

פתרון שאלות בממ"ן 11 סמסטר 2014ב

שאלה 3

למכונה מן הסוג החדש יש אותו הכוח כמו למכונה רגילה.
כל מכונה רגילה היא גם מכונה מן הסוג החדש. לכן למכונה מן הסוג החדש יש כוח לפחות כמו למכונה רגילה.

לכל מכונה מן הסוג החדש אפשר לבנות מכונה רגילה שמקבלת בדיוק אותן המילים:

מוסיפים שני מצבים q_a ו- q_r .

מחליפים כל כניסה ל- q_{accept} בכניסה ל- q_a , וכל כניסה ל- q_{reject} בכניסה ל- q_r .

פונקציות המעברים של q_a : על כל סמל a כך ש- $\delta(q_{\text{accept}}, a)$ מוגדר, $\delta(q_a, a) = \delta(q_{\text{accept}}, a)$.

על כל סמל b כך ש- $\delta(q_{\text{accept}}, b)$ לא מוגדר, $\delta(q_a, b) = (q_{\text{accept}}, b, R)$.

פונקציות המעברים של q_{accept} : כמו במכונה רגילה (לכל סמל c , $\delta(q_{\text{accept}}, c)$ לא מוגדר).

פונקציות המעברים של q_r : על כל סמל a כך ש- $\delta(q_{\text{reject}}, a)$ מוגדר, $\delta(q_r, a) = \delta(q_{\text{reject}}, a)$.

על כל סמל b כך ש- $\delta(q_{\text{reject}}, b)$ לא מוגדר, $\delta(q_r, b) = (q_{\text{reject}}, b, R)$.

פונקציות המעברים של q_{reject} : כמו במכונה רגילה (לכל סמל c , $\delta(q_{\text{reject}}, c)$ לא מוגדר).

שאלה 4

א. "על מילת קלט w כאשר $w = a^k$:"

1. כתוב מימין ל- w , באופן לא דטרמיניסטי, מילה v שבנויה מ- a ים בלבד, $v = a^m$, $m > 1$.

2. כתוב מימין ל- v , באופן לא דטרמיניסטי, מילה u שבנויה מ- a ים בלבד, $u = a^t$, $t > 1$.

3. כתוב מימין ל- u את המילה a^{mt} : בכל שלב סמן a אחד של v , והעתק את u כולה על כל

a של v .

4. בדוק האם w שווה למילה a^{mt} . אם כן, קבל; אם לא, דחה.

ב. השפה שמכריעה המכונה שתתקבל היא a^* - שפת כל המילים מעל האלפבית $\{a\}$.

במכונה המקורית יש לכל מילה מעל $\{a\}$ מסלול חישוב שמסתיים במצב הדוחה - אם $w \neq a^{mt}$,

מסיימים במצב הדוחה. לכן לאחר החלפת התפקיד של המצב המקבל והמצב הדוחה, יהיה

לכל מילה מסלול חישוב שמסתיים במצב המקבל. לכן כל מילה תתקבל.

שאלה 5

למכונה $D_{\text{depth-first}}$ יהיו שני סרטים, האחד - סרט עבודה שבו תתבצע ההרצה של המכונה הלא דטרמיניסטית N , והשני - סרט המעברים שבו יישמרו המעברים שבוצעו משורש העץ עד לצומת הנוכחי.

בתחילת הריצה של $D_{\text{depth-first}}$ היא תזיז את הקלט של N בסרט הראשון ריבוע אחד ימינה, ותרשום בריבוע ההתחלתי של הסרט הראשון סמל מיוחד (למשל, \$) שיסמן את תחילתו של הסרט. גם בתחילת הסרט השני יירשם הסמל הזה כדי לסמן את תחילת הסרט.

בהמשך, כאשר יבוצע החיקוי של ריצת N , בכל פעם שקוראים את הסמל הזה בסרט הראשון, לא משנים אותו, נעים ימינה, ונשארים באותו המצב שבו היינו. כך אנו מבטיחים חיקוי נכון של תנועה שמאלה כאשר N נמצאת בריבוע השמאלי ביותר שלה, וגם ש- $D_{\text{depth-first}}$ אף פעם לא מנסה לנוע שמאלה כשהיא נמצאת בריבוע השמאלי שלה.

