ה א ו נ י ב ר ס י ט ה   ה פ ת ו ח ה

20417

אלגוריתמים

חוברת הקורס –סתיו 2011א

כתב: דניאל רייכמן

אוקטובר 2010 – סמסטר סתיו – תשע"א

פנימי – לא להפצה.

תוכן העניינים

אל הסטודנט,

אני מקדם את פניך בברכה עם הצטרפותך אל הלומדים בקורס "אלגוריתמים".

בחוברת זו תמצא תיאור, מלא ככל האפשר, של הקורס וכן פרטים על כלל פעילויותיך במהלך הלימודים. מומלץ שתקרא בעיון את כל הסעיפים לפני שתתחיל בלימודיך. בהמשך תמצא את לוח הזמנים של הקורס ואת המטלות.

פרטים נוספים על המערכת המסייעת ללימוד עצמי, מרכיביה ופרטים מינהליים לביצוע הפעילויות השונות במסגרת לימודיך, תמצא בקטלוג הקורסים ובידיעון האקדמי. עדכונים יישלחו מדי סמסטר.

שעות הייעוץ הן בכל יום ד' בשעות 15:00-17:00 בטלפון 09-7781222. (פגישה נא לתאם מראש).
ניתן לפנות גם בדוא"ל: danielre@openu.ac.il.

אני מאחל לך לימוד פורה ומהנה.

ב ב ר כ ה,

דניאל רייכמן
מרכז הקורס

מתכונת הקורס

1. תיאור הקורס

הקורס עוסק בניתוח אלגוריתמים ובהוכחת נכונותם, תוך שימת דגש על ניתוח האלגוריתמים מבחינת יעילותם (סיבוכיות).
רוב הקורס מוקדש לאלגוריתמים בתורת הגרפים (למשל, מציאת עץ פורש מינימלי) אבל יש בו גם אלגוריתמים אחרים, כמו, למשל, כפל פולינומים מהיר.
לימוד הקורס מתבסס על התרגום לעברית של פרקי הספר: Algorithm Design שנכתב בידי:
E. Tardos and J. Kleinberg, כשהוא מלווה במדריך הלמידה, שנכתב ע"י ד"ר מנור מנדל ופרופסור זאב נוטוב. מדריך הלמידה כולל הפניות לפרקים המתאימים והרחבות בנושאים מסוימים.

2. כיצד ללמוד?

כל חומר הלימוד הנדרש נמצא בערכה שנשלחת אליך. עליך לקרוא את החומר ולהקדיש את מלוא הזמן הדרוש להבנתו. רצוי מאד לענות בכתב על השאלות המופיעות בחוברת ורק אחר כך לעיין בתשובות.
רצוי להקדיש ללימוד ותרגול החומר כ- 10 שעות בשבוע. אם אתה נתקל בקשיים תוך כדי הלימוד, נצל את ההנחיה הטלפונית.

במדריך הלמידה יש תרגילים לכל אחד מהפרקים, וכן תשובות מלאות. מומלץ כי תעבור על התרגילים ותנסה לפתור אותם בעצמך, לפני שתקרא את הפתרון. פתרון התרגילים בחוברת עשוי לסייע לך כתרגול לצורך פתרון הממ"ן המתאים לפרק.

משנראה לך שהבנת היטב את חומר הלימוד, תוכל לגשת לפתרון המטלה. המטלה כוללת, בדרך-כלל, שאלות קשות ומורכבות יותר מאלו המופיעות בפרקי הלימוד, והן נועדו לבדוק את יכולתך ביישום חומר הלימוד.

הלימוד השיטתי של פרקי הלימוד, יחד עם פתרון המטלות, יקנה לך הכנה מלאה לקראת בחינת הגמר.

שמירה על קצב הלימוד המתוכנן (כמפורט ב"לוח זמנים ופעילויות" שבהמשך) והגשת המטלות בזמן, ימנעו ממך קשיים בלתי רצויים במהלך הסמסטר, ויסייעו לך בהפקת מלוא התועלת מהקורס.

3. הנחיות בקשר לכתיבת אלגוריתמים

יש לזכור חמישה דברים שחיוניים להצגת האלגוריתם:

1. הסבר אותו קודם, ואת הרעיונות שבו - בעברית (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט).
2. כתוב את האלגוריתם במילים, או במידת הצורך בפסאודו-קוד, בדומה לספר. רצוי לכתוב בקוד הוראות בעברית, אך המימוש צריך להיות חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה, ואם הוא גדול מ- 7 אז...").
3. אסור בשום אופן לכתוב "תכניות מחשב" במקום אלגוריתמים. עליך להתרגל לכתיבה בצורת פסאודו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עליך לעשות זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא נתבקשת להוכיח, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה**.
5. בכל מקרה (גם אם לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, תמיד נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן. אלגוריתם שהוא נכון, אך אינו יעיל, יזכה אותך רק בחלק מהנקודות.

4. תיאור מפגשי ההנחיה

במסגרת הקורס יתקיימו שבעה מפגשי הנחיה במרכזי הלימוד השונים. מידע על מיקום מרכז הלימוד וכן על התאריכים המדויקים של כל מפגש תמצא ב"לוח מפגשים ומנחים".

שים לב!

ההשתתפות במפגשי ההנחיה אינה חובה אך היא בהחלט רצויה!
מפגשי ההנחיה יארכו כשעתיים וחצי כל אחד, והם יהיו מפגשים עיוניים שיתקיימו בחדר לימוד. במפגשים יידון חומר הלימוד השוטף של הקורס. כמו כן, תוצגנה דוגמאות נוספות, תובהרנה דוגמאות הקיימות בקורס ויינתנו הדגשים שונים על חומר הלימוד והמטלות. בסיום יינתן זמן לשאלות הסטודנטים.

להלן פירוט הנושאים לפי מדריך הלמידה שיידונו במפגשי ההנחיה העיוניים:

מפגש 1: פרקים 1, 2, 3

מפגש 2: פרק 4

מפגש 3: פרק 4 (המשך) פרק 5

מפגש 4: פרק 6

מפגש 5: פרק 7

מפגש 6: מפגש חזרה

5. בחינות הגמר

הנך זכאי לגשת לבחינת גמר בקורס רק אם עמדת **בכל** דרישות הקורס **לפני** מועד בחינה. (כלומר הגשת מטלות במשקל מינימלי והשתתפת בשאר פעילויות החובה של הקורס).

בחינות הגמר יחלו כשבוע ימים לאחר תום הסמסטר. הודעה על המועדים המדויקים תישלח לסטודנטים על-ידי מרכז ההישגים הלימודיים כחודשיים לאחר תחילת הסמסטר.
מועדי בחינות הגמר שנקבעו לסמסטרים הבאים מפורטים בידיעון האקדמי.

