מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

| 3 | 2 | 1 | 5 | 6 | 1 | 3 | 2 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

מספר תעודת זהות (9 ספרות)

| 2 | 0 | 5 | 8 | 5 |
|---|---|---|---|---|

מספר הקורס

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

ש N101154982

מספר סידורי: 12

ת.ז: 321561326

לשימוש הבודק

טיוטה

א. שאלה 1:

$\overline{A_{Tm}}$, $A_{Tm}^{-} < m$, כש, $\zeta < m$, $\xi < m$

m: מספר קבוע x.

אפשר $x = x$ קבוע אחרת זהה.

לא אפשרי m: מקבל כל קבוע $\xi = (m)$ ל.

ב. שאלה ב: לכל, יש רדוקציה מ- $m-A_{Tm} \leq \zeta$ - $\overline{E_{Tm}}$. לכן הוא

מקבלת. נניח $E_{Tm}$ לא מקבלת.

מהגדרת הרדוקציה לכל m שמקבלת גם $m-A_{Tm} \leq \zeta$

לכל מילה w בסדר (מסלולים), רץ אותו w בדיוק.

כלומר רץ גם m בדיוק אותו דבר, אז גם $m_1$ שגם בדיוק כך הלאה.

אך שקול $\zeta$ מקבל (אותו להסתכלות ב.מ. מה בוצע)

לכן $m-A_{Tm} = E_{Tm}$, אבל כל $m-A_{Tm}$ מקבלת סתירה.

ג. שאלה 3

א. לא, $m \neq$ בטוח רץ גם מקבלת לפחות גם HAMPATH.

כלומר גם לא "אמת" גם הרצה לא שום רדוקציה, לא מקבל מקבל הרדוקציה רץ גם HAMPATH (הסבר בסרטון)

~~גם כן אבל HAMPATH בטוח בעיקר בעיקר פולינומי לא הוא בכל~~

~~הרדוקציה שלא לא לא לא P=NP~~

2. לא, כי: נ מקבל - SAT לא מקבל לכן $\in$ SAT

שאלה ד. בעצם צריך להראות ש-HAMPATH הוא NP-קשה. כלומר רדוקציה:

לכל $G, s, t$ קלט HAMPATH.

בעצם לא צריך רדוקציה!



407573

טיפה:

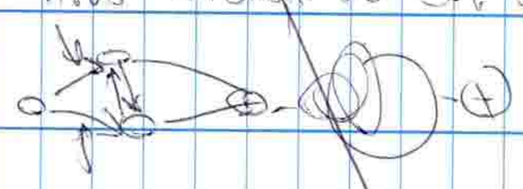
4. נראה שבשביל לבנות HAM בזמן פולינומי בהינתן של AHe נוצר שם AHe

בא"פ, לכל HAM בא"פ, בפולינום ל- קלט x (כי)

יש כדי $G > C_k$ ל-HAM.

יהי $V_G$ בגודל שיוצר מאמן שני קשתות.

נוסף B בגודל כמו בסיבוכיות, ונחלף פומים שם שיוצרים פעלה.



5. אם $A \subseteq B$, בגודל מעבירים לזיז ראשוני מצאים מ-A ל-B, אז

מנדיר למנדיר מה שם B כלומר כדיסה ל-A כדיסה

לדוגמא, $A = A_{DFA}$ ל- $B = HAM$.

6.

2. "לכל קבל כמה:

1. יוצר מונה ל-0.

2. שומר הסימה של מחרוזת שלא בתקבל.

3. לכל מס':

3.1. הוסף לו 5 לסימה.

3.2. לכל 5 בסימה, הוסף לו את אלו ב' בדיה.

3.3. אם קבל, הדפס מה שנמצא עכשיו מונה.

אם לא מונה > 3 קבל.

3. כדי לחזות ב- $RM_G = RM$ צריך בדיוק כמה מונה.

לחזות $RM_G \subseteq RM$: יהי $x \in RM$, אזי $x \in RM$

אז $x \in RM_G$

$RM \subseteq RM_G$: יהי $x \in RM_G$.

לשימוש הבודק

## שאלה 1

הרשומה הינו כן.

