מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

20476	308491638
מספר הקורס	מספר תעודת זהות (9 ספרות)

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

N100942229

ת.ז: 308491638 מספר סידורי: 6

לשימוש הבודק

ה

איטום

(*) ← בתחן יקר יש כאן הסבר לשאלה 1 סעיף ג' (במידה והסבר שני אינו מספיק)

α	β	$\alpha \to \beta$	$\alpha \vee \beta$	$\alpha \leftrightarrow \beta$
F	F	F	T	F
F	T	T	T	F
T	F	F	T	F
T	F	F	T	F

איטום

5)

* G_2 ברור מישהו קשה 7 צמתים ולכן מאסקנה 4.5 יש בו לכל היותר 6-חצ קשתות

* G_1 הוא עץ ולכן מאסקנה משפט 2.5 ~~יש בו 6=7-1=|V|-1 קשתות~~ $|V|-1$ קשתות

איטום

3

$|U|$ - מס' הצרופים לסדר 10 ספרות ~~ב~~ שורה ללא חזרות ← $10!$

$|A|$ - ~~מס' הצרופים~~ מס' הצרופים לסדר עם 10 הספרות כשאר הרצף צריך מופיע הוא

$|A| = 7 \cdot 6!$

מס' הקשתות לשים רצף בין 4 אלפים ספרות בתוך 10 ספרות

מס' הקשתות

כלל סכום

סיכום

אונו' – אשר רצפים בסדר גם כל המתחלפת

~~סדר הם מוכלים 1 בשני~~

יש ל 2 אשי רצפים כאלה 7 ... 0, 9 ... 2

1 = 1 ~~9~~ התחלה

2 = 9 8 אמצע

3 = 9 8 סוף

סע 2 – 2 מתוגרים אחד לא

~~2 בגלל כלומר יש 3 כאלו רשיון בסדר קודם~~

~~כשהרצף הראשון~~

יש 3 מסוג לה (רשיון ה(יו)) ~~ולכן~~

~~כשכל אחד מהן יש דרך אחת לשיבוץ ומכאן ההשלה~~

וה

3 רצפים בסדר מכסים את כל שרת הספרות נשים לב סוג'

~~המתחלפים~~ שיבוצים שונים בינהם.

שיבוץ 1: ברצפים מוכלים בינהם ואחד לא:

(2345,4567) (4567,6789) (0123,2345)

(23456) (4567) (0123456)

יש 3 סוגים כאלו כשכל סוג

3 – שאושרם מוכלים אחד בשני – יש דרך אחת לסדר כאלו

2, ... 9 , 0 ... 7

0123 $|A| = 7!$

2345 $|B| = 7!$

4567 $|C| = 7!$

6789 $|D|$ 7!

$|A \cap C| =$ ~~[illegible]~~

לשימוש הבודק

בתרגילות

שאלה 1

א) [4] - ~~[illegible]~~

פונקציה נכונה לכל 3 הנתונים $\alpha \to \beta = F$ s/c $\beta = F$ | $\alpha = T$:1 לכל

" " לכל 2+3: $\alpha = F$ | $\beta = T$

~~[illegible]~~

כמו כן $\alpha \leftrightarrow \beta$ סתירה (תוכל לראות בתחילת הטיוטות
את הטבלת אמת שמראה בדיוק) ← סימנתי ב (*).

ב) [3] התשובה היא C

ג) [3] התשובה היא 21 , הסבר: כל הדרכות נכונות ⇐ מ 3.1 נהו
ב רשת אוילרי ⇐ לכן יש מ מסלול הסבר בין כל הקשתות כלומר
$\binom{7}{2} = 21$

לשימוש הבודק

437839

4) נתון: $a_{n+2}=-4k\,a_{n+1}+12k^2a_n$ ידוע כי $a_1=8k$ ו- $a_0=0$

א) נפתור את יחס הנסיגה ונרשום ביטוי מפורש עבור a_n:

מהנתון, המשוואה האופיינית היא: $\lambda^2+4k\lambda-12k^2=0$

נמצא את השורשים ע"י נוסחת השורשים $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