לתשומת לב!
הנך זכאי להיבחן בקורס פעמיים: במועדים של הסמסטר הנוכחי או במועדים של הסמסטר הבא בו נלמד הקורס, ובכך מיצית את זכותך להיבחן בקורס.
סטודנט שניגש לבחינות גמר בשני מועדים ונכשל בשניהם, יוכל להירשם לקורס זה פעם נוספת ולקבל הנחה בשכר הלימוד. פרטים בידיעון האקדמי.

על מתכונת בחינת הגמר ראה בנספח "בחינות גמר לדוגמה" בחוברת זו.

6. התנאים לקבלת נקודות זכות

א. צבירת 18 נקודות זכות **לפחות** במטלות.
ב. ציון של לפחות 60 נקודות בבחינת הגמר.
ג. ציון סופי בקורס של 60 נקודות לפחות.

לתשומת לבכם!
כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושמשקל המטלות האחרות שהוגשו עובר את המינימום ההכרחי.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

7. למידה מתוקשבת ואתר הקורס באינטרנט http://telem.openu.ac.il

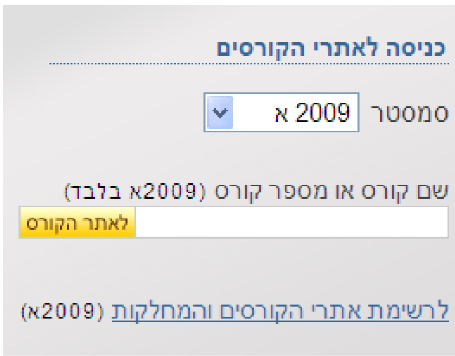
לקורס שבו אתם לומדים קיים אתר באינטרנט הפועל כמעין מרכז לימוד וירטואלי של הקורס. האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם סטודנטים אחרים בקורס ועם צוות ההוראה, ומאפשר לכם ליהנות מחומרי למידה נוספים שמפרסם מרכז ההוראה. ההשתתפות בפעילות המתוקשבת באתר אינה דורשת הרשמה מיוחדת. הכניסה לאתר מתבצעת מכל עמדת מחשב שיש בה חיבור לאינטרנט (בבית, במקום העבודה, ממחשב של חבר), בשעות ובימים הנוחים לכם.

מהם הציוד והתוכנה הנדרשים כדי לגלוש באתר?

כדי לבקר באתר ולהשתתף בפעילות נדרשת גישה למחשב המסוגל להריץ Microsoft Internet Explorer 6 ומעלה, הכולל מעבד התמלילים Microsoft Word 7.0 ומעלה. תוכנות Office אחרות מומלצות.

כיצד מגיעים לאתר הקורס?

תחילה עליכם להיכנס לאתר הראשי של שוהם בכתובת: \http://telem.openu.ac.il
לאחר מכן הקלידו את מספר הקורס או את שמו בחלון שלהלן:



מה כוללים אתרי הקורסים?

אתרי הקורסים מאפשרים לקיים **תקשורת זמינה ושוטפת** בין כל השותפים ללמידה ולהוראה בקורס.

נוסף על כך באתרי הקורסים מתפרסמים **חומרי לימוד** כגון: עדכונים ליחידות הלימוד, תרגול נוסף, דוגמאות של מבחנים, משובים לממ"נים, המחשות, לומדות ועוד. **חומרי העשרה** כגון: מצגות, עבודות לדוגמה של סטודנטים, נושאים אקטואליים, מבחני רב ברירה עם משוב מיידי, קישורים למאגרי מידע ולאתרים שונים ברשת האינטרנט ועוד.

בחלק מהאתרים משולבים **שיעורי וידיאו** מוקלטים המחולקים לפרקים והמזמנים לימוד הדומה במקצת לשיעור חי. החלוקה לפרקים מאפשרת צפייה נוחה בשיעור, ובמיוחד חזרה על פרקים ספציפיים מתוך הרצף. בדקו האם יש הפניה לשיעורי וידיאו בקורס שלכם והיעזרו בהם ללמידה.

כל אלה הן דוגמאות בלבד - באתר של כל קורס בוחר מרכז ההוראה להציג את החומרים המתאימים לתכני הקורס.

הפנקס האישי

באתרי הקורסים משולב "**פנקס אישי**" המאפשר לכם לרכז הערות אישיות לחומרים שתבחרו מתוך אתר הקורס. הפנקס האישי, כשמו כן הוא - אישי. רק אתם מורשים לצפות בו. אותו פנקס

ילווה אתכם בכל תקופת לימודיכם באוניברסיטה הפתוחה וישרת אתכם בכל הקורסים שתלמדו. תוכלו לאסוף לפנקס האישי פריטי תוכן מאתרי קורסים שונים, בתנאי שיש לכם הרשאה אליהם.

פרטים על הפנקס האישי והמלצות לשימוש בו ראו באתר תלם, אזור מידע לסטודנטים או ישירות בכתובת: http://telem.openu.ac.il/personal_notes

מקווים שהפנקס האישי יהיה לכם לעזר במהלך לימודיכם באוניברסיטה הפתוחה.

כיצד מתבצעת התקשורת באתר?

בדף הבית באתר פרוס **לוח הודעות** בו מתפרסמות הודעות שוטפות מטעם צוות ההוראה בנושאים ואירועים הקשורים לקורס.

באתר יש **קבוצת דיון** המאפשרת שיח שוטף בין כל משתתפי הקורס באמצעות חילופי טקסט. אפשר לשתף ולהתייעץ, לדון בחומר הלימוד, להעלות קשיים, לשאול שאלות ולקיים שיח לימודי וחברתי. קבוצת הדיון פתוחה רק בפני הסטודנטים והמנחים הלומדים ומלמדים בקורס.

הדואר האלקטרוני מאפשר קיום תקשורת בינאישית בין הסטודנטים ומול צוות ההוראה.

הצ'ט מאפשר לכל משתתפי הקורס, לומדים ומלמדים, "לשוחח" בזמן אמת באמצעות הודעות טקסט במועד שנקבע מראש.

ביקור ראשון באתר הקורס

הצעד הראשון בביקורכם באתר הוא לערוך עימו הכרות - התחילו לשוטט במדורים השונים הנמצאים באתר בצורה חופשית כדי להכיר את המבנה שלו ואת התכנים שנמצאים בו.

היכנסו ל עדכון פרטים אישיים ובצעו את הפעולות הבאות:

- *עדכנו את כתובת הדואר האלקטרוני שלכם* כדי שתוכלו לקבל דואר ממרכז ההוראה.
- אשרו פרסום שמכם בדף רשימות הסטודנטים באתר כדי שסטודנטים אחרים יוכלו לפנות אליכם ישירות.
- תוכלו לשנות את סיסמת הגישה האישית לאתר (אם היא מסובכת מדי לזכירה).

