

מוס' שאלון - 457

17

כ"ג בתמודז תשע"ז

84 מועד מוס' מועד

ביו"ל 2017

סמסטר ב 2017

20417 / 4

שאלון בחינה גמר

20417 - אלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 6 עמודים

מבנה הבחינה:

בחינה חמיש שאלות.

מתוכן יש לענות על ארבע שאלות.

25 נקודות לכל שאלה.

לכל בעיה יש להציג את האלגוריתם הייעיל ביותר. עבור כל אלגוריתם, יש להציג הוכחת נכונות וניתוח של זמן הריצה. אם ניתן לפתרו בעיה ביעילות באמצעות הפעלה/תיקון של אלגוריתם מוכר, יש להציג פתרון שכזה (במקרה להציג אלגוריתם חדש לחולטי).


על שאלות שמוסמנות בכוכב - יש לענות בטופס השאלון במקום המוקצה (ולא במחברת הבחינה) ולקצר בהוכחת הנכונות והיעילות.

חומר עזר:
כל חומר עזר אסור בשימוש.

בהצלחה !!!

החזירו
למשגיח את השאלון
וכל עזר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות





אלגוריתמים 84 – מועד 2017ב

הנחיות: ענו על **5 שאלות**. לכל שאלה 25 נקודות. לכל בעיה יש להציג את האלגוריתם היעיל ביותר. עבור כל אלגוריתם, יש להציג **הוכחת נכונות** וניתוח של **זמן הריצה**.

על שאלות שמשמעותן בכוכב - יש לענות בטופס השאלון במקום המוקצה (ולא במחברת הבחינה), ולקצר בהוכחת הנכונות והיעילות. אם ניתן לפתור בעיה ביעילות באמצעות **הפעלה/תיקון של אלגוריתם מוכר**, יש להציג פתרון שכזה (במקרה להציג אלגוריתם חדש לחולטין).

חומר עזר: אסור. דף נוסחים מצ"ב.

שאלה 1 – גראפים, רדוקציה מהייפוש להכרעה. נתון גרף לא מכוון $(V, E) = G$. מעגל המילטוני הכרעה לביעית ההמילטוניות נדרש לקבוע האם יש או אין ב- G מעגל המילטוני (האלגוריתם עונה "כן" או "לא"). אלגוריתם חיפוש לביעית ההמילטוניות נדרש למצוא מעגל המילטוני ב- G (אם קיים כזה, אחרת – לדוח שברף אין אף מעגל המילטוני). הוכיחו שעבור בעיית ההמילטוניות הכרעה שرز בזמן פולינומי, אז קיים גם אלגוריתם חיפוש שرز בזמן פולינומי.

*** שאלה 2* – תת-סדרה מרבית רצופה.** תת-סדרה רצופה של הסדרה $(x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x)$, הינה סדרה מהצורה $(x_k, x_{k-1}, \dots, x_{i+1}, x_i)$ עבור איזה(s)ם, שבהתאם סדרת מספרים שלמים (x_1, \dots, x_n) , מוצא בתוכה תת-סדרה רצופה סכומה $x + \dots + x$ מרבי. למשל, בסדרת הקלט $(-1, 4, -3, 5, -1, -1, 1, -1)$ מוגבהת את תת-הסכום המרבי $6 = 5 + 4 - 3$. על האלגוריתם לrox בזמן $\Theta(n)$, כשבניתו זמן הריצה מניחים, שכל פעולה אלמנטרית על מספרים (כמו חיבור, חיסור או השוואה) מתבצעת בזמן $\Theta(1)$.

ניסוח אלגוריתם + ניתוח נכונות: לעתות נכונות: $\text{Opt}[1] = x_1$

$\text{Opt}[i] = \max(\text{Opt}[i-1] + x_i, x_i)$

לעתות נכונות, $\text{Opt}[i]$ הוא הערך המינימלי של סכום $x_1 + x_2 + \dots + x_i$.

בנוסף, $\text{Opt}[i] = \min_{j=1}^i \sum_{k=j}^i x_k$.

ניתוח יעילות: $\text{Opt}[i] = \min_{j=1}^i \sum_{k=j}^i x_k$

לעתות נכונות, $\text{Opt}[i] = \min_{j=1}^i \sum_{k=j}^i x_k$

2  60% > Ns // with

תְּנִשְׁאָרֶתֶן תְּבַקֵּשׁ

*** שאלה 3* – מיסוי צלעיו (Edge Cover).** כיסוי צלעיו של גראף לא מכוון $(V, E) = G$ הינה תת- \mathcal{B}^N קבוצה $E \subseteq E'$ של צלעות "שנוגעות" בכל קדקודיה הגראף: לכל $V \in \cup$ יש בכיסוי צלע מהצורה $e \in E$. ההבדל בין עץ פורש של G לבין כיסוי צלעיו של G הוא שעץ פורש הוא בהכרח קשור, בעוד שהכיסוי הצלעיו המזעיר נתון גראף לא מכוון להיות לא קשור). בבעיית הכיסוי הצלעיו המזעיר ניתן לחתם צלעות E עם מחירים (=משקלים) חיוביים $w_e > 0$, ומעוניינים למצוא כיסוי צלעיו E' שמשקלו ($\sum_{e \in E'} w_e$) מינימלי (ניקוד: סעיף א' – 3 נק', סעיף ב' – 22 נק').

הביתו בוויריאציה הבאה של האלגוריתם של קרוסקאל:

(א) איתחול: היער הנוכחי F מאותחל להיות עיר ריק $\emptyset \leftarrow F$.

