

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

חומר הלימוד למטלה: תורת הקבוצות פרק 1

הקורס: 20476 מתמטיקה בדידה

משקל המטלה: 3 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: יום א' 6.11.2011

סמסטר: 2012א

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
 - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (24 נק'):

שאלה זו נועדה לתרגל מושגים בסיסיים בתורת הקבוצות ולחדד כמה נקודות שכדאי להבין בשלב מוקדם:

* ההבדל בין A לבין $\{A\}$ (קבוצה שהאיבר היחיד שלה הוא A).

* מקרה פרטי: ההבדל בין הקבוצה הריקה \emptyset לבין $\{\emptyset\}$.

* ההבדל בין " x איבר של y " לבין " x חלקי ל- y ".

תהינה: $Z = \{X\}$, $Y = \{X, \{3\}\}$, $X = \{1, 2\}$.

לכל אחת מהטענות הבאות קבע אם היא נכונה.

בשאלה זו בלבד אין צורך לנמק, די לרשום בכל סעיף נכון / לא נכון.

א. $X \in Y$ ב. $Z \in Y$ ג. $X \subseteq Y$

ד. $Z \subseteq Y$ ה. $\emptyset \in Z$ ו. $|Y| = 2$

ז. $P(X) \subseteq P(Y)$ ח. $\{\emptyset\} \subseteq P(X)$

שאלה 2 (28 נק'):

הוכח או הפוך כל אחת מהטענות הבאות. כדי להפריך טענה - הבא דוגמא נגדית. לטענות הנכונות - תן הוכחה מסודרת המסתמכת בכל צעד על טענות והגדרות בספר.

א. $(A - B) \cup B = A$

ב. $(A \cup B) - B = A$

ג. $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$

ד. $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

שאלה 3 (23 נק')

הוכח את הטענות הבאות בעזרת "אלגברה של קבוצות": צא מאחד האגפים, פתח אותו בעזרת זהויות ידועות, והגע לאגף השני. אין להשתמש בהוכחה במושג "איבר". במקומות בהם מופיע הפרש קבוצות מומלץ להיעזר בזהות $A - B = A \cap B'$ (עמ' 23 בספר הלימוד). **ציין באופן ברור בכל צעד את הזהויות עליהן אתה מסתמך.** הסימן \oplus מוגדר בעמ' 27 בספר.

7 נק' א. $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$

8 נק' ב. $A \oplus B = A' \oplus B'$

8 נק' ג. $(A \oplus B) \oplus (B \oplus C) = A \oplus C$

שאלה 4 (25 נק')

איחוד של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בהגדרה 1.6 בעמוד 12 בספר. במלים פשוטות ההגדרה היא: $x \in \bigcup_{i \in I} A_i$ אם x שייך לפחות לאחת הקבוצות A_i , כאשר i מקבל ערכים ב- I .

חיתוך של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בעמוד 16 בספר. במלים פשוטות ההגדרה היא: $x \in \bigcap_{i \in I} A_i$ אם x שייך לכל הקבוצות A_i , כאשר i מקבל ערכים ב- I .

השאלה שלפניך מתרגלת את השימוש בשני מושגים האלה.

N היא קבוצת המספרים הטבעיים (כולל 0), R היא קבוצת המספרים הממשיים.

לכל $n \in N$, תהי $A_n = \{x \in R \mid 4 \leq x \leq 2n + 2\}$, ותהי $B_n = A_{n+1} - A_n$.

א. חשב את A_0, A_1, A_2, A_3 ואת B_0, B_1, B_2 .

ב. הוכח: אם $n \leq m$ אז $A_n \cap A_m = A_n$.

ג. חשב את $\bigcap_{2 \leq n \in N} A_n$

ד. חשב את $\bigcup_{n \in N} A_n$

ה. חשב את $\bigcup_{2 \leq n \in N} B_n$.

מטלת מחשב (ממ"ח) 02

הקורס: 20476 מתמטיקה בדידה חומר הלימוד למטלה: תורת הקבוצות פרק 2
מספר השאלות: 11 משקל המטלה: 2 נקודות
סמסטר: 2012א מועד אחרון להגשה: יום א' 13.11.2011

את התשובות לממ"ח יש לשלוח באמצעות מערכת שאלת"א
בכתובת <http://www.openu.ac.il/sheilta/>
הממ"ח נבדק בצורה ממוחשבת. אין לשלוח את פתרון הממ"ח למנחה!

