

האוניברסיטה הפתוחה

20407

מבני נתונים

ומבוא לאלגוריתמים

חוברת הקורס – סתיו 2017א

כתב: ד"ר גיק וינשטין

אוקטובר 2016 – סמסטר סתיו – תשע"ז

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

א	אל הסטודנט
ב	1. לוח זמנים ופעילויות
ד	2. תיאור המטלות
ד	2.1 מבנה המטלות
ד	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ה	2.3 ניקוד המטלות
ה	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ו	2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
5	ממ"ן 12
7	ממ"ן 13
9	ממ"ן 14 - פרויקט 1
11	ממ"ן 15
13	ממ"ן 16
15	ממ"ן 17
17	ממ"ן 18 - פרויקט 2

אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לך לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבך למספר נקודות חשובות:

- כידוע לך, נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לך בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש שלוש מתוך המטלות 11, 12, 13, 15, 16, 17. פרויקט 1 (ממ"ן 14) הוא אופציונלי; פרויקט 18 הוא חובה, אך ניתן להגיש אותו גם אחרי מועדי א' של הבחינות. הכנת תרגילי הבית מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר תרגילים. (כל ממ"ן נוסף שיוגש מעבר למינימום הנדרש יוכל רק **לשפר** את ציון המגן).

יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ס בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכז הקורס ד"ר ג'ק וינסטין ביום ב' בשעות 17:00-15:00 בטלפון 09-7781270, או במייל jack-weinstein@hotmail.com פגישות יש לתאם מראש.

לתשומת לב הסטודנטים הלומדים בחו"ל:

למרות הריחוק הפיסי הגדול, נשתדל לשמור אתכם על קשרים הדוקים ולעמוד לרשותכם ככל האפשר.

הפרטים החיוניים על הקורס נכללים בחוברת הקורס וכן באתר הקורס. מומלץ מאד להשתמש באתר הקורס ובכל אמצעי העזר שבו וכמובן לפנות אלינו במידת הצורך.

אנו מאחלים לך לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

ד"ר ג'ק וינסטין
מרכז ההוראה בקורס

א

1. לוח זמנים ופעילויות (קורס 20407 \ 2017א)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
1	4.11.2016-30.10.2016	פרק א' (מדריך הלמידה) פרקים 1 – 2		
2	11.11.2016-6.11.2016	פרק ב' (מדריך הלמידה) פרק 3 (ספר הלימוד)	מפגש ראשון	ממ"ן 11 13.11.2016
3	18.11.2016-13.11.2016	פרק ג' (מדריך הלמידה) פרק 4 (ספר הלימוד)		
4	25.11.2016-20.11.2016	פרק ד' (מדריך הלמידה) פרק 6 (ספר הלימוד)	מפגש שני	ממ"ן 12 27.11.2016
5	2.12.2016-27.11.2016	פרק ה' (מדריך הלמידה) פרק 7 (ספר הלימוד)		
6	9.12.2016-4.12.2016	פרקין ה', ו' פרקים 7, 9		
7	16.12.2016-11.12.2016	פרק ו' (מדריך הלמידה) פרק 9 (ספר הלימוד)	מפגש שלישי	ממ"ן 13 18.12.2016
8	23.12.2016-18.12.2016	פרק ז' (מדריך הלמידה) פרק 8 (ספר הלימוד)		

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
9	30.12.2016-25.12.2016 (א-ו חנוכה)	פרק ח' (מדריך הלמידה) פרק 10 (ספר הלימוד)	מפגש רביעי	ממ"ן 14 (פרויקט 1) 1.1.2017
10	6.1.2017-1.1.2017 (א חנוכה)	פרק ט' (מדריך הלמידה) פרק 11 (ספר הלימוד)		ממ"ן 15 8.1.2017
11	13.1.2017-8.1.2017	פרק י' (מדריך הלמידה) פרק 12 (ספר הלימוד)	מפגש חמישי	
12	20.1.2017-15.1.2017	פרק י"א (מדריך הלמידה) פרק 13 (ספר הלימוד)		ממ"ן 16 22.1.2017
13	27.1.2017-22.1.2017	פרקים י"א, י"ב פרקים 13, 14	מפגש שישי	
14	3.2.2017-29.1.2017	פרק י"ב (מדריך הלמידה) פרק 14 (ספר הלימוד)		ממ"ן 17 5.2.2017
15	10.2.2017-5.2.2017	חזרה	מפגש שביעי	ממ"ן 18 10.3.2017