בקרו בקבוצת הדיון והציגו עצמכם בפני צוות הקורס וחברי הקבוצה, תוכלו לספר מעט על עצמכם ולשתף אחרים בציפיות שלכם מהקורס. בביקורים הבאים באתר, נצלו את קבוצת הדיון להעלות שאלות, להציע רעיונות ולשתף אחרים בחוויות ובפתרונות.

לרשותכם קיים באתר מדריך למשתמש הכולל הנחיות טכניות לתפעול סביבת הלמידה, אליו ניתן להגיע מהקישור | עזרה בראש דף הבית.

תדירות הביקור באתר ולמה כדאי לחזור ולבקר בו

האינטרנט כידוע הוא מדיום בעל יתרונות רבים, אחד מהם הוא האפשרות לעדכן את המידע באופן שוטף ובמהירות. היתרון הזה בא לידי ביטוי באתרי הקורסים ומאפשר לצוות ההוראה לעדכן את האתר ואתכם, הסטודנטים, באופן שוטף בפרסומים, בחידושים, בדוגמאות אקטואליות ועוד. במילים אחרות, בניגוד ליחידות הלימוד הכתובות, אתר הקורס כפי שמוצג בראשית הסמסטר אינו דומה כלל וכלל לאתר הקורס בסוף הסמסטר. אתרי הקורסים מתרחבים ומתעדכנים כל העת. עשו לעצמכם מנהג לבקר באתר באופן שגרתי ולהפנות אליו את שאלותיכם. גם אם בהתחלה הדבר יהיה אולי מכביד או מאולץ, עם הזמן תיווכחו כי עומד לרשותכם אמצעי עזר יעיל ללמידה.

היכנסו לאתר, היעזרו בתכנים השונים וכמובן השתתפו באופן פעיל. האתר נועד לכם ושימוש נכון בו יכול להקל עליכם את הלמידה. **להתראות באתר!**

כיצד מקבלים סיסמת גישה לאתר הקורס?

לכל סטודנט חדש באו״פ, נפתח באוניברסיטה חשבון אישי הכולל סיסמא ל**מ**ערכת **ס**יסמאות **ו**ניהול **פ**רטים אישיים (מסו״פ). אם זו פעם ראשונה שאתם לומדים בקורס מתוקשב, נשלחת לביתכם הודעה הכוללת את שם המשתמש וסיסמת מסו״פ. **אנא הקפידו לשמור פרטים אלה!** עם הכניסה למערכת זו תידרשו להזין סיסמא חדשה למערכת מסו״פ (שתחליף את הסיסמא המופיעה בהודעה), שאלת זיהוי לצורך חידוש סיסמא ותידרשו לקבוע סיסמא **נוספת** שתשמש אתכם לצורך גישה לאתר הקורס באינטרנט. סיסמא זו תשרת אתכם בכל הקורסים המתוקשבים שאליהם אתם רשומים. חשוב לשמור את הסיסמאות למסו״פ ולשירותי המחשוב באינטרנט גם לקורסים ולסמסטרים הבאים, **אם שכחתם את אחת הסיסמאות תוכלו לחדש אותה בעזרת מערכת מסו״פ**.

שימו לב! במידה ולא הגיעה אליכם סיסמת מסו״פ או שאינכם מצליחים להיכנס למערכת בפעם הראשונה עליכם ליצור קשר עם מוקד הפניות והמידע בטלפון 09-7782222, באמצעות דואר אלקטרוני: infodesk@openu.ac.il.

מטעמי סודיות לא ניתן לקבל את הסיסמא בטלפון. בכל מקרה של דרישת סיסמא ממוקד הפניות, היא תישלח בדואר רגיל לכתובת המעודכנת במחשב האוניברסיטה הפתוחה.

שליחת ממ״נים באמצעות מערכת המטלות המקוונת

בכל קורס (למעט בודדים), ניתן להגיש מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת. מערכת המטלות המקוונת היא, מערכת ממוחשבת מבוססת אינטרנט לשינוע מטלות מן הסטודנטים למנחים ובחזרה. המטלות נשלחות באמצעותה מהסטודנטים למנחי הקורס ומוחזרות לאחר בדיקתן כולל ציון ומשוב, תוך בקרה מלאה של מרכזי ההוראה. יתרונותיה הבולטים של המערכת, היא האפשרות של הסטודנטים לדעת בכל שלב האם המטלה נמצאת אצל המנחה (הורדה למחשב שלו), האם נבדקה, ומה הציון שניתן עליה. על כל אלה יש להוסיף את היתרון כי שימוש במערכת המקוונת אינו מצריך מילוי ידני של טפסים וכמובן שאין צורך במשלוח בדואר. לצד המעקב המנהלי, המערכת מאפשרת, קבלת משוב מסודר ומתועד היטב בגוף המטלה או בקובץ נפרד.

תמיכה טכנית ובירורים

מוקד הפניות והמידע

טלפון רב קווי 09-7782222, דואר אלקטרוני: infodesk@openu.ac.il

שעות הפעילות של מוקד הפניות הן:

בימי ראשון עד חמישי בין השעות: 8:30 - 19:00

בימי שישי וערבי חג בין השעות: 8:30 - 12:30

בעת הפנייה למוקד, הנכם מתבקשים להצטייד במספר ת״ז וקוד אישי.

<u>יש לפנות למוקד בנושאים</u>:

- סיסמת המשתמש (לקבלה או שחזור סיסמה. ניתן גם להשתמש גם בשירותי קול האו״פ בטלפון 09-7781111)
- הודעת שגיאה המודיעה כי אינכם מורשים לגשת לדף כלשהו באתר
- קשיים בהפעלת מערכת שליחת מטלות (במידה שקיבלתם הודעה שבקורס נעשה שימוש במערכת)
- שאלות כלליות על אתרי הקורסים ודיווח על תקלות טכניות באתר (למשל דף משובש או כתובת URL שגויה)

בכל הנושאים הקשורים לתכנים באתר הקורס, עליכם לפנות לצוות ההוראה בקורס.