"רלציה" בעברית: יחס.

שאלה 1

$$(A \cup B) \times (A \cup B) = (A \times A) \cup (B \times B)$$

- א. נכון לכל A, B .
ב. לעולם אינו נכון – אין קבוצות המקיימות זאת.
ג. נכון רק אם לפחות אחת מהקבוצות A, B היא הקבוצה הריקה.
ד. אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה.

שאלה 2

תהי $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ויהי R היחס הבא מ- A ל- A : $R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (3,1), (4,3)\}$.

$Domain(R) \cap Range(R)$ הוא:

- א. $\{1\}$ ב. $\{1, 2\}$ ג. $\{1, 2, 3\}$ ד. A

שאלה 3

R, A הם אלה שהוגדרו בשאלה 2. S הוא יחס מעל A המקיים $RS = R$. מכאן נובע:

- א. $S = \emptyset$ ב. $S = I_A$ ג. $S = R$

ד. אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה.

שאלה 4

R, A הם אלה שהוגדרו בשאלה 2. טענה (i): $RR^{-1} = I_A$. טענה (ii): $R^{-1}R = I_A$.

- א. רק טענה (i) נכונה. ב. רק טענה (ii) נכונה.
ג. שתי הטענות (i), (ii) נכונות. ד. אף אחת מהטענות (i), (ii) אינה נכונה.

שאלה 5

R, A הם אלה שהוגדרו בשאלה 2.

- א. $R = R^2$.
 ב. $R^2 \neq R^3$ אבל $R^2 = R^3$.
 ג. $R^2 \neq R^3$ אבל $R^3 = R^4$.
 ד. אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה.

שאלה 6

R, A הם אלה שהוגדרו בשאלה 2.

- טענה (i): R^2 הוא רפלקסיבי. טענה (ii): R^2 הוא סימטרי.
 א. רק טענה (i) נכונה.
 ב. רק טענה (ii) נכונה.
 ג. שתי הטענות (i), (ii) נכונות.
 ד. אף אחת מהטענות (i), (ii) אינה נכונה.

שאלה 7

R, A הם אלה שהוגדרו בשאלה 2.

- טענה (i): R^2 הוא אנטי-סימטרי. טענה (ii): R^2 הוא טרנזיטיבי.
 א. רק טענה (i) נכונה.
 ב. רק טענה (ii) נכונה.
 ג. שתי הטענות (i), (ii) נכונות.
 ד. אף אחת מהטענות (i), (ii) אינה נכונה.

שאלה 8

היחס הריק מעל $A = \{1, 2, 3\}$ הוא:

- א. רפלקסיבי, סימטרי וטרנזיטיבי.
 ב. סימטרי וטרנזיטיבי אך לא רפלקסיבי.
 ג. רפלקסיבי וטרנזיטיבי אך לא סימטרי.
 ד. סימטרי ורפלקסיבי אך לא טרנזיטיבי.
 ה. טרנזיטיבי אך לא רפלקסיבי ולא סימטרי.

שאלה 9

R, S הם יחסים מעל קבוצה A ומתקיים $R \subseteq S$.

- טענה (i): אם S סימטרי אז R סימטרי. טענה (ii): אם S אנטי-סימטרי אז R אנטי-סימטרי.
 א. רק טענה (i) נכונה.
 ב. רק טענה (ii) נכונה.
 ג. שתי הטענות (i), (ii) נכונות.
 ד. אף אחת מהטענות (i), (ii) אינה נכונה.

שאלה 10

- R הוא יחס טרנזיטיבי מעל קבוצת הטבעיים \mathbb{N} . ידוע ש- R אינו ריק. מכאן ניתן להסיק:
- א. R יש אינסוף זוגות סדורים.
 - ב. R יש לפחות 3 זוגות סדורים.
 - ג. $R^2 = R$.
 - ד. אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה.

שאלה 11

- R הוא יחס מעל קבוצת הטבעיים \mathbb{N} , וידוע ש- R אינו טרנזיטיבי.
- S הוא הסגור הטרנזיטיבי של R . מכאן ניתן להסיק:
- א. S יש אינסוף זוגות סדורים.
 - ב. S יש לפחות 3 זוגות סדורים.
 - ג. $S = R \cup R^2$.
 - ד. אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה.