

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

מערך A נקרא "כמעט ממוין עם שגיאה בגודל k " אם $A[j] \geq A[i]$ לכל j, i המקיימים $j - i > k$; במילים אחרות, המערך לא חייב להיות ממוין, אבל כל שני איברים הנמצאים בסדר הפוך לא יכולים להיות רחוקים זה מזה יותר מ- k מקומות.
נתונים מערך A כמעט ממוין עם שגיאה בגודל k וערך מפתח v . כתבו שגרה רקורסיבית למציאת מספר המופעים של v במערך A . זמן הריצה הנדרש הינו $O(\lg n + k)$.

שאלה 2

נתון מערך A באורך n של מספרים ממשיים **חיוביים**, שונים זה מזה.
ברצוננו למצוא שלושה אינדקסים $1 \leq i, j, k \leq n$ (שונים זה מזה), כך שמתקיים התנאי $(A[j])^2 = A[i] \cdot A[k]$. בכל אחד משני הסעיפים הסבירו מהי כמות הזיכרון הנדרשת.
(13 נק') א. כתבו שגרה למציאת שלושת האינדקסים, שזמן ריצתה $O(n^2)$ במקרה הגרוע.
(12 נק') ב. כתבו שגרה למציאת שלושת האינדקסים, שתוחלת זמן ריצתה $O(n^2)$. אין להשתמש בתוצאה של סעיף א'.

שאלה 3

נתונה ערמת מינימום H בת n איברים. לכל $i = 0, 1, \dots, \lfloor \lg n \rfloor$, אנו מעוניינים לשמור בערמת מכסימום R_i עותקים של איברי הרמה i (מ- $H[2^i]$ עד $H[2^{i+1}-1]$ אם $i < \lfloor \lg n \rfloor$, או מ- $H[2^{\lfloor \lg n \rfloor}]$ עד $H[n]$ אם $i = \lfloor \lg n \rfloor$).
א' הסבירו כיצד ניתן לבנות את המבנה כולו מתוך סדרה נתונה של n איברים ונתחו את זמן הריצה הנדרש.
ב' תארו את אופן תחזוקת המבנה בעת ביצוע כל אחת מהפעולות הבאות ונתחו את זמן הריצה הנדרש: הכנסת איבר חדש; מחיקת האיבר המינימלי; מחיקת איבר כלשהו.

שאלה 4

נתון עץ חיפוש בינרי T בגודל n . ברצוננו למצוא את אורך המסלול הקצר ביותר מהשורש אל עלה של העץ T .

הראו כיצד ניתן לבצע זאת בזמן $O(n \cdot \lg n)$. כתבו שגרה בפסידוקוד.

באלו תנאים ניתן למצוא גם את אורך המסלול הארוך ביותר בזמן $O(n \cdot \lg n)$? נמקו את תשובתכם.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים במבנה):

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE-OLD(S): מחיקת האיבר הוותיק ביותר מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE-OLD-MIN(S): מחיקת האיבר הוותיק ביותר מבין האיברים שהמפתח שלהם

מינימלי; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MAX-COUNT(S): החזרת המפתח בעל השכיחות המכסימלית ב- S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

FREQ-SUM(S, z): מציאת שני מפתחות ב- S כך שסכום השכיחות שלהם הינו z ; זמן

הריצה: $O(\lg n)$.

הערות: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים. לכל פעולה מתייחסים לאותם איברים בלבד, הנמצאים במבנה בזמן הביצוע.