8. לוח זמנים ופעילויות (20417 /א2011)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
1	22.10.2010-17.10.2010	פרק 1		
2	29.10.2010-24.10.2010	פרק 2		
3	5.11.2010-31.10.2010	פרק 3		
4	12.11.2010-7.11.2010	פרק 3		ממ"ן 11 12.11.2010
5	19.11.2010-14.11.2010	פרק 4		
6	26.11.2010-21.11.2010	פרק 4		
7	3.12.2010-28.11.2010 (ה-ו חנוכה)	פרק 4		ממ"ן 12 3.12.2010
8	10.12.2010-5.12.2010 (א-ה חנוכה)	פרק 5		

** התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבצו אותם בכתב ידכם. מרכז הלימוד ומספר הקבוצה מצוינים בהודעה ללומד שקיבלתם ממערך שירותי הוראה.*

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
9	17.12.2010-12.12.2010	פרק 5		
10	24.12.2010-19.12.2010	פרק 6		ממ"ן 13 24.12.2010
11	31.12.2010-26.12.2010	פרק 6		
12	7.1.2011-2.1.2011	פרק 6		ממ"ן 14 7.1.2011
13	14.1.2011-9.1.2011	פרק 7		
14	21.1.2011-16.1.2011	פרק 7		
15	28.1.2011-23.1.2011	פרק 7		ממ"ן 15 28.1.2011

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

** התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבצו אותם בכתב ידכם. מרכז הלימוד ומספר הקבוצה מצוינים בהודעה ללומד שקיבלתם ממערך שירותי הוראה*

מטלות הקורס

9. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו
לפני שתתחיל לענות על השאלות

בקורס זה 5 מטלות שעליך לפתור ולהגיש לבדיקה. להלן תמצא הסבר על אופן הפתרון הנדרש וכיצד לשלוח את המטלה למנחה.

9.1 מבנה המטלות

המטלות בקורס הן מסוג **ממ״ן רגיל:** תרגילים ״יבשים״ **שאינם** דורשים הרצת תכניות במחשב (אלא אם צוין אחרת בגוף המטלה). תרגילים אלו נועדו לבדוק את הבנתך בחומר הלימוד.
את הפתרונות למטלה כזו עליך לרשום על דף נייר בכתב יד ברור ובצורה מסודרת. רצוי להשאיר שוליים רחבים להערות המנחה.

אם השאלה בממ״ן אינה ברורה לך, אל תהסס להתקשר אל אחד מהמנחים (בשעות הייעוץ הטלפוני שלו) לצורך קבלת הסבר.

9.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

בטבלה שלהלן תמצא מהו חומר הלימוד הנדרש (לפי פרקי הספר) לפתרון כל אחת מהמטלות.

<u>שים לב:</u>
אין להשתמש לפתרון המטלות בידע הנרכש בפרקי לימוד מתקדמים יותר מהפרקים בהם עוסקת הטבלה

מטלה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה
ממ״ן 11	פרקים א,ב
ממ״ן 12	פרק ג + פרק 17 (חומר מצולם)
ממ״ן 13	פרקים ד,ה
ממ״ן 14	פרק ו
ממ״ן 15	פרקים ז,ח

9.3 ניקוד המטלות

משקל כל מטלה 6 נקודות. ניתן לצבור עד 30 נקודות. חובה להגיש מטלות במשקל מינימלי של 18 נקודות לפחות.

ללא צבירת 18 נקודות
לא ניתן יהיה לגשת לבחינת הגמר

10. נוהל הגשת מטלות מנחה (ממ״ן)

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- **שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת**

  מערכת שליחת המטלות קלה להפעלה, היא חוסכת את הצורך במילוי טפסים, במשלוח דואר ובשמירת עותק של המטלה, ומאפשרת מעקב אחר המטלה.

  הגישה למערכת המטלות המקוונת היא דרך אתר הבית של הקורס בקישור ״מערכת המטלות״.

- **שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה**

  לכל מטלת מנחה עליכם לצרף טופס נלווה אחד.

  הקפידו למלא את כל הפרטים בחלק א של הטופס. הכניסו את הטופס (על כל חלקיו הצבעוניים) יחד עם המטלה למעטפה המיועדת לכך ורשמו בכתב יד ברור את כתובתכם (כולל מיקוד!) במקום המיועד לכך.

  רשמו את שם המנחה וכתובתו באופן מדויק. (דוגמה לטופס נלווה לממ״ן ראו בהמשך).

  השאירו עותק של המטלה בידכם!

מועדי הגשה ומשלוח מטלות בדואר

בעמוד הראשון של כל מטלה מצוין מועד הגשתה. יש לשלוח את המטלה עד ל״מועד האחרון להגשה״ המצוין עבורה. אסור שחותמת הדואר על המעטפה תישא תאריך מאוחר מ״המועד האחרון״ להגשת הממ״ן.

שימו לב: אין לשלוח מטלות בדואר רשום! הקפידו לרשום את כתובת המנחה בצורה מדויקת כולל מיקוד.

את הממ״ן עליכם לשלוח לבדיקה **רק למנחה שלקבוצתו אתם משובצים**. ממ״ן שיישלח למנחה אחר ללא אישור מראש של מרכז ההוראה ציונו לא ייחשב.

הממ״ן ייבדק ויוחזר לכם תוך שלושה שבועות מהתאריך האחרון להגשת הממ״ן. אם הממ״ן לא יוחזר אליכם במועד זה, אנא התקשרו עם המנחה לבירור סיבת העיכוב.

דחייה בהגשת מטלות

במקרים מיוחדים, כגון שירות מילואים, תוכלו לפנות למנחה שלכם לקבלת אישור לדחיית מועד ההגשה. לכל מטלה המוגשת באיחור צרפו מכתב/אישור המנמק את סיבת האיחור.
בסמכותו של המנחה שלכם לאשר לכם איחור של עד שבוע בהגשת ממ״ן (אלא אם קיבל הנחיות אחרות ממרכז ההוראה). במקרה חריג ביותר שנדרש איחור בהגשה של למעלה מזה יש לבקש אישור של מרכז ההוראה בקורס. מטלות שתגענה באיחור וללא אישור תיבדקנה על-ידי המנחה אך לא יינתן להן ציון והן לא תובאנה בחשבון המטלות המוגשות.

ערעור על ציון בממ״ן

אם יש לכם השגות על הציון שקיבלתם בממ״ן תוכלו להגיש ערעור מנומק בכתב למנחה שלכם בצירוף הממ״ן והטופס המלווה (ההעתק הצהוב), תוך שבוע ימים מיום קבלת הממ״ן.
אם המנחה לא יקבל את ערעורכם, הרשות בידכם לערער בפני מרכז ההוראה בקורס בצירוף הממ״ן והטופס המלווה, תוך שבוע מיום קבלת תשובת המנחה על ערעורכם. החלטת מרכז ההוראה היא סופית.

שימו לב!
את התשובות לממ"נים הנכם מתבקשים לכתוב על דפי פוליו (שורות). כתבו על צדו האחד של העמוד והשאירו שוליים רחבים להערות המנחה (לפחות 5 ס"מ).

האוניברסיטה הפתוחה
הקריה ע"ש דורותי דה רוטשילד
רח' רבוצקי 108 ת.ד. 808 רעננה 43104

לשימוש פנימי

611		21
8-10	3-7	1-2

טופס מלווה למטלה לבדיקה מנחה (ממ"ן)

חלק א - ימולא על-ידי התלמיד
מלא נא את כל הפרטים בעט כדורי בכל המלבנים הכהים וכן למטה.
מספר הקורס והמטלה העתק מתוך השאלון.
כן הקפד לרשום את כל תשע הספרות של מספר הזהות (גם אפסים וסיפרת ביקורת)
שלח את כל העתקים בצירוף המטלה אל מנחה קבוצתך.

