

## ממ"ן 11 - פתרון שאלה 5

$$p(i, j) = \begin{cases} 1 & i = 0 \\ 0 & j = 0 \\ 0.5 \cdot p(i-1, j) + 0.5 \cdot p(i, j-1) & \text{else} \end{cases} \quad \text{א.}$$

הסבר : אנו רוצים לבטא את  $p(i, j)$  כפונקציה של  $p(i-1, j)$  ושל  $p(i, j-1)$ . מספר המשחקים שכבר נערכו הוא  $8-(i+j)$ . נתון ששתי הקבוצות שוות בכוחן ; כלומר, יש הסתברות של 0.5 שקבוצה A תנצח במשחק הבא ואז נגיע למצב שבו ל-A חסרים עוד  $i-1$  ניצחונות ול-B חסרים  $j$  ניצחונות. באופן סימטרי, יש הסתברות של 0.5 שקבוצה B תנצח במשחק הבא ואז נגיע למצב שבו ל-A חסרים עוד  $i$  ניצחונות ול-B חסרים  $j-1$  ניצחונות. מכאן הנוסחה.

ב. האלגוריתם נובע ישירות מהנוסחה הרקורסיבית :

ODDS (i, j)

(1) אם  $i = 0$  אז החזר 1.

(2) אחרת אם  $j = 0$  אז החזר 0.

(3) אחרת החזר  $0.5 \cdot \text{ODDS}(i-1, j) + 0.5 \cdot \text{ODDS}(i, j-1)$ .

ג. אלגוריתם תכנון דינמי ימלא טבלה M בגודל  $5 \times 5$  :

(1) עבור  $j$  המקבל את הערכים 1 עד 4 בצע :

$$M[0, j] \leftarrow 1 \quad (1.1)$$

(2) עבור  $i$  המקבל את הערכים 1 עד 4 בצע :

$$M[i, 0] \leftarrow 0 \quad (2.1)$$

(3) עבור  $i$  המקבל את הערכים 1 עד 4 בצע :

(3.1) עבור  $j$  המקבל את הערכים 1 עד 4 בצע :

$$M[i, j] \leftarrow 0.5 \cdot M[i-1, j] + 0.5 \cdot M[i, j-1] \quad (3.1.1)$$

הטבלה המתקבלת :

j \ i	0	1	2	3	4
0	—	1	1	1	1
1	0	1/2	3/4	7/8	15/16
2	0	1/4	1/2	11/16	13/16
3	0	1/8	5/16	1/2	21/32
4	0	1/16	3/16	11/32	1/2