

קורס 20407
סמסטר 2013ב
מועד ב' (90)

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

נתון מערך ממורן $T[1..n]$ של שלמים שונים זה מזה. נניח שמתקיים התנאי $T[i] - T[i-1] \geq 2$,
לכל $i = 2, \dots, n$.

כתבו אלגוריתם המחפש אינדקס i המקיים $2i - 1 \leq T[i] \leq 2i$. השגרה תחזיר את i אם הוא
קיים, או -1 אחרת; זמן הריצה הנדרש של השגרה הוא $O(\lg n)$.

שאלה 2

נתחו את סיבוכיות זמן הריצה של הגרסאות הבאות של האלגוריתם מיון-מהיר:

א. אם מספר האיברים במערך הוא $n = 3k - 1$, בוחרים כאיבר ציר את ערך המיקום k ;
אחרת, בוחרים כאיבר ציר את האיבר המינימלי.

ב. אם מספר האיברים במערך גדול מ- m ($1 < m < n$), בוחרים כאיבר ציר את האיבר
המינימלי; אחרת, בוחרים כאיבר ציר את חציון המערך. זמן הריצה יחושב כפונקציה של
 n ו- m (פרמטר בלתי תלוי ב- n).

שאלה 3

נתונים קבוצה S של n מספרים ממשיים ומספר ממשי נוסף $d > 0$.
כתבו אלגוריתם המחזיר את מספר הזוגות (x, y) , $x, y \in S$, המקיימים $x - y > d$. זמן הריצה
הנדרש של האלגוריתם הוא $O(n \cdot \lg n)$.

שאלה 4

א' נתון עץ חיפוש בינרי T בן n צמתים. מתבצעת הסריקה ברמות של T והתוצאה נשמרת בסדרה S .

האם אפשר תמיד לשחזר את העץ T מהסדרה S באמצעות הכנסת איברי S משמאל לימין לתוך העץ T ריק מלכתחילה?

ב' נתון עץ אדום-שחור T בן n צמתים. מתבצעת הסריקה ברמות של T והתוצאה נשמרת בסדרה S .

האם אפשר תמיד לשחזר את העץ T מהסדרה S באמצעות הכנסת איברי S משמאל לימין לתוך העץ T ריק מלכתחילה? האם אפשר לשחזר את צורת העץ ללא שחזור צבעי הצמתים? **הערה:** בכל סעיף יש להוכיח (להסביר) את הטענה או להמציא דוגמה נגדית.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S ומפתחותיהם לא בהכרח שונים זה מזה):

BUILD(S): בניית המבנה S מסדרה **ממוינת** של n מפתחות; זמן הריצה: $O(n)$;

INSERT(S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DEL-MAX-FREQ(S): מחיקת המפתח הוותיק ביותר בעל השכיחות המכסימלית; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE-OLD(S, k): מחיקת האיבר הוותיק ביותר בעל המפתח k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

INCREASE-KEY(S, p, d): הוספת הערך d למפתח האיבר שאליו מצביע p ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערה: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.