לדוגמא הרשומה: [illegible]

- [illegible]

- $L_2 = A_{TM} - L_1$

- $L_3 = \overline{A_{TM}}$

- קיים הוא מ"ט שמקבלת את w לאחר [illegible] צעדים כאשר $m > k = |L_1|$

מכאן נובע כי תנאי השאלה מתקיימים:

- [illegible]

- $L_1 \cup L_2 = A_{TM}$ ולכן $L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \Sigma^*$.

- מהיות כי $L_1 \cap L_2 = \emptyset$. מתקיים ש- $L_1 \subseteq A_{TM}$, אז $L_1 \cap L_3 = \emptyset$.

כמו כן, מתקיים ש- $L_2 \subseteq A_{TM}$. אז $L_2 \cap L_3 = \emptyset$.

- $L_1$ כריעה. לכן מ"ט שמכריעה אותו:

"על קלט באורך $m$, כאשר $m > k$, בדוק אם מ"ט:

1. הרץ את $M$ על $w$ [illegible] אם הוא קיבל, קבל.

2. הרץ את $M$ על כל המחרוזות באורך $m$ אם הוא קיבל, קבל.

3. דחה".

מ"ט זו תקבל אם $M$ לא מקבל מחרוזת אורכה. אך אם $M$

- $L_2$ מעניינת אך אינה כריעה. ניתן בשלילה שהיא כריעה, ויהי $M$ מ"ט שמכריעה אותה. נבנה את המ"ט שמכריעה את $L_1$ כך $M$. כאשר נכריע את $A_{TM}$:

"על קלט כאשר $m > k$, בצע את $M$ מ"ט:

1. הרץ את $M$ על כאשר $m > k$. אם הוא קיבל, קבל.

2. הרץ את $M$ על כאשר $m > k$. אם הוא קיבל, קבל.

3. דחה".

מ"ט זו תקבל אם $M$ לא מקבל מחרוזת אורכה. אך אם $M$



407573

מכריעות L^r הפכיות שלהן, ותמיד מוכרעות. כמו כן $L(M') \cup L(M) = L_1 \cup L_2 = A_{TM}$

לכן הנ"ל תכריע L^r $A_{TM}$, בסתירה למשפט לעיל!

לכן $L_2$ לא יכול כריעה. אבל $L_1$ כן מקבלה טיורינג, ולכן מ"ט שמקבלה

לוותר:

"על $L_1$ כאן $M_2$, נשים את מ"ט:

1. תריץ לוי M על כאן $M_2$. אם הוא קיבל, דחה.

2. תריץ לוי את $M_1$ על $w$. אם M מקבל, קבל. אם M דחה, דחה.

מ"ט זו תקבל רק מילים שנכנס ל-$L_1$, לכן כן ל-$M_2$. כלומר, הינו

מקבלה לוי $L_1$.

- $L_1$ לא מקבלה-טיורינג, אבל מסקנה בב.ת.

- $L_1$ לינארית, כי יש לינארית מילים ל-$\Sigma^*$, ולכל אחד יש מ"ט שמקבלת אותה.

כמו שסיכמנו על כל הבעיה פעם לוי ומקבל, כלומר, הוא קבוצה (יש מילים).

- $L_2$ לינארית, כי הינו לא כריעה, ולכן היתה פונקציה לא הינו כריעה.

- $L_3$ " " " " " " " " " " " " "

(כמו שאין לא מקבלה נותנת נכון שלנו כריעה).

★ פונקציה אחת כרמוות, כי שפה פונקציה הינו רגולרית, ולכן קיים DFA

שמקבל לוותר, ולכן קיים מ"ט שמכריעה אותה.

לדוגמה, מלבד מלבד שפות לינאריות שאינן הינו ★ כמו כרות

ולוותר כריעה, מותר רק מקבלה לוותר לפחות לינה מקבלה. כמו הוכח הבעיה.

נשלם.

לשימוש הבודק

407573

לשימוש הבודק

יחו
בסר

לשימוש הבודק

## שאלה 2

נניח כי אין הדגים מינו של $E_{TM}$ ל- $A_{TM}$.

לשם כך נניח כי $A_{TM}$ מקבלת. ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

בדרכים. לכן המ"ל שבנינו, עבור i מספיק גדול, תרוץ את כל המילים הללו עם מספיק בדרכים כדי שיקבלו, בשלב זה יקבלו. המונה גדל, והמ"ל שבנינו תקבל את $\langle m \rangle$.

