

אלגוריתמים – תרגיל 4

תאריך הגשה: 5.1.06

1. נתון גרף מכוון $G=(V,E)$ עם פונקציית משקל $w:E \rightarrow \mathbb{R}$, וקודקוד $s \in V$. נגדיר אורך של מסלול להיות משקל הקשת הכבדה ביותר במסלול. תארו אלגוריתם יעיל למציאת מסלולים קצרים ביותר מ- s לכל $v \in V \setminus \{s\}$ לפי הגדרה זו. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
2. נתון גרף מכוון $G=(V,E)$ עם פונקציית משקל חיובית $w:E \rightarrow \mathbb{R}^+$, וקודקוד $s \in V$, ונתונה פונקציה $f: V \rightarrow \mathbb{R}^+$. תארו אלגוריתם לינארי שבודק האם לכל $v \in V$ מתקיים $f(v) = \delta(s,v)$. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.
3. יהי $G=(V,E)$ גרף מכוון, ו- $w:E \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציית משקל על הקשתות. ידוע שאין בגרף מעגלים שליליים. נגדיר לכל $v \in V$ $\delta^*(v) = \min_{u \in V} \delta(u,v)$. תארו אלגוריתם שרץ בזמן $O(|V| \cdot |E|)$ ומוצא לכל $v \in V$ את $\delta^*(v)$. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.
4. תארו כיצד ניתן לשנות את אלגוריתם כפל מטריצות למציאת מסלולים קצרים ביותר, כך שיבדוק גם האם יש בגרף מעגל שלילי. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.
5. כיצד ניתן להשתמש בפלט של האלגוריתם של Floyd-Warshall כדי לבדוק האם יש בגרף מעגל שלילי? הוכיחו!
6. נתון גרף מכוון G והסגור הטרגיטיבי שלו, G^* . נניח שמוסיפים ל- G קשת (u,v) . תארו אלגוריתם לעידכון G^* . הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.