מטלה	קורס	מספר הזהות
11	10125	123456789
27-28	22-26	11-19

חלק ג - ציונים
יש לרשום מספרים שלמים
סכום ציוני השאלות צריך להיות שווה ציון המטלה.
31

ציון שאלה 1	34
ציון שאלה 2	37
ציון שאלה 3	39
ציון שאלה 4	41
ציון שאלה 5	43
ציון שאלה 6	45
ציון שאלה 7	47
ציון שאלה 8	49
ציון שאלה 9	51
ציון שאלה 10	53
ציון שאלה 11	55
ציון שאלה 12	57
ציון שאלה 13	59
ציון שאלה 14	61
ציון שאלה 15	63
ציון שאלה 16	65
ציון שאלה 17	67
ציון שאלה 18	69
ציון שאלה 19	71
ציון שאלה 20	73
ציון שאלה 21	75
ציון שאלה 22	77
ציון שאלה 23	79
ציון שאלה 24	81
ציון שאלה 25	83

ישראל ישראלי
שם התלמיד

התשמונאים 19 ת"א
כתובת התלמיד

73332 — מיקוד
03-5269710 — טלפון

אבי כהן
שם המנחה

ת"א 610 — מרכז לימוד
01 — קב' לימוד
1.1.02 — נשלח ביום

חלק ב - ימולא על-ידי המנחה
מלא נא את כל הפרטים (בעט כדורי). שמור את העותק האחרון בידך.
שלח את שאר העותקים בצירוף המטלה למרכז שירות לאוניברסיטה (מש"ל).

התקבל ביום ______ נשלח ביום ______ שם המנחה ______

חלק ד - הערות המנחה לתלמיד (נא כתוב ברור)

מק"ט 9500-1-830-9 יוסף ורלף נשותי בע"מ

דוגמה למילוי טופס מלווה לממ"ן

שים לב,

עליך להשאיר לעצמך העתק של המטלה.

אין האוניברסיטה הפתוחה אחראית

למטלה שתאבד בשל תקלות בדואר.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20417 – **אלגוריתמים**

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2 ו-3 בספר הלימוד.

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2011 **מועד אחרון להגשה: 12.11.2010**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

פתרו את שאלה 1.5 בפרק 1 בספר הלימוד.

שאלה 2 (20 נקודות)

יהי G גרף לא מכוון ופשוט (ללא לולאות עצמיות וקשתות מקבילות), המכיל לפחות שתי צמתים. הוכיחו את הטענות הבאות:

א) קיימים ב-G שני קודקודים בעלי אותה דרגה.

ב) אם ב-G יותר מ- 6 קודקודים אז G מכיל משולש או ש-G מכיל קבוצה של שלושה קודקודים שאין ביניהם קשת.

שאלה 3 (20 נקודות)

הציעו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו הקובע האם גרף **מכוון** $G=(V,E)$ מכיל מעגל (לאו דווקא פשוט) באורך אי זוגי. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם ונתחו את סיבוכיותו. הניחו כי לרשותכם אלגוריתם שזמן ריצתו $O(|V|+|E|)$ המחשב את הרכיבים הקשירים היטב של הגרף. רמז: התחילו מהמקרה בו הגרף קשיר היטב.

שאלה 4 (20 נקודות)

כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו המקבל כקלט גרף מכוון $G=(V,E)$ ומוצא את כל הצמתים מהם קיים מסלול לכל צומת בגרף. (אנו קובעים כי קיים מסלול בין קודקוד לעצמו). הניחו כי לרשותכם אלגוריתם שזמן ריצתו $O(|V|+|E|)$ המחשב את הרכיבים הקשירים היטב של הגרף.

שאלה 5 (20 נקודות)

בהינתן גרף לא מכוון וקשיר $G=(V,E)$ הקוטר של G מוגדר להיות המרחק המקסימלי של מסלול בין שני צמתים בגרף (המרחק בין שני צמתים הוא אורך המסלול הקצר ביותר ביניהם). הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. העומק של כל עץ BFS של הגרף G קטן או שווה מקוטרו של G.

ב. העומק של כל עץ DFS של הגרף G קטן או שווה מקוטרו של G.

ג. אם הקוטר של G הוא k אזי קיים עץ DFS המכיל מסלול באורך k כך שמאף קודקוד במסלול אין קשת אחורה (בגרף אין קשתות מקבילות).

מטלת מנחה (ממ״ן) 12

הקורס: 20417 - אלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרק 4 בספר הלימוד

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2011 **מועד אחרון להגשה:** 3.12.2010

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות: • שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס • שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה **הסבר מפורט ב״נוהל הגשת מטלות מנחה״**

שאלה 1 (20 נקודות)

נתבונן בבעיית התזמון הבאה. עלינו לבצע n משימות $1,...,n$, וביכולתנו לבצע משימה אחת בזמן נתון. לכל משימה נדרש זמן ביצוע $(1 \le i \le n), l_i \ge 0$. בנוסף לכל משימה משקל $w_i \ge 0$.נתון תזמון כלשהו של המשימות. אנו מניחים כי המשימות מתחילות בזמן 0, וכי המשימה ה-j בתזמון מתחילה מיד כשסיימנו את המשימה ה-$j-1$. יהי t_j זמן הסיום של המשימה j.

מטרתנו היא למצוא סדר לביצוע המשימות המביא למינימום את הסכום $\sum_{i=1}^{n} t_i w_i$.

הציעו אלגוריתם חמדן לבעיה והוכיחו את נכונותו. (רמז: מיינו את המשימות לפי $\frac{w_i}{l_i}$. בדקו זוג משימות עוקב בתזמון אופטימלי שאינו מקיים את הסדר לעיל).

שאלה 2 (20 נקודות)

יהי $G=(V,E)$ גרף לא מכוון קשיר עם משקלים אי שליליים על הקשתות. בהינתן קבוצת קשתות F עבורה $G'=(V,F)$ הוא **יער** (גרף חסר מעגלים) הציעו אלגוריתם המוצא עץ פורש של G בעלות מינימלית המכיל את כל קשתות היער. (כלומר, מבין כל העצים הפורשים המכילים את F החזירו עץ כנ״ל בעלות מינימלית).

שאלה 3 (20 נקודות)

נתון גרף $G=(V,E)$ בו כל צומת ב- V מייצגת נקודה במישור, ולכל זוג צמתים שונים u,v, (u,v) היא קשת ב- E ו- $w(u,v)$ הוא המרחק **האוקלידי** בין u ו v. הוכיחו כי בכל עץ פורש מינימלי של G אין צומת בעל דרגה 7 או יותר. רמז: לשלילה- קיים צומת עם דרגה לפחות 7. נעביר קטעים ישרים לכל אחד משכניו. אחת הזוויות בין קטעים אלו בהכרח קטנה מ- 60^o ולכן איננה יכולה להיות הזווית הגדולה ביותר במשולש המכיל אותה.

שאלה 4 (20 נקודות)

יהי $G=(V,E)$ גרף לא מכוון קשיר עם משקלים אי שליליים על הקשתות ונניח כי $|E|\geq|V|$. יהי T עפ"מ של G. הוכיחו שקיימות קשתות $(u,v)\in T,(x,y)\notin T$ כך ש- $T-\{(u,v)\}\cup\{(x,y)\}$ הוא עץ פורש מינימלי השני הכי טוב של G כלומר שמשקלו הוא השני הקטן ביותר מבין העצים הפורשים של G.

שאלה 5 (20 נקודות)

נניח שנתונות לנו k רשימות של מספרים – $L_1,...,L_k$. כל אחת מהרשימות ממויינות ומטרתנו למזג את כל k הרשימות לרשימה ממויינת אחת.

לצורך כך נתון לנו אלגוריתם A הממזג שתי רשימות ממוינות נתונות לרשימה ממוינת אחת ואנו יכולים להשתמש בו כקופסה שחורה. עלות הפעלת האלגוריתם על שתי רשימות היא בדיוק סכום אורכי הרשימות.

כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו המקבל כקלט את k הרשימות ומחליט על אילו קלטים להפעיל את האלגוריתם A בכל שלב, כך שעלות המיזוג הכוללת תהיה מינימלית.

למשל – עבור שלוש רשימות L_1,L_2,L_3 ניתן למזג קודם את L_1 ו- L_2 ואחר-כך למזג את הרשימה הממוזגת עם L_2. במקרה זה העלות הכוללת של המיזוג היא $2(|L_1|+|L_2|+|L_3|)$ אבל ניתן גם למזג קודם את L_1 ו- L_3 ואחר-כך למזג את הרשימה הממוזגת עם L_2 ובמקרה זה העלות הכוללת של המיזוג היא $2(|L_1|+|L_3|)+|L_2|$. האלגוריתם צריך לבחור בדרך שעבורה הערך המתקבל הוא מינימלי.

נתחו את סיבוכיות האלגוריתם והוכיחו את נכונותו. (רמז: הופמן).

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: **20417 - אלגוריתמים**

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4 ו-5 בספר הלימוד.

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2011 **מועד אחרון להגשה:** 24.12.2010

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

בהינתן גרף מכוון $G=(V,E)$ עם פונקציית משקל $w:E\rightarrow R^+$ וצומת $s\in V$, נסמן ב- $\delta(v)$ את משקלו של מסלול קצר ביותר מ-s ל-v, עבור כל $v\in V$. עבור צומת $t\in V$ מסלול מ-s ל-t (לאו דווקא פשוט) ייקרא **מסלול שני קצר ביותר** אם הוא קצר ביותר מבין כל המסלולים מ-s ל-t, שמשקלם גדול ממש מ- $\delta(t)$.

קשת $e=(u,v)$ ב-E תיקרא קשת **שימושית** אם קיים מסלול קצר ביותר מ-s ל-v שהקשת האחרונה בו היא e.

א. הוכיחו שאם מסלול מ-s ל-t מכיל רק קשתות שימושיות אז הוא מסלול קצר ביותר מ-s ל-t.

ב. הוכיחו שאם מסלול מ-s ל-t מכיל קשת לא שימושית אז הוא אינו מסלול קצר ביותר מ-s ל-t.

ג. יהי P מסלול שני קצר ביותר מ-s ל-t. הוכיחו שקיימת בו בדיוק קשת לא שימושית אחת $e=(u,v)$, ומתקיים הרישא של P מ-s ל-u היא מסלול קצר ביותר מ-s ל-u, והסיפא של P מ-v ל-t היא מסלול קצר ביותר מ-v ל-t.

ד. כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו שמקבל כקלט גרף G כמתואר בתחילת השאלה, ושני צמתים s ו-t ומוצא משקל מסלול שני קצר ביותר מ-s ל-t ב-G. נמקו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

רמז: האלגוריתם צריך להיעזר בטענות שהוכחו בסעיפים הקודמים. גם אם לא הוכחתם חלק מהטענות תוכלו להסתמך עליהן בכתיבת האלגוריתם.

שאלה 2 (20 נקודות)

כפי שמודגם במדריך הלמידה ניתן להיעזר באלגוריתם בסעיף 5.5 בספר הלימוד כדי להכפיל שני פולינומים מדרגה n לכל היותר בזמן $O(n^{\lg 3})$.

א. נניח כי דרגת כל אחד מהפולינומים היא חזקה של 3. הציעו גרסה של האלגוריתם שלכם מסעיף א. המחלקת את כל אחד מהפולינומים לשלושה חלקים. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם ונתחו את סיבוכיותו.

ב. חזרו על הסעיף הקודם כאשר הדרגה של כל פולינום היא חזקה של 4 ואנו מחלקים בכל פעם את הפולינום לארבעה חלקים.

שאלה 3 (20 נקודות)

א. חשבו את **סכום** כל שורשי היחידה מסדר n.

ב. חשבו את **מכפלת** כל שורשי היחידה מסדר n. הפרידו בין המקרה בו n זוגי למקרה בו n אי זוגי.

שאלה 4 (20 נקודות)

תהי A מטריצה מסדר $n \times n$.

א. הוכיחו כי אם $n = 2$ ניתן לחשב את A^2 בעזרת 5 פעולות כפל של מספרים ממשיים.

ב. פרופסור תחכמוני טוען כי ברשותו אלגוריתם הפרד ומשול המחשב את A^2 עבור מטריצה מסדר $n \times n$ (n טבעי) בזמן $O(n^{\lg 5})$. הפרופסור מציע להשתמש בגישת רקורסיבית כך שבעזרת סעיף א, מתקבלות 5 תת בעיות מגודל $n/2$. האם האלגוריתם שהפרופסור מציע אכן פותר את הבעיה בסיבוכיות הנדרשת? הסבירו את תשובתכם.

שאלה 5 (20 נקודות)

פתרו את שאלה 4.9 בפרק 4 בספר הלימוד.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: **20417 - אלגוריתמים**

חומר הלימוד למטלה: פרק 6 בספר הלימוד

מספר השאלות: 5

משקל המטלה: 6 נקודות

סמסטר: א-2011 **מועד אחרון להגשה:** 7.1.2011

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

הסגור הטרנזיטיבי של גרף מכוון נתון $G=(V,E)$ הוא גרף מכוון $C=(V,F)$ כך שיש קשת מכוונת בין $u,v\in V$ ב- C אם"ם קיים מסלול מכוון בין u ל- v ב- G. הציעו אלגוריתם תכנון דינמי יעיל ככל שתוכלו המוצא את הסגור הטרנזיטיבי. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם, ונתחו את סיבוכיותו.