אם $m_T \geq 3 \notin \langle m \rangle$, כלומר את מקבלת לפל המונה שלושה מילים.

אז המונה של המ"ל שמתנו לפלים $\Sigma$ יעבור את שלוש, כי המונה

יגדל עבור כל נקודה חדשה ש-m מקבלת (המ"ל מסירה

מרשימת המילים מילים שכבר הספרנו ש-m קיבלנו. מכיוון שלכן

יותר משלוש מילים מגיע, אז המ"ל לא מקבל את m.

לכן המ"ל מצמצם את $m_T \geq 3$.

נניח משלילה שקיים חדקייה מינימלי מ- $m_T$ E ל- $m_T \geq 3$.

לכן ע"פ משפט 5.28, $E_{Tm}$ מצומצם-מינימלי.

גם סותר את הנחת שיש לו $E_{Tm}$ לא מצומצם - מינימלי!

לכן הנחה הינה שגויה ולא קיים חדקייה מינימלי.

מש"ל.

* ניתן בקלות לבנות ס- $E_{Tm}$ לא מצומצם, שכן הוא לא בריא, והמשלימה שלו כן מצומצם, ע"פ אמ' בב.מ בספר הלימוד. לכן מתאים בב.מ נותן ס- $E_{Tm}$ לא מצומצם.

לשימוש הבודק

## שאלה 3

טענה ראשונה אינה נכונה.

לכן הרדוקציה מושגת תשובה מ- 3SAT ל- PATH. PATH

אינה שמרה על היוריסטיקה לכן יהי XEPATH ו- YEPATH.

3SATENP לכן קיים מסלול M שמכריעה אותה.

"על קלט <φ> כאשר φ נוסחת 3CNF:

1. הרץ את M על <φ>.

2. אם M קיבלה, החזר X.

3. אם M דחתה, החזר Y."

הרדוקציה טוענת כי אם 3SAT∈<φ> אז M תקבל ולכן מוחזר X,

שנמשש ב- PATH. אם 3SAT∉<φ> אז M תדחה ולכן מוחזר Y,

שלא נמשש ב- PATH.

הרדוקציה תשובה, שכן M מכריעה את 3SAT ולכן תמיד מוצרת השאר

הפעולות של הרדוקציה הם בזמן קבוע.

לכן PATH ≤m 3SAT. ומכל צורה לא ידוע אם P=NP.

הרדוקציה חייבת לרוץ בזמן פולינומיאלי

לא ברור. מ לא בזמן פולינומיאלי

-1

ב. הוכחה לא פורמלית. הבעיה L ∈ NP נכונה.

~~נניח כי 3SAT $\leq_p$ PATH. לכן קיים מ"ט M שרצה בזמן פולינומיאלי, שמחשבת פונקציה f, כך ש- PATH ∈ f(x) אם ורק אם 3SAT ∈ x~~

~~לכן, ניתן לדמות כל 3SAT שרצה מ"ט M שמכריעה בזמן פולינומיאלי.~~

לכן הרדוקציה מכל פולינומיאלי מ- PATH ל- 3SAT. PATH ∈ P (משפט 7.14) ולכן קיים מ"ט M שרצה בזמן פולינומיאלי שמכריעה את PATH. 3SAT ניתן שפה טרנזיטיבית, ולכן לכל 3SAT ∈ x

x ∈ 3SAT.

הרדוקציה "על קלט <t,s,G>, כאשר G גרף מכוון ו- t,s קודקודים כלשהם:

1. הרץ את M על <t,s,G>.

2. אם M קיבל, החזר x.

3. אחרת, החזר y"

הרדוקציה נכונה, כי אם PATH ∈ <t,s,G> אז M מקבל ולכן מחזיר x, שנמצא ב- 3SAT. אם PATH ∉ <t,s,G>, אז M דוחה ולכן מחזיר y, שלא נמצא ב- 3SAT.

הרדוקציה הזו פולינומיאלית, מאחר שמספר הצעדים של M הוא פולינומיאלי ושאר הפעולות לוקחות זמן קבוע.

לכן 3SAT $\leq_p$ PATH. וכבר הוכחנו שאם PATH ∈ P אז P = NP.

