

האוניברסיטה הפתוחה

20407

מבני נתונים

ומבוא לאלגוריתמים

חוברת הקורס – אביב 2012

כתב: ד"ר ג'ק וינשטין

מרץ 2012 - סמסטר אביב – תשע"ב

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

1	אל הסטודנט
2	1. לוח זמנים ופעילויות
4	2. תיאור המטלות
4	2.1 מבנה המטלות
4	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
5	2.3 ניקוד המטלות
5	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
6	2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
7	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
9	ממ"ן 11
11	ממ"ן 12
13	ממ"ן 13
15	ממ"ן 14 - פרויקט 1
16	ממ"ן 15
18	ממ"ן 16
20	ממ"ן 17
22	ממ"ן 18 - פרויקט 2

אל הסטודנט,

אנו מברכים אותך עם הצטרפותך לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לך לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבך למספר נקודות חשובות:

- כידוע לך, נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לך בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש את שני הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) וכן להגיש עוד שלושה ממ"נים. הכנת תרגילי הבית מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר תרגילים. (כל ממ"ן נוסף שיוגש מעבר למינימום הנדרש יוכל רק **לשפר** את ציון המגן - ר' סעיף 4.3 בחוברת). יש להקפיד על הגשת הממ"נים במועד.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותך בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכזי הקורס:

ד"ר ג'ק וינשטין: ביום א' בשעות 15:00-17:00 בטלפון 09-7781270,

e-mail: jack-weinstein@hotmail.com

אייל משיח: ביום ג' בשעות 11:00-13:00 בטלפון 09-7781233,

e-mail: eyalma@openu.ac.il

פגישות יש לתאם מראש.

אנו מאחלים לך לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

ד"ר ג'ק וינשטין
מרכז ההוראה בקורס

לוח זמנים ופעילויות (20407 \ 2012ב)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ן (למנחה)
1	16.3.2012-11.3.2012	פרקים 1, 2		
2	23.3.2012-18.3.2012	פרק 3	מפגש ראשון	
3	30.3.2012-25.3.2012	פרק 4		ממ"ן 11 1.4.2012
4	6.4.2012-1.4.2012 (ו ערב פסח)	פרק 6	מפגש שני	
5	13.4.2012-8.4.2012 (א-ו פסח)	פרק 7		ממ"ן 12 15.4.2012
6	20.4.2012-15.4.2012 (ה יום הזכרון לשואה)	פרקים 7, 9	מפגש שלישי	
7	27.4.2012-22.4.2012 (ד יום הזכרון) (ה יום העצמאות)	פרק 9		ממ"ן 13 29.4.2012
8	4.5.2012-29.4.2012	פרק 8		
9	11.5.2012-6.5.2012 (ה ל"ג בעומר)	פרק 10	מפגש רביעי	ממ"ן 14 13.5.2012

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	18.5.2012-13.5.2012	פרק 11		ממ"ן 15 20.5.2012
11	25.5.2012-20.5.2012 (א יום ירושלים)	פרק 12	מפגש חמישי	
12	1.6.2012-27.5.2012 (א שבועות)	פרק 13		ממ"ן 16 3.6.2012
13	8.6.2012-3.6.2012	פרקים 13, 14	מפגש שישי	
14	15.6.2012-10.6.2012	פרק 14		ממ"ן 17 17.6.2012
15	22.6.2012-17.6.2012	חזרה	מפגש שביעי	ממ"ן 18 10.7.2012

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

2. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה שש מטלות "יבשות" ושני פרויקטים שעליך להגיש במהלך הקורס. **שני פרויקטי ההרצה הם חובה!** מבין שש המטלות הנותרות יש לפתור **שלוש לפחות**.

2.1 מבנה המטלות

ממ"ן רגיל

מטלה זו מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון יש לכתוב **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. (אפשר ורצוי, כמובן, להדפיס את הפתרונות למטלה.) אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכל להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או להתקשר לאחד המנחים (בשעת ההנחיה הטלפונית).

פרויקט הרצה

במטלה כזו עליך לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java. מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות. עליך לשלוח למנחה:

1. הדפסה של קובץ התוכנית
2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים
3. קובץ התוכנית וקובץ exe של התוכנית.

