לשימוש הבודק

-2

לא נכון.

ב) נגדיר תמורה השפה A_{LBA} כמורכבת מן כל LBA M קיימת מ"ט M_M המכריעה אותה.

המכריע, מ"ט צריך תמיד LBA

כלומר הדרוקציה:

M_p: בהינתן כמ"ל, M היא LBA, בצע:

1. הרץ אותה על הכניסה LBA הבאה:

M_1: בהינתן קלט x בצע:

1. הרץ אותו A_M על ε. אם קיבלה, דחה.

2. אם $x=\varepsilon$, קבל.

3. הרץ אותו A_M על x. אם קיבלה, קבל אחרת, דחה.

2. הפעל כ"מ.

למה בה בדיוק לדעתי?

M' אינו LBA.

הדרוקציה נכונה לחלוטין - תמיד תוכרע איזו מ"ט המכריעה אותה מובטחת

(ב) אם $L(M)=\phi$ אנו יודעים שקיים אותו כל מה ל-M שקיבלה שווה ε, סיימנו

$M' \in EPSILON_{LBA}$ אחרת, $L(M')=\{\varepsilon\}$

$\Downarrow$

$L(M')=\phi\cup\{\varepsilon\}=\{\varepsilon\}$

(ii) אם $L(M) \neq \phi$, נתבונן שני אלגוריתמים מקריים:

אן $\varepsilon \in L(M)$ ואז M' תקבל בוודאות,

כלומר $L(M') = \phi$, לכן $M' \notin EPSILON_{LBA}$

כעת נניח אם $L(M) = \{\varepsilon\}$ אז $L(M') = \phi$.

לכן $\varepsilon \notin L(M)$ ואז M תקבל את ε

ואת כל שאר המקרים, כלומר:

$L(M') = L(M) \cup \{\varepsilon\} \neq \{\varepsilon\}$

$L(M)$ לא ריקה

לכן: $M' \notin EPSILON_{LBA}$

נשלים.

נשים לב ש-M' הוא LBA; ההרצה של A_M היא המימוש של המכונה L קצת 223 בספר (ההגדרה ש-A_{LBA} מריצים), כלומר סופרים אם אפשר הצעדים שנעשו. אם זה יכול להגיע עד גודל $n^{\log n}$, שכדי לאחסן

אותו נדרש מקום הכולל לוגריתמים (לכן מינימום על גודל הקלט. במקרה של המילה ε, לא נדרש מקום כלל. לכן A_M הוא LBA, ומכיוון ש-M' רק מריצה את A_M ומחליטה אם x ב-ε, הרי M' הוא LBA.

$\log(n^{\log n}) \neq O(n)$.

309767

לשימוש הבודק

3) א) הטענה לא נכונה. תהי $D \in NP$, ואז מכיוון ש- B היא NP שלמה, ואז $D \leq_p B \leq_p C$ לכן $D \leq_p C$, ומכיוון משפט מאז $\bar{C} \leq_p \bar{D}$ ואם $\bar{C} \in NP$ כי $C \in coNP$.

לכן $\bar{D} \in NP$, כי יש רדוקציה כלשהי ממנה אל $\bar{C}$ שהיא NP-שלמה.

הוכחנו שלכל $D \in NP$ מתקיים $D \in coNP$

כלומר $NP \subseteq coNP$.

ב- NP

תהי $E \in coNP$, אז $\bar{E} \in NP$, ו- B היא NP שלמה, ואז $E \leq_p B \leq_p C$ כלומר $\bar{E} \leq_p C$, מכיוון ש: $E \leq_p \bar{C}$, אבל $\bar{C} \in NP$, לכן גם $E \in NP$

הוכחנו שלכל $E \in coNP$ מתקיים $E \in NP$

כלומר $coNP \subseteq NP$

אבל זה הפלת יחס המשלים $NP = coNP$ המשלים.

ב) הטענה לא נכונה. אבל לטענה תהיה, גם אם קיבלנו שקבוצה E היא NP-שלמה. משמע ש- $\bar{E} \in NP$ B היא שפה NP שלמה, לכן מאיזשהו $\bar{E} \leq_p B$ מתקיים $E \leq_p B$ וגם שהיחס מאיזשהו לכל, אבל אם יקרה שם $NP = coNP$, לא אין כלום עדיין.

