

ממ"ן 15 - פתרון שאלה 1

(א) סורקים באמצעות שני מצביעים את שני הפולינומים. אם שני המצביעים מצביעים על איברים בעלי מעריכים שונים - מכניסים לרשימה של הפולינום החדש את האיבר בעל המעריך הגבוה יותר ומקדמים את המצביע שלו. כאשר שני המצביעים מצביעים על איברים בעלי אותו מעריך, מחברים את המקדמים של שני האיברים ומכניסים את האיבר המתקבל לפולינום החדש (בתנאי שהמקדם המתקבל שונה מאפס). ממשיכים באותו אופן עד שאחת הרשימות מסתיימת ומשרשרים את האיברים שנותרו ברשימה השנייה לפולינום החדש. זמן הריצה: $O(m + n)$.

(ב) שגרה שרצה בזמן $O(m^2 \cdot n^2)$:

מכפילים כל איבר מ- P בכל איבר מ- Q (המקדם של האיבר החדש הוא מכפלת ערכי המקדמים של שני האיברים והמעריך שלו הוא סכום ערכי המעריכים). מתקבלת רשימה בת $m \cdot n$ איברים. ממיינים את הרשימה במיון "גרוע" (למשל, מיון-בועות), ומצרפים איברים בעלי אותו מעריך. הזמן הנדרש: $O(m \cdot n) + O(m^2 \cdot n^2) + O(m \cdot n) = O(m^2 \cdot n^2)$.

(ג) שגרה שרצה בזמן $O(m^2 \cdot n)$:

מכפילים כל איבר מ- P בכל איברי Q . מקבלים m רשימות, כל אחת בת n איברים. כעת מבצעים חיבור של הרשימות באופן הבא: מחברים את הרשימה הראשונה עם הרשימה השנייה, מחברים את הרשימה המתקבלת עם הרשימה השלישית, מחברים את הרשימה המתקבלת עם הרשימה הרביעית, וכך הלאה. הזמן הנדרש לביצוע החיבור הוא: $2n + 3n + 4n + \dots + mn = O(m^2 n)$. הזמן הנדרש בסך הכל: $O(m \cdot n) + O(m^2 n) = O(m^2 n)$.

(ד) שגרה שרצה בזמן $O(m \cdot n \lg(m \cdot n))$:

כמו סעיף (ב), אבל הפעם משתמשים במיון שרץ בזמן $O(n \lg n)$ (למשל, מיון-ערימה). הזמן הנדרש: $O(m \cdot n) + O(m \cdot n \lg(m \cdot n)) + O(m \cdot n) = O(m \cdot n \lg(m \cdot n))$.

(ה) אם $m < \lg(m \cdot n)$ (או $\frac{2^m}{m} < n$), אז זמן הריצה של סעיף ג' הוא הטוב ביותר.

אחרת – זמן הריצה של סעיף ד' הוא הטוב ביותר.