

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 2 ו-3

דיאגרמת ון וטענות הסתברות בסיסיות; הסתברות מותנית

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 24.11.2013

2014 א

סמסטר:

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

נערך מחקר על הרגלי הצפייה של מנויי-כבלים במהדורות החדשות בערוצים 1, 2 ו-10. מהסקר עולות המסקנות הבאות:

ההסתברות שמנוי אינו צופה כלל במהדורות החדשות (כלומר, באף אחת מהן) היא 0.3;
ההסתברות שמנוי צופה במהדורות החדשות של שני ערוצים בדיוק היא 0.25;
ההסתברות שמנוי צופה במהדורות החדשות של ערוץ אחד בדיוק היא 0.37;
ההסתברות שמנוי צופה במהדורות החדשות בערוצים 1 או 2 (ובכלל זה בשתייהן) היא 0.56;
אם המנוי צופה במהדורות החדשות בערוצים 1 או 2, ההסתברות שיצפה בשתייהן היא 0.25;
אם המנוי צופה במהדורת החדשות בערוצים 2 או 10, ההסתברות שיצפה רק במהדורת ערוץ 10 היא $\frac{2}{9}$.

בוחרים באופן מקרי משתתף בסקר.

(8 נק') א. הגדר שלושה מאורעות מתאימים לבעיה המתוארת בשאלה, צייר עבורם דיאגרמת ון, המתארת את הבעיה, ומלא בשטחים החלקיים שנוצרים בה את כל ההסתברויות הנתונות בבעיה.

הסבר בקצרה את דרך חישוב ההסתברויות שרשמת בדיאגרמה, באמצעות טענות הסתברות בסיסיות.

- 3 נק') ב. מהי ההסתברות שהמשתתף הנבחר צופה במהדורת החדשות בערוץ 10?
3 נק') ג. מהי ההסתברות שהמשתתף הנבחר צופה במהדורות חדשות בשני ערוצים לפחות?
3 נק') ד. אם קיימת לפחות מהדורת חדשות אחת שהמשתתף הנבחר אינו צופה בה, מהי ההסתברות שהוא אינו צופה במהדורת החדשות בערוץ 10?
3 נק') ה. אם ידוע שהמשתתף הנבחר צופה במהדורות החדשות בערוצים 1 או 10, מהי ההסתברות שהוא צופה במהדורות החדשות בערוצים 2 או 10?

בכל אחד מסעיפים ב-ה בטא את המאורע המתואר בסעיף באמצעות המאורעות שהגדרת בסעיף א.

שאלה 2 (14 נקודות)

שני אבירים משתתפים בדו-קרב.

שני האבירים יורים זה על זה עד שלפחות אחד מהם מוטל מת.

האביר האחרון שנותר בחיים מנצח בדו-קרב.

בכל ירייה, אביר A פוגע ביריבו בהסתברות 0.5 ואילו אביר B פוגע ביריבו בהסתברות 0.3. אין תלות בין תוצאות הירי של אותו אביר או בין תוצאות הירי של שני האבירים.

(7 נק') א. נניח שהאבירים יורים זה על זה בו-זמנית.

כלומר, בכל פעם שניהם יורים באותו הזמן.

מהי ההסתברות שאביר A ינצח בדו-קרב?

(כלומר, מהי ההסתברות שאביר A הוא היחיד שניצח בחיים?)

(7 נק') ב. נניח שהאבירים יורים זה על זה לסירוגין.

כלומר, בכל פעם יורה רק אביר אחד, ואביר A הוא זה שיורה ראשון,

אחריו יורה אביר B, וחוזר חלילה.

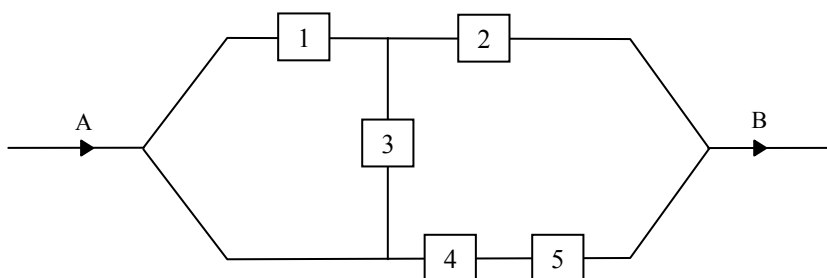
מהי ההסתברות שאביר A ינצח בדו-קרב?

שאלה 3 (21 נקודות)

נתונה המערכת המתוארת באיור.

במערכת 5 רכיבים, שכל אחד מהם תקין בהסתברות 0.8, ואז יכול לעבור בו זרם.

אין תלות בין מצבי התקינות של חמשת הרכיבים במערכת.



(7 נק') א. מהי ההסתברות שעובר זרם במערכת מ-A ל-B?

(7 נק') ב. ידוע שרכיב 1 תקין ויכול לעבור בו זרם.

מהי ההסתברות שעובר זרם במערכת מ-A ל-B?

(7 נק') ג. ידוע שלפחות אחד מהרכיבים 1 ו-2 אינו תקין.

מהי ההסתברות שעובר זרם במערכת מ-A ל-B?

שאלה 4 (24 נקודות)

בצנצנת יש 300 ממתקים: 150 אדומים, 100 ירוקים ו-50 צהובים.

מוציאים מהצנצנת באקראי, בזה אחר זה וללא החזרה 10 ממתקים.

- (6 נק') א. מהי ההסתברות שבבחירה החמישית יוצא לראשונה ממתק צהוב?
 (6 נק') ב. אם ידוע שבבחירה החמישית הוצא לראשונה ממתק צהוב, מהי ההסתברות שגם בבחירה השישית יוצא ממתק צהוב?
 (6 נק') ג. אם בין 10 הממתקים שהוצאו יש בדיוק 2 ממתקים צהובים, מהי ההסתברות שיש ביניהם בדיוק 4 ממתקים אדומים?
 (6 נק') ד. אם ידוע ששני הממתקים הראשונים שהוצאו היו אדומים, מהי ההסתברות שהוצאו בסך-הכל 6 ממתקים אדומים (מתוך ה-10)?

שאלה 5 (21 נקודות)

נתונים המאורעות I, K ו- A_1, A_2, \dots, A_{30} , ונניח שמתקיים –

$$\begin{aligned} P(I) &= 0.02 & P(K \cap I^C) &= 0 & A_i \cap A_j &= \emptyset, \quad i \neq j \\ P(K^C | I \cap A_i) &= 0.9^i, \quad i = 1, \dots, 30 & P(A_i) &= P(A_j), \quad i \neq j \\ A_i \text{ ו- } I &\text{ בלתי-תלויים, לכל } i = 1, \dots, 30 & \bigcup_{i=1}^{30} A_i &= S \end{aligned}$$

- (7 נק') א. חשב את $P(I \cap K^C | A_1)$.
 (7 נק') ב. חשב את $P(I \cap K^C)$.
 (7 נק') ג. חשב את $P(K)$.