מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

מס' שאלון - 451

17

ביולי 2017

סמסטר 2017ב

כ"ג בתמוז תשע"ז

20407 / 4

מס' מועד

# שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 3 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות. כל שאלה מזכה ב - 25 נקודות.

הנחיות:

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש. אין לכתוב בצבע אדום. אין לכתוב בעיפרון.

## חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . אסור מחשבון אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



- אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא
  הוכחה או הסבר. יש לכתוב באופן מדויק מה הטענה בה אתם משתמשים.
  - חובה להוכיח כל טענה אחרת.
- <u>בפרט</u> יש להוכיח את החסמים הנדרשים על זמני הריצה ואת נכונות הטענות שלכם לגבי אלגוריתמים\מבני נתונים שאתם מציגים.
  - יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש**.
- בכל מקום בו אתם מתבקשים לכתוב אלגוריתם, יש לכתוב תיאור מילולי של האלגוריתם בנוסף לפסאודוקוד.
  - אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

## שאלה 1

תהאנה  $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$  פונקציות עולות. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות (קי) א. תהאנה  $f,g,h:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$  הבאות.

$$.h(f(n)) = O(h(g(n)))$$
 אז  $f(n) = O(g(n))$  .1

$$f(h(n)) = O(g(h(n)))$$
 אז  $f(n) = O(g(n))$  .2

(9 נקי) ב. פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה. הוכיחו במדויק את טענותיכם.

$$T(n) = T(n-1) + \frac{n}{n-1}$$

## שאלה 2

תהא  $f:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$  פונקציה עולה ממש (כלומר לכל f(n+1)>f(n) מתקיים  $f:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ). נניח כי נתונה לכם גישה לאלגוריתם f(n) המקבל מספר טבעי f(n) ומחזיר את f(n) בסיבוכיות זמן קבועה.

האם קיים מספר פרים פוע פֿתְבּוּ ( $\log n$ ) אז. פּֿתְבּוּ אלגוריתם המקבל מספר טבעי המקבל מספר פרים פרים פרים פרים פרים פרע פרים פרים פרים כזה, האלגוריתם מחזיר אותו. k

? האם מספיק לדרוש כי f פונקציה עולה (7 נקי) ב. (כלומר לכל  $n\in\mathbb{N}$  מתקיים ( $f(n+1)\geq f(n)$  מרקיים

## המשך הבחינה בעמוד הבא

## שאלה 3

תַּכְנְנוּ מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות זמן היצה של  $\Theta(\log n)$ , כאשר n מציין את מספר האיברים במבנה.

הניחו כי כל האיברים במבנה שונים האחד מהאחר.

אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

S ל- X השגרה מכניסה איבר בעל המפתח – insert(S,x)

; NIL השגרה מוצאת איבר בעל המפתח x ב- x, אם קיים כזה. אחרת, מחזירה - find(x) k השגרה מחזירה את האיבר ה-m קטן ביותר בתת-קבוצה של מפתחות - OSRange(x,y,m) במבנה המקיימים  $x \le k \le y$ 

## שאלה 4

- ומספר את ומחזיר את סכום T ומספר שלם המקבל מצביע לעץ בינארי קבּוּ אלגוריתם המקבל מצביע לעץ בינארי ומספר שלם לd האיברים בעומק dבעץ.
- בינארי T ומספר שלם d ומחזיר את סכום  $\pi$  נקי) בינארי  $\pi$  ומספר שלם  $\pi$  ומחזיר את סכום האיברים ב**גובה**  $\pi$  בעץ. על שני האלגוריתמים לרוץ בסיבוכיות זמן  $\pi$ 0, כאשר  $\pi$ 1 הוא מספר האיברים בעץ, ובסיבוכיות מקום  $\pi$ 1. הערה: המושגים עומק וגובה של איברים בעץ מוגדרים בנספח ב.5.

## שאלה 5

תקנוּ מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות זמן תּכְנְנּוּ מבנה נתונים n כאשר  $O(\log n)$ , כאשר של ריצה של פר האיברים השונים במבנה.

אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

- מכניס את המפתח x למבנה. insert(S,x)
- . (מ אם x אינו מופיע במבנה) מופיע במבנה x מופיע במבנה freq(S,x)
  - x מחזיר את מספר המפתחות במבנה (כולל כפילויות) smaller(S,x)

## בהצלחה!