ב. הטענה נכונה.

נניח כי $\overline{SAT} \le_p SAT$. לכן קיים מ"ז $f$ שרצה בזמן פולינומיאלי

שמתאים פונקציה $f$ כך ש- $w \in SAT \iff f(w) \in \overline{SAT}$.

לכן $w \notin SAT \iff f(w) \notin \overline{SAT}$. לכן $w \in \overline{SAT} \iff f(w) \in SAT$.

$SAT \in NP$ ולכן קיים מכונה $N$ שמכריעה אותה, בזמן פולינומיאלי.

כדי נוכיח כי $\overline{SAT} \in NP$: לכן מכונה שמכריעה את $\overline{SAT}$.

יהי קלט $x$, כאשר $\phi$ נוסחה:

א. הפעל את $M$ על $\langle \phi \rangle$.

ב. הפעל את $N$ על הפלט של $M$. אם הוא דוחה, קבל.

אחרת הוא דוחה. "

מ"ז זו מכריעה את $\overline{SAT}$, כי $w \in \overline{SAT} \iff f(w) \in SAT$.

מ"ז זו רצה בזמן פולינומיאלי, כי $M$ ו- $N$ רצים בזמן פולינומיאלי.

לכן $\overline{SAT} \in NP$.

מניון ש- $\overline{SAT}$ שלימה ב- $coNP$, אז לכל בעיה ב- $coNP$

יש רדוקציה פולינומיאלית אליה, לכן כל בעיה ב- $coNP$

מוכרעת ע"י מכונה שרצה בזמן פולינומיאלי (הוא עבור את

הרדוקציה ואז את המ"ז שמוגדרת לעיל).

לכן הוא ב- $NP$. כלומר $coNP \subseteq NP$.

יהי $X \in NP$, לכן $\bar{X} \in coNP$, לכן $\bar{\bar{X}} \in NP$ (כפי שהוכחנו)

לכן $X \in coNP$.

לכן $NP \subseteq coNP$.

אבל קיים מקרה שהוכחנו בכיתה שאם $NP$-פולינומית, אז $P = NP$.

לכן הטענה נכונה.

נשלם.

לשימוש הבודק

## שאלה 4

נראה תחילה אלגוריתם לפתרון בעיית HAMPATH, בעזרת מספר פולינומיאלי של הרצות של ALL-HAMPATHS-e (שנקרא AHE).

נניח כי AHE נמצא ב-P. יהי M מכ"ט שרצה בזמן פולינומיאלי ~~[illegible]~~ ומכריע את AHE.

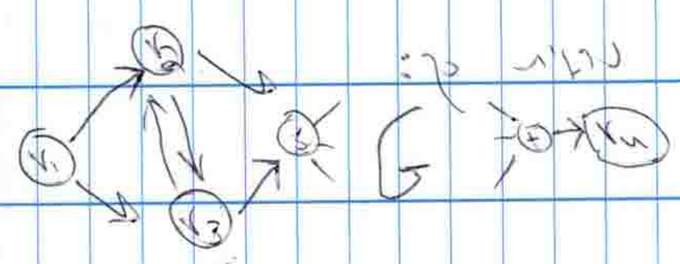
להלן מ"ט שמשתמשת בעזרת HAMPATH בזמן פולינומיאלי:

"על קלט $\langle G,s,t\rangle$, כאשר G גרף מכוון ו- s,t צמתים בו:

1. הוסף צמתים $v_1,v_2,v_3$ ל- G, ונקרא לגרף $G'$.
2. הוסף קשתות ל- $G'$: $(s,v_3),(s,v_2),(v_2,v_3),(v_3,v_2),(v_3,v_1),(v_2,v_1),(v_1,t)$.
3. הרץ את M על $\langle G',(v_2,v_1)\rangle$. אם הוא דחה, קבל.
4. הרץ את M על $\langle G',(v_3,v_1)\rangle$. אם הוא דחה, קבל.
5. דחה"

נוכיח כי מ"ט זו מכריעה את HAMPATH:

יהי $\langle G,s,t\rangle \in$ HAMPATH. הגרף שמ"ט בונה נראה כך:




ב- G קיים מסלול המילטוני מ- s ל- t.