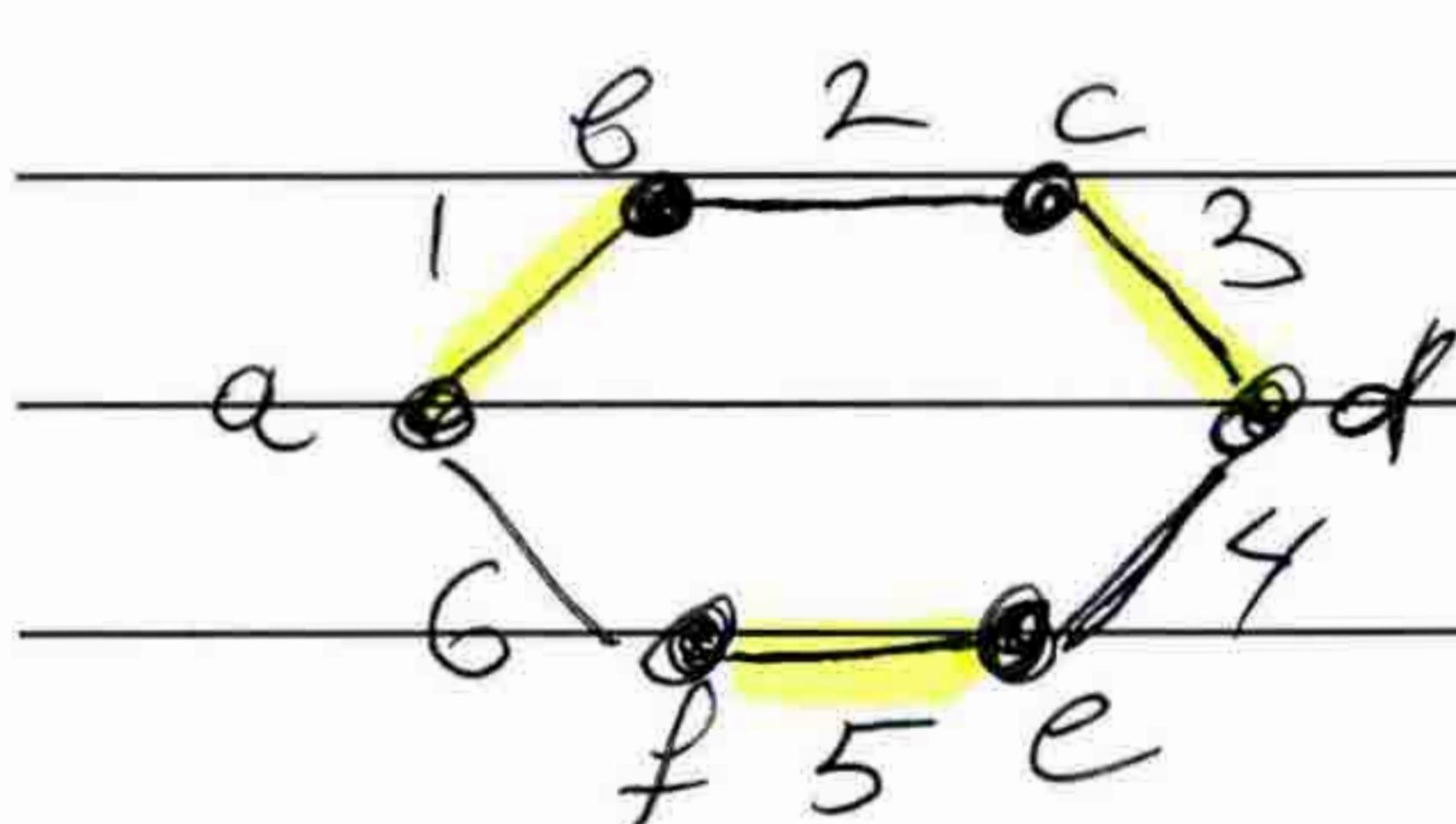
(ב) סורקים בלולאה את הצלעות $e \in E$ של G לפי סדר עולה של משקל. עוזרים את הסריקה ברגע שכל הקדקודים מכוסים כולם $(V(F) = V(G))$. עבר כל צלע $\{v, u\} = e$ מבצעים:

(ב1) בודקים האם e מחברת בין שני קדקודים שכבר כוסו, כלומר $v, u \in V(F)$.

(ב2) אם כן – אז משאירים את e מוחז ליער הנוכחי $F \leftarrow F - e$.

(ב3) אם לא – אז מוסיפים את e ליער הנוכחי $F \leftarrow F \cup \{e\}$.

(ב) חוביחו/הפריכו את הטענה הבאה: האלגוריתם גרשום לעיל מוצא כיסוי צלען מזורי:



~~אנו מודים לך,~~

$$F = \{(a,b)(c,d), \text{left}\}$$

John Smith 1032, Feb 2/6

• (1) (or 100% fine) F → 100% Sbs. Bene marks

(F-1) SN '10a) F-2 N & B > 8 per obs N & S $l+2+3+4+5=15$

100

לְעֵמֶק הַרְמֹן

שאלה 4 – בעיית הספיקות. נתונה נוסחת 3CNF, שבה כל אחד מה משתנים x_1, \dots, x_n מופיע בבדיקה שלוש פסוקיות שונות, וכל פסוקית כוללת בדיקה שלושה משתנים שונים. הוכיחו כי הנוסחה ספיתה. הציגו עבור נוסחאות כאלה אלגוריתם למציאת השמה מספקת. הדרכה: העזרו במשפט Hall. תזכורת להגדרות: נוסחת 3CNF היא נוסחה מהצורה $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \dots \wedge \varphi_m$, כאשר כל פסוקית הצורה $\varphi_i = (z_{i,1} \vee z_{i,2} \vee z_{i,3})$, וכל $z_{i,j}$ הינו אחד מהלiteralsים x_1, \dots, x_n . כך למשל $\varphi = (x_1 \neg \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_4 \neg \vee x_5)$. הינה נוסחת 3CNF. השמה הינה פונקציה שמתאימה לכל משתנה x_i ערך "אמת" T או "שקר" F . בהינתן השמה מסויימת, אזי הלiteral x_i מסופק אם השמה מקיימת $T \leftarrow x_i$, והliteral $\neg x_i$ מסופק אם ימ $F \leftarrow x_i$. פסוקית $(z_{i,1} \vee z_{i,2} \vee z_{i,3}) = \varphi_i$ מסופקת אם לפחות אחד מהלiteralsים שבה מסופק. הנוסחה יכולה $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \dots \wedge \varphi_m$ מסופקת אם ימ כל הפסוקיות $\varphi_1, \dots, \varphi_m$ מסופקות. הנוסחה נקראת ספיתה, אם ימ לפחות אחת מבין 2^n ההשומות האפשריות מספקת אותה.

שאלה 5 – הרצת FFT. נביט בפולינום $p(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$. הציגו את כל החישובים מעל שדה המרוכבים (לרבוט הקריאהות הרקורסיביות) במסגרת הרצת FFT מסדר 4 (הרצת $FFT(\cdot, \omega_4)$) על מקדמי הפולינום.

בצלחה!

-/-/-/-
-/-/-/-

THE JOURNAL OF CLIMATE

אלגוריתמים 20417 – דף נושאות – גרפים

סימוניים. ההגדרות הבאות מתאימות גם לגרפים לא מכוונים וגם לגרפים מכוונים. בגרף $G = (V, E)$ קבוצת הקודדים (=צמתים) הינה V , וקבוצת הצלעות (=קשתות) הינה E . מסומנים $m = |E|, n = |V|$. כל הגרפים בקורס זה הם "פостиים" במובן הבא: אין "ולילות עצמאיות" (= אין צלע מקדקוד לעצמו) ואין "צלעות כפולות" (צלע יכולה להופיע או לא להופיע, אך לא יכולה להופיע מספר רב של פעמים).

מסלולים. מסלול (=מסלול) בגרף הוא סדרת קודדים (v_0, \dots, v_k) כך שיש בגרף צלע $v_{i-1} - v_i$ לכל $1 \leq i \leq k$. אפשר לחשב על אותו מסלול סדרת צלעות (e_1, \dots, e_k) שבה לכל $1 \leq i \leq k$ הצלע e_i מחברת בגרף את v_{i-1} ל- v_i . מסלול פשוט הוא מסלול שאף קדקוד לא מופיע בו פעמיים (ומעלה). מעגל הוא מסלול שבו $v_0 = v_k$. מעגל פשוט הוא מסלול שאף קדקוד לא מופיע בו פעמיים (ומעלה) למעט $v_0 = v_k$. שני מסלולים נקראים זרים בקודדים אם אין להם אף קדקוד משותף, ונקראים זרים בצלעות אם אין להם אף צלע משותפת. קדקוד t נקרא נגיש מקדקוד s אם קיימים בגרף מסלול $m-s-t$. גרא לא-מכoon נקרא קשר (ובדומה גרא מכון נקרא קשר במובן החזק) אם כל זוג קדקודים נגישים האחד מהשני.

