

מבנה הבחינה :

- * יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.
- * משקל כל שאלה 25% .
- * אם תשיב/י על יותר מ- 4 שאלות, יחושב הציון לפי 4 התשובות הראשונות.

משך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: כל חומר עזר מותר, כולל מחשבון.

שימו לב:

- * יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נאמר במפורש בשאלה.
 - * מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
 - * אפשר גם להסתמך על טענות מהמדור "עזרים ללמידה" באתר הקורס.
 - * אם ברצונך להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליך לחזור ולהוכיחן.
 - * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרת אותם.
-

אין צורך להחזיר את השאלון בתום הבחינה

אנא קראו בתשומת-לב את כל ההנחיות שבעמוד הקודם !

שאלה 1

להלן טענות לגבי יחסים (רלציות) מעל הקבוצה $A = \{1,2,3,4\}$.

לכל טענה ציינו אם היא נכונה או לא.

הוכיחו את הטענות הנכונות, הפריכו ע"י דוגמא נגדית את אלה שאינן נכונות.

(4 נק') א. אם R רפלקסיבית אז R^2 רפלקסיבית.

(4 נק') ב. אם R^2 רפלקסיבית אז R רפלקסיבית.

(4 נק') ג. אם R סימטרית אז R^2 סימטרית.

(4 נק') ד. אם R^2 סימטרית אז R סימטרית.

(4 נק') ה. אם R טרנזיטיבית אז R^2 טרנזיטיבית.

(5 נק') ו. אם R^2 טרנזיטיבית אז R טרנזיטיבית.

שאלה 2

מצאי מה לא תקין בהגדרה הבאה.

בדומה להגדרות של חיבור, כפל וחזקה של עוצמות, נגדיר פעולה של הפרש סימטרי בין עוצמות: תהייה k, m עוצמות, לא בהכרח שונות זו מזו.

תהייה A, B קבוצות המקיימות $|A| = k$, $|B| = m$,

נגדיר: $k \oplus m = |A \oplus B|$.

הגדרה כזו אינה אפשרית. עליך להסביר מה הבעיה בהגדרה, ולהראות ע"י דוגמא שההגדרה אינה תקינה. הדרכה: ראי ההגדרות של חיבור, כפל וחזקה של עוצמות.

שאלה 3

מהו מספר פתרונות המשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$ בטבעיים, כאשר אף אחד מהמשתנים

אינו שווה ל-5?

כדאי לפתור בעזרת הפרדה והכלה. 0 הוא מספר טבעי.

יש להגיע לתשובה סופית מספרית.

שאלה 4

בידינו מספר לא מוגבל של מרצפות מכל אחד מהסוגים הבאים: מרצפות אדומות באורך 2, מרצפות ירוקות באורך 2, מרצפות סגולות באורך 2, מרצפות שחורות באורך 1 ומרצפות לבנות באורך 1. יהי a_n מספר הדרכים לרצף שביל ישר באורך n בעזרת מרצפות מהסוגים הללו. לא חייבים להשתמש בכל הסוגים.

(11 נק') א. רשום את a_0, a_1, a_2 . רשום יחס נסיגה עבור a_n .

ודא שיחס הנסיגה מתיישב עם ערכי ההתחלה שרשמת.

(14 נק') ב. פתור את יחס הנסיגה שקיבלת בסעיף הקודם ורשום ביטוי מפורש עבור a_n .

שאלה 5

השאלה עוסקת בתחשיב הפסוקים. כתיב מקוצר – מותר.

לכל אחת מהטענות הבאות, קבע אם היא נכונה או לא.

אם היא נכונה – הוכח אותה. אם היא אינה נכונה – תן דוגמא נגדית.

(8 נק') א. יהיו α, β, γ פסוקים. אם $\alpha \vee \beta \models \gamma$ אז $\alpha \models \gamma$.

(8 נק') ב. לא קיימים פסוקים α, β כך ש- $\alpha \models \beta$ ו- $\beta \models \sim \alpha$.

(9 נק') ג. בהנתן פסוקים α, β, γ כלשהם, הפסוק $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow (\gamma \rightarrow \alpha))$ הוא טאוטולוגיה.

בהצלחה!