

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 7, 9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 7.12.2014

סמסטר: 2015א

קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

שאלה 1 (10 נקודות)

א' הפעילו את האלגוריתם QUICKSORT למיון הסדרה

$\langle 5, 3, 8, 4, 7, 1, 0, 9, 2, 10, 6, 11 \rangle$

ב' הפעילו את הגרסה הדטרמיניסטית של האלגוריתם RANDOMIZED-SELECT למציאת ערך המיקום הרביעי של אותה סדרה.

שאלה 2 (20 נקודות)

ענו על השאלה הבאה ונמקו את תשובתכם:

מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר על המערך $A = [m+1, \dots, n, 1, \dots, m]$?

הערה: מדובר באלגוריתם מיון-מהיר המוצג בספר הלימוד.

המלצה: דונו בנפרד במקרים $m \leq n/2$ ו- $m > n/2$.

שאלה 3 (20 נקודות)

מתוארת כאן שגרת החלוקה שהוצעה על-ידי א' ו' דייקסטר:

DIJKSTRA-PARTITION(A, p, r)

```
 $x \leftarrow A[p]$ 
 $i \leftarrow p$ 
 $j \leftarrow r$ 
repeat
  while  $A[i] < x$ 
    do  $i \leftarrow i+1$ 
  while  $A[j] > x$ 
    do  $j \leftarrow j-1$ 
  if  $i \leq j$ 
    then exchange  $A[i] \leftrightarrow A[j]$ 
       $i \leftarrow i+1$ 
       $j \leftarrow j-1$ 
until  $i > j$ 
return  $i, j$ 
```

א' הראו שהשגרה פועלת נכון.

ב' האם השגרה פועלת נכון גם אם בוחרים כאיבר ציר את האיבר האחרון במקום הראשון ?

ג' איך פועלת השגרה על קלט ממוין בסדר עולה ? ועל קלט ממוין בסדר יורד ? (הניחו שהאיברים שונים זה מזה).

נתבונן עכשיו בגרסת דייקסטר של מיון-מהיר :

DIJKSTRA-QUICKSORT(A, p, r)

```
if  $p < r$ 
  then  $i, j \leftarrow \text{DIJKSTRA-PARTITION}(A, p, r)$ 
    DIJKSTRA-QUICKSORT( $A, p, j$ )
    DIJKSTRA-QUICKSORT( $A, i, r$ )
```

ד' הראו שהאלגוריתם פועל נכון.

ה' נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הגרוע, במקרה הטוב ובמקרה הממוצע.

שאלה 4 (20 נקודות)

נגדיר חציה באופן הבא: בהינתן סדרה (לא ממוינת) S של n מספרים, מחלקים אותה לשתי תת-סדרות S_1 ו- S_2 בעלות $\lceil n/2 \rceil$ ו- $\lfloor n/2 \rfloor$ איברים בהתאמה, כך שלכל $x \in S_1$, $y \in S_2$ מתקיים $x < y$.

הוכיחו שפעולת החצייה שקולה למציאת החציון, כלומר:

א' אם ניתן למצוא את החציון של סדרה בעלת n איברים בעזרת $T(n)$ השוואות, אזי סדרה בעלת n איברים ניתנת לחצייה בעזרת $T(n) + n - 1$ השוואות;

ב' אם סדרה בעלת n איברים ניתנת לחצייה בעזרת $T(n)$ השוואות, אזי ניתן למצוא את החציון של סדרה בעלת n איברים בעזרת $T(n) + \lceil n/2 \rceil - 1$ השוואות.

שאלה 5 (30 נקודות)

נתונה סדרה של מספרים ממשיים $\langle a_0, a_1, \dots, a_n \rangle$. נסמן:

$$m = \min \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$$

$$M = \max \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$$

א' הוכיחו שקיימים בסדרה שני איברים x ו- y כך ש-

$$|x - y| \leq \frac{M - m}{n}$$

ב' כתבו אלגוריתם המוצא את שני האיברים כמתואר בסעיף הקודם; זמן הריצה חייב להיות $O(n)$.