משקלים. בגרף ממושקל לכל צלע e מוגדר משקל $\ell(e) = \text{מחיר}(e)$. בגרף לא ממושקל אורך מסלול = מספר הצלעות במסלול. בגרף כן ממושקל אורך מסלול = סכום משקלי הצלעות במסלול. בgraf כהלא ממושקל מסלול מזערי (=מינימלי) $m-s-t$ הינו מסלול $m-s-t$ שאורכו מזערני. עץ מרחקים מזערניים T עם שורש $V \in s$ הוא עץ פורש כך שלכל קדקוד $V \in t$, המרחק (=אורך מסלול מזערני) $m-s-t$ שווה למרחק $m-s-t$ ב- G . אבחנה מרכזית: בgraf כהלא ממושקל: אם $t \rightarrow u \rightarrow \dots \rightarrow n \rightarrow s$ מסלול מזערני $m-s-t$, אז תת-המסלול $u \rightarrow n$ הינו מסלול מזערני $m-u-t$ (כאן \rightarrow מסמן תת-מסלול). עץ פורש מזערני (עפ"מ) בgraf ממושקל ולא-מכoon הוא עץ פורש, שסכום משקלי הצלעות שלו מזערני מבין כל העצים הפורשים.

רשתות זרימה. בראשת זרימה נתונים גרא מכון $G = (V, E)$ עם קדקודים מקור $V \in s$ ויעד $V \in t \neq s$ וקיולות אי-שליליות $0 \leq c(e) \leq \infty$ על הצלעות. זרימה חוקית הינה פונקציה $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ שמקבצת את מגבלת הקיבולות: $c(e) \geq f(e) \geq 0$ לכל צלע e , ואת חוק שימור הזרימה: $f(v) = f_{in}(v) - f_{out}(v)$ לכל קדקוד v , $s \neq v$. כאן $f_{in}(v)$ הינו סכום הזרימות בצלעות שנכנסות ל- v , ו- $f_{out}(v)$ הינו סכום הזרימות בצלעות שיצואות מ- v . חתך ($S, T = V \setminus S$) בראשת הינה חלוקה של קבוצת הקודדים שבה $T \in S, t \in T$. קיבולות $(S, T) = c$ של חתך הינה סכום הקיבולות של צלעות שיצואות מ- S ונכנסות ל- T . זרימה $(S, T) = f$ של חתך הינה הפרש בין סכום הזרימות של צלעות שיצואות מ- S ונכנסות ל- T לבין סכום הזרימות של צלעות שנכנסות ל- S ויוצאות מ- T לכל חתך $(S, T) = val(f) = f_{out}(s) - f_{in}(t) = f(S, T)$ הינו. משפט מרכזי: גודל זרימה מרבית (max-flow) = גודל חתך מזערני (min-cut).

בְּרִית מָהָרָת

תכונות + הערות	אלגוריתם + זמן ריצה	פלט	קלט
T הינו עץ מרוחקים מזעירים מהמקור s	סריקה למרוחק BFS $ E + V $	עץ פורש T של הקזקוזים הנגישים מ- s	גרף מכון G קדוקוד מקור $V \in s$
בגרף לא-מכoon: כל צלע של G שאינה ב- T בהכרח מחברת בין אב-קדמו לבין צאצא שלו ב- T . בגרף מכון חסר מעגלים: מחשב מيون טופולוגי.	סריקה לעומק DFS $ E + V $	עץ T של מרוחקים (ומסלולים) מזעירים מהמקור s לקזקוזים הנגישים מ- s	$w(e) \geq 0$ גרף מכון G ממושקל (עם/בלי מקור $s \in V$)
מדוחים על קיומם של מעגלים שימושקלם שלילי	דייקסטרה Dijkstra $ E + V \lg V $ בלמן-פורד Bellman-Ford $ E V $ פלוייד-וורשאל Floyd-Warshall $ V ^3$	מרוחקים (ומסלולים) מזעירים בין כל זוגות הקזקוזים	$w(e)$ כללי
אם e צלע שמשקלה מזערי מבין $S, V \setminus S$. אז יש עפ"ם שכוללת את e . אם e צלע שמשקלה מרבי מבין כל הצלעות שמחברות בין S . אז יש עפ"ם שלא כולל את e .	פרימ Prim $ E + V \lg V $ קרוסקל Kruskal $ E \lg V $	עפ"ם של הגרף (עץ פורש מזערי)	גרף לא-מכoon G עם משקלים אי-שליליים $w(e) \geq 0$
וריאנט של פורד-फלקרסון Ford-Fulkerson	אדמונדס-קארפ Edmonds-Karp $ E ^2 V $	זרימה חוקית מרבית	מקור $V \in s$ ויעד $t \in V$ וקיים א-שליליות $c(e) \geq 0$
מתאים לכפל פולינומיים $\left(\sum_{0 \leq i \leq n-1} a_i x^i \right) \left(\sum_{0 \leq j \leq n-1} b_j x^j \right) = \left(\sum_{0 \leq k \leq 2n-2} c_k x^k \right)$ $c_k = \sum_{0 \leq i \leq k} a_i b_{k-i}$	טרנספורם פורייה FFT $n \lg n$	הكونבולוציה החזיקלית $\vec{a} \otimes \vec{b} = (c_0, \dots, c_{2n-2})$ שבה $c_k = \sum_{0 \leq i \leq k} a_i b_{k-i}$	זוג ווקטורים $\vec{a} = (a_0, \dots, a_{n-1})$ $\vec{b} = (b_0, \dots, b_{n-1})$

רְנֵנָה כִּירְתָּא



לשימוש הבודק

FFT

(5)

: 3 כפונקציית פולינום

$$P(x) = \underline{x^3} - 2\underline{x^2} + 3x - 4 = (-4, 3, -2, 1)$$

$$P_0(x) = -2x - 4$$

$$P_1(x) = \cancel{-x^2} + 3x + 4$$

$$W_n^k = e^{j\frac{2\pi k}{n}}$$

$$W_4^0 = 1 \quad W_4^{-1} = j \quad W_4^{-2} = -1 \quad W_4^{-3} = -j$$

המקרה הכללי של פולינום ממעלה נמוכה מ-3:

$$1 \quad j \quad -1 \quad -j$$

$$P_0(x) = -2x^4 \quad -6 \quad -2j - 4 \quad -2 \quad 2j - 4$$

$$P_1(x) = x + 3 \quad 4 \quad j + 3 \quad 2 \quad -j + 3$$

$$P_0(x^2) \quad -6 \quad -2 \quad -6 \quad -2$$

$$P_1(x^2) \quad 4 \quad 2 \quad 4 \quad 2$$

$$x \cdot P_1(x^2) \quad 4 \quad 2j \quad -4 \quad -2j$$

$$P_0(x^3) + xP_1(x^2) \quad -2 \quad 2j - 2 \quad -10 \quad -2j - 2$$

$$(-2, 2j - 2, -10, -2j - 2)$$

כפונקציית פולינום

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

$$P_0(x) = -2x - 4$$

$$P_1(x) = x + 3$$

$$P_0'(x) = -4 \quad P_1'(x) = 1$$

המקרה הכללי של פולינום ממעלה נמוכה מ-3:

$$P(1) = 1 - 2 + 3 - 4 = -2 \quad | \quad P(1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$$

$$P(j) = -j + 2 + 3j - 4 = 2j - 2 \quad | \quad P(-j) = +j + 2 - 3j - 4 = -2j - 2$$