לשימוש הבודק

6) הבעיות הן f שרצה, איננו לוגריתמי במאורך הקלט.
אומרים $D \in NL$ כאומר קיימת מכונה N
שמכריעה את D במקום לוגריתמי, אך המכונה
יכולה לרוץ בזמן אקוני הרבה יותר לגדולה,
יכול $NL \subseteq PSPACE \subseteq EXPTIME$ (עיה 336), לכן
המכונה N יכולה לרוץ בזמן אקספוננציאלי.
לא נכון.
יכול גם $NL \subseteq P$ (משפט 8.26), לכן
N יכולה לרוץ בזמן פולינומיאלי.
אוקי
הפתרון של עקרי המכונה תלוי
בזמן שלוקח למי לרוץ ולא במקום.
לפי כך אוקי הבעיות עלול להיות אקוני מאוד
לוגריתמי במאורך הקלט, לכן ההוכחה
לא נכונה.

309767

לשימוש הבודק

4) נניח בשלילה ש- $P=L$, כלומר שקיימת שפה לא רגולרית C שאינה P-שלמה.

מכיוון ש-C לא רגולרית, יש לפחות מילה אחת w_1 כך ש- $w_1 \in C$ ולפחות מילה אחת w_2 כך ש- $w_2 \notin C$.

תהי השפה B כך ש- $B \in P$. הנחנו $P=L$, לכן $B \in L$, כלומר קיימת מ"ט M_B המכריעה את B. נבנה רדוקציה $C \leq_p B$:

f_M: בהינתן קלט w, מחזיר:

1. הרץ את M_B על w.
2. אם M_B קיבלה, החזר את w_1.
3. אם M_B דחתה, החזר את w_2.

נבדוק שסיבוכיות מקום:

* הרצה של M_B - מקום לוגריתמי מהגדרה.
* החזרת w_1 או w_2 לסרט הפלט - לא דורש מקום כלל (החזרה אינה מרחיב).

מסה"כ סיבוכיות מקום לוגריתמי.

נשים לב ש-M_B מכריעה, לכן f_M תמיד עוצרת.

נוודא שלכל x הרדוקציה תשיבה (קיימת לפחות מילה מרחיב)

נבדוק:

(i) אם $w \in B$, M_B תקבל, נחזיר $w_1 \in C$.

(ii) אם $w \notin B$, M_B תדחה, נחזיר $w_2 \notin C$.

לפי כך, הוכחנו קיומה של רדוקציה $B \leq_L C$
לכל שפה $B \in P$. כלומר הוכחנו ש-C היא P-שלמה,
בהנחה שמתמטיקה עקיבה.
לכן הגענו לסתירה ויש אי עקיבות.
כלומר $P \neq L$. מש"ל.

לשימוש הבודק

דף נוסף

ב-NP

5) תחילה, נראה שהבעיה היא NP שלמה. כאומדנות בניית שאומת בזמן פולינומיאלי שמאומת יותר:

V: בהינתן קלט, קבוצת המצעות שבוחרת לכל מעגל ו את יש לו, ה חסמים שלו הקודקוד P ו-C (מספרים חיוביים) ומאומת קבוצה D שלו נוגעים לפחות מצעים, בזמן:

1. ווידוא אורך תקינות הקלט. ודוא ש-D קבוצת אוגדקסים מ-1 עד n שיש n מס' המצעים במסלולה. אם הוידוא נכשל, דחה.
2. אתחל מונה i ומונה sum לאפס.
3. לכל איבר D∈j בצע:
   3.1. סכום אם C+C; ותסן ב-i
   3.2. סכום אם P'+P; ותסן ב-P'
4. אם P < P', דחה.
5. אם i < C', דחה.
6. אחרת, קבל.

נכונות: אם הוידוא: המאומת מוודא שסכום המחיר המצעים אינו קטן מ-P וגם שכל הקודקודים הנמצאים בלפחות אחד מן אותה C-i, לכל המצעים נמצאים.

לשימוש הבודק

סיבוכיות זמן:

(*) מעבר לוגוו מקיים הקלט - פולינומיאלי.

(*) סריקת איבר D - פולינומיאלי בגודל של D.

(*) D - זה קבוצה של אינדקסים בקלט, לכן פולינומיאלי בגודל הקלט.

כיוון שהאיטרציה לכון, שהיא חלק בגודל פולינומיאלי של הקלט ושהיא כל פעם פולינומיאלי. לכן השפה ב- NP.