הערה: מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (במדריך הלמידה)
ממ"ן רגיל 11	פרקים א, ב
ממ"ן רגיל 12	פרקים ג, ד
ממ"ן רגיל 13	פרקים ה, ו
ממ"ן 14 - פרויקט הרצה 1	פרקים א עד ו
ממ"ן רגיל 15	פרקים ז, ח
ממ"ן רגיל 16	פרקים ט, י
ממ"ן רגיל 17	פרקים י"א, י"ב
ממ"ן 18 - פרויקט הרצה 2	פרקים ז עד י"ב

הערות: 1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. כעיקרון, בעת פתרון שאלות, אין להסתמך על תוצאות משאלות בלתי-פתורות בספר הלימוד בלי להוכיחן, אלא אם ניתן לכך היתר מפורש, או אם פתרונות לאלה מופיעים במדריך הלמידה, בחומר הנלמד במפגשי ההנחיה, באתר הקורס וכדומה (ובמקרה זה יש להזכיר את המקור עליו מסתמכים). עם זאת, ניתן לחרוג מכלל זה, ככל שמדובר בתוצאות מוכרות וקלות, או שאין בהן כדי להפוך את השאלה המקורית לקלה מדי ולחסרת עניין.

2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים 11, 12, 13, 15, 16, 17 - 4 נקודות.

משקלו של פרויקט 1 (ממ"ן 14) - 2 נקודות

משקלו של פרויקט 2 (ממ"ן 18) - 4 נקודות

כאמור, חובה להגיש את ממ"נים 14 ו-18 ועוד שלושה ממ"נים רגילים.

כלומר, כדי שתוכל לגשת לבחינה עליך לצבור לפחות 18 נקודות מתוך 30 הנקודות האפשריות.

הכנת המטלות הרגילות חייבת להיעשות על-ידי כל תלמיד **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הפרויקטים (ממ"נים 14 ו-18) יכולה להיעשות בזוגות.

לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי.

ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לתלמידים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים

בחלק מהשאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות:

1. הסבר בקצרה את אופן הפעולה של האלגוריתם (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט). אלגוריתם ללא הסבר - לא יתקבל!

2. כתוב את האלגוריתם בפסידו-קוד, בדומה לספר. מותר לשלב בפסידו-קוד הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").

3. אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסידו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עשה זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל, תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא** נתבקשת להוכיח נכונות, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה.
5. בכל מקרה (גם אם הדבר לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, **תמיד** נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן.

2.5 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

1. כתיבת הקוד

תכנות פשוט וקריא

- לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה! לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:
- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
 - ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
 - ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
 - ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
 - ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא :

שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).

שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).

שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה : מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.

שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התיעוד.

2. תיעוד

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

1. תיעוד כללי :

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.

- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.

- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

2. תיעוד בגוף התכנית :

כל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

א. הגשת פרויקט 1 (ממ"ן 14) ופרויקט 2 (ממ"ן 18).

ב. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך ששת הממ"נים הרגילים.

ג. ציון של 50 לפחות בכל פרויקט.

ד. ציון של 23 לפחות בכל מטלה אחרת הנלקחת בחשבון (ר' סעיף 4.3).

ה. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.

ו. הציון המשוקלל של המטלות, הפרויקטים והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 1.4.2012

סמסטר: 2012

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

א' שינו את שגרת החיפוש הבינרי כך שתחלק את המערך לשלושה חלקים כל אחד בגודל שליש (בערך). מה אפשר לומר על זמן הריצה?

ב' הרחיבו את השגרה למקרה הכללי כאשר המערך מתחלק ל- k חלקים שווים (בערך) בגודלם. נתחו את זמן הריצה של השגרה כפונקציה של n ושל k .

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון מערך $A[1..n]$ של מספרים ממשיים. ערך x נקרא **פסגה** של המערך A אם מתקיים אחד מהתנאים: (1) $x = A[1] \geq A[2]$; (2) $x = A[n] \geq A[n-1]$; (3) קיים אינדקס i , $1 < i < n$, שעבורו $x = A[i]$, $A[i-1] \leq A[i] \geq A[i+1]$. במילים אחרות, פסגה של A מהווה מכסימום מקומי של A . כל מכסימום גלובלי של המערך הינו פסגה שלו; מציאת מכסימום גלובלי במערך A דורשת זמן ריצה $\Omega(n)$.

כתבו שגרה למציאת מיקומה של פסגה כלשהי במערך A , כך שזמן הריצה שלה יהיה $O(\lg n)$.

שאלה 3 (30 נקודות)

הוכיחו את נכונות האלגוריתם הנתון בשגרה הבאה:

```

SHAKERSORT(A)
1  left ← 1
2  right ← length [A]
3  while left < right
4    do min ← left
5       max ← right
6       for i ← left + 1 to right
7         do if A[min] > A[i]
8             then min ← i
9             if A[max] < A[i]
10                then max ← i
11      T ← A[min]
12      A[min] ← A[left]
13      A[left] ← T
14      if max = left
15        then T ← A[min]
16             A[min] ← A[right]
17             A[right] ← T
18        else T ← A[max]
19             A[max] ← A[right]
20             A[right] ← T
21      left ← left + 1
22      right ← right - 1

```

ראו קודם את הבעיה 2-2 בספר הלימוד ואת השאלות א-11, א-12, א-13 במדריך הלמידה.

שאלה 4 (30 נקודות)

סדרו את הפונקציות הבאות לפי שיעור הגידול שלהן ; כלומר, מצאו סדר f_1, f_2, \dots, f_{10} המקיים

$$: f_1 = O(f_2), \dots, f_9 = O(f_{10})$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 (\lg \lg n)^{\lg n} & (n!)^{1/\lg n} & \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} & & & & \\
 2^{\sqrt{n}} & \lg(n^n \cdot n!) & n \cdot \lg n & & & & \\
 \frac{\lg \lg \lg n}{n^{\lg n}} & 3^n & 1/n & & n^2 + n \cdot \lg^3 n & &
 \end{array}$$

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4, 6 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 15.4.2012

סמסטר: ב2012

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור נוסחאות הנסיגה הבאות (הניחו כי $T(n)$ קבוע אם n קטן):

א'

$$T(n) = 9T(n/27) + \sqrt{n \cdot \lg n}$$

ב'

$$T(n) = 64T(n/16) + n\sqrt{n} + n \cdot \lg n + \lg n$$

ג'

$$T(n) = 27T(n/3) + n^4 + n^3 \cdot \lg n$$

ד'

$$T(n) = T(n-1) + n \lg n + n$$

ה'

$$T(n) = n^2 \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + n^5 \cdot \lg^3 n + \lg^5 n$$

שאלה 2 (20 נקודות)

פתרו את הבעיה 2-4 (מציאת השלם החסר) מספר הלימוד (עמוד 73).

שאלה 3 (15 נקודות)

נתבונן בשגרה HEAP-INSERT (ספר הלימוד, עמוד 140). אם המערך A מתחיל באינדקס 0 ומאחסנים ב- $A[0]$ את הערך ∞ , אזי ניתן להוריד את ההשוואה " $i > 1$ " שבשורה 3; כתוצאה מזה, מקטינים את מספר ההשוואות שהשגרה מבצעת. אומרים שהאיבר $A[0]$ משמש כזקיף. כתבו את הגרסא החדשה של השגרה והסבירו למה היא עובדת נכון.

שאלה 4 (35 נקודות)

ערמת max-min היא עץ בינרי כמעט שלם, המקיים את התנאים:

- לכל צומת בעומק זוגי, ערכו גדול מ- או שווה לערכו של כל אחד מצאצאיו;
- לכל צומת בעומק אי-זוגי, ערכו קטן מ- או שווה לערכו של כל אחד מצאצאיו.

א' הוכיחו שאפשר למצוא את ערך המכסימום ואת ערך המינימום בזמן קבוע.

