

# יעילות של חישובים – תרגיל 1

## תאריך הגשה: 24.11.05

1. בחנות נעליים הוכרז על מבצע: כל הקונה שני זוגות נעליים מקבל את הזול מביניהם בחצי המחיר. ברצוני לקנות בחנות זו  $n$  זוגות נעליים. כדי להשתתף במבצע עלי להציג למוכר שני זוגות נעליים בכל פעם. תארו אלגורית יעיל לחלוקת זוגות הנעליים לזוגות, כך שאצטרך לשלם כמה שפחות. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
2. נתונה סדרת מספרים  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . תארו אלגוריתם שמוצא תת-סידרה בעלת סכום מינימלי המכילה את  $x_1$  ו- $x_n$ , כך שהמרחק בין כל שני איברים עוקבים בתת-הסידרה הוא לכל היותר 2 (כלומר תת-סידרה  $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$ , כך ש:  $i_1 = 1, i_k = n$ , ולכל  $1 \leq j < k$  מתקיים  $0 < i_{j+1} - i_j \leq 2$ ). הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
3. נתונה קבוצת מספרים טבעיים  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  ומספר טבעי  $k$ . תארו אלגוריתם שבודק אם קיימת תת-קבוצה  $S \subseteq A$  שסכום איבריה הוא בדיוק  $k$ , ואם כן מוצא תת-קבוצה כזו. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.  
(רמז: חשבו לכל  $0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq k$  את ערך הפונקציה  $f(i, j)$ , כאשר  $f(i, j) = 1$  אם קיימת תת-קבוצה של  $\{a_1, a_2, \dots, a_i\}$  שסכום איבריה הוא בדיוק  $j$ , ואחרת  $f(i, j) = 0$ .)
4. נתונה קבוצה של אבני דומינו. תארו אלגוריתם יעיל הבודק אם ניתן לסדר אותן בשורה אחת באופן חוקי. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.
5. נתון גרף לא מכוון  $G = (V, E)$ , שבו לכל הקודקודים דרגה 4. הוכיחו שניתן לצבוע את קשתות הגרף באדום ובכחול, כך שלכל קודקוד יהיו שתי קשתות אדומות ושתיים כחולות.
6. הוכיחו שאם בגרף לא מכוון וקשיר יש בדיוק  $2k$  קודקודים מדרגה אי-זוגית, אז ניתן לחלק את קשתותיו ל- $k$  מסלולים זרים (בקשתות). האם ניתן להחליף את תנאי הקשירות בתנאי חלש יותר?