

## פתרון שאלות בממ"ן 11 סמסטר 2020

### שאלה 3

א. על כל מילת קלט המכונה מסיימת במצב המקבל. לכן, השפה שהיא מזהה היא  $L(M) = \{0, 1\}^*$ .

ב.  $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$  כאשר  $f(w) = w0^k$  הוא מספר ה-0-ים ב- $w$ .

### שאלה 4

למכונה עם אינסוף מצבים יש יותר כוח מאשר למכונה עם מספר סופי של מצבים :

לכל שפה  $L$  מעל אלפבית  $\Sigma$  אפשר לבנות מכונה עם אינסוף מצבים שתכריע את  $L$  :

אלפבית הסרט של המכונה יהיה  $\Gamma = \Sigma \cup \{ \sqcup \}$ .

לכל מילה  $w$  מעל האלפבית  $\Sigma$  יהיה במכונה מצב שיזכור שעד עתה קראנו את  $w$  :

המצב ההתחלתי יזכור שעד עתה קראנו את המילה הריקה.

לכל סמל  $a$  של  $\Sigma$ , תצא קשת מן המצב ההתחלתי למצב שיזכור שעד עכשיו קראנו את  $a$ .

מכל מצב כזה, תצא, לכל סמל  $b$  של  $\Sigma$ , קשת למצב שיזכור שעד עכשיו קראנו את  $ab$ , וכך הלאה.

מכל מצב שמתאים למילה ששייכת לשפה תצא קשת עם סמל הרווח למצב המקבל  $q_{\text{accept}}$ .

מכל מצב שמתאים למילה שלא שייכת לשפה תצא קשת עם סמל הרווח למצב הדוחה  $q_{\text{reject}}$ .

אין בקיום מכונה כזו סתירה לתזה של צ'רץ' וטיורינג, משום שמכונה בעלת אינסוף מצבים איננה מודל של מכונה מציאותית.

### שאלה 5

א. "על מילת קלט  $w$  כאשר  $w = a^k$  :

1. כתוב מימין ל- $w$ , באופן לא דטרמיניסטי, מילה  $v$  שבנויה מ- $a$ -ים בלבד,  $v = a^m$ ,  $m > 1$ .

2. כתוב מימין ל- $v$ , באופן לא דטרמיניסטי, מילה  $u$  שבנויה מ- $a$ -ים בלבד,  $u = a^t$ ,  $t > 1$ .

3. כתוב מימין ל- $u$  את המילה  $a^{mt}$  : בכל שלב סמן  $a$  אחד של  $v$ , והעתק את  $u$  כולה על כל  $a$  של  $v$ .

4. בדוק האם  $w$  שווה למילה  $a^{mt}$ . אם כן, קבל ; אם לא, דחה.

ב. השפה שמכריעה המכונה שתתקבל היא  $a^*$  - שפת כל המילים מעל האלפבית  $\{a\}$ .

במכונה המקורית יש לכל מילה מעל  $\{a\}$  מסלול חישוב שמסתיים במצב הדוחה - אם  $w \neq a^{mt}$ , מסיימים במצב הדוחה. לאחר החלפת התפקידים של המצב המקבל והמצב הדוחה, יהיה לכל מילה מסלול חישוב שמסתיים במצב המקבל. לכן, כל מילה תתקבל.

## שאלה 7

א. אם לשפה  $L$  יש מונה לסירוגין, אז  $L$  כריעה.

**הוכחה:** כדי לדעת האם מילה  $w$  שייכת ל- $L$  או למשלמה של  $L$ , מריצים את המונה, עד שידפיס את  $w$ . זה חייב לקרות, משום שהמונה מדפיס כל מילה. כאשר המונה מדפיס את  $w$ , בודקים האם המקום של  $w$  ברשימת המילים שהודפסו הוא זוגי או אי-זוגי. אם הוא אי-זוגי, מקבלים ( $w$  שייכת ל- $L$ ). אם הוא זוגי, דוחים ( $w$  לא שייכת ל- $L$ ).

ב. אם  $L$  לא טריוויאלית וכריעה, אז יש ל- $L$  מונה לסירוגין.

**הוכחה:**  $L$  לא טריוויאלית. תהי  $u$  מילה ב- $L$ , ותהי  $v$  מילה במשלמה של  $L$ .

יש ל- $L$  מכונה דטרמיניסטית מכריעה. נבנה ל- $L$  מונה לסירוגין.

המונה יעבור על המילים ב- $\Sigma^*$  לפי הסדר הסטנדרטי. לכל מילה  $w$ , הוא יבדוק האם  $w$  שייכת ל- $L$ . אם כן, הוא ידפיס את  $w$ , ואז ידפיס את  $v$ . אם לא, הוא ידפיס את  $u$ , ואז ידפיס את  $w$ .