(>20%) (5)

לשימוש הבודק

$\therefore FFT^{-1}$ כזו, אך לא מודעת

$$P(X) = (-2, 2j-2, -10, -2j-2)$$

0	1	2	3
---	---	---	---

$$P_0(X) = f_2(-10) = -10X - 2$$

$$P_1(X) = (2j-2, -2j-2) = (-2j-2)X + 2j-2$$

$\therefore \delta(x)$ כהן נס' 3

-1 $\quad j$ $\quad -1$ $\quad -j$

$$P_0(X) = -10X - 2$$

$$\begin{array}{ccccc} -12 & -10j-2 & 8 & 10j-2 \\ -2j-2+2j-2 & 2-2j+2j-2 & 2j+2+2j-2 & -2+2j+2j-2 \\ P_1(X) = (-2j-2)X + 2j-2 & -4 & 0 & 4j \\ & & 4j & 4j-4 \end{array}$$

$$P_0(X^2)$$

$$\begin{array}{ccccc} -12 & 8 & -12 & 8 \\ -4 & 4j & -4 & 4j \\ P_1(X^2) & & & \end{array}$$

$$X \cdot P_1(X^2)$$

$$\begin{array}{ccccc} -4 & -4 & 4 & 4 \\ P_0(X^2) + X \cdot (P_1(X^2)) & -4 & 4 & 4 \end{array}$$

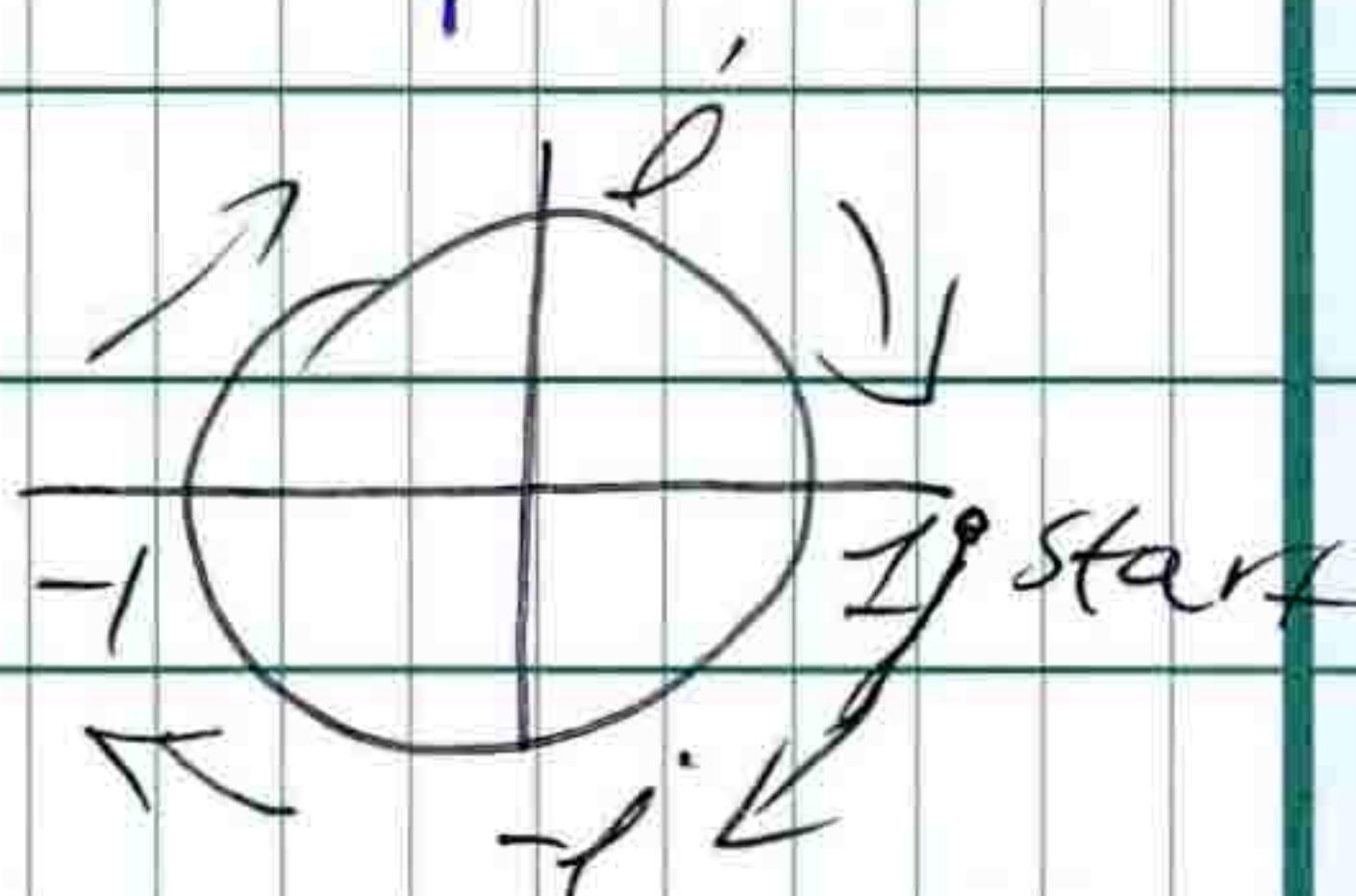
$$\begin{array}{ccccc} -16 & 4 & -8 & 12 \\ P_0(X^2) + X \cdot (P_1(X^2)) & & & \end{array}$$

$$(-16, 12, -8, 4)$$

$\therefore n=4 \rightarrow \delta(x)$

$$(-4, 3, -2, 1)$$

! מילוי של פונקציית פולינום



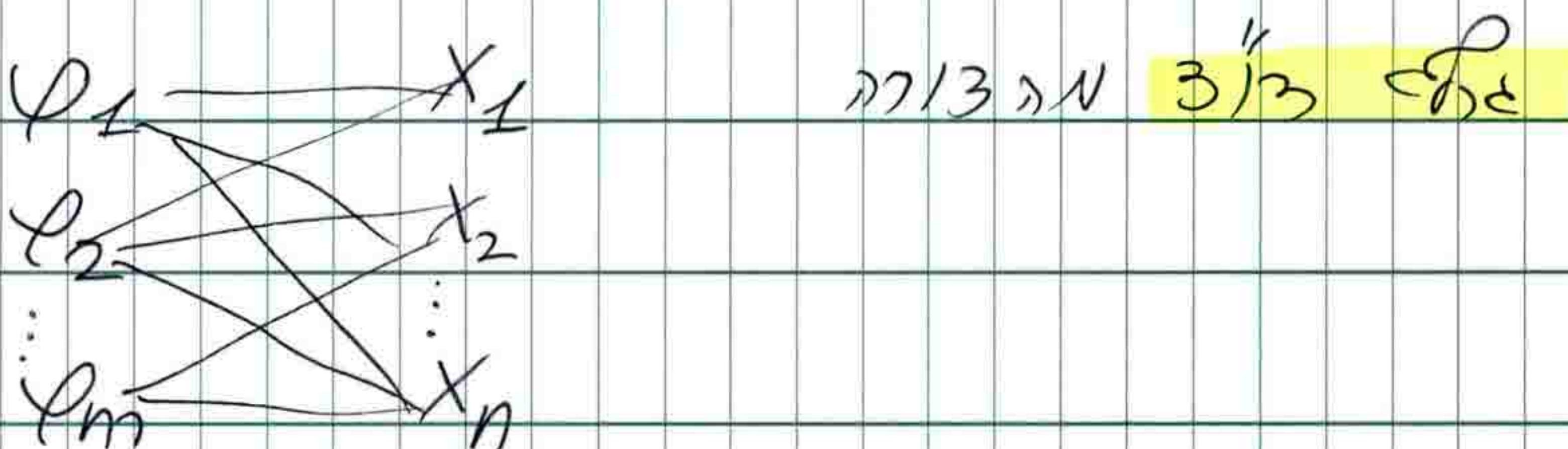
($1 \leq i \leq n$) X_i נסמנת ככזו ב3NF מושג

\exists Y_1, Y_2, \dots, Y_m סט של n מושגים $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

($1 \leq j \leq m$) φ_j \rightarrow $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

$\cdot [m = n] \rightarrow$ $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

ו $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג. נא



$\cdot X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

ומען לכך ש $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

$\therefore \exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

$$\varphi_i = (X, V \setminus X_i, V \setminus X_j)$$

$\therefore \exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

ולפיכך $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

ולפיכך $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

$\therefore \exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג

$\Theta(m \cdot n)$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

$\therefore \exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

$\therefore \exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

$\therefore \exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

$\therefore \exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

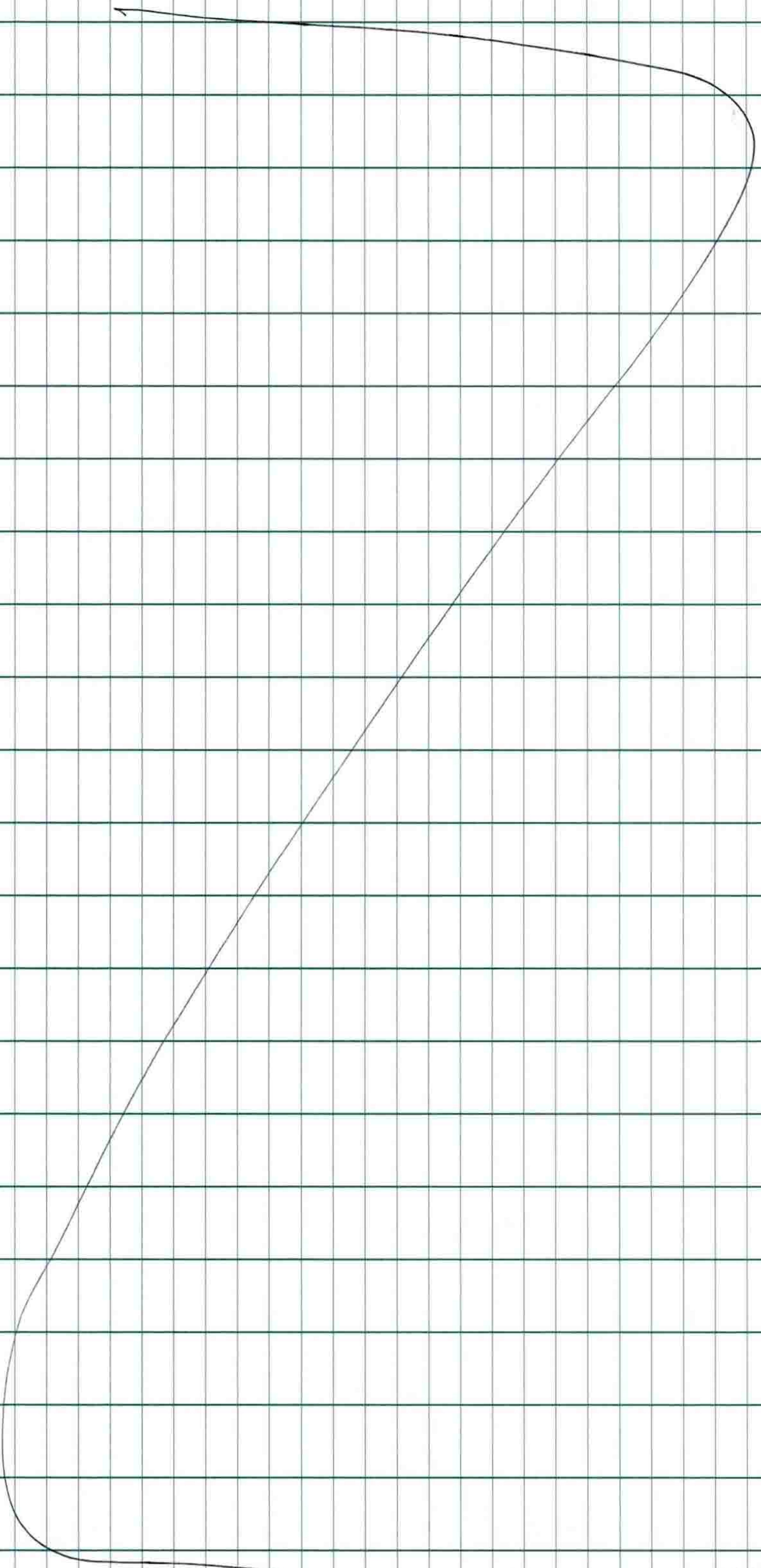
$$|A| = K \geq \sqrt{A} = 3 \cdot K \therefore \exists X_i$$

$\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

$\therefore \exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

$\therefore \exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג

$\therefore \exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג $\exists X_i$ מושג $\exists Y_j$ מושג



