פתרון שאלה 2 בממ״ן 11 – 2012ב

נשתמש בשגרה רקורסיבית הדומה לחיפוש בינרי:

```
SEARCH-PEAK(A, i, j)
1   if i ≥ j
2      then return i
3   if A[i] ≥ A[i+1]
4      then return i
5   if A[j] ≥ A[j−1]
6      then return j
7   m = ⌊(i + j)/2⌋
8   if A[m] ≥ A[m+1]
9      then SEARCH-PEAK(A, i, m)
10     else SEARCH-PEAK(A, m+1, j)
```

קריאת ההפעלה הינה

$\text{SEARCH-PEAK}(A, 1, length[A]]$

הוכחת נכונות (באינדוקציה על עומק הקריאה הרקורסיבית):

טענה: בעת קריאה לשגרה על התת-מערך $A[i..j]$, האיבר $A[i]$ גדול או שווה לשכנו השמאלי והאיבר $A[j]$ גדול או שווה לשכנו הימני.

<u>בסיס</u>: בקריאה הראשונה $i=1$ ו- $j = length[A]$ ולכן הטענה מתקיימת.

<u>צעד האינדוקציה</u>: נתון שלפני הקריאה לשגרה על התת-מערך $A[i..j]$, האיבר $A[i]$ גדול או שווה לשכנו השמאלי והאיבר $A[j]$ גדול או שווה לשכנו הימני.

אם בשורה 1 $i \geq j$ אז התת-מערך הוא בן איבר אחד ואיבר זה הוא פסגה;

אם בשורה 3 $A[i]$ גדול או שווה לשכנו הימני אז $A[i]$ הוא פסגה;

אם בשורה 5 $A[j]$ גדול או שווה לשכנו השמאלי אז $A[j]$ הוא פסגה;

אם $A[m]$ גדול או שווה לשכנו הימני, אז מתבצעת קריאה רקורסיבית על התת-מערך $A[i..m]$ והטענה מתקיימת;

אם $A[m+1]$ גדול או שווה לשכנו השמאלי, אז מתבצעת קריאה רקורסיבית על התת-מערך $A[m+1..j]$ והטענה מתקיימת.

ניתוח סיבוכיות:

בכל קריאה רקורסיבית אורך התת-מערך קטן פי 2. מתקבלת נוסחת הנסיגה

$$T(n) \leq T\left(\lceil n/2 \rceil\right) + \Theta(1)$$

פתרון הנוסחה הינו $T(n) = O(\lg n)$ (שיטת האב, מקרה 1).