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה שש מטלות "יבשות" ושני פרויקטים שניתן להגיש במהלך הקורס. **פרויקט ההרצה 2 הוא חובה!** מבין שש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

2.1 מבנה המטלות

ממ"ן רגיל

מטלה זו מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון יש לכתוב **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרונות למטלה.) אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכל להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או להתקשר לאחד המנחים (בשעת ההנחיה הטלפונית).

פרויקט הרצה

במטלה כזו עליך לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java. מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות. עליך לשלוח למנחה:

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ exe של התוכנית.

הערה: מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (במדריך הלמידה)
ממ"ן רגיל 11	פרקים 1, 2, 3
ממ"ן רגיל 12	פרקים 4, 6
ממ"ן רגיל 13	פרקים 7, 9
ממ"ן 14 - פרויקט הרצה 1	
ממ"ן רגיל 15	פרקים 8, 10
ממ"ן רגיל 16	פרקים 11, 12
ממ"ן רגיל 17	פרקים 13, 14
ממ"ן 18 - פרויקט הרצה 2	פרקים 13, 14

הערות: 1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. כעיקרון, בעת פתרון שאלות, אין להסתמך על תוצאות משאלות בלתי-פתורות בספר הלימוד בלי להוכיחן, אלא אם ניתן לכך היתר מפורש, או אם פתרונות לאלה מופיעים במדריך הלמידה, מחומר הנלמד במפגשי ההנחיה, באתר הקורס וכדומה (ובמקרה זה יש להזכיר את המקור עליו מסתמכים). עם זאת, ניתן לחרוג מכלל זה, ככל שמדובר בתוצאות מוכרות וקלות, או שאין בהן כדי להפוך את השאלה המקורית לקלה מדי ולחסרת עניין.

2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים 11, 12, 13, 15, 16, 17 - 4 נקודות.

משקלו של פרויקט 1 (ממ"ן 14) - 2 נקודות

משקלו של פרויקט 2 (ממ"ן 18) - 4 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"ן 18 ועוד שלושה ממ"נים רגילים. כלומר, כדי לגשת לבחינה עליך לצבור לפחות 16 נקודות מתוך 30 הנקודות האפשריות.

הכנת המטלות הרגילות חייבת להיעשות על-ידי כל תלמיד **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) יכולה להיעשות בזוגות.

לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי. ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים

בחלק מהשאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות:

1. הסבר בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט). אלגוריתם ללא הסבר - לא יתקבל!
2. כתוב את האלגוריתם בפסידו-קוד, בדומה לספר. מותר לשלב בפסידו-קוד הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").
3. אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסידו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עשה זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל, תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא** נתבקשת להוכיח נכונות, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה.
5. בכל מקרה (גם אם הדבר לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, **תמיד** נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן.

2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

1. כתיבת הקוד

תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

מודלריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא:

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה: מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התייעוד.

2. תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים:

1. תיעוד כללי:

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

2. תיעוד בגוף התכנית:

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

- א. הגשת פרויקט 2 (ממ"ן 18).
- ב. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך ששת הממ"נים הרגילים.
- ג. ציון של 50 לפחות בפרויקט 2.
- ד. ציון של 13 לפחות בכל מטלה אחרת הנלקחת בחשבון.
- ה. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ו. הציון המשוקלל של המטלות, הפרויקטים והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 13.11.2016

סמסטר: 2017א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

נתון מערך ממוין $A[n]$ של שלמים, לא בהכרח שונים זה מזה; נתון בנוסף ערך שלם כלשהו z . כתבו גרסה של אלגוריתם החיפוש הבינרי המחזיר את האינדקס i השמאלי ביותר שעבורו $A[i] = z$ ואת האינדקס j הימני ביותר שעבורו $A[j] = z$ (במקרה ש- z לא נמצא במערך, יחזיר האלגוריתם NIL). זמן הריצה של האלגוריתם חייב להישאר $\Theta(\lg n)$. הסבירו מדוע האלגוריתם שכתבתם פועל נכון.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון מערך $A[1..n]$ של מספרים ממשיים. ערך x נקרא **פסגה** של המערך A אם מתקיים אחד מהתנאים: (1) $x = A[1] \geq A[2]$; (2) $x = A[n] \geq A[n-1]$; (3) קיים אינדקס i , $1 < i < n$, שעבורו $x = A[i]$, $A[i-1] \leq x \leq A[i+1]$. במילים אחרות, פסגה של A מהווה מכסימום מקומי של A . כל מכסימום גלובלי של המערך הינו פסגה שלו; מציאת מכסימום גלובלי במערך A דורשת זמן ריצה $\Omega(n)$. כתבו שגרה למציאת מיקומה של פסגה כלשהי במערך A , כך שזמן הריצה שלה יהיה $O(\lg n)$.

שאלה 3 (30 נקודות)

הוכיחו את נכונות האלגוריתם הנתון בשגרה הבאה :

BIDIRECTIONAL-BUBBLESORT(A)

```
1   $left \leftarrow 0$ 
2   $right \leftarrow length[A] + 1$ 
3  while  $left < right$ 
4      do  $swap \leftarrow FALSE$ 
5           $left \leftarrow left + 1$ 
6           $right \leftarrow right - 1$ 
7          for  $i \leftarrow left$  to  $right - 1$ 
8              do if  $A[i] > A[i + 1]$ 
9                  then  $T \leftarrow A[i]$ 
10                      $A[i] \leftarrow A[i + 1]$ 
11                      $A[i + 1] \leftarrow T$ 
12                      $swap \leftarrow TRUE$ 
13      if  $swap = FALSE$ 
14          then return
15      else  $swap \leftarrow FALSE$ 
16      for  $i \leftarrow right - 1$  downto  $left$ 
17          do if  $A[i] > A[i + 1]$ 
18              then  $T \leftarrow A[i]$ 
19                      $A[i] \leftarrow A[i + 1]$ 
20                      $A[i + 1] \leftarrow T$ 
21                      $swap \leftarrow TRUE$ 
22      if  $swap = FALSE$ 
23          then return
```

ראו קודם את הבעיה 2-2 בספר הלימוד ואת השאלות א-11, א-12, א-13 במדריך הלמידה.

שאלה 4 (30 נקודות)

סדרו את הפונקציות הבאות לפי שיעור הגידול שלהן ; כלומר, מצאו סדר f_1, f_2, \dots, f_{12} המקיים

$$: f_1 = O(f_2), \dots, f_8 = O(f_9)$$

$$\begin{array}{cccc} 8\sqrt{n} & 1/n & n^{20407} & \lg n \\ n \lg n & \lg \lg n & \binom{n}{10} & n^{3.14} \\ 2^n & n \cdot 2^n & 3^{n/2} & n! \end{array}$$

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 27.11.2016

סמסטר: 2017א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור נוסחאות הנסיגה הבאות (הניחו כי $T(n)$ קבוע אם $n \leq 10$):

א'

$$T(n) = 9T(n/27) + \sqrt{n \cdot \lg^3 n} + \sqrt[3]{n} \cdot \lg^2 n$$

ב'

$$T(n) = 64T(n/8) + n^2 \lg n + n \cdot \lg^2 n + \sqrt{n^3} \cdot \lg^3 n$$

ג'

$$T(n) = 16T(n/4) + n^3 \cdot \lg n + n^2 \cdot \lg^2 n$$

ד'

$$T(n) = T(n-1) + n \lg n + n^2$$

ה'

$$T(n) = n^3 \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + n^7 \cdot (\lg^3 n + \lg^5 n)$$

שאלה 2 (25 נקודות)

פתרו את הבעיה 4-7 (מערכי מונז') מספר הלימוד (עמודים 75-76).