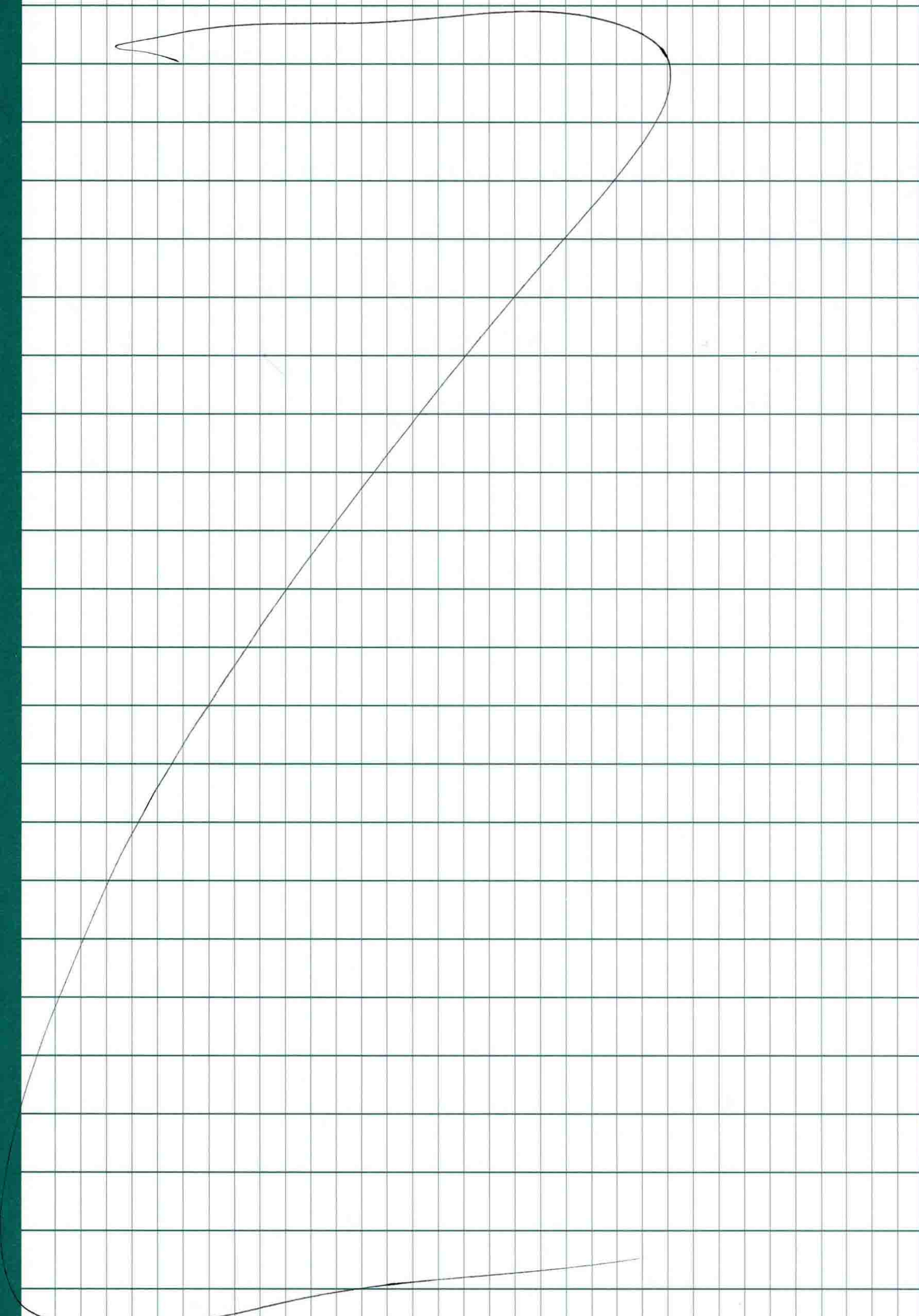
- >env-4

• BWF → י"ס ל'ב'ד ט'ל'ה, ו'ס'ג ג'ז'ר
• נ'ז, י"ס ד' ב'ג'ז'ר ק'ז 'ב'ן ט'ל'ה
• נ'ל'ה י'ב'ר ז'ק'ס פ'ט'ה

$O(M \cdot E) = O(m \cdot n)$ für das ~~Sortieren~~

~~DATA~~ 100 jobs 30% Eckf. 20000: 1111111111
. 1112 100'000,00'00 3NF- \rightarrow 1105 13,13 111