לכן, ב- $G'$ יש 2 מסלולים המילטוניים: $s\to v_3\to v_2\to v_1\to t$ ~~[illegible]~~ ו- $s\to v_2\to v_3\to v_1\to t$. לכן, הרצת M על $\langle G',(v_3,v_1)\rangle$ ~~[illegible]~~ תקבל כי $\langle G',(v_2,v_1)\rangle$ לא M לא דוחה. לכן, לא נדע אם M על $\langle G',(v_2,v_1)\rangle$ לא דוחה, כי לא כל מסלול המילטוני עובר דרך $(v_2,v_1)$. לכן נקבל אותו $\langle G,s,t\rangle$.

יהי $\langle G,s,t\rangle \notin$ HAMPATH. לכן, לא קיים ב- G מסלול המילטוני מ- s ל- t.

לכן גם לא קיים ב- $G'$ מסלול המילטוני (שכן הוספנו צמתים שרק מובילים ל- s ומצמתים שכן מגיע מ- t, ולא ימכן מסלול המילטוני שעובר דרכם שלא עובר מ- s ל- t). לכן הרצת M על $\langle G',(v_2,v_1)\rangle$ ~~[illegible]~~ תקבל כי אין מסלול המילטוני, ולכן הרצת M על $\langle G',(v_2,v_1)\rangle$ תקבל כלכן המ"ט דוחה את $\langle G,s,t\rangle$, כנדרש.

נניח שיש את כל בעיות פולינומיות. ומן בניית G רצה בזמן פולינומי (כי צריך לעבור על G ולהוסיף מה צמתים וקשתות), אז המ"ל רצה בזמן פולינומי. לכן HAMPATH∈P.

בספר מונח כי HAMPATH הוא NPC. לכן, ע"פ משפט 7.35, NP=P.

כלומר הנחנו כי HAM∈P והוכחנו כי NP=P.

לכן אם נניח כי NP≠P, אז HAM∉P.

נמשך.

## שאלה 5

הטענה אינה נכונה.

נתבונן ב- $A = A_{LBA}$, ו- $B = A_{TM}$.

לפי הגדרת המיקוד לוגריתמי מ- A ל- B:

"אם קיים כש, M>, כאשר M הוא LBA:

1. התכנס לרש, M>"

כתוב כי הרדוקציה היא במיקוד לוגריתמי.

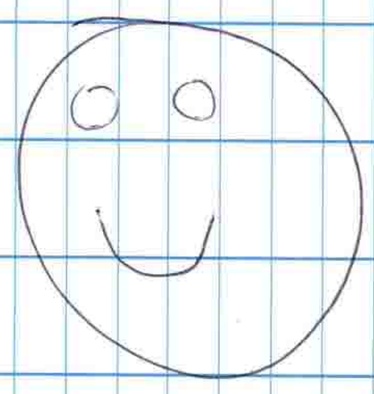
לכן $A \le_L B$. אבל $A_{LBA}$ הוא כריעה (משפט 4.5), ו- $A_{TM}$ איננה כריעה (משפט 22.5). אי אפשר לבטל ש- $A_m = B$, אבל $A_{LBA} \le_m A_{TM}$. ולכן לפי משפט 22.5, $A_{TM}$ כריעה. סתירה!

לכן לא מתקיים $A_m \le B$, ולכן הטענה לא נכונה.

מש"ל.

לשימוש הבודק

תודה רבה!



לשימוש הבודק

## גליון תשובות לשאלות רב-בררתיות

הקף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכונה).
אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.
דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג (ד) ה ו ז ח ט
דוגמה לתשובה שבטלת: א ב ג ד ה (X) ז ח ט

| שאלה | תשובה | שאלה | תשובה |
|---|---|---|---|
| 1 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 21 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 2 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 22 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 3 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 23 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 4 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 24 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 5 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 25 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 6 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 26 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 7 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 27 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 8 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 28 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 9 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 29 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 10 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 30 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 11 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 31 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 12 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 32 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 13 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 33 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 14 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 34 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 15 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 35 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 16 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 36 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 17 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 37 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 18 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 38 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 19 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 39 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |
| 20 | א ב ג ד ה ו ז ח ט | 40 | א ב ג ד ה ו ז ח ט |

### לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: _____ ציון: _____

שם הבודק: _____