מתקיים:

$\sqrt{64k^2}=8k$

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-4k\pm\sqrt{16k^2+4\cdot12k^2}}{2}=\frac{-4k\pm\sqrt{64k^2}}{2}=$$

$$=\frac{-4k\pm8k}{2}\Rightarrow \begin{cases}\lambda_1=\frac{-4k+8k}{2}=\frac{4k}{2}=2k\\ \lambda_2=\frac{-4k-8k}{2}=\frac{-12k}{2}=-6k\end{cases}$$

לפיכך: $(*)\quad a_n=A(2k)^n+B(-6k)^n$

בהצבת תנאי הרקורסיה a_0,a_1 ב(*) נקבל:

$0=a_0=A(2k)^0+B(-6k)^0=A+B$

$8k=a_1=A(2k)^1+B(-6k)^1 \underset{\text{ר.נ}}{\Rightarrow} 8k=2k(A-3B) \Rightarrow 4=A-3B$

[נחלק ב2k, ק-ם הכאבים]

נקבלנו המשוואות הבאות ונמצאו את A ו- B: $A+B=0$ ו $A-3B=4$ נציב אחת במערכת

$$\begin{cases}A+B=0 & (1)\\ A-3B=4 & (2)\end{cases}\Rightarrow$$ [נחסר את המשוואות ונמצא] $\Rightarrow B+3B=-4\Rightarrow 4B=-4\ /:-4$

$B=-1\Rightarrow$ ומ(1) $A=-B$ כלומר $A=1$

נקבלנו $A=1$, $B=-1$ נציב ב(*) ונקבל:

$a_n=1\cdot(2k)^n-1\cdot(-6k)^n\Rightarrow a_n=(2k)^n-(-6k)^n$

נפתח את a_n:

$$a_n=(2k)^n-(-6k)^n=2^nk^n-(-6)^nk^n \underset{\text{ר.נ}}{=} (2^n-(-6)^n)k^n$$

ונקבלנו $a_n=(2^n-(-6)^n)k^n$ כנדרש בסעיף א'

ב) דרך 1 (דרך הנוסחא הנת' בשאלה): $a_2=-4ka_1+12k^2a_0=-4k\cdot8k+12k^2\cdot0=-32k^2$

דרך 2: (באמצעות הביטוי שמצאנו בא'): $a_2=(2^2-(-6)^2)k^2=(4-(36))k^2=-32k^2$

לשימוש הבודק

437839

לשימוש הבודק

5) נסמן $G_1=(V,E_1)$, $G_2=(V,E_2)$

נבחר ונאמר כי מתנתין של G_1 תהא עץ ונבדוק כי יש בו

$|V|-1$ קשתות כלומר 6 קשתות (*) <= $|E_1|=6$

ומהנתון כי G_2 גרף מישורי ונבדוק כי יש בו לכל היותר $3n-6$ (**)

קשתות כלומר $3\cdot 7-6=15$ קשתות (נובע ממסקנה 5.4 + המובטח כי $|V|\geq 3$)

סה"כ $|E_2|\leq 15$.

ובאת לסתירה, נוכיח שיש $x\in V$ המקיים $d_1(x)+d_2(x)\leq 6$ ע"י

הנחת השלילה.

נניח בשלילה כי עבור כל $x\in V$ מתקיים $d_1(x)+d_2(x)>6$

אזי כל 7 הסכומים $d_1(x)+d_2(x)$ כש $x\in V$ יהיו גדולים ממש מ 6

ולכן סכום הכולל ~~[illegible]~~ יהיה גדול ממש

מ: $|V|\cdot 6=42$

אך מתקיים בפועל:

$$\sum_{x\in V} d_1(x)+d_2(x) \underset{\text{[אריתמטיקת טורים]}}{=} \sum_{x\in V} d_1(x)+\sum_{x\in V} d_2(x) \underset{\text{טענה 1.3}}{=} 2|E_1|+2|E_2| \underset{(*)\,(**)}{\leq} 2\cdot 6+2\cdot 15=$$

$$=12+30=42$$

ולכן סתירה!

