

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 4

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 8.12.2013

2014 א

סמסטר:

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (28 נקודות)

שחר מטיל 2 קוביות שוב ושוב עד שהוא מקבל לראשונה את הסכום 8 (בשתי הקוביות יחד).

יהי X מספר הפעמים ששחר קיבל סכום שונה מ-8.

א. מהי ההסתברות ששחר יטיל את הקוביות יותר מ-7 פעמים?

ב. מצא את פונקציית ההסתברות של X .

ג. חשב את $E[(X-4)^2]$.

ד. נניח שידוע ששחר הטיל את הקוביות לפחות פעמיים.

לאור מידע זה, מהי פונקציית ההסתברות המעודכנת של X ?

שאלה 2 (28 נקודות)

ארבעה חברים – אבנר, ברק גד ודן – מטילים בזה אחר זה ובסדר זה מטבע, שההסתברות לקבל בו H

היא $\frac{1}{3}$. כל אחד משלושת החברים הראשונים (כלומר, אבנר, ברק וגד) מטיל בתורו את המטבע עד

שלאשונה הוא מקבל H , ואילו דן מטיל את המטבע עד שלאשונה הוא מקבל T .

א. מהי ההסתברות שמספר ההטלות הכולל של אבנר, ברק וגד יהיה שווה בדיוק ל-7?

ב. 1. מהי ההסתברות שאבנר יטיל את המטבע מספר זוגי של פעמים?

2. אם מספר ההטלות הכולל של אבנר, ברק וגד הוא מספר זוגי, מהי ההסתברות שמספר

ההטלות של אבנר זוגי?

רמז: היעזר בתוצאה שקיבלת בסעיף ב.1.

ג. 7 נק' נסמן ב- W את המספר הכולל של ה- H ים שהתקבלו בהטלות שביצעו ארבעת החברים.

מצא את פונקציית ההסתברות של W וחשב את שונותו.

שאלה 3 (22 נקודות)

נתון לוח ריבועי, שעליו מצוירות 64 משבצות זהות בגודלן, המסודרות במבנה של 8 שורות ו-8 עמודות. נתונות גם 64 דסקיות, ש-34 מהן לבנות והשאר שחורות. מפזרים באקראי את הדסקיות על הלוח. דסקית אחת על כל משבצת.

7 נק' א. מהי ההסתברות שב-3 השורות העליונות של הלוח תהיינה בדיוק 11 דסקיות שחורות?

7 נק' ב. מהי שונות מספר הדסקיות השחורות שימוקמו ב-3 השורות העליונות של הלוח?

נתון לוח משבצות נוסף שגודלו 100×100 .

בלוח זה כל משבצת נצבעת בצבע לבן בהסתברות 0.995, ואחרת בצבע שחור.

8 נק' ג. חשב **קירוב** להסתברות שיהיו בלוח בדיוק 54 משבצות שחורות.

שאלה 4 (10 נקודות)

ידוע כי אם מחביאים בחדר מסוים i חפצים ($i = 0, 1, \dots$), ההסתברות שאדם, שייכנס לחדר ויחפש אותם, ימצא לפחות אחד מהם היא $\frac{i}{i+1}$.

אדם נכנס לחדר שהוחבאו בו X חפצים, כאשר X הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר $\lambda = 8$. מהי ההסתברות שבחיפושיו בחדר ימצא לפחות חפץ אחד?

שאלה 5 (12 נקודות)

שיכור הולך בצעדים אקראיים לאורך ציר ישר שעליו הנקודות 0, ± 1 , ± 2 , ..., באופן הבא:

הוא מתחיל מנקודה 0. בכל שלב הוא עושה צעד באורך 1, צעד לימין בהסתברות p ($0 < p < 1$) וצעד לשמאל בהסתברות $1 - p$. צעדיו של השיכור בלתי-תלויים זה בזה.

נסמן ב- X את הנקודה על הציר שעליה נמצא השיכור לאחר 100 צעדים.

6 נק' א. מצא את פונקציית ההסתברות של X .

6 נק' ב. חשב את התוחלת ואת השונות של X .