שאלה 3 (10 נקודות)

נתון המערך $[45, 32, 54, 15, 28, 60, 65, 18, 14, 48]$.
הראו כיצד פועלת השגרה BUILD-MIN-HEAP על המערך הנתון.

שאלה 4 (35 נקודות)

פתרו את הבעיה 2-6 (ניתוח ערמות d -יות) מספר הלימוד (עמוד 119).
הערות: כתבו שגרה $CHILD(i, k)$ המחזירה את אינדקס הבן ה- k של האיבר ה- i (המחליפה את השגרות $LEFT(i)$ ו- $RIGHT(i)$). כתבו גם את השגרה $MAX-HEAPIFY(A, i)$ המתאימה.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 18.12.2016

סמסטר: 2017א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (10 נקודות)

הדגימו את פעולתו של האלגוריתם QUICKSORT על הסדרה

$\langle 60, 70, 80, 90, 19, 19, 5, 29, 10, 15, 19, 21, 25, 29, 30 \rangle$

שאלה 2 (30 נקודות)

מיון-מהיר, גרסת דייקסטרה

מתוארת כאן שגרת החלוקה שהוצעה על-ידי א' ו' דייקסטרה:

```
DIJKSTRA-PARTITION( $A, p, r$ )
 $x \leftarrow A[p]$ 
 $i \leftarrow p$ 
 $j \leftarrow r$ 
repeat
  while  $A[i] < x$ 
    do  $i \leftarrow i+1$ 
  while  $A[j] > x$ 
    do  $j \leftarrow j-1$ 
  if  $i \leq j$ 
    then exchange  $A[i] \leftrightarrow A[j]$ 
       $i \leftarrow i+1$ 
       $j \leftarrow j-1$ 
until  $i > j$ 
return  $i, j$ 
```

א' הראו שהשגרה פועלת נכון.

ב' האם השגרה פועלת נכון גם אם בוחרים כאיבר ציר את האיבר האחרון במקום הראשון ?

ג' איך פועלת השגרה על קלט ממוין בסדר עולה ? ועל קלט ממוין בסדר יורד ? (הניחו שהאיברים שונים זה מזה).

נתבונן עכשיו בגרסת דייקסטר של מיון-מהיר :

```
DIJKSTRA-QUICKSORT( $A, p, r$ )
  if  $p < r$ 
    then  $i, j \leftarrow \text{DIJKSTRA-PARTITION}(A, p, r)$ 
         DIJKSTRA-QUICKSORT( $A, p, j$ )
         DIJKSTRA-QUICKSORT( $A, i, r$ )
```

ד' הראו שהאלגוריתם פועל נכון.

ה' נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הגרוע, במקרה הטוב ובמקרה הממוצע.

שאלה 3 (10 נקודות)

הדגימו את פעולתו של האלגוריתם RANDOMIZED-SELECT על הסדרה
, < 60, 70, 80, 90, 24, 11, 5, 9, 14, 15, 19, 21, 25, 29, 30 >

עבור $i = 7$.

שאלה 4 (25 נקודות)

נתון מספר שלם $m > 1$. נתונה גם שגרת "קופסה שחורה", המוצאת את ערך המיקום ה- $\left\lfloor \frac{in}{m} \right\rfloor$ בזמן לינארי במקרה הגרוע בכל מערך בגודל $n \geq m$ (לכל $1 \leq i \leq m$).

כתבו אלגוריתם פשוט שרץ בזמן לינארי, המשתמש ב"קופסה השחורה" כדי לפתור את בעיית הבחירה עבור ערך מיקום כלשהו.

שאלה 5 (25 נקודות)

נתונה סדרה S בת n מספרים.

א' הוכיחו את הטענה: ב- S קיימים לכל היותר שלושה מספרים החוזרים על עצמם יותר מ- $\lfloor n/4 \rfloor$ פעמים.

