מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

# האוניברסיטה

כ"ד בשבט תשע"ו

בפברואר 2016

מס' מועד 82

הדבק כאן את

מדבקת הנבחן

מס' שאלון - 523

20585 / 4

סמסטר 2016א

# שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 3 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

# חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

אסור בשימוש כל מכשיר שבאמצעותו אפשר להתחבר לאינטרנט או לאצור מידע לרבות מחשב נישא ו/או טאבלט.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות



שאלה 1 (סעיף א - 15 נקודות; סעיף ב - 5 נקודות)

נזכיר: פונקציית המעברים של מכונת טיורינג דטרמיניסטית בעלת סרט אחד נראית כך:

$$\delta: Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L,R\}$$

הפונקציה קובעת לכל מצב שבו המכונה נמצאת ולכל סמל סרט שנמצא תחת הראש הקורא-כותב, איזה סמל סרט ייכתב, לאיזה כיוון ינוע הראש הקורא-כותב, ולאיזה מצב המכונה תעבור.

במכונת טיורינג מילולית פונקציית המעברים נראית כך:

$$\delta: Q \times \Gamma^* \to Q \times \Gamma \times \{L,R\}$$

הצעד של המכונה נקבע לפי המצב שבו המכונה נמצאת ולפי **המילה** שכתובה על הסרט מהסמל שבריבוע השמאלי ביותר של הסרט ועד הריבוע שעליו נמצא הראש הקורא-כותב.

למשל, אם תוכן הסרט הוא \$\$a  $\sqcup ab \sqcup \$$ , והראש נמצא על ה-\$ השמאלי, אז הצעד הבא של המשל, אם תוכן הסרט הוא המכונה נמצאת ולפי המילה \$\$.  $a \sqcup ab \sqcup \$$ המכונה נמצאת שבו המכונה נמצאת ולפי המילה

א. הוכיחו: אפשר לבנות מכונות טיורינג מילוליות לזיהוי שפות שאינן מזוהות-טיורינג.

הדרכה: הוכיחו שאפשר לבנות מכונת טיורינג מילולית לכל שפה שהיא.

ב. מדוע אין בקיומן של מכונות טיורינג מילוליות סתירה לתזה של צירץי וטיורינג? הסבירו היטב.

#### שאלה 2

 $:\! L5_{\mathsf{TM}}$  נגדיר את השפה

$$L5_{\text{TM}} = \{ < M > | M \text{ is a TM and } |L(M)| = 5 \}$$

זוהי שפת התיאורים של מכונות טיורינג שמקבלות בדיוק 5 מילים.

הוכיחו: השפה איננה מזוהה-טיורינג, וגם השפה המשלימה שלה איננה מזוהה-טיורינג.  $L5_{
m TM}$ 

$$\overline{A_{\text{TM}}} \leq_{\text{m}} L5_{\text{TM}}$$
 , $A_{\text{TM}} \leq_{\text{m}} L5_{\text{TM}}$  : הדרכה הראו שתי רדוקציות

# שאלה 3 (כל סעיף 10 נקודות)

מכונת טיורינג דטרמיניסטית M תיקרא פולינומית, אם יש מספר טבעי k כך שמספר הצעדים של מכונת טיורינג דטרמיניסטית M תיקרא (n=|w|).  $O(n^k)$  אול כל מילה m

שימו לב, ההגדרה תלויה רק במילים ש-M מקבלת. אין דרישה על מספר הצעדים של M על מילים שימו לב, ההגדרה ייתכן גם שעל חלק מן המילים האלה (ש-M לא מקבלת. ייתכן גם שעל חלק מן המילים האלה האלה (ש-M לא מקבלת.

 $D = \{ <\!\!M\!\!> \mid \!\! P$  שייכת למחלקה L(M) היא מכונה פולינומית L(M) היא L(M) היא מכונה פולינומית ווער היא

- $C \subset D$ א. האם
- ב. האם  $C \subseteq C$ ים.

**הוכיחו** את תשובותיכם.

## שאלה 4

תזכורת: VERTEX-COVER היא שפה NP-שלמה.

 $VERTEX-COVER = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ is an undirected graph that has a } k\text{-node vertex cover} \}$ 

v אם עם בגרף אי בגרף אי בגרף א מכוון G תיקרא קבוצת אמתים בעלת אומת אים בגרף או בגרף אומת שמחובר בקשת או שמחובר בקשת לכל אואר האמתים של U.

: CENTRAL-VC נגדיר את השפה

 $CENTRAL-VC = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ is an undirected graph that has a } k\text{-node vertex cover that has a central node} \}$ 

מילה עם בגודל U בגודל בו שיש בו ארף או גרף או הוא ארף אחם הוא או שהיא או מילה אייכת לשפה אם G הוא אות מרכזי בעלת בעמתים בעלת אומת מרכזי ב-G.

שלמה -NP היא שפה CENTRAL-CV: הוכיחו

הדרכה: הוכיחו שהיא שייכת ל-NP, והראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של NP. תארו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב בזמן פולינומיאלי.

### שאלה 5

הוכיחו : אם לכל שתי שפות A ו-B שיש ביניהן רדוקציה בזמן פולינומיאלי ( $A \le_P B$ ) יש ביניהן גם הוכיחו : אם לכל שתי שפות A ו-B שיש ביניהן המחלקה (L=P) P אז המחלקה A שווה למחלקה ( $A \le_L B$ ).

#### שאלה 6

Aנסמן ב-ידי סכום את  $\Sigma(A)$  את נסמן על-ידי מספרים של מספרים ב-

בבעיה PARTITION הקלט הוא קבוצה סופית S של מספרים טבעיים (שלמים חיוביים). השאלה היא האם יש ל-S תת-קבוצה שסכום המספרים בה שווה למחצית סכום המספרים ב-S. במילים אחרות, השאלה היא האם יש ל-S תת-קבוצה T כך שסכום המספרים ב-T שווה לסכום המספרים ב-S.

 $PARTITION = \{ <S > \mid S \text{ is a finite set of natural numbers and } \exists T \subseteq S \Sigma(T) = \Sigma(S - T) \}$  . היא שפה PARTITION

במסעדת הקירובים התפריט M בנוי מאוסף של זוגות  $(m,\ n)$  כך ש-m הוא שם של מנה ו-n מחירה (מספר טבעי). נגדיר את f(M) להיות מספר ההזמנות השונות האפשריות של מנות מן התפריט כך שמחיר כלל המנות שהוזמנו שווה למחיר כלל ההזמנות שלא הוזמנו.

$$f(M) = |\{T \subseteq M \mid \Sigma_{(m,n)\in T} n = \Sigma_{(m,n)\in M-T} n\}|$$
 פורמלית,

הוכיחו : אם P≠NP, אז לא קיים אלגוריתם בעל זמן ריצה פולינומיאלי שעל קלט M מחזיר מספר ,P≠NP הוכיחו : אם  $f(M)-k \leq 5$  .