ב' כתבו את השגרות: $\text{HEAPIFY}(A, i)$, $\text{BUILD-HEAP}(A)$, $\text{HEAPSORT}(A)$,

$\text{HEAP-EXTRACT-MIN}(A)$, $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}(A)$

$\text{HEAP-DELETE}(A, i)$, $\text{HEAP-INSERT}(A, key)$, עבור ערמת max-min.

ג' נתחו את סיבוכיות הזמן של כל שגרה.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 29.4.2012

סמסטר: 2012ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

נתבונן בגרסא שונה של מיון-מהיר, המתוארת בשורות הבאות:

PARTITION1(A, p, r)

$y \leftarrow A[p]$

$i \leftarrow p$

$j \leftarrow r + 1$

while $i < j$

do $i \leftarrow i + 1$

while $i \leq r$ and $A[i] < y$

do $i \leftarrow i + 1$

$j \leftarrow j - 1$

while $j \geq p$ and $A[j] > y$

do $j \leftarrow j - 1$

if $i < j$

then exchange $A[i] \leftrightarrow A[j]$

exchange $A[j] \leftrightarrow A[p]$

return j

QUICKSORT1(A, p, r)

if $p < r$

then $q \leftarrow \text{PARTITION1}(A, p, r)$

QUICKSORT1($A, p, q - 1$)

QUICKSORT1($A, q + 1, r$)

קריאת ההפעלה :

QUICKSORT1($A, 1, \text{length}[A]$)

- א' הוכיחו שהאלגוריתם ממין נכון את המערך A .
- ב' אחת הבדיקות " $i \leq r$ ", " $j \geq p$ " בלולאות הפנימיות מיותרת; איזו מהן ומדוע?
- ג' כמה השוואות מבצע האלגוריתם עבור מערך A באורך n וממין מראש?

שאלה 2 (25 נקודות)

נתון מערך A בגודל n . ידוע ש- $(n - \lceil \sqrt{n} \rceil)$ האיברים הראשונים ממוינים; לא ידוע דבר על $\lceil \sqrt{n} \rceil$ האיברים האחרונים.

א' איך ניתן למיין את כל המערך בזמן $O(n)$ במקרה הגרוע?

ב' מצאו פונקציה $f(n)$ גדולה ביותר אסימפטוטית הממלאת את התנאים:

$$1. \sqrt{n} = o(f)$$

2. ניתן למיין את המערך A בזמן $O(n)$ אם ידוע ש- $(n - f(n))$ האיברים הראשונים שלו ממוינים.

שאלה 3 (20 נקודות)

איבר רוב במערך בגודל n מוגדר כאיבר שערכו מופיע במערך יותר מ- $(n/2)$ פעמים. כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי, המחזיר את ערכו של איבר הרוב (אם הוא קיים) או NIL (במקרה הנגדי).

שאלה 4 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 6-7 (מיון עמום של קטעים) מספר הלימוד (עמוד 136).

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 2 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 13.5.2012

סמסטר: 2012ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

מותר לעבוד בזוגות

מטרת הפרויקט היא לבדוק את עומק מחסנית הרקורסיה של האלגוריתם מיון-מהיר, ביחס לבחירת איבר הציר בשגרת החלוקה.

א' כתבו תכנית (בשפת Java או C/C++) המבצעת את הפעולות הבאות:

(1) בהינתן מערך A באורך $n+1$, יאוחסנו בו n שלמים שונים זה מזה (האיבר $A[0]$ יישאר ללא שימוש).

(2) בכל קריאה רקורסיבית ייבחר ערך המיקום k כאיבר ציר; מציאת ערך המיקום זה יתבצע בעזרת השגרה RANDOMIZED-SELECT; איבר הציר יועבר ל- $A[n]$ באמצעות

פעולת החלפה במערך A המקורי.

(3) אחרי כל קריאה רקורסיבית יעודכן עומק הרקורסיה הנוכחי ועומק הרקורסיה המכסימלי; האלגוריתם יחזיר את העומק המכסימלי הסופי.

(4) עליכם להריץ את האלגוריתם עבור ערכים שונים של n (100, 200, 400) ועבור ערכים שונים של k (1, $\lceil m/8 \rceil$, $\lceil m/4 \rceil$, $\lceil m/2 \rceil$; m מהווה את אורך התת-מערך).

