

חלק א: שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתיים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתיים.

6 נק' א. R הוא יחס מעל קבוצה A .

איזה מהפסוקים הבאים מביע את הטענה ש- R הוא יחס אנטי-סימטרי

$$\forall x \forall y ((xRy) \rightarrow \neg(yRx)) \quad [1]$$

$$\forall x \exists y ((x \neq y) \wedge (xRy)) \quad [2]$$

$$\forall x \forall y ((x \neq y) \rightarrow (xRy)) \quad [3]$$

$$\forall x \forall y ((xRy \wedge yRx) \rightarrow (x = y)) \quad [4]$$

$$\forall x \forall y ((x = y) \rightarrow \neg(xRy)) \quad [5]$$

בכל הסעיפים, הכמתים מתייחס לאברים של A .

7 נק' ב. נתונות הקבוצות $A = N^{\{1,2,3\}}$ ו- $B = N^{\{1,2,3,4\}}$

$$|A| = |B| = \aleph_0 \quad [3]$$

$$|A| = |B| = 2^{\aleph_0} \quad [2]$$

$$|A| < |B| \quad [1]$$

$$|B| < |A \times A| \quad [5]$$

$$A \subset B \quad [4]$$

6 נק' ג. T הוא עץ. נחבר שני צמתים של T על ידי הוספת קשת אחת.

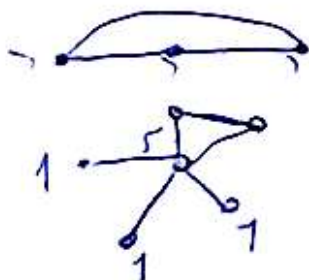
נסמן ב- G את הגרף החדש. בחרו את האמירה הנכונה:

G הוא גרף אוילרי [1]

G הוא עץ [2]

G אינו גרף אוילרי [3]

G אינו עץ [4]



$$|E| = |V| - 1 \quad \checkmark$$

חלק ב: ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

שאלה 2

- נתונים יחס שקילות R ויחס סדר S , שניהם מעל אותה קבוצה A , כך ש- $RS = SR$.
(9 נק') א. האם RS טרנויטיביז הוכיחו את תשובתכם.
בסעיפים הבאים $S, A = \{a, b, c\}$ הוא יחס סדר עם שני איברים מינימליים ואיבר מקסימלי אחד, ו- R הוא יחס שקילות שבו אחת המחלקות מכילה אך רק את האיברים המינימליים של S .
(9 נק') ב. האם $RS = SR$? הוכיחו את תשובתכם.
(9 נק') ג. האם RS יחס סדר או יחס שקילות? הוכיחו את תשובתכם.

שאלה 3

- יהי $m \in \mathbb{N}$. נתבונן בזהות $(1+x)^m(1-x)^m = (1-x^2)^m$.
מצאו את המקדם של x^6 בכל אחד מהאגפים של הזהות הנ"ל: באגף אחד סכום של מחוברים ובאגף האחר ביטוי פשוט. הביטויים כמובן תלויים ב- m .
(18 נק') א. רשמו את הזהות הקומבינטורית המתקבלת.
(19 נק') ב. בדקו את הזהות שקיבלתם עבור $m = 4$.
תזכורת: ביטויים מוזרים כגון $\binom{10}{-2}, \binom{2}{9}$ הוגדרו בכרך "קומבינטוריקה" בעמ' 30.
אין צורך להפריד את החישוב הכללי למקרים לפי הגודל של m .

שאלה 4

- 1, 2, 3
(15 נק') א. בכמה דרכים ניתן לחלק 10 כדורים זהים בין 4 תאים שונים, כך שמספר הכדורים בכל תא לא יעלה על 3?
(12 נק') ב. בכמה דרכים ניתן לחלק 10 כדורים זהים בין 4 תאים שונים, כך שלפחות בתא אחד יהיו בדיוק שלושה כדורים.
118

שאלה 5

- G הוא גרף דו-צדדי מלא על 7 צמתים. ידוע ש- G הוא גרף מישורי ושקיים בו מסלול אוילר.
(13 נק') א. מיצאו את מספר הצלעות של G . נמקו את התשובה.
(9 נק') ב. מיצאו את מספר הפאות של G . נמקו את התשובה.
(5 נק') ג. מיצאו את מספר הצביעה של G . נמקו את התשובה.

בהצלחה!