ב' כתבו אלגוריתם למציאת כל האיברים המופיעים בסדרה יותר מ- $\lfloor n/4 \rfloor$ פעמים. זמן הריצה הנדרש הוא $O(n)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 2 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 1.1.2017

סמסטר: 2017א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

מותר לעבוד בזוגות

מטרת הפרויקט היא להשוות בין אלגוריתמי מיון-ערמה המבוססים על ערמות d -יות (הבעיה 2-6, ספר הלימוד, עמ' 119), עבור ערכים שונים של d .

א' כתבו תכנית (ב- $C/C++$, Java, או שפה אחרת שבה המנחה יכול לבדוק) המבצעת את הפעולות הבאות:

1. יצירת שלוש סדרות A, B, C (באורך A 50, באורך B 100, באורך C 200) בעזרת פונקציית ספרייה המיועדת ליצירת מספרים אקראיים; כל סדרה תכיל איברים בתחום 0..1023.
2. עבור כל סדרה כקלט, הפעלת האלגוריתם HEAPSORT ($d = 2, 3, 4, 5$); עבור כל $d = 2, 3, 4, 5$, ספירת ההשוואות וההעסקות (של איברי הסדרה בלבד).

3. הדפסת התוצאות שהתקבלו :

- השוואות, $d = 2$;
- העתקות, $d = 2$;
- השוואות, $d = 3$;
- העתקות, $d = 3$;
- השוואות, $d = 4$;
- העתקות, $d = 4$;
- השוואות, $d = 5$;
- העתקות, $d = 5$.

ב' על סמך שמונה הסדרות האלה הסיקו מסקנות על ביצועי האלגוריתם מיון-ערמה לערכים שונים של d .

עבור איזה ערך של d מתקבל האלגוריתם היעיל ביותר

1. מבחינת מספר ההשוואות?

2. מבחינת מספר ההעתקות?

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 8.1.2017

סמסטר: 2017א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

א' הוכיחו שכל אלגוריתם מיון מבוסס השוואות הממין מערך באורך 5 חייב לבצע (במקרה הגרוע) 7 השוואות לפחות.

ב' כתבו אלגוריתם למיון מערך באורך 5 המבצע 7 השוואות במקרה הגרוע.

ג' האם בין אלגוריתמי המיון (המבוססים השוואות) שלמדתם בקורס קיים אחד המקיים את התנאי הנדרש בסעיף ב'? הוכיחו או הפרכו את טענתכם.

שאלה 2 (25 נקודות)

נתונים קבוצה S של n מספרים שלמים ומספר שלם נוסף z ; נניח שכל איברי הקבוצה S שייכים לתחום $[0 \dots n^k - 1]$ ($k \geq 1$, שלם k).

א' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שני איברים שונים, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n \cdot \min(k, \lg n))$.

ב' כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שלושה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n^2)$.

שאלה 3 (20 נקודות)

ידוע שאחת הבעיות הנוצרות כאשר מממשים מחסנית במערך היא מצב הגלישה הנגרם ע"י ניסיון להכניס איבר חדש למערך מלא. ניתן לפתור את בעיית הגלישה באופן הבא: כל פעם שהמערך מתמלא, מייצרים מערך חדש, גדול יותר, ומעתיקים את כל האיברים של המחסנית מהמערך הישן למערך החדש (עם שמירת סדר האיברים: בסיס אל בסיס, ראש אל ראש).

א' נניח שהמערך החדש מכיל תא אחד יותר מאשר המערך הישן. כתבו את פעולת ההכנסה החדשה. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע עבור סדרה של n פעולות הכנסה (החל ממחסנית ריקה)?

ב' נניח שהמערך החדש מכיל k תאים יותר מאשר המערך הישן. כתבו את פעולת ההכנסה החדשה. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע עבור סדרה של n פעולות הכנסה (החל ממחסנית ריקה)? התייחסו גם למקרה כאשר k קבוע וגם למקרה כאשר k משתנה בלתי-תלוי ב- n .

ג' נניח שהמערך החדש מכיל פי שניים יותר תאים מאשר המערך הישן. כתבו את פעולת ההכנסה החדשה. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע עבור סדרה של n פעולות הכנסה (החל ממחסנית ריקה)?