נבנה כעת פונקציה פולינומיאלית ~~SUBSET-SUM~~ לבעיה SUBSET-SUM: (כלומר נראה SUBSET-SUM שזו שייכת NP-שלמה)

אם יש לבעיה קלט $<S,t>$, S קבוצה מס' ו-t מס' בלא:

1. הפעל את S לסרט ~~[illegible]~~ בתור סדרת מחרוזות בינאריות.
2. העתק את S לסרט הפלט בתור סדרת הגרפים התנגדותיים של בינאריות.
3. העתק את t לסרט הפלט בתור P, המספר המקסימלי.
4. העתק את t לסרט הפלט בתור C, הערך התנגדות בינארית.

כך בפונקציה מעמיקה את הקלט, לכן מדובר שהיא תמיד עוצרת, וכדור שהיא רצה בסיבוכיות זמן פולינומיאלית. (אורכו בעמקות לוגו $O(n)$ "קרוב" $O(n)$ זמן).

309767

שאלה 2 סעיף:

(i) SUBSET-SUM $\in$ $\langle S,t\rangle$, אם קיימת תת קבוצה $S' \subseteq S$ עבורה $\sum_{s_i \in S'} s_i = t$, ופורקנו

שאחת קטנה: $\sum_{s_i \in S'} s_i \le t$ ואם $\sum_{s_i \in S'} s_i \ge t$

לכן הרדוקציה שהפלט $\langle S,s,t,t\rangle$ עבור מחרוזת הכניסה הסדרתית תקינה, מקסימום מחיר ומינימום לרק תקינות מקיים את תנאי הבעיה.

(ii) SUBSET-SUM $\notin$ $\langle S,t\rangle$ אם לא קיימת תת קבוצה S' שסכומה הוא בדיוק t.

הרדוקציה שהפלט $\langle S,s,t,t\rangle$ מהיים את תנאי הבעיה אם תת קבוצה S' עם s:

$\sum_{s_i \in S'} s_i^* \le t$ ואם $\sum_{s_i \in S'} s_i \ge t$

כלומר $\sum_{s_i \in S'} s_i = t$ בסתירה לשלב.

מכאן שבהכרח הפלט $\langle S,s,t,t\rangle$ שלא הרדוקציה לא מקיים את תנאי הבעיה.

הוכחנו רדוקציה מבעיה פולינומיאלית מהבעיה ה- NP שלמה SUBSET-SUM לבעיה הנתונה, לכן בעיה זו היא NP-שלמה. משלים.

ג)

2) נבנה הרדוקציה:

קלט: סדרת מילים w מעל Σ ושפה M היא LBA בנוי:

1. בונה מילה חדשה w' מ-LBA בנוי:

M': "סדרת קלט x, בנוי:

1. הרץ מכונה M על ε. אם קיבלה, דחה.

2. אם $x = \varepsilon$, קבל.

2. הפעל מכונה M.

הרדוקציה חייבת - שונה LBA ותמיד עובדת.

נניח לא אם ש-M היא LBA ותמיד תעבוד

- את הבדיקה במצב 1 נעבור לסוף

המילה בצד הראשון ש המילה

לא יותר מ-223 תווים הפעלת מכ

הצדדים ש LBA מקיים בגודל הקלט.

- במצב 1 מריצים LBA על הפה

הרוקדה, ויש לו 2 אפשרויות מ-x ל-ε

ומקבלים. אין שימוש במסרט נוסף, ובדיוק

שבנוי לא יותר מגודל הקלט.

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

טיוטה:

~~אם $\langle s,t\rangle \in E$ קיימת קדקוד כך ש- $t=k$, אפשרי~~
~~אם $t<k$ ואז $t\leq k$. אחרת:~~

~~אם $\langle s,t\rangle \notin E$:~~
~~* קיימת קדקוד $t>k$~~
~~* קיימת קדקוד $t<k$~~

~~$P \neq L \Leftrightarrow c \in P_c$~~ ,

$B \leq_L A$

$c \neq \phi, \Sigma^*, \quad c \notin NPC$

Proof: $P \neq L$, meaning $L \subsetneq P$

נניח בשלילה $L = P$

בכל: קיימת שפה שונה בפרדה במקום L

וזו נמצאת ב-P

נניח בשלילה $L = P$, תהי A שפה P-שלמה.

אזי $c \leq_L A$, כלומר $c \in L$

כלומר הבדקנו במקום לוגריתמי ל-L: (מ-B ∈ P, L

בתרגיל קלט w:

1. אם $w \in B$, הפלט $c \in w$.

2. אחרת, הפלט $c \notin w$.

$O(1) + O(\log n)$

$a_1 * \dots * a_k < t$

$(a_1, a_2, \dots)$ t, t.

