פרק 2

הוכחת טענות

כלל 1 על מנת להוכיח טענה מהצורה

קיים x כך ש (φ)

עלינו להציג דוגמה למספר c המקיים φ.

מסגרת הוכחה לטענה מהצורה קיים x כך ש (φ) תראה כך:

נתבונן ב c

כאן מגיעה הוכחה ש c אכן
מקיים את φ

לכן קיים x כך ש φ.

מש"ל

(מש"ל = מה שהיה צריך להוכיח. ביטוי מקובל בסיום הוכחה.)

כלל 2 על מנת להוכיח טענה מהצורה

לכל x . (φ)

עלינו "לקחת" x "כלשהו", <u>לא להניח עליו דבר</u>, ולהוכיח כי φ מתקיים.

המילה השומרה ל "לקיחת" משתנה כזו היא "יהי".

מסגרת הוכחה לטענה מהצורה לכל x . (φ) תראה כך:

יהי x.

כאן מגיעה הוכחה ש φ
אכן מתקיים

לכן לכל x . (φ).
מש"ל

כלל 3 על מנת להוכיח טענה מהצורה

אם φ אז ψ

עלינו להניח כי φ מתקיים ולהוכיח כי ψ מתקיים.

מסגרת הוכחה לטענה מהצורה אם φ אז ψ תראה כך:

נניח כי φ מתקיים.

כאן מגיעה הוכחה ש ψ
אכן מתקיים

לכן אם φ אז ψ.
מש"ל

כלל חשוב נוסף הקשור בטענות מצורה זו הוא הכלל הבא:

כלל 3.5 (**נביעה באופן ריק**) אם הוכחנו ש φ שקרית, אז הטענה

אם φ אז ψ

נכונה (ללא תלות בערך האמת של ψ).

כלל 4 על מנת להוכיח טענה מהצורה

φ או ψ

עלינו להניח כי (לא (φ)) מתקיים ולהוכיח כי ψ מתקיים.

מסגרת הוכחה לטענה מהצורה φ או ψ תראה כך:

נניח כי (לא (φ)) מתקיים.

כאן מגיעה הוכחה ש ψ
אכן מתקיים

לכן φ או ψ.

מש"ל

כלל 5 על מנת להוכיח טענה מהצורה

φ וגם ψ

נוכיח את φ ואת ψ כל אחת לחוד. הסדר, כמובן, לא משנה.

מסגרת הוכחה לטענה מהצורה φ וגם ψ תראה כך:

הוכחה ש φ מתקיים

הוכחה ש ψ מתקיים

לכן φ וגם ψ.

מש"ל

כלל 6 הוכחה בשלילה על מנת להוכיח טענה מהצורה

לא φ

עלינו להניח כי φ מתקיים ולהגיע לסתירה לעובדה ידועה או לנתון.

מסגרת הוכחה לטענה מהצורה (לא (φ)) תראה כך:

נניח בשלילה כי φ מתקיים.

כאן מגיעה הוכחה שמההנחה
נובעת סתירה לנתון או עובדה ידועה

לכן ההנחה היתה שגויה ו φ לא מתקיים.

לכן (לא (φ))

מש"ל