שאלה 2 (20 נקודות)

בהנתן גרף לא מכוון $G=(V,E)$ ברצוננו לבדוק האם ניתן לחלק את קודקודי הגרף לשתי קבוצות זרות של קודקודים A ו- B, כך שמתקיים:

i) $|A|=|B|=|V|/2$

ii) **לא קיימת קשת בגרף שקצה אחד שלה מצוי ב- A והשני ב- B.**

הציעו אלגוריתם פולינומיאלי הפותר את הבעיה, כלומר מחזיר "כן" אם קיימת חלוקה כנ"ל ו"לא" אחרת.

שאלה 3 (25 נקודות)

פתרו את שאלה 6.3 (פרק 6) בספר הלימוד.

שאלה 4 (25 נקודות)

פתרו את שאלה 6.25 בפרק 6 בספר הלימוד.

שאלה 5 (25 נקודות)

נתונה קבוצה של L מחרוזות מעל הא״ב $A..Z$ בהינתן מחרוזת S מעל הא״ב הנ״ל, הציעו אלגוריתם האם S היא שרשור של מחרוזות מתוך L. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20417 - אלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: מדריך הלמידה, פרקים ד', ה'

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2011 **מועד אחרון להגשה:** 28.01.2011

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

הגדרה: בהינתן גרף לא מכוון $G = (V, E)$, **כיסוי בצמתים** (vertex cover) של G הוא קבוצת צמתים $U \subseteq V$ כך שלכל קשת $(u, v) \in E$ מתקיים $u \in U$ או $v \in U$ (או שניהם).

בהינתן גרף לא מכוון דו-צדדי $G = (V, E)$ (כלומר, $V=V_1 \cup V_2$, $V_1 \cap V_2 = \varnothing$, ואם $(u, v) \in E$ אז $u \in V_1$ ו-$v \in V_2$ או $u \in V_2$ ו-$v \in V_1$) נבנה ממנו רשת זרימה (מכוונת) $G'=(V', E')$ באופן הבא:

$$V' = V_1 \cup V_2 \cup \{s, t\}$$

$$E' = \{(s, u) \mid u \in V_1\} \cup \{(v, t) \mid v \in V_2\} \cup \{(u, v) \mid (u, v) \in E,\ u \in V_1,\ v \in V_2\}$$

קיבול הקשתות היוצאות מ-s והקשתות הנכנסות ל-t הוא 1, וקיבול שאר הקשתות הוא אינסופי.

יהי (S, T) חתך מינימלי ברשת שהוגדרה לעיל. יהיו $X=S \cap V_2$ ו-$Y=T \cap V_1$.

א. הראו שהקבוצה $X \cup Y$ היא כיסוי בצמתים של G.

ב. הראו שהקבוצה $X \cup Y$ היא כיסוי בצמתים **מינימלי** של G (כלומר, בכל כיסוי בצמתים אחר של G יש לפחות אותו מספר צמתים כמו ב-$X \cup Y$).

שאלה 2 (20 נקודות)

תהי $G = (V, E)$ רשת זרימה עם מקור s ובור t.

יהיו $U1, U2 \subseteq V$ שתי קבוצות צמתים זרות.

כתבו אלגוריתם המחשב את מספר הקשתות המינימלי שיש להוריד מהגרף כך שלא יהיה שום מסלול המחבר צומת מ-$U1$ עם צומת מ-$U2$.

הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

שאלה 3 (20 נקודות)

פתרו את שאלה 23 בפרק 7 בספר הלימוד.

שאלה 4 (20 נקודות)

פתרו את שאלה 24 בפרק 7 בספר הלימוד.

שאלה 5 (20 נקודות)

נתון לוח שחמט דו ממדי בעל m שורות ו-m עמודות. על הלוח ממוקמים t צריחים. שני צריחים מאיימים זה על זה באם הם נמצאים באותה שורה או באותה עמודה ואין צריח אחר ביניהם. הציעו אלגוריתם המסיר קבוצה מינימלית של צריחים כך שבין הצריחים הנותרים על הלוח אין שנים המאיימים זה על זה. הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות.

נספח

בחינות גמר לדוגמה

נספח א

ענו על **ארבע** מחמש השאלות.

שאלה 1 (25 נקודות)

יהי $G=(V,E)$ גרף לא מכוון. קבוצה בלתי תלויה בגרף היא קבוצה $I \subseteq V$ עבורה לא קיימת קשת $e=(u,v)\in E$ כך ש- u ו- v שניהם ב- I. נניח כי הדרגה המקסימלית של קודקוד בגרף היא d.

א. הציעו אלגוריתם חמדן המוצא קבוצה בלתי תלייה בגרף שגודלה לפחות $\frac{n}{d+1}$, כאן $n=|V|$.
הוכיחו כי האלגוריתם מוצא קבוצה בלתי תלויה בגודל הנדון. מהו זמן הריצה של האלגוריתם?
ב. הראו כי האלגוריתם עלול למצוא קבוצה בלתי תלויה שאיננה בגודל מקסימלי.
ג. נתונים n מקטעים על הישר הממשי מהצורה $[a_i,b_i)$, ($1\le i\le n$). נגדיר גרף $H=(V,E)$ כדלקמן: לכל מקטע $[a_i,b_i)$ נגדיר קודקוד m_i. בין שני קודקודים יש קשת אם"ם לשני המקטעים המתאימים להם חיתוך לא ריק. הציעו אלגוריתם יעיל המוצא קבוצה בלתי תלויה בגודל מקסימלי בגרפים המתקבלים בדרך זו. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

שאלה 2 (25 נקודות)

הסגור הטרנזיטיבי של גרף מכוון נתון $G=(V,E)$ הוא גרף מכוון $C=(V,F)$ כך שיש קשת מכוונת בין $u,v\in V$ ב- C אם"ם קיים מסלול מכוון בין u ל- v ב- G. הציעו אלגוריתם תכנון דינמי יעיל ככל שתוכלו המוצא את הסגור הטרנזיטיבי. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם, ונתחו את סיבוכיותו.

שאלה 3 (25 נקודות)

יהי $G=(V,E)$ גרף לא מכוון המיוצג על ידי רשימת שכנויות.

א. הציעו אלגוריתם שזמן ריצתו $O(|V|)$ הבודק האם ב- G יש מעגל.

ב. הציעו אלגוריתם שזמן ריצתו $O(|V|+|E|)$ המקבל קשת $e\in E$ ובודק האם e שייכת למעגל כלשהו בגרף.

