

קורס 20407  
סמסטר 2012ב  
מועד ב' (93)

**מבנה הבחינה :**

בבחינה חמש שאלות.  
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.  
לכל השאלות משקל שווה.

**הנחיות :**

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.  
**אין** לכתוב בצבע אדום.  
**אין** לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.  
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

## שאלה 1

נתון מערך  $A[1..n]$  של מספרים שונים זה מזה. ידוע שקיים אינדקס  $k$ ,  $1 \leq k < n$ , כך שמתקיימים התנאים:

- התת-מערך  $A[1..k]$  ממוין בסדר עולה;
  - התת-מערך  $A[k+1..n]$  ממוין בסדר יורד;
- (המספר  $k$  עצמו אינו ידוע).

א' הראו כיצד ניתן למצוא את האינדקס  $k$  בזמן  $O(\lg n)$ ; השתמשו בתוצאה כדי למיין את המערך  $A$  בזמן לינארי.

ב' הראו כיצד ניתן למיין את המערך  $A$  בזמן לינארי ללא מציאת האינדקס  $k$  בשלב מוקדם (מציאת  $k$  תתבצע כחלק מהההליך).

## שאלה 2

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ; הניחו שמפתחות המבנה הינם מספרים ממשיים):

- $BUILD(S)$ : בניית המבנה  $S$  מסדרת  $n$  מספרים ממשיים; זמן הריצה:  $O(n)$ ;
  - $INSERT(S, k)$ : הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;
  - $DELETE(S, z)$ : מחיקת האיבר שאליו מצביע  $z$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;
  - $DEL-POS-MED(S)$ : מחיקת האיבר המכיל את חציון המפתחות החיוביים; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;
  - $DEL-MIN-POS(S)$ : מחיקת האיבר המכיל את המפתח החיובי הקטן ביותר מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;
  - $COUNT-NEG(S)$ : החזרת מספר המפתחות השליליים של  $S$ ; זמן הריצה:  $O(1)$ .
- הערה: מבנה הנתונים  $S$  יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.

### שאלה 3

נתונים סדרה  $S$  של  $n$  מספרים ממשיים ומספר ממשי נוסף  $z$ ; ידוע שב- $S$  נמצאים לא יותר מ- $m$  ערכים שונים זה מזה ( $1 \leq m \leq n$ ).  
כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שני מספרים  $a$  ו- $b$  ששכיחותיהם שוות, המקיימים  $a - b = z$ . זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הוא  $\Theta(n \cdot \lg m)$ .

### שאלה 4

נתון עץ אדום-שחור  $T$  בן  $n$  צמתים. נתון גם מצביע לצומת  $z$  ב- $T$ , המקיים את התנאים:  
(1)  $z$  אינו השורש של  $T$ ;  
(2) צבע אביו של  $z$  הוא אדום.  
נניח עכשיו שכל התת-עץ המושרש ב- $z$  הוסר מהעץ השלם  $T$ .  
הראו כיצד ניתן לארגן מחדש את הצמתים הנותרים של  $T$  לעץ אדום-שחור חוקי, בזמן ריצה של  $O(\lg n)$ . הסבירו מדוע השיטה שבחרתם פועלת נכון.

### שאלה 5

הציעו מבנה נתונים  $S$  התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר המפתחות במבנה השונים זה מזה; כל מפתח יכול לחזור על עצמו מספר פעמים):  
SEARCH( $S, k$ ): חיפוש במבנה  $S$  אחר המפתח  $k$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;  
INSERT( $S, k$ ): הכנסת המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;  
MAX( $S$ ): החזרת המפתח המכסימלי של המבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(1)$ ;  
DELETE-MAX( $S$ ): מחיקת מופע אחד של המפתח המכסימלי מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;  
FREQ( $S, t$ ): החזרת המפתח ה- $t$  השכיח ביותר במבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ .  
**הערה:** מבנה הנתונים  $S$  יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.