

מח' 16

אשרת למחלקה 0401

ז"א כרמי 301726154

שאלה 1:

א. נראה כי ק"מ מורחב למחלקה חסרת סימון:

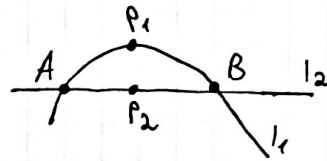
ק"מ 2 מקושר A, B כנדרש.

ק"מ 2 ישר A, B כנדרש.

A, B על l_1 , A, B על l_2 .

ישנה נק' P_1 שאינה על l_2 .

ישנה נק' P_2 שאינה על l_1 .



ב. נראה כי ישנו מרחב אחד של המרחב, דהיינו ישנה קטגוריה:

חשוב לנמק למה המודלים לא שקולים

ק"מ AB וק"מ BA (שניהם $C \notin l_1$)

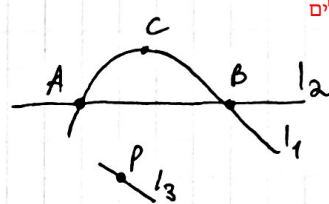
$A, B \ni l_1$ וכן $A, B \ni l_2$.

ישנה נק' P שאינה על l_1 .

ישנה נק' P שאינה על l_2 .

ישנה נק' A שאינה על l_3 .

מכאן שלכל ישר ישנה נק' שאינה עליו.



ג. נראה כי המרחב הכולל תלוי במידת של אקסיומא לא נבחרה מהמרחב.

נתון למרחב מרחב המקיים את אקסיומא 1 ולא את 2:

ברור כי אקסיומא 1 מקיימת: $A \neq B, A \neq l_1$ (כי $A \in l_2$)

1- $C \notin l_2$ וכן מקיימת $A, B \in l_2$ וכן $A, B \in l_1$.

אם ברור כי אקסיומא 2 אינה מקיימת, ליתר l_1 לא

קיימת נק' שאינה עליו.

כמו כן, המרחב l_1 מקיימת את אקסיומא 2 (ליתר l_1 יש את

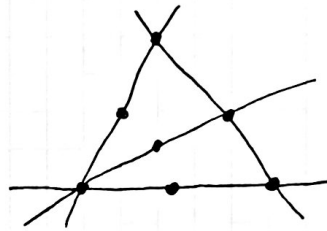
C שאינה עליו וליתר l_2 יש את A שאינה עליו) אקסיומא 1 מכאן לא

מקיימת אקסיומא 1. מכאן שלכל אקסיומא אינה נבחרת

למה מהאחר המרחב תלוי.

שאלה 2:

א. נבנה מודל ובכך נראה כי המערכת הסרה סתירה:
יש לפחות 2 ישרים.



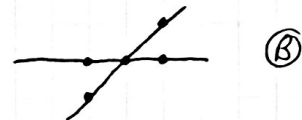
יפה

יש בדיוק 7 נק'.
אם נה' ישר בדיוק 3 נק'.
אם נה' ישרים יש בדיוק נק' אחד משותף.

ב. המערכת בלתי תלויה, נראה כי עם אקסיומה - ניתן לבנות מודל המקיים את 3 השורות ולא סתירה - לכן היא בלתי.

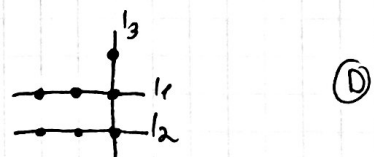


יש בדיוק 7 נק' (2 מקיימות), אם נה' ישר יש בדיוק 3 נק' (3 מקיימות), ישנו רק ישר אחד לכן 4 מקיימות באופן יחיד ו-1 לא מקיימת ולא נבחר מהשורות.



יש בדיוק 2 נק' ישרים, אם נה' ישר בדיוק 3 נק', אם נה' ישרים בדיוק נק' 1 משותפת, אף ישר יק' 6 נק' לכן אקסיומה 2 לא מקיימת ולא נבחר מהשורות.

ג. באופן זה למודל B, רק עם נק' אחד פחות על הישר ו-2 נקודות "האור" - כל הממשותפות יתקיימו מלבד שני ישר מסוים לא יהיו בדיוק 3 נקודות לכן אקסיומה 3 לא נבחר מהשורות.



יש בדיוק 7 נק' לפחות 2 ישרים
אם נה' ישר בדיוק 3 נקודות, אבל ל-4
אף-2 אין נק' משותפת לכן אקסיומה 4
לא מקיימת ולא נבחר מהשורות.

ד. המערכת אינה קלאסית כיוון שיתכן מודל בעל 3 ישרים בלבד:
ובנו מודל שונה מהמקובל שהופיע בסעיף א.



יש לפחות 2 ישרים.
יש בדיוק 7 נק'.

אם נה' ישר בדיוק 3 נק'.
אם נה' ישרים בדיוק נק' משותפת אחד.

3. (שאלה 2 - המשך)

הוספה אקסיומה 5 אינה מתבטא לסתירה,
 בצמ 143 יש ^{המשקל} למודל המק"ה אג כל האקסיומות:
 'ענמ יור מ-2 ישרים, ישן בדוק 7 נק', על ס
 ישר יש בדוק 3 נקודות, על שט 'ענמ' יש
 בדוק נק' אחת משמרה וספ 4 כל שתי נקודות
 נמצאות על ישר אחד ויחיד.

