ממ"ן 11 – פתרון שאלה 4

נשים לב לעובדות הבאות:

$1/n = o(1)$;

$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = \Theta(\lg n)$;

$\lg\left(n^{\frac{\lg\lg n}{\lg n}}\right) = \frac{\lg\lg n}{\lg n} \cdot \lg n = \lg\lg n$, לכן $n^{\frac{\lg\lg n}{\lg n}} = \lg n = \Theta(\lg n)$;

לפי נוסחת סטירלינג, $(n!)^{1/n} = \Theta(n \cdot n^{1/2n})$, לכן $(n!)^{1/n} = \omega(n)$; מצד שני, $n^{1/2n} = o(\lg n)$,
ולכן $(n!)^{1/n} = o(n \cdot \lg n)$;

$n \cdot \lg n = \Theta(n \cdot \lg n)$;

$\lg(n!) = \Theta(n \cdot \lg n)$;

$(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$;

$3^{\sqrt{n}} = (\sqrt{3})^n$; $\sqrt{3} < 2$, לכן $3^{\sqrt{n}} = o\left(2^n\right)$.

מתקבל סידור הפונקציות לפי שיעור הגידול שלהן:

$$1/n;\quad \{\sum_{i=1}^{n} 1/i,\quad n^{\frac{\lg\lg n}{\lg n}}\};\quad (n!)^{1/n};\quad \{n \cdot \lg n,\quad \lg(n!)\};\quad (\lg n)^{\lg n};\quad 3^{\sqrt{n}};\quad 2^n$$