לשימוש הבודק

לילה.

(d_i, p_i) , $1 \le i \le n$

$D \subseteq \{1, 2, 3, \dots, n\}$

$\sum_{i \in D} p_i \le P \wedge \sum_{i \in D} d_i \le C$

$\{\langle (p_1, d_1), \dots, (p_n, d_n), P, C \rangle\}$

$\langle s, t \rangle \Leftrightarrow \langle b', P, C \rangle$

$\sum s = t \Rightarrow \sum p \le t$

$\sum p \ne t$

$< t$

$\sum \ne t$

$> t$ - No problem.

$t + k$

$(s, 1)$

$(a_1 + a_2 + \dots + a_k) < t$

$\underbrace{a_1 + a_2 + \dots + a_k}_{t} + kt < t + kt$

$t + kt$

$B \in NP \cap coNP \Rightarrow \bar{B} \in NP$ כי מספר ה-NP

$E_{LBA} \leq_m ES_{2BA}$ $\langle M \rangle \mapsto M'$ $E \in coNP$

$\bar{E} \leq C$

$\bar{C} \leq E$

מה הכי טוב מ'

1. כשיש מ' קלט X

1. לבדוק אם M על E. אם קיבלה,

קבלה.

2. אם לא, לבדוק אם M על E. אם דחתה, דחה.

2. בנוסף, מ' מחשבת מ'

$L(M') = \phi$

$L(M) \neq \phi$:

$L(M') = \phi$. מה? $\Leftarrow$ $L(M) = \{\varepsilon\}$, $\varepsilon \notin L(M)$

$L(M') = L(M) - \{\varepsilon\} \Leftarrow L(M) \neq \{\varepsilon\}$

$B \in NPC$, $C \in NP$, $\bar{C} \in NP$, $\bar{B} \in NP$

$B \leq_p C$, $B \leq_p \bar{C}$

$D \in coNP$: $D \leq_p \bar{C}$, $\bar{C} \in NP \Rightarrow D \in NP$

1) לא כי הנחה. $E \in NP$ ו-$E \in coNP$

לכן בוודאי ש- $B \leq_p D$ ואם $B \leq_p \bar{D}$

כי אפשרי ש- NP.

עדיף לבדוק (אם) לשים לב לכך ש- NP סגור

תחת קומפלמנט!

$\bar{C} \leq_p \bar{B} \leq_p \bar{D}$, $\bar{C} \in NP$

גליון תשובות לשאלות רב-ברירתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1	א ב ג ד ה ו ז ח ט	21	א ב ג ד ה ו ז ח ט
2	א ב ג ד ה ו ז ח ט	22	א ב ג ד ה ו ז ח ט
3	א ב ג ד ה ו ז ח ט	23	א ב ג ד ה ו ז ח ט
4	א ב ג ד ה ו ז ח ט	24	א ב ג ד ה ו ז ח ט
5	א ב ג ד ה ו ז ח ט	25	א ב ג ד ה ו ז ח ט
6	א ב ג ד ה ו ז ח ט	26	א ב ג ד ה ו ז ח ט
7	א ב ג ד ה ו ז ח ט	27	א ב ג ד ה ו ז ח ט
8	א ב ג ד ה ו ז ח ט	28	א ב ג ד ה ו ז ח ט
9	א ב ג ד ה ו ז ח ט	29	א ב ג ד ה ו ז ח ט
10	א ב ג ד ה ו ז ח ט	30	א ב ג ד ה ו ז ח ט
11	א ב ג ד ה ו ז ח ט	31	א ב ג ד ה ו ז ח ט
12	א ב ג ד ה ו ז ח ט	32	א ב ג ד ה ו ז ח ט
13	א ב ג ד ה ו ז ח ט	33	א ב ג ד ה ו ז ח ט
14	א ב ג ד ה ו ז ח ט	34	א ב ג ד ה ו ז ח ט
15	א ב ג ד ה ו ז ח ט	35	א ב ג ד ה ו ז ח ט
16	א ב ג ד ה ו ז ח ט	36	א ב ג ד ה ו ז ח ט
17	א ב ג ד ה ו ז ח ט	37	א ב ג ד ה ו ז ח ט
18	א ב ג ד ה ו ז ח ט	38	א ב ג ד ה ו ז ח ט
19	א ב ג ד ה ו ז ח ט	39	א ב ג ד ה ו ז ח ט
20	א ב ג ד ה ו ז ח ט	40	א ב ג ד ה ו ז ח ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____