

תקציר פתרון בחינה 8

שאלה 1

- א. [5] . מי שענה [4] יקבל קצת נקודות...
 ב. [3].
 ג. [2] . דרגת כל צומת היא 5, לכן מספר הקשתות $32 \cdot 5 / 2 = 80$.

שאלה 2

- א. כן : $\{(1,1)\}$
 ב. כן : $\{(1,1), (2,2), (1,2), (2,1), (3,4)\}$
 ג. לא : לפי טענה המופיעה יחד עם הגדרת רפלקסיביות, יחס רפלקסיבי מקיים $R \subseteq R^2$.
 ד. כן : V עם נקודה באמצע אחת הצלעות.

שאלה 3

- פתרונות ללא הגבלה : $D(4,9) = \binom{12}{3} = 220$.
 A_i : קבוצת הפתרונות בהם $x_i = 5$. B_i : קבוצת הפתרונות בהם $x_i = 4$.
 * $|A_i| = D(3,4) = \binom{6}{2} = 15$, יש 4 כאלה.
 * $i \neq j \quad |A_i \cap A_j| = \emptyset$.
 * $|B_i| = D(3,5) = \binom{7}{2} = 21$, יש 4 כאלה.
 * $i \neq j \quad |B_i \cap B_j| = D(2,1) = \binom{2}{1} = 2$ (ברור גם ללא הנוסחה) . יש 6 כאלה.
 * חיתוך 3 B -ים שונים הוא ריק.
 * $i \neq j \quad |A_i \cap B_j| = 1$, יש 12 כאלה.
 טעות מקובלת – לומר שאין צורך כי הם נכללים בקבוצות הקודמות...
 פרט לאלה אין עוד חיתוכים.

תשובה : $220 - 4 \cdot (15 + 21) + 6 \cdot 2 + 12 \cdot 1 = 100$

שאלה 4

א. $\binom{11}{4}$

ב. 7 המחיצות מגדירות 8 תאים,

עלינו לבחור 4 מתוכם בלי חזרות ובלי חשיבות לסדר: $\binom{8}{4}$

ג. הפונקציה האפיינית של קבוצה חוקית X בתוך $\{1, 2, 3, \dots, 11\}$ היא בדיוק מחרוזת חוקית מסעיף ב, ולהיפך. לכן זו אותה תשובה.

שאלה 5

דוגמא נגדית: בגרף המלא K_5 כל הדרגות זוגיות, לכן יש מעגל אוילר.

ברור שיש מעגל המילטון.

אבל מעגל אוילר לא יכול להיות מעגל המילטון, כי מסלול באורך 10 לא יכול לעבור דרך כל צומת פעם אחת בלבד (או כי האורך של מעגל המילטון הוא 5).