לאחר סיום שלב האתחול, $D_{\text{depth-first}}$ מתחילה לבצע חיקוי של ריצתה של N . לכל צעד חישוב של N , מבצעים בסרט הראשון את מה ש- N הייתה מבצעת, ורושמים בסרט המעברים את המעבר שבו

השתמשנו - רושמים חמישייה מהצורה $q_i a q_j b D$, $q_i, q_j \in Q$, $a, b \in \Gamma$, $D \in \{L, R\}$.

אם מגיעים בענף כלשהו ל- q_{accept} (של N), עוצרים ומקבלים. ($D_{\text{depth-first}}$ נכנסת למצב המקבל שלה).

אם מגיעים בענף כלשהו ל- q_{reject} (של N), חוזרים קונפיגורציה אחת אחורה (עולים בעץ לאבא של הצומת הנוכחי) בעזרת סרט המעברים - מסתכלים בחמישייה של המעבר האחרון, ומשנים את הסרט הראשון באופן הפוך מן המעבר האחרון (מזיזים את הראש הקורא בכיוון הפוך מן הכיוון שמופיע בחמישייה (D), ואז מחליפים את הסמל שכתוב שם (b) בסמל שהיה רשום שם (a). לאחר מכן נכנסים למצב שמחקה את המצב שבו היינו לפני ביצוע המעבר (q_i).

אם בפונקצית המעברים של N יש מעבר נוסף אחרי המעבר שבו השתמשנו (המעבר שמתאים לחמישייה האחרונה על סרט המעברים) שמתאים למצב שבו אנו נמצאים (q_i) ולסמל שאותו אנו קוראים (a), מוחקים את החמישייה האחרונה (המתאימה למעבר שהוביל לדחייה), מבצעים את המעבר החדש, רושמים את החמישייה שמתאימה לו, וממשיכים בחיקוי ריצתה של N .

אם בפונקצית המעברים של N אין מעבר נוסף, מוחקים את החמישייה האחרונה, וממשיכים כאילו היא הייתה כניסה ל- q_{reject} .

אם מגיעים לכך שמוחקים את החמישייה השמאלית ביותר על סרט המעברים ונתקלים בתו המסמן את תחילת הסרט, אז $D_{\text{depth-first}}$ נכנסת למצב הדוחה שלה. (ניסינו את כל הענפים של העץ, ובכולם מגיעים ל- q_{reject} (של N)).

שאלה 7

הרעיון : אם השפה מזוהה-טיורינג, אז יש מכונת טיורינג שמזהה אותה.
נבנה מונה שימנה בסדר הסטנדרטי תת-שפה של השפה הזו. התת-שפה הזו היא כריעה (לפי בעיה
(3.13).

המונה יפעיל את המכונה במקביל על מספר קלטים הולך וגדל מספר צעדים הולך וגדל (כמו
בהוכחת משפט 3.21).

המונה ישמור על סרט העבודה שלו את המילה האחרונה שהוא הדפיס.
בכל פעם שהמכונה מקבלת מילה, המונה יבדוק האם המילה הזו גדולה לפי הסדר הסטנדרטי מן
המילה ששמורה אצלו בסרט העבודה.

אם לא, הוא לא ידפיס דבר, וימשיך לבצע סימולציה של המכונה על המילים.
אם כן, הוא ידפיס את המילה, ויחליף בסרט העבודה את המילה שהייתה שם במילה החדשה.
לאחר מכן הוא ימשיך לבצע סימולציה של המכונה על המילים.

מכיוון שמדובר בשפה אינסופית, אורך המילים בשפה איננו חסום, ולכן תמיד תימצא מילה גדולה
יותר (לפי הסדר הסטנדרטי) ששייכת לשפה. לכן השפה של המונה אינסופית.
מכיוון שהוא מונה את המילים לפי הסדר הסטנדרטי, השפה שהוא מונה כריעה.
ברור שהשפה שהוא מונה היא תת-שפה של השפה שמזהה המכונה.