לסיכום, הראינו כי אם לא קיים $x\in V$ המקיים $d_1(x)+d_2(x)\leq 6$

אזי ~~[illegible]~~ 7 הסכומים מהסוג $d_1(x)+d_2(x)$ כש $x\in V$ גדולים ממש מ 42,

אך מכיוון ש G_1 עץ ו- G_2 גרף מישורי אזי בהכרח הם קטנים שווים מ 42

ולכן בהכרח קיים $x\in V$ שקיים את הדרישה $d_1(x)+d_2(x)\leq 6$

מישל

6

נשאר לי לסדר 4 ספרות = 4!

3.

1 כל 'ב

:1 ב10

$|A \cap B| = 5!$

$|B \cap C| =$

$|C \cap D| =$

:2 ב10

$|A \cap C| = 4!$

$|A \cap D| =$

$|B \cap D| =$

$|A \cap B \cap C| =$ 0123456 7 תיק = 1 — 2 כל אחד, 3 אפשרויות $1 \cdot 2 \times 3$ — 3

$|A \cap B \cap D| =$ 012345 6789 $\times 2$ 2 אפשרויות

$|A \cap C \cap D| =$ 0123 456789 $\times 2$

$|B \cap C \cap D|$ 23 - - - 9

$A \cap B$

3) נסמן ב U את מס' הדרכים לסדר 10 ספרות בשורה ללא חזרות

לכן מתקיים $|U|=10!$

יש לנו 4 רצפים שצריך לשים לפניהם אליהם (6789, 4567, 2345, 0123)

נניח כי בסידור נתון מופיע רצף אחד מבין 4 הרצפים, נסמן אותו

ב a_i כש $i=1,2,3,4$ (כל מס' מהווה רצף אחר).

עבור $i=1,2,3,4$ תהי A_i קב' הדרכים לסדר את עשרת

הספרות השונות כאשר רצף i מופיע בהם, אנו רוצים למצוא את

$|U-\bigcup_{i=1}^{4}A_i|$, ניעזר בהכלה והפרכה ונתחיל בהכנת הצעדים:

(i) אם רצף i מופיע בסידור נתון, אזי מכיוון שהשאר בן 4 ספרות

יהיו לנו 7 אפשרויות למיקום בתוך עשרת הספרות,

כמו כן נותרו 6 ספרות וכמות להם יהיו $6\cdot5\cdot4\cdot2\cdot1=6!$ דרכים שונים

לסידור, ולכן $|A_i|=7\cdot6!=7!$, יש לנו 4 קב' כאלו כמס' הרצפים.

(ii) עבור $i\neq j$ הקב' $A_i\cap A_j$ היא קב' הדרכים לסידור 10 הספרות

כשרצף i ורצף j מופיעים בהם

מכיוון שיש רצפים המופלים זה בצה נחלק את זה ל 2 סוגי רצפים.

סוג 1: רצף אחד מופל ברצף (הרצפים: 0123-1 2345, 4567-1 2345, 6789-1 4567) 0123 234567 456789

סה"כ יש לנו 3 סוגי רצפים כאלו.

סוג 2: תיתוך הרצפים ריק, כלומר 2 הרצפים מכילים מס' שונים לגמרי,

הרצפים הם: (0123 ו 4567, 6789 ו 2345, 0123 ו 4567).

גם כאן יש לנו סה"כ 3 סוגי רצפים.

הרשעה לומר ש 2 סוגי הרצפים מכסים את כל האפשרויות בהם 2 מתוך 4 הרצפים המופיעים בשאלה מופיע יחד.

כעת נוכל לחלק למקרים: לפי סוג 1: כל רצף מסוג 1 הוא בן 6 ספרות ולכן

יש 5 דרכים לסדרו בתוך שורה בת 10 ספרות:

מקומות פנויים בהתאמה ולכן יהיו $4!$ אפשרויות לסדרם

סה"כ יהיו $5\cdot4!=5!$ אפשרויות סידור לסוג 1,

כאמור יש 3 רצפים שונים מסוג זה.