ג. הציעו אלגוריתם שזמן ריצתו $O(|V||E|)$ הקובע האם ב- G יש משולש (משולש הוא מעגל באורך 3).

שאלה 4 (25 נקודות)

בשכבת כיתות א' בבי"ס מסוים יש k ילדים. ביה"ס מציע m חוגים לכיתות א'. כל ילד c_j, $1\le j\le k$, הכין רשימה L_j המכילה את כל החוגים בהם הוא מעוניין להשתתף. בנוסף, הוריו של כל ילד c_j הגבילו את מספר החוגים שמותר לו להשתתף בהם ל- r_j.

בכל חוג a_i $(1\le i\le m)$ יכולים להשתתף לכל היותר n_i תלמידים.

א. כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו הבודק האם קיים שיבוץ של הילדים לחוגים כך שכל החוגים הם מלאים (כלומר, לא נשאר מקום פנוי באף חוג). הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

ב. כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו הבודק האם קיים שיבוץ של הילדים לחוגים כך שכל ילד משתתף בכל החוגים שהוא מעוניין בהם. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

שאלה 5 (25 נקודות)

נתון גרף לא מכוון $G=(V,E)$ קשיר. הוכיחו: אם קיים עץ BFS המושרש ב- $u \in V$ (עץ שהתקבל מהרצת BFS מ- u) הזהה לעץ DFS המושרש ב- u, (עץ שהתקבל מהרצת BFS מ- u) אזי בהכרח G הוא עץ (גרף קשיר חסר מעגלים).

ב ה צ ל ח ה !

נספח ב

ענו על **ארבע** מחמש השאלות.

שאלה 1 (25 נקודות)

יהי $G=(V,E)$ גרף לא מכוון. קבוצה בלתי תלויה בגרף היא קבוצת צמתים $I\subseteq V$ עבורה לא קיימת קשת $\{u,v\}\in E$ כך ש- u ו- v שניהם ב- I. הדרגה של קודקוד בגרף, $v\in V$ מסומנת ב- $\deg(v)$.

נתבונן באלגוריתם החמדני הבא המוצא קבוצה בלתי תלויה, I. מאתחלים את I להיות שווה לקבוצה הריקה. בכל איטרציה מוצאים קודקוד v בעל **דרגה מינימלית**. כעת, $G\leftarrow G\setminus\{v\cup N_G(v)\}, I\leftarrow I\cup\{v\}$ (כאשר $N_G(v)$ היא קבוצת הקודקודים השכנים ל- v ב- G). ממשיכים בדרך זו עד אשר לא נותרים קודקודים ב- G.

א. הוכיחו כי האלגוריתם ימצא תמיד קבוצה בלתי תלויה שגודלה לפחות $\sum_{v\in V}\frac{1}{\deg(v)+1}$. (רמז: הוכיחו כי הסכום לעיל מהוה חסם תחתון על מספר האיטרציות של האלגוריתם. בפרט כיצד מושפע הסכום הנדון כאשר מוחקים קודקוד בעל דרגה מינימלית ואת כל שכניו?).

ב. האם הטענה בסעיף א. נותרת נכונה גם כאשר בוחרים קודקוד כלשהו (לאו דווקא בעל הדרגה המינימלית?). הוכיחו את טענתכם.

שאלה 2 (25 נקודות)

בהנתן גרף לא מכוון $G=(V,E)$ ברצוננו לבדוק האם ניתן לחלק את קודקודי הגרף לשתי קבוצות זרות של קודקודים A ו- B, כך שמתקיים:

i) $|A|=|B|=|V|/2$

ii) **לא קיימת קשת בגרף שקצה אחד שלה מצוי ב- A והשני ב- B.**

הציעו אלגוריתם פולינומיאלי הפותר את הבעיה, כלומר מחזיר "כן" אם קיימת חלוקה כנ"ל ו"לא" אחרת (רמז: התחילו מלחשב את גודלם של רכיבי הקשירות בגרף, והעזרו באחת השיטות האלגוריתמיות שלמדנו בקורס).

שאלה 3 (25 נקודות)

נתבונן בבעיית התזמון הבאה. עלינו לבצע n משימות $1,\dots,n$, וביכולתנו לבצע משימה אחת בזמן נתון. לכל משימה נדרש זמן ביצוע $l_i\ge 0,(1\le i\le n)$. בנוסף לכל משימה משקל $w_i\ge 0$. נתון תזמון כלשהו של המשימות. אנו מניחים כי המשימות מתחילות בזמן 0, וכי המשימה ה- j בתזמון מתחילה מיד כשסיימנו את המשימה ה- $j-1$. יהי t_j זמן הסיום של המשימה j.

מטרתנו היא למצוא סדר לביצוע המשימות המביא למינימום את הסכום $\sum_{i=1}^{n}t_iw_i$.

הציעו אלגוריתם חמדן לבעיה והוכיחו את נכונותו. (רמז: מיינו את המשימות לפי $\frac{w_i}{l_i}$. בדקו זוג משימות עוקב בתזמון אופטימלי שאינו מקיים את הסדר לעיל).

שאלה 4 (25 נקודות)

יהי $G = (V, E)$ גרף מכוון עם פונקצית משקל לצמתים $w : V \rightarrow R$, כך שמשקלי הצמתים שונים זה מזה. קבוצת קשתות הגרף מוגדרת כך: קשת (u, v) שייכת ל-E אם ורק אם $w(u) < w(v)$.

א. הראו ש-G הוא טרנזיטיבי, כלומר, אם קיימות בו הקשתות (u, v) ו-(v, y) אז בהכרח קיימת בו גם הקשת (u, y).

ב. הראו ש-G חסר מעגלים.

ג. ברצוננו למיין n מספרים ממשיים נתונים. הניחו שקיים גרף G בעל n צמתים שהמספרים הנתונים הם המשקלות של צמתיו וקבוצת הקשתות שלו מקיימת את התנאי שניתן בתחילת השאלה. כתבו אלגוריתם המקבל כקלט את G וסיבוכיותו ליניארית במספר קשתות הגרף G, וממיין את n המספרים הנתונים. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

ד. מדוע קיומו של האלגוריתם שהראיתם בסעיף ג' אינו סותר את החסם התחתון הידוע למיון n מספרים?

שאלה 5 (25 נקודות)

עבור גרף דו-צדדי $G = (X \cup Y, E)$ **זיווג 2-מושלם** $M \subseteq E$ הוא קבוצת קשתות כך שלכל צומת ב-X יש בדיוק שתי קשתות ב-M שפוגעות בו ולכל צומת ב-Y יש בדיוק קשת אחת ב-M שפוגעת בו. כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו המקבל כקלט גרף דו-צדדי $G = (X \cup Y, E)$ וקובע אם יש ב-G זיווג 2-מושלם. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

בהצלחה!