

מבנה הבחינה :

בבחינה חלק אחד ובו חמש שאלות.
משקל כל שאלה מפורט בגוף השאלון.
עליך לענות על כל השאלות.

שים לב :

יש לענות תשובות קצרות וממצות!
תשובה ארוכה יותר אינה בהכרח טובה יותר ולעתים אף עלולה לגרום להורדת נקודות!

שאלה 1 (20%)

בחוג למדעי המחשב מתקיימים בימי א שיעורים ב- n קורסים שונים. נסמן את קבוצת הקורסים ב- $C = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n\}$. לכל קורס c_i יש זמן התחלה s_i (start) וזמן סיום f_i (finish). במזכירות החוג רוצים לשבץ את הקורסים באולמות שונים, ולהשתמש במספר מינימלי של אולמות.

ברור כי שני קורסים המתקיימים באותן שעות, או ששעותיהם חופפות חלקית (כלומר זמן ההתחלה של קורס אחד מוקדם מזמן הסיום של קורס אחר), לא יכולים להתקיים באותו אולם.

כדי לפתור את הבעיה הוצע האלגוריתם הבא:

(1) $\text{count} \leftarrow 0$.

(2) כל עוד קבוצת הקורסים C אינה ריקה, בצע את הפעולות הבאות:

(1.2) $\text{count} \leftarrow \text{count} + 1$.

(2.2) קרא לשגרה בחר-אוסף-מתוך C המחזירה C' .

(3.2) שבץ את הקורסים שב- C' לאולם מס' count .

(4.2) $C \leftarrow C - C'$.

(3) מספר האולמות הדרוש הוא count .

השגרה בחר-אוסף המתוארת להלן, מקבלת כפרמטר קבוצת קורסים S , ובוחרת מתוכה אוסף של קורסים שאינם חופפים, המיועדים כולם לאולם אחד. השגרה מחזירה אוסף זה.

השגרה בחר-אוסף-מתוך S המחזירה S' :

(1) $S' \leftarrow \emptyset$.

(2) כל עוד S אינה ריקה, בצע את הפעולות הבאות:

(1.2) בחר את הקורס שזמן הסיום שלו הוא מינימלי (נסמנו ב- c_k), והעבר אותו מהקבוצה

S לקבוצה S' .

(2.2) הוצא מ- S את כל הקורסים החופפים (גם חלקית) ל- c_k .

(3) החזר את S' .

א. (5 נקודות)

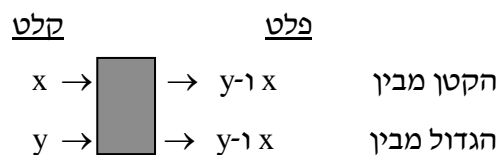
מהי השיטה האלגוריתמית שבה משתמש אלגוריתם זה? הסבר את תשובתך.

ב. (15 נקודות)

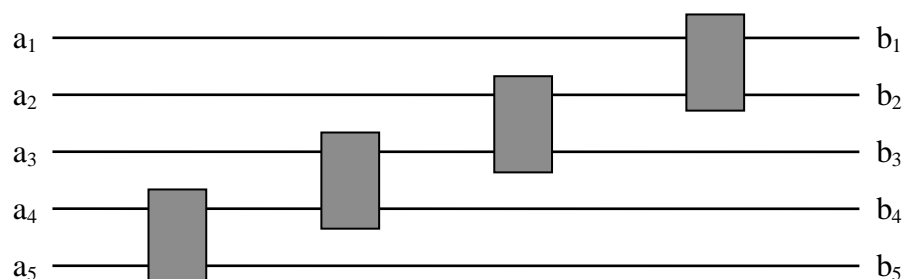
האם האלגוריתם מוצא את הפתרון האופטימלי לבעיה? (כלומר, האם האלגוריתם משבץ את הקורסים באולמות באופן חוקי תוך שימוש במספר מינימלי של אולמות?)
אם כן, הסבר מדוע. אם לא, הבא דוגמא נגדית.

שאלה 2 (18%)

נסמן משווה (comparator) כך :



נתונה הרשת הבאה : a_1, \dots, a_5 הם המספרים הנכנסים לרשת והם שונים זה מזה, b_1, \dots, b_5 הם המספרים היוצאים מהרשת).



האם הטענות הבאות בהכרח נכונות? הסבר בקצרה את תשובתך לכל סעיף.

- b_1 הוא האיבר הקטן מכולם.
- b_5 הוא האיבר הגדול מכולם.
- b_1, \dots, b_5 היא סדרה ממוינת.
- $b_1 < b_2$.
- $b_4 < b_5$.
- אם a_2 הוא המינימום אזי $b_3 < b_5$.

שאלה 3 (18%)

א. נתונה בעיה הדומה לבעיית העצירה :

הקלט שלה הוא זוג כלשהו x -ו- Q (Q תכנית ו- x קלט לתכנית Q), והשאלה היא האם Q אינה עוצרת על x . האם בעיה זו כריעה? נמק את תשובתך.

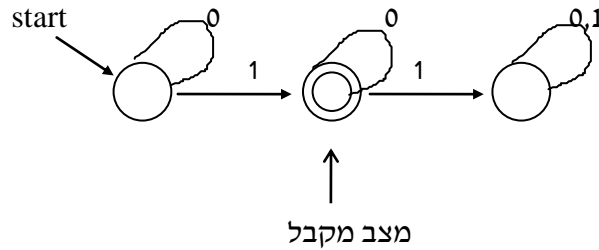
ב. נתונה בעיה הדומה לבעיית העצירה : הקלט שלה הוא זוג כלשהו x -ו- Q (Q תכנית ו- x קלט לתכנית Q), והשאלה היא האם Q עוצרת על x לאחר 2^n צעדים או פחות, כאשר n הוא מספר טבעי קבוע. האם בעיה זו כריעה? נמק את תשובתך.

שאלה 4 (19%)

א. (8 נקודות)

אילו מלים מקבל האוטומט שבאיור הבא?

הסבר מה מאפיין מלים אלו, כאשר מתייחסים אליהן כאל מספרים בייצוג בינרי וכאשר מתייחסים אליהן כאל מספרים בייצוג דצימלי (עשרוני).



ב. (11 נקודות)

בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את כל המילים w מעל $\Sigma = \{a, b, c\}$ המכילות לפחות אחת מהמחרוזות 'aaa' ו-'ccc'.

שאלה 5 (25%)

נניח שמצאנו אלגוריתם, המכריע בשאלה אם אין מעגל המילטון בגרף נתון בזמן $O(n^4)$. האם אנו יכולים להסיק מכך:

א. קיים אלגוריתם פולינומיאלי המכריע בשאלה אם אין מעגל אוילר בגרף.

ב. אפשר לפתור את בעיית שיבוץ הקופים בזמן $O(n^4)$.

ג. $P = NP$.

ד. אפשר לפתור את בעיית הראשונות בזמן פולינומיאלי.

ה. אפשר לפתור את בעיית מגדלי האנוי בזמן פולינומיאלי.

הסבר את תשובתך לכל סעיף בקצרה.

בהצלחה!