מספר התלמיד הנבחן רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה הפתוחה

כ"ח באדר ב' תשע"ט

סמסטר 2019א

20417/4

ש N101376418

מס' שאלון - 468

93 מס' מועד

שאלון בחינת גמר

20417 - אלגוריתמים

באפריל 2019

שעות משך בחינה: 3

> בשאלון זה 7 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

מתוכן יש לענות על ארבע שאלות.

25 נקודות לכל שאלה.

לכל בעיה יש להציג את האלגוריתם היעיל ביותר. עבור כל אלגוריתם, יש להציג הוכחת נכונות וניתוח של זמן הריצה. אם ניתן לפתור בעיה ביעילות באמצעות הפעלה/תיקון של אלגוריתם מוכר, יש להציג פתרון שכזה (במקום להציג אלגוריתם חדש לחלוטין).

על שאלות שמסומנות בכוכב - יש לענות בטופס השאלון במקום המוקצה (ולא במחברת הבחינה) ולקצר בהוכחת הנכונות והיעילות.

לשאלון זה מצורפים דפי עזר.

חומר עזר:

כל חומר עזר אסור בשימוש.

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות

בהצלחה !!!

93.66.4 M1

אלגוריתמים 2019א – מועד 93

הנחיות: ענו על 4 מתוך 5 שאלות. לכל שאלה 25 נקודות. לכל בעיה יש להציג את האלגוריתם היעיל ביותר. עבור כל אלגוריתם, יש להציג הוכחת נכונות וניתוח של זמן הריצה. על שאלות שמסומנות בכוכב - יש לענות בטופס השאלון במקום המוקצה (ולא במחברת הבחינה), ולקצר בהוכחת הנכונות והיעילות. אם ניתן לפתור בעיה ביעילות באמצעות הפעלה/תיקון של אלגוריתם מוכר, יש להציג פתרון שכזה (במקום להציג אלגוריתם חדש לחלוטין). חומר עזר: אסור. דף נוסחאות מצייב. בהצלחה!

שאלה 1 – בעיית הספיקות 2-SAT (25 נקי).

ואם אין מספקת, השמה השמה 2-CNF בצורת נוסחה ϕ בבהינתן עיל, שבהינתן השמה מספקת, ואם אין .arphi השמה כזו - מדווח שהנוסחה איננה ספיקה. הדרכה: העזרו בגרף מכוון

תזכורת: נוסחת היא נוסחה מהצורה מהצורה הערכל פסוקית הצורה בחרכו נוסחת ב-ערכל פסוקית הצורה תזכורת: נוסחת ב-ערכל פסוקית הצורה הצורה $x_1,...,x_n,-x_1,...,-x_n$ וכל $z_{i,j}$ הינו אחד מהליטרלים , $\varphi_i=(z_{i,1}\vee z_{i,2})$ n=3 עם 2-CNF הינה נוסחת $\varphi=(x_1\vee -x_2)\wedge (x_1\vee -x_3)\wedge (-x_1\vee x_3)\wedge (-x_2\vee -x_3)$ משתנים, ו-m=4 פסוקיות. $\frac{T}{n}$ הינה פונקציה שמתאימה לכל משתנה x_i ערך "אמתי" או $x_i \leftarrow T$ בהינתן השמה מסוימת, אזי הליטרל x_i מסופק אם ההשמה מקיימת $x_i \leftarrow T$ אחד אחד לפחות אם $\varphi_i = (z_{i,1} \vee z_{i,2})$ הפסוקית המופק אם הסופקת, אם לפחות הליטרל הליטרל המופק אם המופק אם המופק אם המופקת. $arphi_1,..,arphi_m$ מסופקת, אם כל חניסחא כולה arphi מסופקת, אם כל חניסחא מחליטרלים שבה $z_{i,1},z_{i,2}$ מסופקת מסופקות. הנוסחא נקראת $\frac{1}{2}$ אם לפחות אחת מבין מבין האפשריות מספקת אותה.

<u>*שאלה 2* – ספירת מסלולים מזעריים</u> (25 נקי).

את שמחשב אלגוריתם, הציגו אלגוריתם ושני קדקודים G = (V,E)שמחשב את בהנתן גרף לא מכוון קשיר המG = (V,E)ושני קשיר המספרם של המסלולים המזעריים בין uל-ים בין על המסלולים המזעריים בין או

