

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20425 – הסתברות לתלמידי מדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 7

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 6

מועד אחרון להגשה: 20.1.2013

סמסטר: א 2013

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (28 נקודות)

נניח שההתפלגות של המשתנה המקרי X היא פואסונית עם הפרמטר λ , ונניח שההתפלגות של המשתנה המקרי המותנה Y בהינתן $X = i$ היא גיאומטרית עם הפרמטר $\frac{2^i}{2^i + 1}$, לכל $i = 0, 1, \dots$. נגדיר את המשתנה המקרי W על-ידי $W = 2^{-X}$.

7 נק' א. חשב את $P\{Y \leq n \mid X = i\}$ לכל $n = 1, 2, \dots$ ו- $i = 0, 1, \dots$.

7 נק' ב. חשב את התוחלת ואת השונות של W .

7 נק' ג. חשב את התוחלת של Y .

7 נק' ד. חשב את השונות של Y .

שאלה 2 (14 נקודות)

נתונה קבוצה של N אנשים, כאשר N הוא משתנה מקרי אחיד בדיד בין 1 ל-10. (כלומר, הערכים האפשריים של המשתנה המקרי N הם 1, 2, ..., 10, וכל אחד מתקבל בהסתברות 0.1). נותנים לכל אחד מאנשי הקבוצה קופסת גפרורים אחת. מספר הגפרורים בכל קופסה הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר 20.

אין תלות בין קופסאות גפרורים שונות ואין תלות בין קופסאות הגפרורים למספר האנשים בקבוצה.

7 נק' א. חשב את התוחלת של מספר הגפרורים הכולל שמקבלים N אנשי הקבוצה.

7 נק' ב. חשב את השונות של מספר הגפרורים הכולל שמקבלים N אנשי הקבוצה.

שאלה 3 (18 נקודות)

נתונה קבוצה של 30 אנשים – 15 גברים ו-15 נשים. מחלקים באקראי את הקבוצה לזוגות. יהי X מספר הזוגות המעורבים (כלומר, זוגות המורכבים מגבר ואישה) שנוצרים בחלוקה.

(8 נק') א. חשב את התוחלת של X .

(10 נק') ב. חשב את השונות של X .

שאלה 4 (10 נקודות)

בין שני עמודים לצד הדרך מתוחים 2 כבלי חשמל, האחד מעל השני. התפלגות מספר הציפורים שיושבות על כל אחד מן הכבלים היא בינומית עם הפרמטרים 30 ו-0.5. אין תלות בין מספרי הציפורים על כל אחד מן הכבלים.

יהיו: X = מספר הציפורים על הכבל התחתון;

Y = מספר הציפורים על שני הכבלים יחדיו.

חשב את $\rho(X,Y)$.

שאלה 5 (16 נקודות)

מטילים קובייה תקינה 21 פעמים. נגדיר שני משתנים מקריים:

X_1 – מספר ההטלות שהתקבלו בהן התוצאות 1 או 2;

X_2 – מספר ההטלות שהתקבלו בהן התוצאות 3, 4, 5 או 6.

(8 נק') א. חשב את מקדם המתאם בין X_1 ל- X_2 .

(8 נק') ב. נגדיר $Y_i = (-1)^{X_i}$ לכל $i = 1, 2$.

חשב את השונות המשותפת של Y_1 ו- Y_2 .

שאלה 6 (14 נקודות)

הפונקציה יוצרת המומנטים של המשתנה המקרי X קיימת לכל t ממשי ונתונה על-ידי:

$$M_X(t) = \left(\frac{1 + e^{t-\theta}}{1 + e^{-\theta}} \right)^{3n}, \quad -\infty < \theta < \infty; n = 1, 2, \dots$$

(7 נק') א. חשב את התוחלת של X .

(7 נק') ב. זהה את ההתפלגות של X .