

אנא קראו בתשומת-לב את כל ההנחיות שבעמוד הקודם !

שאלה 1 (25 נקודות)

להלן טענות לגבי יחסים (רלציות) מעל הקבוצה $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

לכל טענה ציינו אם היא נכונה או לא.

הוכיחו את הטענות הנכונות, הפריכו ע"י דוגמא נגדית את אלה שאינן נכונות.

(4 נק') א. אם R רפלקסיבית אז R^2 רפלקסיבית.

(4 נק') ב. אם R^2 רפלקסיבית אז R רפלקסיבית.

(4 נק') ג. אם R סימטרית אז R^2 סימטרית.

(4 נק') ד. אם R^2 סימטרית אז R סימטרית.

(4 נק') ה. אם R טרנזיטיבית אז R^2 טרנזיטיבית.

(5 נק') ו. אם R^2 טרנזיטיבית אז R טרנזיטיבית.

שאלה 2 (25 נקודות)

טענה:

אם k, m עוצמות גדולות מ-1 (סופיות או אינסופיות), אז $k + m \leq k \cdot m$.

הנה התחלה של הוכחה לטענה:

משיקולים כללים שהוזכרו בפרק 5 בתורת הקבוצות, תהי A קבוצה שעוצמתה k ,

ותהי B קבוצה זרה ל- A (!), שעוצמתה m .

נבנה פונקציה $f: A \cup B \rightarrow A \times B$.

מהנתון על k, m נובע בפרט ש- A, B אינן ריקות. יהי אפוא $a_1 \in A$ ויהי $b_1 \in B$.

המשיכו את ההוכחה מנקודה זו (ולא בדרך אחרת).

אין צורך להעתיק את החלק שרשום כאן.

במהלך ההוכחה שימו לב לבעיה קטנה בחד-חד-ערכיות שעשויה להיווצר, ותנו לבעיה מענה ע"י

שיפוף קטן בפונקציה שאתם בונים. שימו לב שנתון כי $k, m \geq 2$. היעזרו בכך כדי לשפץ את

הפונקציה ולתקן את הבעיה.