9-28/4173
הגדרת האלגוריתם נכיל בדב אקוזקוז עו במכלך הרי?ה נוזים נבים הדרת האלגוריתם
Possi de les la
(1) \$65.8 1/3/1/ 8010 1/2/12 h 1/2/18/10 1/2/28 1/2/2
ACIC OF 1/2/1/2 & 2/1/2/2 & 2/2/2/2 1/2/2/2/2 1/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2
9=2 1+1 19 15 05.08 m/c 728 m/c 728 m/c 728 m/c 728 m/c
אל נסכום את המרכים של הקודים בן הללטות שומהיאת
9:2 9[v] 70% 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/28 1/28 1/28 1/28
ניסוח הטענה העיקרית בהוכחת הנכונות הפרך לעל יה'ה שפר אין ח'ן היה און היה און היה אין היה אין היה אין היה אין היים איים אין היים איים איים איים איים איים אים איים אין היים אין היים אין היים איים איים איים איים איים איים
1 0 / 1/2 / 2/07 z/on
הוכחת הטענה העיקרית בהוכחת הנכונות <u>BFS אולא של ה אסלוא</u>
הכי קצרים בול , לכן של נאקוב אחריו אל הסלול הערכונים
words on a sile of the sile of sette
of 1/24/2 Chops Mes 124/2 Autoble 1/2/12 Autoble 1/2/12
MEC CLOSS) = SINE SIN KOSIS (NIO) BOCIA CHIT (IN)
יעילות האלגוריתם אור ס(ל) ק אור פאל שרכים שליי ס(עיד פאל ארכים שליי אור פאל
8.1
BES
2 - 5 - 18 - 18 W A A A A A A A A A A A A A A A A A A
4 20 217 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12
468 = 32 7/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1
468 Just 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
93.6 93.6 Use a second
93.6
93.66.4 M1
→

- $A[v] = \begin{cases} 0, & v = r \\ \infty, & v \neq r \end{cases}$: מאתחלים מערך חד-ממדי A באמצעות הכלל:
 - (ii) לולאה חיצונית: חוזרים שוב ושוב על הפעולה הבאה.
- : מבצעים $e=(u,v)\in E$ לכל לכל בסדר לקסיקוגרפי. את הצלעות סורקים את פנימית: סורקים לולאה פנימית:

 $A[v] \leftarrow A[u] + c(e)$ אז מעדכנים A[v] > A[u] + c(e) אם

(2ii) אם בהרצה הנוכחית של כל הלולאה הפנימית לא בוצע אף עדכון, אז האלגוריתם מסיים.

(א) רישמו מה מחשב האלגוריתם (אין צורך להוכיח נכונות).

אושב אורישמו פאר אוריתם (אין צורך להוכיח נכונות).

אושב אוריתם (אין צורך להוכיח נכונות).

(ג) הציגו סדרת גרפים אחרת G_n , עבורם נכנסים ללולאה החיצונית פעמיים בלבד, וזאת למרות הציגו סדרת גרפים אחרת לגרפים מהסעיף הקודם, כלומר $|E(G_n')| \models E(G_n)|$ לכל ממספר הצלעות שלהם זהה לגרפים מהסעיף הקודם, כלומר

5.75 V(6.0, 5 N° 15N) 3/16(3) 4,0 C/3

3.35 V(6.0, 5 (6) 1/158 46 1350 450 (8)

 $(27')^{1/2} \times (27')^{1/2} \times$

נתונה רשת זרימה, כלומר גרף מכוון G=(V,E) עם מקור ויעד $s\neq t\in V$, וקיבולות מוגבלות מהצורה $c_e\in E$ לכל $c_e\in \{0,1\}$. הציגו אלגוריתם, שמוצא $c_e\in E$ לכל בישר, שהסרתן מקטינה ככל הניתן את הזרימה המרבית. (לא יינתן ניקוד על אלגוריתם טריוויאלי, שבודק את כל האפשרויות להסיר $c_e\in E$ צלעות מהרשת).

שאלה 5 – חציון של צמד רשימות ממוינות (25 נקי).

תזכורת: החציון של רשימת מספרים, הינו המספר המתקבל בדיוק באמצע הרשימה לאחר פעולת מיון. למשל, לאחר מיון הרשימה (2,2,3,7,9) מתקבלת הרשימה (2,2,3,7,9), שבאמצעה ממוקם החציון Median(2,9,7,2,3). כאשר אורך הרשימה זוגי, אזי ישנם שני איברים אמצעיים ברשימה הממוינת. במקרה שכזה, החציון מוגדר כמספר הקטן מבין השניים, למשל Median(1,2,4,9) Median(1,2,4,9)

הבעיה: ברשותנו גישה לשני בסיסי נתונים נפרדים, שבכל אחד מהם מאוחסנת רשימה ממוינת של n מספרים. עלינו לחשב את החציון של כלל 2n המספרים, וברצוננו למזער את מספר הגישות לבסיסי הנתונים, משום שכל גישה אליהם יקרה ואיטית. בפרט, איננו קוראים מתוכם את כל 2n המספרים. במקום זאת, ביכולתנו לקבל מכל בסיס נתונים מענה מידי לשאילתות מחצורה: "מהו המספר במיקום m ברשימה הממוינת". הציגו אלגוריתם הפרד ומשול, שמחשב את החציון של כלל 2n המספרים, תוך ביצוע מספר לוגריתמי של $O(\log n)$ שאילתות בלבד. (הניחו לשם פשטות, כי בכל הקריאות הרקורסיביות מטפלים ברשימות שאורכן אי-זוגי).

הגדרת האלגוריתם שלה את ה- מפלום של אל היא של היא של היא של אל היא של אל היא של היא של

PUBLE

מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

-הדבק כאן את מדבקת הנבחן

ת.ז:

:סידורי

מועד

מספר הקורס

לשימוש הבודק קה 1110 (P//2 101/1 10 75/16 75/1/0 הלרי אק (1117 תה'ה התחה *185 N-MISSI 37.12 030598 .oold 3116 Plu. 310 ni

