

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20276 - מתמטיקה דיסקרטית

חומר הלימוד למטלה: קומבינטוריקה - פרקים 1-2

משקל המטלה: 3 נקודות
מועד אחרון להגשה: 4.4.99
מספר השאלות: 5
סמסטר: ב 1999
(ש)

אנא שים לב:

מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1

I. כמה סדרות שונות ניתן ליצור מן האותיות שבמילה *MISSISSIPPI* כך שבסדרה לא יופיע רצף של 4 S-ים?

II. בקופסה שלוש גרביים כחולות, שלוש אדומות וארבע ירוקות. מוציאים החוצה 8 גרביים, אחת בכל פעם. כמה סדרות שונות ניתן ליצור כך? (בספירה לא מבדילים בין גרביים מאותו צבע).

שאלה 2

בכפר הפקאן מצביעים כל ששים בעלי זכות הבחירה בבחירות חשאיות לראשות הכפר. יש שלושה מועמדים.

I. מה מספר התוצאות האפשריות (התפלגות קולות לפי מועמדים)?
II. מה מספר התוצאות האפשריות בבחירות שבהן אחד המועמדים זוכה ברוב מוחלט (יותר ממחצית הקולות)?

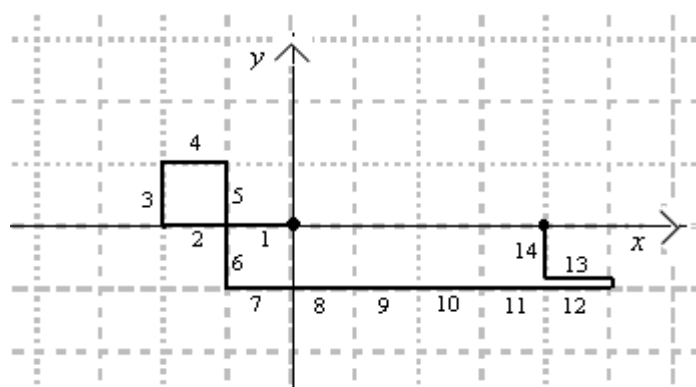
שאלה 3

בתשובה לשאלה 3.17 בספר מתוארות 5 הצורות האפשריות לדיאגרמת הסה של סדר-חלקי מעל הקבוצה $\{1,2,3\}$. העזר בכך וקבע כמה רלציות סדר-חלקי שונות קיימות מעל $\{1,2,3\}$.

שאלה 4

אדם צועד במישור שבו מוגדרת מערכת צירים, החל מהנקודה $(0,0)$. בכל צעד הוא מתקדם יחידה אחת ימינה או שמאלה (כלומר בכיוון מקביל לציר- x), או יחידה אחת למעלה או למטה (כלומר בכיוון מקביל לציר- y). במלים אחרות, מהנקודה (x,y) הוא יכול להגיע בצעד אחד לאחת מארבע הנקודות: $(x,y \pm 1)$, $(x \pm 1, y)$.

כעבור 14 צעדים הוא הגיע לנקודה $(4,0)$, וידוע שהוא צעד בדיוק פעמיים כלפי מעלה (כיוון y חיובי). בכמה אופנים ניתן לעשות זאת?
הנה אפשרות אחת לדוגמא:



הכלל למקרה שבו כעבור k צעדים הוא הגיע לנקודה $(n,0)$, וידוע כי צעד בדיוק p צעדים כלפי מעלה.
מהם כל התנאים על k, n, p בסעיף ב', כדי שמספר הפתרונות יהיה גדול מאפס?

שאלה 5

I. הוכיחו, שמספר הסדרות המורכבות מ- n ימים ו- m ימים, שאינן מכילות שתי הופעות

$$\binom{m+1}{n}$$

סמוכות של הספרה 1, הוא

II. כמה תת-קבוצות A בגודל r של הקבוצה $\{1, 2, \dots, k\}$ הן בעלות התכונה: ב- A אין שני מספרים עוקבים? הדרכה: סעיף א'.