

**מבנה הבחינה :**

- \* יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.
- \* משקל כל שאלה 25% .
- \* אם תשיב/י על יותר מ- 4 שאלות, יחושב הציון לפי 4 התשובות הראשונות.

**משך המבחן: 3 שעות.**

**חומר עזר:** כל חומר עזר מותר, כולל מחשבון.

---

**שימו לב:**

- \* יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נאמר במפורש בשאלה.
  - \* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
  - \* אפשר גם להסתמך על טענות מהמדור "עזרים ללמידה" באתר הקורס.
  - \* אם ברצונך להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליך לחזור ולהוכיחן.
  - \* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרת אותם.
- 

אין צורך להחזיר את השאלון בתום הבחינה

אנא קראו בתשומת-לב את כל ההנחיות שבעמוד הקודם !

## שאלה 1

יהי  $R$  יחס (רלציה) מעל קבוצה לא-ריקה  $A$ . נסמן ב-  $R'$  את המשלים של  $R$  ב-  $A \times A$ .  
 $I_A$  הוא יחס הזהות מעל  $A$ .  
 בכל אחד מהסעיפים הבאים, מצא את הטענה הנכונה. **בשאלה זו בלבד אין צורך לנמק.**

(5 נק') א. אם  $R$  סימטרי אז  $R'$  :

(1) סימטרי (2) אנטי-סימטרי

(3) לא חייב להיות סימטרי ולא חייב להיות אנטי-סימטרי.

(5 נק') ב. אם  $R$  אנטי-סימטרי אז  $R'$  :

(1) סימטרי (2) אנטי-סימטרי

(3) לא חייב להיות סימטרי ולא חייב להיות אנטי-סימטרי.

(5 נק') ג. אם  $R$  רפלקסיבי אז  $R'$  :

(1) רפלקסיבי (2) אינו רפלקסיבי

(3) יכול להיות רפלקסיבי ויכול לא להיות רפלקסיבי.

(5 נק') ד. אם  $R$  מקיים  $R \cap I_A = \emptyset$  אז  $R'$  מקיים :

(1)  $R' \subseteq (R')^2$  (2)  $(R')^2 \subseteq R'$  (3)  $(R')^2 = R'$ .

(5 נק') ה. אם  $R$  הוא סדר-חלקי מעל  $A$  ו-  $R' \subseteq R^{-1}$  אז :

(1)  $R$  הוא יחס שקילות מעל  $A$  (2)  $R$  הוא סדר-מלא מעל  $A$

(3) אין יחס  $R$  שמקיים את הדרישות האלה.

## שאלה 2

$\mathbf{R}$  היא קבוצת המספרים הממשיים,  $\mathbf{Z}$  היא קבוצת המספרים השלמים.  
 בכל סעיף מצאי את עוצמת הקבוצה הרשומה בו. הוכיחי את תשובותיך.

(8 נק') א.  $K = \{x \in \mathbf{R} \mid 4x \in \mathbf{Z}\}$

(8 נק') ב.  $L = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid 4x - y = 5\}$

(9 נק') ג.  $M = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid x + y \in \mathbf{Z} \text{ וגם } 4x - y = 5\}$

### שאלה 3

נתונות קבוצות  $A_1, A_2, A_3$  המקיימות:

$$\begin{aligned} |A_1| &= |A_2| = |A_3| = n & A_1 \cap A_2 &\subseteq A_3 \\ |A_1 \cup A_3| &= 2n - q & |A_2 \cup A_3| &= 2n - p \end{aligned}$$

(12 נק') א. חשב את  $|A_1 \cup A_2 \cup A_3|$  (קבל ביטוי התלוי רק ב-  $n, p, q$ ).

(13 נק') ב. חשב את  $|P(A_1) \cup P(A_2) \cup P(A_3)|$  (קבל ביטוי התלוי רק ב-  $n, p, q$ ).

הדרכה: כדאי להיעזר בהכללה והפרדה. אין צורך לחשב את  $|A_1 \cap A_2|$  כדי לפתור. נמק את הצעדים בחישוביך.

### שאלה 4

ברשותנו כדורים אדומים, כדורים כחולים, כדורים ירוקים וכדורים לבנים, מכל צבע בדיוק 10 כדורים. בכמה דרכים ניתן לבחור מתוכם 25 כדורים, ללא חשיבות לסדר הבחירה? כדורים בעלי אותו צבע נחשבים זהים.

**יש להגיע לתשובה סופית מספרית**, ולא ע"י חישוב סכום של עשרות מחוברים. כדאי להיעזר בפונקציה יוצרת אבל אפשר בדרכים אחרות, כל דרך נכונה תתקבל.

### שאלה 5

תהי  $L$  שפה חלקית לשפת תחשיב הפרדיקטים, ובה סימנים אלה:

הקשרים הלוגיים  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ , סוגרים, סימני משתנים  $x_1, x_2, \dots$ , סימן קבוע  $a_1$ ,

סימן פרדיקט דו-מקומי  $R$ , סימן פרדיקט דו-מקומי  $A_1^2$  המתפרש כרגיל כשוויון

וסימני הכמתים  $\forall, \exists$ . פרט לאלה אין עוד סימנים בשפה. כתיב מקוצר – מותר.

(12 נק') א. רשום פסוקים  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  בשפה זו, כך שהפסוק  $\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \psi_3$  יביע את

הטענה ש-  $R$  הוא יחס סדר-חלקי מעל עולם האינטרפרטציה.

(13 נק') ב. רשום פסוקים  $\psi_4, \psi_5$  בשפה זו, כך שיחד עם הפסוק  $\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \psi_3$  מהסעיף

הקודם נקבל את הטענה:  $a_1$  הוא איבר מינימלי לגבי הסדר החלקי  $R$ ,

אבל  $a_1$  אינו איבר קטן ביותר לגבי הסדר החלקי  $R$ .

**בהצלחה!**