ד' איזו מהשיטות המתוארות בסעיפים (א)-(ג) היא היעילה ביותר?

שאלה 4 (30 נקודות)

נתון מערך $P[1..n]$ של מספרים חיוביים. ברצוננו לבנות מערך $S[1..n]$ לפי ההגדרה:

$$S[i] = \max \{k : j = i - k + 1, \dots, i \text{ לכל } P[j] \leq P[i]\}$$

א' כתבו אלגוריתם לבניית המערך S בזמן $O(n^2)$.

ב' כתבו אלגוריתם משופר לבניית המערך S בזמן $O(n)$.

רמז: השתמשו במחסנית כמבנה עזר.

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 11, 12 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 22.1.2017

סמסטר: 2017א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

פתרו את התרגיל 2-11.2 מספר הלימוד (עמוד 193).

שאלה 2 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 3-11 (בדיקה ריבועית) מספר הלימוד (עמוד 211).

שאלה 3 (20 נקודות)

נתאר אלגוריתם חלופי עבור מחיקת צומת מעץ חיפוש בינארי.
במקרה השלישי, כאשר לצומת z שני בנים, מאתרים את העוקב שלו y , ואז מחליפים בין $left[y]$ לבין $left[z]$; עכשיו אפשר להסיר את z כמו במקרה השני.
הוכיחו שהאלגוריתם הזה נכון. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע? מהם היתרונות והחסרונות שלו בהשוואה לאלגוריתם המחיקה המתואר בספר?

שאלה 4 (30 נקודות)

ידוע שבעח"ב בן n צמתים קיימים $n + 1$ מצביעים שערכם NIL; במילים אחרות, חצי מהזיכרון המכיל את הקישורים מבוזבז.

נבצע את השינוי הבא לכל צומת z בעץ:

אם $left[z] = NIL$, נותנים ל- $left[z]$ את הערך של $TREE-PREDECESSOR(z)$; אם $right[z] = NIL$, נותנים ל- $right[z]$ את הערך של $TREE-SUCCESSOR(z)$. עץ בנוי בצורה הזאת נקרא עץ מחווט והקישורים החדשים נקראים חוטים.

- א איך ניתן להבדיל בין חוטים לבין מצביעים לבנים אמתיים?
- ב כתבו שגרות עבור פעולות ההכנסה והמחיקה בעצים מחוטים.
- ג מהו היתרון העיקרי של השימוש בחוטים?

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 5.2.2017

סמסטר: א2017

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת:

- $\text{INSERT}(k, R, S)$: הכנסת רשומה R בעלת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
 - $\text{INCREASE}(k, d, S)$: הגדלת המפתח של אחת הרשומות בעלת המפתח k בכמות $d > 0$; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
 - $\text{FIND-NUM}(k, S)$: החזרת מספר הרשומות בעלות המפתח k במבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
 - $\text{MODE}(S)$: החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר; זמן הריצה: $O(1)$.
- הערה: n מציין את מספר המפתחות השונים ב- S (מספר הרשומות יכול להיות הרבה יותר גדול מ- n).

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון עץ אדום-שחור T בן n צמתים. נתון גם מצביע לצומת y ב- T , המקיים את התנאים:

(1) הצבע של y הוא שחור;

(2) צבעם של שני הבנים של y , x ו- z , הוא אדום.

נניח עכשיו שכל התת-עץ המושרש ב- x הוסר מהעץ השלם T .

הראו כיצד ניתן לארגן מחדש את הצמתים הנוותרים של T לעץ אדום-שחור חוקי, בזמן ריצה של $O(\lg n)$. הסבירו מדוע השיטה שבחרתם פועלת נכון.

שאלה 3 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים של S):

INSERT(S, k): הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, x): מחיקת האיבר שאליו מצביע x מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

PAIR-DIFF(S, d): מציאת שני איברים ב- S כך שהפרש המפתחות שלהם הינו d בדיוק (אם יש כאלה); זמן הריצה: $O(n)$;

SUM(S, k): החזרת סכום כל המפתחות ב- S שערכם לא עולה על k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MIN2(S): החזרת ערך המפתח השני הקטן ביותר במבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$.