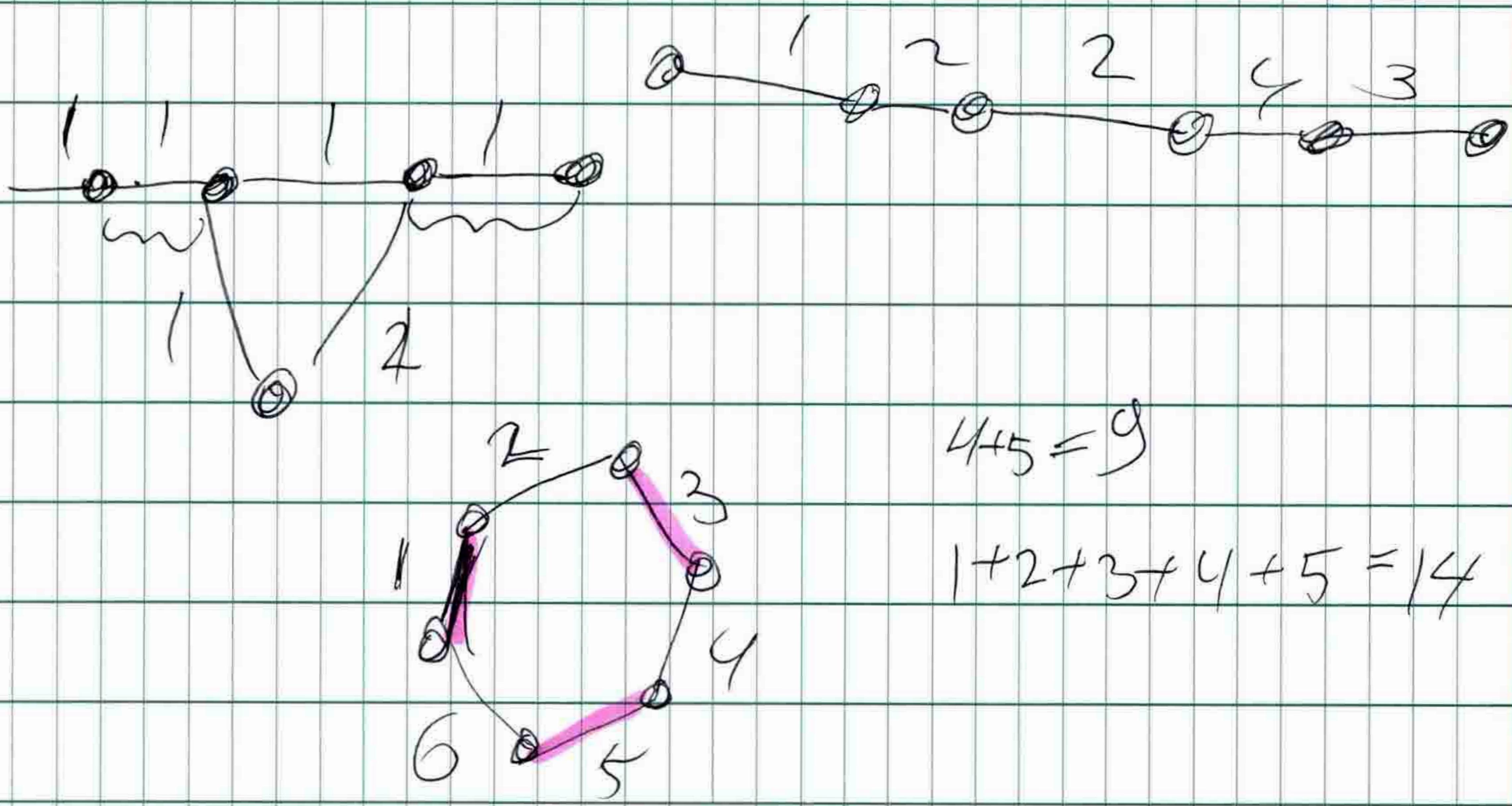
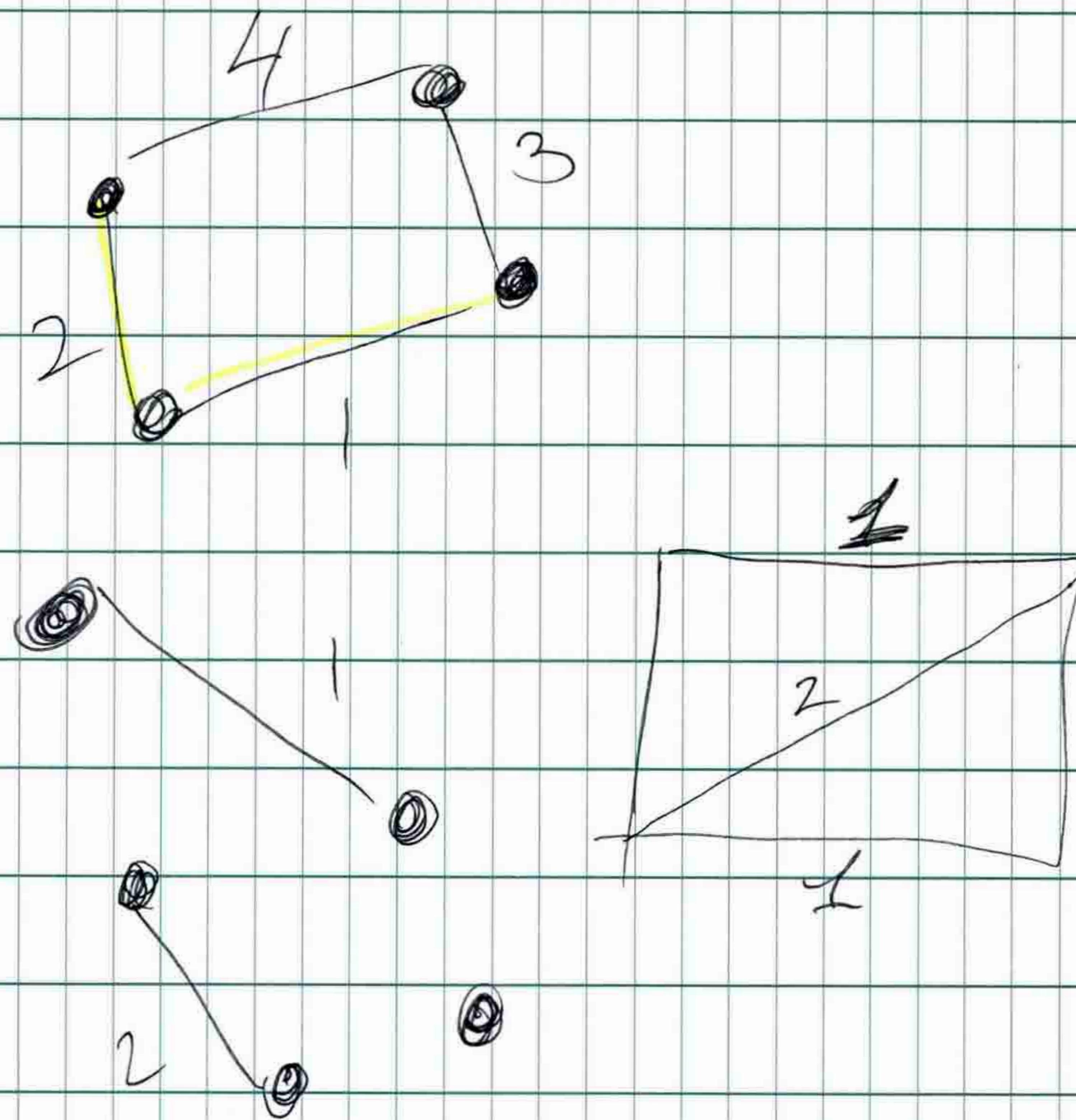
"~~1815W~~" ~~at 103,2~~ Spt 1815 ⁵ ~~103,2~~ 1815 ~~103,2~~
on 21 ~~1815~~ 1815 ~~103,2~~



לשימוש הבודק

~~20' 0" S. of 11th B&W 203 10'se~~ ~~11th~~ B&W 203 10'se

• 1067 MS. A.2.3 v. 1 N.B.



184894

1|2|3|4|5|6|7|8

1|8|17|6|

4|0|3|-2|-1|0|-1|

1 2 3 4 5 - 1000

1

הנחנו שמשתתף i -optimal, כלומר $\text{opt}[i] = \text{opt}[i+1]$.
 $i=1, 2, \dots, k$.
 $\text{opt}[k] = \text{opt}[k+1]$.
 $\text{opt}[k] > \text{opt}[k-1]$.

$$= \pm 1, 4, -3, 5, -1, -1, -1$$

A graph of a piecewise function $f(x)$ on a Cartesian coordinate system. The x-axis is labeled with values -1, 4, and 4. The y-axis has a tick mark at 1. The function is constant at $y = 4$ for $x < -1$. At $x = -1$, there is an open circle at $(-1, 4)$ and the function drops to a solid line at $y = 1$ for $x > -1$. There is a closed circle at $(-1, 1)$. The function is constant at $y = 1$ for $x > -1$.

A hand-drawn graph on lined paper showing a function $f(x)$ plotted against x . The x-axis has tick marks at -5, -4, -3, -2, -1, 1, and 2. The y-axis has a tick mark at -1. The graph consists of several segments: a line from $(-5, 0)$ to $(-4, 0)$, a vertical line at $x = -4$ from $y = 0$ to $y = 4$, a line from $(-4, 4)$ to $(-3, 0)$, a line from $(-3, 0)$ to $(-2, 5)$, a vertical line at $x = -2$ from $y = 5$ to $y = 7$, a line from $(-2, 7)$ to $(-1, 5)$, a vertical line at $x = -1$ from $y = 5$ to $y = 1$, a line from $(-1, 1)$ to $(1, 1)$, a vertical line at $x = 1$ from $y = 1$ to $y = -1$, and a line from $(1, -1)$ to $(2, 0)$.

1	3	0	5	4	3	4	3	
---	---	---	---	---	---	---	---	--

$$\begin{array}{r} \cancel{+} 3 \\ \hline 143 \end{array}$$

• Página 337, 11 de 11 en la sección ①

Wishful thinking year ~~2011~~ for Mr. Steve Jobs

Whitney. No. 103 M) 1/6/17 0731 hrs 38

-1 4 -3 5 -1 -1 1 -1

-1	4	1	6	5	4	5	4	11
----	---	---	---	---	---	---	---	----

(3) Again, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ is unbounded.

