

מס' שאלון - 469

האוניברסיטה הפתוחה



13

י"א בתמוז תשע"א

85

ביולי 2011

מס' מועד

סמסטר 2011ב

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

20417/ 4

שאלון בחינת גמר

20417 - אלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

מתוכן יש לענות על ארבע שאלות.

25 נקודות לכל שאלה.

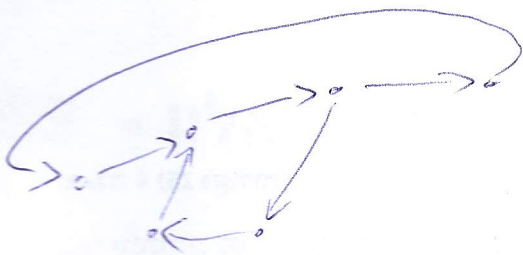
חומר עזר:

ספר הלימוד ומדריך הלמידה.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



ענו על ארבע מחמש השאלות.

שאלה 1 (25 נקודות)

בהינתן גרף לא מכוון G הציעו אלגוריתם הבודק האם ניתן לכוון את הקשתות בגרף (לתת לכל קשת כיוון יחיד) כך שהגרף המתקבל קשיר היטב. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.



שאלה 2 (25 נקודות)

- א. יהי $G = (V, E)$ גרף לא מכוון קשיר עם משקולות על הקשתות. תהי $e \in E$. הציעו אלגוריתם הבודק האם קיים עץ פורש מינימלי T כך ש- $e \in T$. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם ונתחו את סיבוכיותו.
- ב. יהי $G = (V, E)$ גרף לא מכוון קשיר עם משקולות על הקשתות. תהי $e \in E$. הציעו אלגוריתם הבודק האם לכל עץ פורש מינימלי T $e \in T$. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם ונתחו את סיבוכיותו.

שאלה 3 (25 נקודות)

נתבונן בבעיה הבאה: בהינתן שלמים אי שליליים $c_j, 1 \leq j \leq n$, ושלם K ,

$$\text{האם קיימים שלמים אי שליליים } x_j, 1 \leq j \leq n, \text{ כך שמתקיים } \sum_{j=1}^n c_j x_j = K?$$

נגדיר את הגרף המכוון G באופן הבא: צמתיו יהיו $\{0, 1, \dots, K\}$, וקשתותיו הם

$$\{(m, k) : 0 \leq m < k \leq K \text{ and } k - m = c_j \text{ for some } 1 \leq j \leq n\}$$

תארו אלגוריתם תכנון דינמי הפותר את הבעיה. נתחו את סיבוכיות האלגוריתם שלכם והוכיחו את נכונותו. (רמז: דרך אחת לפתרון היא להיעזר בגרף G ולהתבונן במסלולים בו.)

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 4 (25 נקודות)

נניח שנתונות לנו k רשימות של מספרים L_1, \dots, L_k . כל אחת מהרשימות ממוינת ומטרתנו למזג את כל k הרשימות לרשימה ממוינת אחת.

לצורך כך נתון לנו אלגוריתם A הממזג שתי רשימות ממוינות נתונות לרשימה ממוינת אחת ואנו יכולים להשתמש בו כקופסה שחורה. עלות הפעלת האלגוריתם על שתי רשימות היא בדיוק סכום אורכי הרשימות.

כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו המקבל כקלט את k הרשימות ומחליט על אילו קלטים להפעיל את האלגוריתם A בכל שלב, כך שעלות המיזוג הכוללת תהיה מינימלית.

למשל – עבור שלוש רשימות L_1, L_2, L_3 ניתן למזג קודם את L_1 ו- L_2 ואחר-כך למזג את הרשימה הממוזגת עם L_3 . במקרה זה העלות הכוללת של המיזוג היא $|L_1| + |L_2| + 2|L_3|$. אבל ניתן גם למזג קודם את L_1 ו- L_3 ואחר-כך למזג את הרשימה הממוזגת עם L_2 ובמקרה זה העלות הכוללת של המיזוג היא $|L_1| + |L_3| + 2|L_2|$. האלגוריתם צריך לבחור בדרך שעבורה הערך המתקבל הוא מינימלי.

נתחו את סיבוכיות האלגוריתם והוכיחו את נכונותו (זמן הריצה של האלגוריתם המחליט על הסדר איננו נכלל בחישוב העלות).

$$+ 4L_1 + 3L_2 + 2L_3 + L_4$$

$$2(L_1 + L_2) + (L_3 + L_4) \cdot 2$$

שאלה 5 (25 נקודות)

בשכבת כיתות א' בבי"ס מסוים יש k ילדים. ביה"ס מציע m חוגים לכיתות א'. כל ילד c_j , $1 \leq j \leq k$, הכין רשימה L_j המכילה את כל החוגים בהם הוא מעוניין להשתתף. בנוסף, הוריו של כל ילד c_j הגבילו את מספר החוגים שמותר לו להשתתף בהם ל- r_j . בכל חוג a_i ($1 \leq i \leq m$) יכולים להשתתף לכל היותר n_i תלמידים.

א. כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו הבודק האם קיים שיבוץ של הילדים לחוגים כך שכל החוגים הם מלאים (כלומר, לא נשאר מקום פנוי באף חוג). הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

ב. כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו הבודק האם קיים שיבוץ של הילדים לחוגים כך שכל ילד משתתף בכל החוגים שהוא מעוניין בהם. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

בהצלחה !