ב' על סמך 12 התוצאות שקיבלתם, הסיקו מסקנות על הקשר בין עומק הרקורסיה המכסימלי לבין בחירת המיקום k .

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8, 10 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 20.5.2012

סמסטר: ב2012

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"**

שאלה 1 (25 נקודות)

א' הוכיחו שכל אלגוריתם מיון מבוסס השוואות הממין מערך באורך 5 חייב לבצע (במקרה הגרוע) 7 השוואות לפחות.

ב' כתבו אלגוריתם למיון מערך באורך 5 המבצע 7 השוואות במקרה הגרוע.

ג' האם בין אלגוריתמי המיון (המבוססים השוואות) שלמדתם בקורס קיים אחד המקיים את התנאי הנדרש בסעיף ב'? הוכיחו או הפרכו את טענתכם.

שאלה 2 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 2-8 (מיון במקום בזמן לינארי) מספר הלימוד (עמוד 149).

שאלה 3 (20 נקודות)

הראו כיצד אפשר לממש שתי מחסניות RS, LS ודו-תור DQ באמצעות מערך אחד $A[1..n]$. הגדירו את אוסף הפעולות המתאימות (הכנסה, מחיקה ובדיקת מצבי הגלישה והמחיקה). עבור הגדרת הדו-תור, ראו את התרגיל 5-10.1 בספר הלימוד (עמוד 171).

שאלה 4 (25 נקודות)

שיטה יעילה לייצוג סדרת ערכים המכילה קטעים רצופים שבהם הערכים זהים היא RLE (קידוד אורכי רצפים = run-length encoding). הייצוג בשיטת RLE מורכב מסדרת זוגות

$$(a_1, r_1), (a_2, r_2), \dots, (a_k, r_k)$$

השקולה לסדרה

$$a_1, \dots, a_1, a_2, \dots, a_2, \dots, a_k, \dots, a_k$$

שבה הערך a_i מופיע r_i פעמים לכל $i = 1, \dots, k$, $r_i > 0$ שלם לכל $i = 1, \dots, k$, $a_i \neq a_{i-1}$ לכל $i = 2, \dots, k$.

א' נתבונן במבנה הנתונים "רשימה דו-מקושרת" בצורת ה-RLE (רשימה דו-מקושרת של זוגות (a_i, r_i)). כתבו בפסידוקוד את הגרסאות המתאימות של LIST-SEARCH(L, k) (חיפוש אחר המפתח k), LIST-INSERT(L, k) (הכנסת מופע אחד של המפתח k) ו-LIST-DELETE(L, p) (מחיקת מופע אחד של המפתח p שאליו מצביע p).

ב' כתבו גרסאות מתאימות של אותן פעולות עבור מבנה הנתונים "רשימה דו-מקושרת ממוינת" בצורת ה-RLE.

הערה: זמני הריצה ייחשבו כפונקציות של k .

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 11, 12 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 3.6.2012

סמסטר: 2012ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

פתרו את הבעיה 4-11.1 מספר הלימוד (עמוד 188).

שאלה 2 (20 נקודות)

א' נתונה טבלת גיבוב עם שרשור בת m תאים, ריקה מלכתחילה. מהי ההסתברות שאחרי הכנסת ארבעת מפתחות תיווצר שרשרת באורך 4?

ב' נתונה טבלת גיבוב פתוח בת m תאים, ריקה מלכתחילה. נכניס לטבלה את המפתח k_1 , אחריו את המפתח k_2 , ובסוף את המפתח k_3 . מהי ההסתברות שהכנסת המפתח k_3 תדרוש שלוש בדיקות?

ג' נתונה טבלת גיבוב כאשר מקדם העומס α שלה קשור למספר האיברים שבטבלה על ידי הנוסחה $\alpha = 1 - 1/\lg n$. בהנחה שהטבלה משתמשת במיעון פתוח, מהי תוחלת הזמן עבור חיפוש כושל בפונקציה של n ?