$$S_{t+1} = \text{sum } S_t - 1 + X_t \quad S \text{ 是一个向量}$$

• resu h 3r i~~g~~-n ós j) dN ð, b0) ②

$$\text{opt}[l] = \max(x_i, \text{opt}[l-1] + x_i s[l])$$

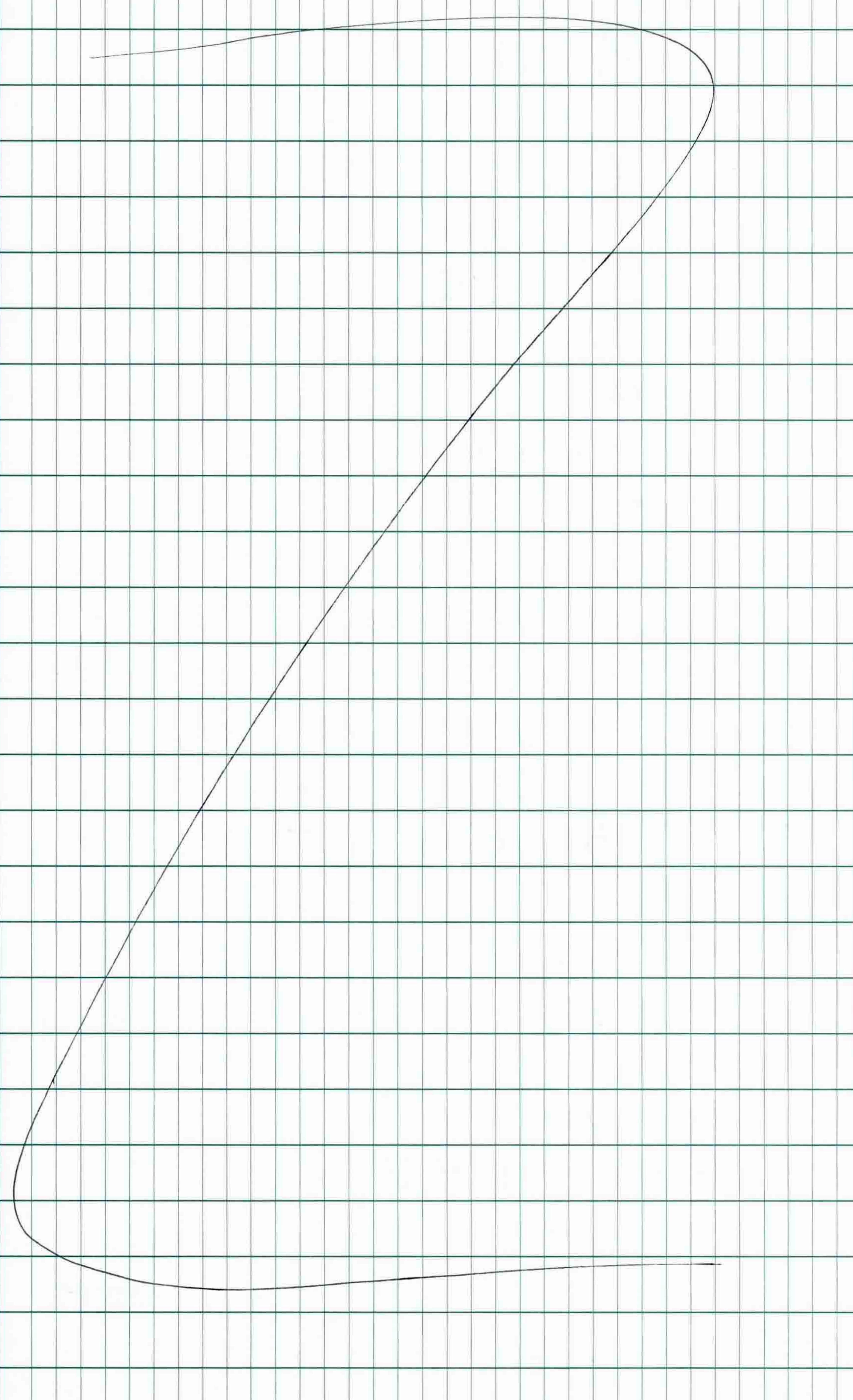
$$-1 \quad 4 \quad -3 \quad 5 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1$$

opt = 14 / 16 5 9 5 4 / / / / / / / / / / / /

130 stob'e Opf[ρ] 138 zw Bsg ~~Unter~~: ök

~~Opt[Ex]~~ ~~abs~~ ~~2SNP~~ ~~2~~

This figure is a line graph illustrating two data series over time. The x-axis represents time, and the y-axis represents the magnitude of the data series. The top series, represented by a dark grey line, starts at a low value, rises steadily through the first three quarters to a plateau around 0.5, and then ends with a sharp vertical drop. The bottom series, represented by a light grey line, remains flat at zero until the end of the first quarter, then rises sharply to a plateau around 0.5, and finally drops vertically at the same time as the top line.



184894

111112 סעיפים 1 ו 2 בדרכם של יגאל ורוניק

לפנינו $\text{Opt}[j] = \max_{\text{sets } S} \text{Opt}(S)$ ו $\text{Opt}(S) = \sum_{i \in S} \text{val}_i$.
 $\text{opt}[j] = X_j / 3^j$ ו $\text{opt}[k] = \max_{j=1}^N \text{opt}[j]$.
 $X_k = \min_{j=1}^N \text{opt}[j] \cdot 3^j$, כלומר: $j = k$, $\text{opt}[k] = X_k$.
 $\text{opt}[k] = \max(X_k, \text{opt}[k-1])$.
 $\text{opt}[k] = \max(X_k, \text{opt}[k-1] + \delta)$.

184894

184894

184894

גלוון תשובות לשאלות רב-ברותיות

הקרפ במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכון).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.

דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג ד ה ז ח ט

דוגמה לתשובה שבטלה: א ב ג ד ה ~~ז~~ ח ט

שאלות	תשובה	שאלות	תשובה
1	א ב ג ד ה ז ח ט	21	א ב ג ד ה ז ח ט
2	א ב ג ד ה ז ח ט	22	א ב ג ד ה ז ח ט
3	א ב ג ד ה ז ח ט	23	א ב ג ד ה ז ח ט
4	א ב ג ד ה ז ח ט	24	א ב ג ד ה ז ח ט
5	א ב ג ד ה ז ח ט	25	א ב ג ד ה ז ח ט
6	א ב ג ד ה ז ח ט	26	א ב ג ד ה ז ח ט
7	א ב ג ד ה ז ח ט	27	א ב ג ד ה ז ח ט
8	א ב ג ד ה ז ח ט	28	א ב ג ד ה ז ח ט
9	א ב ג ד ה ז ח ט	29	א ב ג ד ה ז ח ט
10	א ב ג ד ה ז ח ט	30	א ב ג ד ה ז ח ט
11	א ב ג ד ה ז ח ט	31	א ב ג ד ה ז ח ט
12	א ב ג ד ה ז ח ט	32	א ב ג ד ה ז ח ט
13	א ב ג ד ה ז ח ט	33	א ב ג ד ה ז ח ט
14	א ב ג ד ה ז ח ט	34	א ב ג ד ה ז ח ט
15	א ב ג ד ה ז ח ט	35	א ב ג ד ה ז ח ט
16	א ב ג ד ה ז ח ט	36	א ב ג ד ה ז ח ט
17	א ב ג ד ה ז ח ט	37	א ב ג ד ה ז ח ט
18	א ב ג ד ה ז ח ט	38	א ב ג ד ה ז ח ט
19	א ב ג ד ה ז ח ט	39	א ב ג ד ה ז ח ט
20	א ב ג ד ה ז ח ט	40	א ב ג ד ה ז ח ט

לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: ציין: _____

שם הבודק: 184894