

תשובה 1

- א. $\frac{10!}{4!3!2!} = 12,600$: ר' שאלה 2.41 בעמ' 43 בספר, והדיון הכללי שבעקבותיה.
- ב. אם שתי הספרות הללו חייבות להופיע צמודות, נתייחס אליהן כאל תו בודד.
 בנוסף, מכיון שהן זהות, אין משמעות להחלפת הסדר בין שתי ההופעות של 2.
 יש לנו אפוא 9 תוים, מ-4 סוגים שונים, כשהכמויות מהסוגים השונים הן: $4+3+1+1$.
 מכאן, בדומה לגמרי לסעיף הקודם, מספר הסידורים הוא $\frac{9!}{4!3!} = 2,520$.
 ג. נוריד מתוצאת הסעיף הקודם את הסידורים בהם מופיע הרצף 333.
 אם מופיע הרצף 333, נראה אותו כתו בודד. בהנחה שגם 22 מופיע, יש לנו 7 תוים שונים, מהם 4 זהים ועוד 3 שונים.
 לכן מספר הסידורים בהם מופיע הרצף 22 ומופיע גם 333 הוא: $\frac{7!}{4!} = 210$.
 מספר הסידורים בהם מופיע הרצף 22 ולא מופיע 333 הוא אפוא:
 $2,520 - 210 = 2,310$.

תשובה 2

- א. $5^5 = 3,125$
- ב. כמספר הקבוצות השונות של אותיות שניתן לבחור מתוך 5 אותיות, אך ללא הקבוצה הריקה: $2^5 - 1 = 31$.
- ג. $5! = 120$
- ד. כמספר המחרוזות באורך 5 שניתן לבנות בעזרת a, b , פרט למחרוזת הבנויה רק מ- a ופרט למחרוזת הבנויה רק מ- b : $2^5 - 2 = 30$.
- ה. נבחר איזו אות תופיע פעמיים, לכך יש 4 אפשרויות. אפשרויות אלו זרות זו לזו. אחרי שבחרנו את האות הכפולה (למשל a), המצב דומה לגמרי לסעיף א של שאלה 1, ונקבל בצורה דומה $\frac{5!}{2!1!1!1!} = 60$. עלינו לכפול זאת במספר האפשרויות לבחירת האות הכפולה. התשובה היא אפוא $4 \cdot 60 = 240$.

תשובה 3

א. $D(4,12) = \binom{15}{3} = 455$

ב. $D(4,12) \cdot D(4,9) = \binom{15}{3} \binom{12}{3} = 455 \cdot 220 = 100,100$

ג. ניתן לכל משפחה את מה שהיא חייבת לקבל.

ד. נותרו 6 שיפודים לחלק בין 4 המשפחות, ללא מגבלות: $D(4,6) = \binom{9}{3} = 84$

ה. ניתן לכל משפחה שיפוד וסטייק. נותר לחלק 5 סטייקים ו-8 שיפודים, ללא מגבלות.

ו. לפי עקרון הכפל, מספר החלוקות הוא: $D(4,5) \cdot D(4,8) = \binom{8}{3} \binom{11}{3} = 56 \cdot 165 = 9,240$

תשובה 4

א. לפי הדיון בסעיף 2.4 בספר (ר' בפרט תחתית עמוד 49 מקרה מספר 2),

מספר הפתרונות למשוואה זו הוא $D(5,24) = \binom{5+24-1}{4} = 20,475$

ב. לכל $1 \leq i \leq 5$, נסמן $x_i = 2y_i$. נציב זאת במשוואה הנתונה בשאלה ונחלק אותה ב-2.

נקבל כי מספר פתרונות המשוואה הנתונה בטבעיים זוגיים הוא כמספר פתרונות המשוואה

$y_1 + y_2 + \dots + y_5 = 12$ כאשר y_i טבעיים כלשהם!

בדומה לסעיף הקודם, מספר הפתרונות הוא $D(5,12) = \binom{5+12-1}{4} = 1,820$

ג. ראשית עלינו לבחור מיהו המשתנה שיקבל ערך זוגי, מבין המשתנים x_1, \dots, x_5 .

יש 5 אפשרויות, ומובן שבכל אחת מהן נקבל אותו מספר פתרונות למשוואה.

נניח אפוא ש- x_1 הוא הזוגי, ונכפול את התוצאה שנקבל ב-5.

נסמן $x_1 = 2y_1$, ועבור $2 \leq i \leq 5$ נסמן $x_i = 2y_i + 1$.

נקבל כי מספר פתרונות המשוואה הנתונה באילוצים הנתונים בשאלה הוא כמספר פתרונות

המשוואה $2y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_5 + 4 = 24$ כאשר y_i טבעיים כלשהם.

לאחר סידור נקבל $y_1 + y_2 + \dots + y_5 = 10$.

מספר פתרונות משוואה זו בטבעיים הוא, בדומה לסעיף הקודם,

$$D(5,10) = \binom{5+10-1}{4} = 1,001$$

כאמור בתחילת הפתרון, עלינו לכפול זאת ב-5. התשובה הסופית היא 5,005 .

איתי הראבן