עבור סוג 2: יש לנו 3 סוגים של שמופיעים בתוך 10 הספרות:

שיבוץ 1: 2 הרצפים אינם צמודים ויש ביניהם רווח של ספרה אחת, יש $2\cdot2=4$ דרכים לעשות זאת.

שיבוץ 2: 2 הרצפים צמודים, יש 3 דרכים לעשות זאת.

שיבוץ 3: 2 הרצפים אינם צמודים ויש ביניהם מרווח של 2 ספרות, יש 2 דרכים לעשות זאת

לכן יש סה"כ $4\cdot3\cdot2=4!$ דרכים לשיבוץ 2 רצפים מסוג ב,

כאמור יש לנו 3 רצפים שונים ורשלגיות מסוג זה

לשימוש הבודק

הערה לבונתן

הרשיתי לעצמי מבאות זמן לרחסוך קצת

בפורמליות התשובה ולכן לכתוב

$|A \cap C|$ היכן קב' ..... , בגזרה מקומה שהייתי מובן, סליחה

תסרג

תיקון:

עבור $|A \cap C|$, $|A \cap D|$ ו- $|B \cap D|$

אלו רבעים צרים ולכן מהווים 8 ספרות

לכן לשיבוץ הרבעה הראשון יש 4 דרכים לשני 3 דרכים

ועוד 2 דרכים לשיבוץ 2 האמצעי הנותרים - סה"כ 4! דרכים

תשובה ל (iii)

תשובה ל (iii)

437839

3) אנו מתפשים את מס' הדרכים לסדר 10 ספרות בלי הרבעים הנתונים.
נסמן ב U את מס' הדרכים לסדר 10 ספרות

משרה לעצמו תכרות, מתקיים $|U|=10!$

(i) כמות הדרכים לסדר עשרה ספרות כשרבעי 0123 מופיע בו

הוא $|A| = \underbrace{7!}_{\text{רבעי 0123}} \cdot \underbrace{6!}_{\text{שאר המס'}} = 7!$

ברור כי גם מס' הדרכים לסדר 10 ספרות כאשר

מופיע הרבעי 2345 הוא $|B|=7!$

וכמובן $|C|=|D|=7!$ (כש C עבור הרבעי 4567 ו- D ל 6789).

(ii) כמות הדרכים לסדר מס' בן 10 ספרות כשרבעי 0123 ו- 2345 מופיע

הוא $|A\cap B| = \underbrace{5}_{\text{מוכפל פה בגלל יש 5 סיפרות אפשריות}} \cdot \underbrace{4!}_{\text{לפי האופרה הנמרת}} = 5!$ כלומר לגבי $|B\cap C|$ אותו יוצרת רבעי אחד מ B ו C.

וגם כלומר לגבי $|C\cap D|$.

הערה

הנשק

לגבי $|A\cap C|$, $|A\cap D|$ ו- $|B\cap D|$ אלו רבעים שהחיתוך ביניהם

~~ריק, לפי שיש לנו כאן 8 מס' שונים, אם נוסיף עוד מספר שישמש~~
~~לדרכים לשתבם, אם מפריד ביניהם ספרה אחת יש 4 דרכים לעשות~~
~~זאת ואילו מפריד ביניהם 2 ספרות יש 2 דרכים לעשות זאת~~
~~וסה"כ $|A\cap D|=|A\cap C|=|B\cap D|=4\cdot 2=4!$~~

(iii) $|A\cap B\cap C|$ ו- $|B\cap C\cap D|$ אלו בעצם כמות הדרכים לסידור מס' בן 10 ספרות

כשיש בתוכו רבעי של 8 מס' עוקבים, יש לנו 3 אפשרויות לשיבוץ הרבעי
ולאחר מכן 2! דרכים אפשריות לסדר 2 מס' בב' המקומות.