שאלה 3 (20 נקודות)

נתאר אלגוריתם חלופי עבור מחיקת צומת מעץ חיפוש בינרי. במקרה השלישי, כאשר לצומת z שני בנים, מאתרים את העוקב שלו y , ואז מחליפים בין $left[y]$ לבין $left[z]$; עכשיו אפשר להסיר את z כמו במקרה השני. הוכיחו שהאלגוריתם הזה נכון. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע? מהם היתרונות והחסרונות שלו בהשוואה לאלגוריתם המחיקה המתואר בספר?

שאלה 4 (30 נקודות)

ידוע שבע"ב בן n צמתים קיימים $n + 1$ מצביעי $left$ ו- $right$ שערךם NIL ; במילים אחרות, חצי מהזיכרון המכיל את הקישורים מבוזבז. נבצע את השינוי הבא לכל צומת z בעץ: אם $left[z] = NIL$, נותנים ל- $left[z]$ את הערך של $TREE-PREDECESSOR(z)$; אם $right[z] = NIL$, נותנים ל- $right[z]$ את הערך של $TREE-SUCCESSOR(z)$. עץ בנוי בצורה הזאת נקרא עץ מחווט והקישורים החדשים נקראים חוטים.

- א' איך ניתן להבדיל בין חוטים לבין מצביעים לבנים אמיתיים?
- ב' כתבו שגרות עבור פעולות ההכנסה והמחיקה בעצים מחוטים.
- ג' מהו היתרון העיקרי של השימוש בחוטים?

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

מספר השאלות: 3 משקל המטלה: 4 נקודות

מועד אחרון להגשה: 17.6.2012

סמסטר: 2012ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

- עץ חיפוש בינרי הוא עץ אדום-אדום-שחור אם הוא מקיים את התכונות של האדום-אדום-שחור:
1. כל צומת הוא אדום או שחור;
 2. כל צומת עלה (NIL) הוא שחור;
 3. אם צומת הוא אדום וההורה שלו גם הוא אדום, אזי שני בניו שחורים;
 4. כל המסלולים הפשוטים מצומת לצאצאים עלים מכילים אותו מספר של צמתים שחורים (גובה-השחור של הצומת).

כמה צמתים פנימיים שגובה-השחור שלהם k קיימים לכל היותר בעץ אדום-אדום-שחור המכיל n צמתים? כמה קיימים לכל הפחות?

שאלה 2 (40 נקודות)

נגדיר את המבנה של עץ צובר – עץ בינרי המכיל בכל צומת z שני שדות מספריים:

- שדה המפתח $key[z]$;

- השדה הצובר $accum[z]$.

בהינתן עץ צובר A , ניתן לבנות ממנו עץ בינרי רגיל T : עבור כל צומת z ב- A , מחברים את הערך $accum[z]$ לכל המפתחות בתת-עץ המושרש ב- z ; נאמר ש- A מייצג את T .

א' כתבו אלגוריתם הרץ בזמן $O(n)$, הבודק האם העץ הצובר A מייצג עץ חיפוש בינרי.
 ב' כתבו שְגָרוֹת בִּפְסִידוֹקוּד עבור פעולות החיפוש, ההכנסה והמחיקה עבור העץ הצובר A , המייצג עץ חיפוש בינרי; זמן הריצה של שלוש השְגָרוֹת חייב להישאר $O(h)$ (h הוא גובה העץ).
 ג' הראו שניתן להוסיף לכל צומת ב- A שדה צבע, כך ש- A ייצג עץ אדום-שחור. כתבו את הגרסאות החדשות של שְגָרוֹת הסיבובים.

שאלה 3 (40 נקודות)

נתונה קבוצה של N רשומות. כל רשומה R מכילה שני מפתחות מספריים: $key0[R]$ ו- $key1[R]$.
 יהי n מספר הערכים של $key0$ השונים זה מזה המופיעים ב- N הרשומות (N ו- n משתנים בלתי-תלויים זה בזה, $n \leq N$).

נניח שלכל ערך נתון k_0 של $key0$ קיימים לכל היותר m ערכים של $key1$ השונים זה מזה.

(m משתנה בלתי-תלוי ב- N וב- n , $m \leq N$).

הערה: ייתכן שעבור ערך נתון k_0 של $key0$ יהיו כמה רשומות בעלות אותו ערך של $key1$.

הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לממש כל אחת מהפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (במקרה הגרוע):

1. $BUILD(S)$: בניית המבנה S ; סיבוכיות הזמן: $O(N \cdot \lg(m \cdot n))$;

2. $SEARCH(S, k_0, k_1)$: חיפוש רשומה R המקיימת את התנאים

$$key1[R] = k_1, key0[R] = k_0$$

סיבוכיות הזמן: $O(\lg(m \cdot n))$;

3. $INSERT(S, k_0, k_1)$: הכנסה למבנה S של רשומה R המקיימת את התנאים

$$key1[R] = k_1, key0[R] = k_0$$

סיבוכיות הזמן: $O(\lg(m \cdot n))$;

4. $DELETE(p)$: מחיקה מהמבנה S של הרשומה R , שאלה מצביע p ; סיבוכיות הזמן:

$$O(\lg m)$$

5. $MODE(S, k_0)$: החזרת ערך k_1 של $key1$ בעל שכיחות גבוהה ביותר (לערך נתון k_0 של

$$key0);$$

סיבוכיות הזמן: $O(\lg n)$;

6. $MODE(S)$: החזרת זוג מפתחות (k_0, k_1) בעל שכיחות גבוהה ביותר במבנה S ; סיבוכיות

$$O(n).$$

הערה: עליכם לתאר כל פעולה באופן מלא.

מטלת מנחה (ממ"ן) 18

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 13, 14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 1

מועד אחרון להגשה: 10.7.2012

סמסטר: 2012ב

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה ... שמונה-עשרה

מותר לעבוד בזוגות

מבוא

בפרויקט זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++, שתפקידה לנהל בית מלאכה לאריזת מתנות. במלאי שלנו קופסאות בעלות בסיס ריבועי (לא בהכרח קוביות). לכל קופסה ידועים צלע הבסיס $side$ והגובה $height$. כאשר מגיעה בקשה לאריזת מתנה, הלקוח יודע את ממדי הקופסה הקטנה ביותר שמתאימה למתנה; אבל אנחנו נספק לו מהמלאי שלנו את הקופסה בעלת הנפח המינימלי המתאימה למתנה. המשימה שלנו היא לתכנן מבנה נתונים לניהול מלאי הקופסאות; המבנה חייב לתמוך בפעולות הבאות:

$INSERTBOX(side, height)$: הוספת קופסה בממדים הנתונים;

$REMOVEBOX(side, height)$: הוצאת קופסה בממדים הנתונים;

$GETBOX(side, height)$: החזרת ממדי הקופסה בנפח מינימלי שצלעה לפחות $side$ וגובהה לפחות $height$;

$CHECKBOX(side, height)$: בדיקה האם קיימת במלאי קופסה המתאימה למתנה.

הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים **יעיל ככל האפשר**, כך שבעקבות הודעה חדשה על לקוח שקנה מתנה, ניתן יהיה לבצע בצורה יעילה את השינוי הנדרש על מבנה הנתונים. כמו-כן, נדרש שהתשובות לשאילתות יוכלו להינתן ביעילות.

הערה: אין צורך לבדוק את חוקיות הקלט. ההנחה היא כי הקלט חוקי.

עליכם להדפיס שורות קלט, לבצע את הפעולות המתאימות ולהדפיס שורות פלט.

צורת הפלט

יש להדפיס כל שינוי בצורה ברורה ומדויקת.

יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ולאחריה את התשובה עליה.

יעילות

הפרמטרים של הבעיה הם מספר ערכי הצלעות m ומספר ערכי הגבהים n .

ביצוע הפעולות השונות צריך להיות יעיל כפונקציה של m ו- n .

הרצה

הריצו את התכנית על שתי סדרות של 20 מתנות לפחות.

תיעוד

תעדו את התכנית בהתאם לכתוב בסעיף "הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה" בחוברת הקורס.

תארו את מבנה הנתונים והסבירו איך מתבצעת כל פעולה.

נתחו את זמן הביצוע של כל פעולה כפונקציה של m ו- n .

דרישה נוספת

צרפו את דיונכם בסיבוכיות האלגוריתמים השונים שבהם התכנית משתמשת.