יפה

הוספה אקסיומה 6 לעצומה שאר בהכרח מתבטא לסתירה.
 ישן בדוק 7 נקודות, נבדוק בארבעה מודל:
 A, B, C, D. ישר ע"ה מק"ה אג אקסיומה 6 נדרש
 מק"ה ישר 1 ע"ו הנקודות A, B, C. אג
 אס ק"ה 2 ע"ו הנקודות A, B, D. וקימא
 ע"ה 3 כק שכל כול 'ענמ' יש נק' משוגבה
 'ידקה (אקסיומה 4) כי ד-1 ו-2 יש 2 נק'
 משוגבות - A ו-B.

אולי זה אותו ישר שעליו 4 הנקודות? חייבים לשתף גם את אקסיומה 3 -1

א. ק"מ מוגד לכן הקבוצה חסרה סתירה.
 כל צוג של חבורה ופעולה מראה כי, עקב:
 האיברים 2, 1, 3 והפעולה * (כל צוג סגור
 מוגדרת) השארים המתקבלת ע"י חלוקת סכומים (2-3).

ב. נראה מזה המקרה של שלוש האקסיומות השאריות
 אך לא של 2 (אילו קיבוצי):
 פעולה הקיסור עובר קבוצה תלוייה:
 בעצמה ברור כי הקק' מסורה ביום לפעולה,
 האיבר 3 נ"ל. לפעולה בדיוסור לא ^{אפשר פחות 5 לא שווה חמש} ^{איבר נגדי?} ^{לא} ³⁻ ^{הפעולה}
 אלה קיבוצי: עבור האיברים 4, 3, -5, -3:

$$-6 = -4 - 2 = -4 - (-3 - 5) = -4 - (-8) = -4 + 8 = 4 \neq 2 = -5 - (-7) = -5 - (-3 - 4) = -5 - (-7) = -5 + 7 = 2$$

ג. נראה מזה המקרים של אקסיומות 1 עד 3 ולא
 של 4: קבוצה הלבנים ופעולה הפעל: ברור כי
 מסורה, הפעולה קיבוצי-וק"מ איבר נ"ל (1) אך
 לא ק"מ איבר נגדי ^{לפי איבר} בקבוצה.

3. נראה כי המוגד מקיף את חמשה האקסיומות:
^{אקסיומה 3} ברורה כיוון של פונק' ההרכבה של פונק' ההכנה
 היא הפונק' המקורית, לכן היא השאר הנ"ל.
 סגורה: עבור f ברור, עבור h ברור, מזה לכאורה ??
 עבור $a \cdot b$ ועבור $h \cdot a$. אבל $f \cdot g = 1$ ו- $f \cdot h = h$
 מכאן $h \cdot g = g \cdot a = 1$ ו- $g \cdot h = h \cdot a = h$ (אקסיומה 1)
 נותר להראות קיבוצי ואיבר נגדי: נראה כי כל איבר
 נגדי לעצמו. ראוי עבור h ו- g , נותר להראות עבור a :

$$a \cdot a(1) = g(h(g(h(a)))) = g(h(g(a))) = g \cdot h(2) = g(2) = 1$$

3. חוקי (שאלה ב)

$$k \cdot k(2) = g \cdot h \cdot g \cdot h(2) = g \cdot h \cdot g(2) = g \cdot h(1) = g(1) = 2$$

$$1 \cdot k(3) = g \cdot h \cdot g \cdot h(3) = g \cdot h \cdot g(4) = g \cdot h(4) = g(3) = 3$$

$$1 \cdot k(4) = g \cdot h \cdot g \cdot h(4) = g \cdot h \cdot g(3) = g \cdot h(3) = g(4) = 4$$

וכאילו כי $f = k \cdot k$, כלומר קיים איבר נגדי (אקסואל 4) שמתקיים בו $k \cdot k = f$.
 נותר רק להראות קיומו של האיבר הזה.

~~הוכחה: נניח כי האיבר הנדרש קיים, כלומר $a \cdot a = f$.
 אזי $a \cdot a \cdot a = f \cdot a = a$ (כי f הוא איבר זהויות).
 מכאן $a \cdot a \cdot a = a$, ומכאן $a \cdot a = f$.
 נניח כי האיבר הנדרש קיים, כלומר $a \cdot a = f$.
 אזי $a \cdot a \cdot a = f \cdot a = a$ (כי f הוא איבר זהויות).
 מכאן $a \cdot a \cdot a = a$, ומכאן $a \cdot a = f$.~~

f היא פונקציה המבנה לכן סדר הפעולה נשאר f זה.
 מ-3 הפונקציה אינה משתנה. נראה עבור a, b, c, h, g כי
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ מתקיים.

ה' 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000

כלומר הרכבה של פונקציה היא קבוצה (אקסואל 2)
 ברור כי ישנם 4 איברים (אקסואל 5) לכן $4 \cdot 4 = 16$ האיברים

ה. ~~האיברים $1, 2, 3, 4$ הם האיברים הנדרשים, נראה כי קיימת פונקציה f כזו.~~

הקבוצה $\{1, 2, 3, 4\}$ והפעולה $\text{mod } 4$ הן חבורה בעצמן.
 ארבעה איברים: סגורה, סגורה, נאמלי הוא 0,

איבר נגדי הוא האיבר המלא 4 (מלבד עבור 0 עצמו).
 יקבוצות נובעת מקבוצות בעצמן החיבור, ומכך ששארית 4
 נשארה 4 איבר (סכום השארית 4 שווה לשארית הסכום).

זה הסבר, אין פה כל הוכחה. הפעולה היא לא חיבור