(במקומות (0-7), (8-1) ו- (9-2)) ולכן מתקיים $|A\cap B\cap C|=|B\cap C\cap D|=3\cdot 2!$

$|A\cap B\cap D|$ ו- $|A\cap C\cap D|$ אלו בעצם כמות הדרכים לסידור מס'

כשיש בתוכו רבעי אחד בן 6 ספרות ועוד רבעי בן 4 ספרות שונה

מהנ"ל, כמובן שלכן יש לנו רק 2 סידורים אפשריים (0-5-1 6-9, 6-9-1 0-5)

ולכן יתקיים $|A\cap C\cap D|=|A\cap B\cap D|=2!$

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

(iiii) $|A\cap B\cap C\cap D| = 1$ במובן, ~~כלומר~~ כהו הסידור: 0123456789
בו כל הרצפים מופיעים.

אינו מתפשים את הקב' שבה אינו מופיעים אף אחד מבין הרצפים 0123, 2345,
4567 ו- 6789 נסמן את $|A'\cap B'\cap C'\cap D'|$

ע"פ עקרון ההכלה וההפרכה:

$$|A'\cap B'\cap C'\cap D'| = |U| - (|A|+|B|+|C|+|D|) + (|A\cap B|+|A\cap C|+|A\cap D|+|B\cap C|+|B\cap D|+$$
$$+|C\cap D|) - (|A\cap B\cap C|+|B\cap C\cap D|+|A\cap B\cap D|+|A\cap C\cap D|)+$$
$$+|A\cap B\cap C\cap D| =$$
$$= 10! - 4\cdot 7! + (3\cdot 5! + 3\cdot 4!) - (2\cdot 3! + 2\cdot 2!) + 1 =$$
$$= 10! - 4\cdot 7! + (360+72) - (12+4) + 1 = 3{,}609{,}057$$
$$=$$

בסדר

- סליחה אם התשובה הייתה מבולבלת ← חוסר זמן

90

לשימוש הבודק

437839

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

437839

תרגיל

$|A| = 7! \quad \ldots \quad |D| = 7!$

$\underbrace{0,1,2,3,4,5}$

$|A \cap B| =$

$|B \cap C|$

$|C \cap D|$

$|A \cap C|$

$|A \cap D|$

$\underbrace{0,1,5}$

$|A \cap B| =$

גליון תשובות לשאלות רב-ברתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1	א ב ג ד ה ו ז ח ט	21	א ב ג ד ה ו ז ח ט
2	א ב ג ד ה ו ז ח ט	22	א ב ג ד ה ו ז ח ט
3	א ב ג ד ה ו ז ח ט	23	א ב ג ד ה ו ז ח ט
4	א ב ג ד ה ו ז ח ט	24	א ב ג ד ה ו ז ח ט
5	א ב ג ד ה ו ז ח ט	25	א ב ג ד ה ו ז ח ט
6	א ב ג ד ה ו ז ח ט	26	א ב ג ד ה ו ז ח ט
7	א ב ג ד ה ו ז ח ט	27	א ב ג ד ה ו ז ח ט
8	א ב ג ד ה ו ז ח ט	28	א ב ג ד ה ו ז ח ט
9	א ב ג ד ה ו ז ח ט	29	א ב ג ד ה ו ז ח ט
10	א ב ג ד ה ו ז ח ט	30	א ב ג ד ה ו ז ח ט
11	א ב ג ד ה ו ז ח ט	31	א ב ג ד ה ו ז ח ט
12	א ב ג ד ה ו ז ח ט	32	א ב ג ד ה ו ז ח ט
13	א ב ג ד ה ו ז ח ט	33	א ב ג ד ה ו ז ח ט
14	א ב ג ד ה ו ז ח ט	34	א ב ג ד ה ו ז ח ט
15	א ב ג ד ה ו ז ח ט	35	א ב ג ד ה ו ז ח ט
16	א ב ג ד ה ו ז ח ט	36	א ב ג ד ה ו ז ח ט
17	א ב ג ד ה ו ז ח ט	37	א ב ג ד ה ו ז ח ט
18	א ב ג ד ה ו ז ח ט	38	א ב ג ד ה ו ז ח ט
19	א ב ג ד ה ו ז ח ט	39	א ב ג ד ה ו ז ח ט
20	א ב ג ד ה ו ז ח ט	40	א ב ג ד ה ו ז ח ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____