

אלגוריתמיקה - סמסטר 2006 ב - פתרון שאלות נבחרות מתוך ממ"ן 14

פתרון שאלה 1

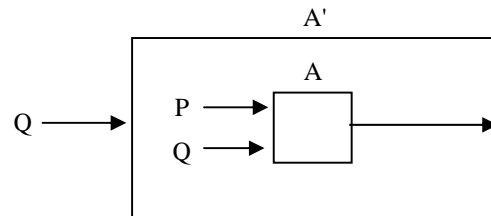
נניח בשלילה שקיים אורקל A הפותר את הגרסה של בעיית התאמת המילים המוגדרת בשאלה. נבנה בעזרתו אלגוריתם A' שיפתור את בעיית התאמת המילים המקורית: האלגוריתם A' מקבל 2 סדרות מילים X ו- Y . הוא ייתן לאורקל את אותן שתי סדרות מילים X ו- Y והמספר 1, ויחזיר את תשובת האורקל. ברור שקיימת התאמה כנדרש בבעיית התאמת המילים אם ורק אם קיימת סדרת אינדקסים שאורכה לפחות 1, כך שאם נשרשר את המילים המתאימות מ- X ומ- Y תתקבל אותה מילה. לכן התשובה שמחזיר A' היא התשובה הנכונה לבעיית התאמת המילים. לפיכך, האלגוריתם A' פותר את בעיית התאמת המילים, וזו סתירה כי בעיית התאמת המילים אינה כריעה. לכן לא קיים אורקל A הפותר את הגרסה של בעיית התאמת המילים המוגדרת בשאלה. מ.ש.ל.

פתרון שאלה 2

א. אלגוריתם לפתרון בעיית אבני הדומינו הרגילה יקרא לאורקל $|T|$ פעמים לכל היותר. הפרמטרים בקריאה ה- i יהיו הקבוצה T והמרצפת הספציפית t_i . אם באחת הפעמים האורקל יחזיר "כן", האלגוריתם יחזיר "כן". אם האורקל יחזיר "לא" בכל הפעמים, אז האלגוריתם יחזיר "לא". הסיבה לכך היא, שאם לא קיים ריצוף של המישור האינסופי באמצעות המרצפות של T המכיל איזושהי מרצפת מ- T אינסוף פעמים, ברור שלא קיים ריצוף של המישור האינסופי באמצעות המרצפות של T , כי בריצוף של שטח אינסופי לפחות מרצפת אחת חייבת להופיע אינסוף פעמים. ב. לא ניתן להשתמש באורקל לבעיית אבני הדומינו הרגילה כדי לפתור את בעיית המופעים החוזרים של אבני הדומינו, כי בעיית המופעים החוזרים של אבני הדומינו היא בעיה **קשה יותר** מבעיית אבני הדומינו הרגילה (עמוד 213 בספר הלימוד). באופן אינטואיטיבי, תשובה של אורקל לבעיית אבני הדומינו הרגילה לא תעזור לנו לפתור את בעיית המופעים החוזרים של אבני הדומינו, כי אם עבור איזושהי קבוצה של מרצפות האורקל יענה "כן", לא נוכל לדעת עפ"י התשובה איזו מהמרצפות מופיעה בריצוף של המישור אינסוף פעמים.

פתרון שאלה 3

- א. הקלט לבעיית הטוטליות : תכנית Q ואוסף הקלטים החוקיים עבורה השאלה : האם Q עוצרת על כל קלטיה החוקיים ?
- ב. נניח בשלילה שקיים אורקל A הפותר את הגרסה של בעיית העצירה המוגדרת בשאלה. נבנה בעזרתו אלגוריתם A' שיפתור את בעיית הטוטליות :
- האלגוריתם A' מקבל תכנית Q. הוא יבנה תכנית P בעלת שני מאפיינים :
- הקלטים החוקיים שלה זהים לאלו של Q. 2. היא עוצרת על כולם.
- כעת A' יפעיל את האורקל A על P ו-Q.
- אם A יחזיר "כן" (כלומר, P ו-Q עוצרות בדיוק על אותם קלטים), זאת אומרת שגם Q עוצרת על כל הקלטים שלה ולכן A' יחזיר "כן".
- אם A יחזיר "לא", זאת אומרת שקלט שעבורו Q אינה עוצרת על x, ולכן A' יחזיר "לא".



לפיכך, האלגוריתם A' פותר את בעיית הטוטליות, וזו סתירה כי בעיית הטוטליות אינה כריעה. לכן לא קיים אורקל A הפותר את הגרסה של בעיית העצירה המוגדרת בשאלה. **מ.ש.ל.**

פתרון שאלה 5

- נוכיח שקילות בין הגרסה של המכונה המוגדרת בשאלה למכונת טיורינג רגילה.
- כיוון אחד :** ברור שכל מה שיכולה לעשות מכונת טיורינג רגילה יכולה לעשות גם המכונה המשופרת – כל מעבר $(q, \sigma) \rightarrow (q', \sigma', L/R, 1)$ במכונה הרגילה יוחלף ע"י המעבר $(q, \sigma) \rightarrow (q', \sigma', L/R, 1)$ במכונה המשופרת.
- כיוון שני :** נראה שכל מה שיכולה לעשות המכונה המשופרת יכולה לעשות גם מכונת טיורינג רגילה.
- כל מעבר $(q, \sigma) \rightarrow (q', \sigma', L)$ במכונה המשופרת יוחלף ע"י סדרת המעברים הבאה במכונה הרגילה :

$$\begin{aligned} (q, \sigma) &\rightarrow (q'_1, \sigma', L) \\ (q'_1, \sigma^*) &\rightarrow (q'_2, \sigma^*, L) \\ (q'_2, \sigma^*) &\rightarrow (q'_3, \sigma^*, L) \end{aligned}$$

⋮

$$(q'_{k-1}, \sigma^*) \rightarrow (q', \sigma^*, L)$$

המצבים q'_i ($1 \leq i \leq k-1$) הם מצבים חדשים – יש להוסיף אותם לקבוצת המצבים במכונה הרגילה.

σ^* הוא הסימון המקובל לתו כלשהו בא"ב.

כל מעבר $(q, \sigma) \rightarrow (q', \sigma', R)$ במכונה המשופרת יוחלף באופן סימטרי.