שאלה 4 (30 נקודות)

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת (n מציין את מספר המפתחות השונים זה מזה; המספר הכולל של מפתחות יכול להיות גדול יותר):

INSERT(S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE(S, k): מחיקת אחד האיברים בעלי המפתחות k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

INCREASE(S, k, Δ): הגדלת המפתח k בכמות $\Delta > 0$ (עבור כל האיברים בעלי אותו מפתח k); זמן הריצה: $O(\lg n)$;

LAST-FREQ(S): החזרת שכיחות המפתח k הנכנס אחרון למבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

MODE(S): החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר; זמן הריצה: $O(1)$.

הערה: מבנה הנתונים יכול להיות מורכב ממספר מבנים יסודיים.

מטלת מנחה (ממ"ן) 18 – פרויקט 2

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 10.3.2017

סמסטר: א2017

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה

מותר לעבוד בזוגות

בפרויקט זה עליכם לכתוב תכנית המנהלת את החשבונות של אוסף לקוחות בבנק. לכל לקוח יש את המאפיינים הבאים: שם, מספר תעודת זהות, מספר לקוח בבנק ויתרה בחשבון העובר ושב. מספר הלקוח הוא ייחודי; כלומר, ללקוחות שונים יש מספרי לקוח שונים. גם מספר תעודת הזהות הוא ייחודי. לעומת זאת השם עלול לחזור. הקלט הבסיסי הוא אוסף שורות. בכל שורת קלט יש הודעה או שאילתה. הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים **יעיל ככל שאפשר** (כפונקציה של מספר הלקוחות), כך שניתן יהיה לבצע ביעילות את השינויים הנדרשים ולענות בצורה יעילה לשאילתות.

צורת הקלט:

לשורה של הודעה יכולות להיות הצורות הבאות.

1. הודעה על הפקדה או משיכה של סכום כסף בחשבון של לקוח:

YOSI LEVI 3454621 400

המשמעות: הלקוח יוסי לוי, שמספר החשבון שלו 3454621, הפקיד 400 שקל בחשבון.
(משיכת כסף תתבטא במספר שלילי.)

2. הודעה על הצטרפות לקוח חדש:

+ JOHN DOE 015546134 3462211 300

ה- (+) מציין שמדובר בלקוח חדש. המספר הראשון הוא מספר הזהות והמספר השני הוא מספר הלקוח שניתן ללקוח. המספר האחרון מייצג את הסכום ההתחלתי שהלקוח הביא עימו.

3. הודעה על עזיבת לקוח:

- 3454621

ה- (-) פירושו לקוח שעזב את הבנק (במקרה שלנו – יוסי לוי). המספר אחרי ה- (-) הוא מספר הלקוח. לפני שלקוח עוזב הוא מאפס את היתרה שלו (על ידי הפקדה או משיכה). לשאילתות יכולות להיות הצורות הבאות:

(i) 3462211 ?

התשובה הנדרשת היא היתרה של הלקוח שזהו מספרו (בדוגמה שלנו היתרה היא 300).

(ii) MAX ?

התשובה הנדרשת היא הלקוח שיתרתו היא הגדולה ביותר.

(iii) MINUS ?

הדרישה כאן היא להדפסת כל הלקוחות שיתרתם שלילית.

צורת הפלט:

יש להדפיס כל שינוי (כמו התווספות לקוח) בצורה ברורה ומדויקת.

למשל: "התווסף הלקוח JOHN DOE עם מספר לקוח..."

כמו כן יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ואת התשובה לשאילתה (לפי המידע שנצבר עד כה).

הערות:

א. הניחו כי הקלט חוקי (ודאגו לכך בעצמכם). למשל, הזינו מספרי לקוח שונים זה מזה.

ב. נתחו את סדר גודל זמן הריצה של השגרות השונות (כל פעולת שינוי ושאילתה).

ג. הריצו את התכנית על מספר קלטים (מגוונים).