוספת שני שדות לכל צומת – אחד עבור המצביע $\text{right}[z]$ ואחד עבור $\text{left}[z]$.

כל שדה יהיה מורכב מביט אחד, שיאפשר להבחין בין שתי האפשרויות.

ב' שגרת ההכנסה לעץ מחווט דומה לשגרת ההכנסה לעץ בינרי רגיל.

נדרשים שני שינויים בשגרה TREE-INSERT:

(1) צריך לשנות את התנאי בשורה (3) בשגרה, מפני שבעץ מחווט אין מצביעי NIL (פרט למצביע

השמאלי בעלה הכי שמאלי בעץ ולמצביע הימני בעלה הכי ימני). כלומר, הלולאה תימשך כל

עוד x איננו חוט ולא כל עוד x שונה מ-NIL. בדיקת התנאי תתבצע כפי שהוסבר בסעיף א'.

(2) בשדות $\text{left}[z]$ ו- $\text{right}[z]$ של הצומת החדש שהוכנס לעץ צריך להציב חוטים.

נפריד לשני מקרים:

אם הצומת החדש z שהוכנס לעץ הוא בן שמאלי של אביו y , אז y הוא העוקב

בסדר תוכי של z ולכן המצביע $\text{right}[z]$ יהיה חוט שיצביע ל- y .

כמו-כן הקודם של z בסדר תוכי הוא הצומת שהיה הקודם של y בסדר תוכי לפני ש- z הוכנס

לעץ, ולכן המצביע $\text{left}[z]$ יהיה חוט שיצביע לצומת שאליו הצביע $\text{left}[y]$.

באופן סימטרי, אם הצומת החדש z שהוכנס לעץ הוא בן ימני של אביו y , אז y הוא הקודם

בסדר תוכי של z , ולכן המצביע $\text{left}[z]$ יהיה חוט שיצביע ל- y .

כמו-כן העוקב בסדר תוכי של z הוא הצומת שהיה העוקב בסדר תוכי של y לפני ש- z הוכנס

לעץ, ולכן המצביע $\text{right}[z]$ יהיה חוט שיצביע לצומת שאליו הצביע החוט $\text{right}[y]$.

THREADED-TREE-INSERT (T, z)

1-10 same as in TREE-INSERT (T, z) except for the change aforementioned in line 3

11 **else if** $\text{key}[z] < \text{key}[y]$

12 **then** $\text{right}[z] \leftarrow y$

13 $\text{left}[z] \leftarrow \text{left}(y)$

14 $\text{left}[y] \leftarrow z$

15 **else** $\text{left}[z] \leftarrow y$

16 $\text{right}[z] \leftarrow \text{right}(y)$

17 $\text{right}[y] \leftarrow z$

נשים לב, שלהכנסה של z אין השפעה על ערכיהם של איזשהם חוטים בעץ. למשל, אם z הוא בן שמאלי של y , אז הצומת ש- z הוא הקודם בסדר תוכי שלו הוא y עצמו, והצומת ש- z הוא העוקב בסדר תוכי שלו (אם קיים כזה) הוא צומת שיש לו בן ימני. (מדוע?)

שגרת המחיקה של צומת מעץ מחווט דומה לשגרת המחיקה מעץ בינרי רגיל. ההבדל הוא, שבמקרה של עץ מחווט צריך לבדוק אם בעקבות המחיקה של הצומת נדרש עדכון בשדות $left$ -ו- $right$ של הצומת הקודם והצומת העוקב, בהתאמה, לצומת שנמחק מהעץ. נתייחס למקרים האפשריים:

1. הצומת y שנמחק מהעץ הוא עלה. נבחין בין שני תת-מקרים:

- y הוא בן שמאלי: ראשית, נשים לב לכך שאם ל- y יש צומת קודם בסדר תוכי, הרי שלצומת זה יש בן ימני (מדוע?) ולכן אין צורך לעדכן את השדה $right$ בצומת זה. העוקב של y בסדר תוכי הוא במקרה זה אביו של y . לאחר המחיקה של y לא יהיה לאביו של y בן שמאלי, ולכן צריך לעדכן את המצביע $left[p[y]]$. הצומת שיהיה הקודם לאביו של y הוא הצומת שהיה הקודם של y , ולכן העדכון הנדרש הוא: $left[p[y]] \leftarrow left[y]$.
- y הוא בן ימני: הניתוח של מקרה זה סימטרי. אם ל- y יש צומת עוקב בסדר תוכי, הרי שלצומת זה יש בן שמאלי ולכן אין צורך לעדכן את השדה $left$ בצומת זה. הקודם של y בסדר תוכי הוא במקרה זה אביו של y . לאחר המחיקה של y לא יהיה לאביו של y בן ימני, ולכן צריך לעדכן את המצביע $right[p[y]]$. הצומת שיהיה העוקב לאביו של y הוא הצומת שהיה העוקב של y , ולכן העדכון הנדרש הוא: $right[p[y]] \leftarrow right[y]$.

2. לצומת y שנמחק מהעץ יש בן אחד. גם כאן נבחין בין שני תת-מקרים:

- בנו של y הוא בן ימני: אם ל- y יש צומת קודם בסדר תוכי, הרי שלצומת זה יש בן ימני (מדוע?) ולכן אין צורך לעדכן את השדה $right$ בצומת זה. נסמן ב- w את הצומת העוקב ל- y בסדר תוכי. הקודם של w לאחר מחיקת y הוא הצומת שהיה הקודם של y ולכן העדכון הנדרש הוא: $left[SUCCESSOR[y]] \leftarrow left[y]$.
- בנו של y הוא בן שמאלי: הניתוח של מקרה זה סימטרי. אם ל- y יש צומת עוקב בסדר תוכי, הרי שלצומת זה יש בן שמאלי ולכן אין צורך לעדכן את השדה $left$ בצומת זה. נסמן ב- w את הצומת הקודם ל- y בסדר תוכי. העוקב של w לאחר מחיקת y הוא הצומת שהיה העוקב של y ולכן העדכון הנדרש הוא: $right[PREDECESSOR[y]] \leftarrow right[y]$.

ג' היתרון העיקרי של השימוש בחוטים: במקרה שלצומת אין בן ימני/שמאלי ניתן למצוא את העוקב/הקודם של הצומת באופן מיידי. כמו-כן, בעץ מחווט ניתן במקרים מסוימים (בהתאם ליישום) לוותר על המצביעים לאבות ולהשיג בדרך זו חסכון במקום.