מספר התלמיד הנבחן

רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

כ"ח בתמוז תשע"ח

ביולי 2018

11

סמסטר 2018ב

20585 / 4

86 מס' מועד

מס' שאלון - 513

הדבק כאן את

מדבקת הנבחן

שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות

### שאלה 1

תזכורת: במכונה לא דטרמיניסטית ייתכנו מסלולי חישוב שונים על אותה מילה. אורך של מסלול חישוב הוא מספר הצעדים שהמכונה מבצעת במסלול חישוב זה.

w על N על אחד אחד אחד מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית אמקבלת מילה w, אם יש לפחות מסלול חישוב אחד של N על שמסתיים במצב המקבל ( $q_{
m accept}$ ).

נאמר שמכונה לא דטרמיניסטית N מקבלת מהר מילה w, אם לפחות אחד ממסלולי החישוב הקצרים ביותר של N על w מסתיים במצב המקבל.

למשל, אם מסלולי החישוב הקצרים ביותר של N על w הם של 300 צעדים, אז N מקבלת מהר את למשל, רק אם יש מסלול חישוב (של N על w) של 300 צעדים שמסתיים במצב המקבל. אם כל מסלולי w, רק אם יש מסלול חישוב (של w) של 300 צעדים מסתיימים במצב הדוחה (w), אז w לא מקבלת מהר את w). (למרות שייתכן ש-w מקבלת את w).

השפה שמכונה לא דטרמיניסטית N **מזהה מהר**, היא קבוצת המילים שהיא מקבלת מהר. (שפה זו תמיד חלקית לשפה שהמכונה מזהה).

נתון שיש מכונה לא דטרמיניסטית שמזהה מהר את השפה C. האם בהכרח C היא שפה מזוהה נתון שיש מכונה לא שפה כריעה? הוכיחו את תשובותיכם.

## שאלה 2

שפה A נקראת מזוהה-טיורינג-שלמה אם

- A היא שפה מזוהה-טיורינג.
- $(B \leq_{\mathrm{m}} A) A$ לכל שפה מזוהה-טיורינג, B, יש רדוקצית מיפוי של ל-2.

. למשל,  $A_{\mathrm{TM}}$  היא שפה מזוהה-טיורינג-שלמה (ראו בעיה 5.10 בספר)

. היא שפה מזוהה-טיורינג שלמה  $\overline{E_{\scriptscriptstyle {\rm TM}}}:$  הוכיחו

 $\overline{E_{\scriptscriptstyle \mathsf{TM}}} = \{ <\!\! M\!\! > \!\! \mid M \text{ is a TM and } L(M) \neq \!\! \varnothing \}$ 

# שאלה 3

. שלמה איא שפה A

.(  $B \neq \overline{A}$  ,  $B \subseteq \overline{A}$  ) א שפה שפה ממש מוכלת ממש מוכלת B ; P מוכלת למחלקה שפייכת שפייכת מיכת אייכת מ

הוכיחו:  $A \cup B$  היא **NP** 

#### שאלה 4

.גרף לא מכוון G=(V,E) יהי

משולש ב-G הוא קליקה של שלושה צמתים של G. (שלושה צמתים של שניים מהם קשורים בקשת). משולש ב-G היא כיסוי משולשים של G, אם לכל משולש ב-G, לפחות נאמר שקבוצה U של צמתים ב-U היא U שייך ל-U.

 $\cdot$  שלמה איא  $-\mathbf{NP}$  הבאה היא TRIANGLE-COVER הוכיחו שהשפה

 $TRIANGLE\text{-}COVER = \{ \langle G, k \rangle \mid k$ הוא גרף לא מכוון שיש לו כיסוי משולשים בגודל G

## שאלה 5

משני משני באחד משני (2-colorable), אם אפשר לצבוע כל נקרא באחד משני (2-colorable), אם אפשר לצבוע כל נקרא G=(V,E) נקרא באחד משנים. צבעים, באופן שלכל קשת (u,v) של הגרף, הצמתים u ו-v

-NL היא שפה 2COLORPATH הוכיחו שהשפה

 $2COLORPATH = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ is a 2-colorable directed graph that has a directed path from } s \text{ to } t \}$ t שייכת לשפה, אם t הוא גרף מכוון 2-צביע, ויש ב-t מסלול מהצומת t מילה t שייכת לשפה, אם t הוא גרף מכוון 2-צביע, ויש ב-t

הדרכה: הראו ש-2COLORPATH שייכת ל-NL, והראו כי 2COLORPATH ברדוקציה ברדוקציה באופן שיהפוך את הגרף ל-2-צביע.

**שאלה 6** (סעיף א - 5 נקודות; סעיף ב - 15 נקודות)

תזכורת שכל שניים מהם אינם קשורים היא קבוצת אמתים שכל שניים מהם אינם קשורים בקשת. בקשת.

: נגדיר את הפונקציה הבאה

f(G,v)= אליה שייך שייך שייך הגדולה הגדולה תלויה הבלתי הבלתי

G של V וצומת וון אורף לא מכוון ווומת של הקלט לפונקציה הוא גרף לא

הפונקציה מחזירה מספר טבעי. המספר שהיא מחזירה הוא הגודל של הקבוצה הבלתי תלויה הפונקציה עיד שייך אליה. v-ש שייך אליה.

- P=NP א. הוכיחו: אם אפשר לחשב את הפונקציה f בזמן פולינומיאלי, אז
- .P=NP ב. הוכיחו אם אפשר לקרב את הפונקציה f בקבוע חיבורי בזמן פולינומיאלי, אז עליכם הוכיח, שאם אפשר לחשב בזמן פולינומיאלי פונקציה g(G,v), ומובטח ש

$$f(G, v) - 5 \le g(G, v) \le f(G, v) + 5$$

.P=NP אז

הדרכה: שכפלו את הגרף G מספר פעמים. חברו בקשתות צמתים מעותקים שונים באופן מתאים.