

## ממ"ן 15 - פתרון שאלה 2

א. כדי שניתן יהיה לייצר תמורה מסוימת בעזרת מחסנית, צריך להתקיים התנאי הבא:  
עבור כל מספר בתמורה – כל המספרים שנמצאים אחריו והם קטנים ממנו צריכים להיות  
סדרה יורדת.

באופן פורמלי: ניתן לייצר את התמורה  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$  מהמחרוזת  $\langle 1, 2, \dots, n \rangle$   
אם ורק אם לא קיימים אינדקסים  $i, j, k$  כך ש-  $i < j < k$  ו-  $p_i > p_k > p_j$ .

הערה: מספר התמורות שניתן לייצר בעזרת מחסנית מהמחרוזת  $\langle 1, 2, \dots, n \rangle$

$$\text{הוא מספר קאטאלן ה-} n, \text{ השווה ל- } \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$$

ב. נבדוק אם ניתן ליצור את התמורה  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$  באופן "קונסטרוקטיבי" (כלומר, ע"י כך  
שננסה ליצור אותה). לצורך הדפסת סדרת הפקודות המתאימה נשתמש בתור. כל אחת  
מהפקודות תוכנס לתור, ותוכן התור יודפס רק לאחר שיתברר שאכן ניתן ליצור את התמורה.

CHECK-PERMUTATION ( $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ )

$i \leftarrow 1$

$S \leftarrow \text{CREATE-STACK}()$

$Q \leftarrow \text{CREATE-QUEUE}()$

**while**  $i \leq n$

**do if** STACK-EMPTY ( $S$ ) or  $\text{top}[S] < p_i$

**then repeat** READ ( $x$ )

PUSH ( $S, x$ )

ENQUEUE ("READ")

ENQUEUE ("PUSH")

**until**  $\text{top}[S] = p_i$  or end of input

**else if**  $\text{top}[S] = p_i$

**then**  $x \leftarrow \text{POP}(S)$

WRITE ( $x$ )

ENQUEUE ("POP")

ENQUEUE ("WRITE")

$i \leftarrow i + 1$

**else return** "permutation is not admissible"

$\triangleright \text{top}[S] > p_i$

**while** not QUEUE-EMPTY ( $Q$ )

**do** print DEQUEUE ( $Q$ )

הערה: זמן הריצה של האלגוריתם הוא  $O(n)$ , בעוד שבדיקת התנאי של סעיף א' הייתה דורשת  
זמן של  $O(n^3)$ .