אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.

יש להתחיל כל תשובה בעמוד **חדש** (או לפחות להשאיר 5 שורות בין תשובות לשאלות שונות). אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם הדבר נדרש במפורש.

שאלה 1

נתון מערך $A[1..n]$ המקיים את התנאים

$$A[1] < ... < A[i] > ... > A[j] < ... < A[n]$$
$$A[n] < A[1]$$

כאשר האינדקסים i ו-j **אינם** ידועים. (כלומר, המערך עולה, יורד ושוב עולה.) נניח שאיברי המערך שונים זה מזה.

כתבו שגרה למציאת האיבר המכסימלי ושגרה למציאת האיבר המינימלי; זמן הריצה של כל שגרה חייב להיות $O(\lg n)$.

שאלה 2

(12 נק') **א.** נתונה סדרה של n מספרים. כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי, המוצא וממיין את p האיברים הקטנים ביותר של הסדרה. ידוע לנו כי $p \le n/\lg n$.

(13 נק') **ב.** נתונה סדרה של n מספרים שלמים בתחום $[2n+2..n^2+2n+1]$. כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי, הממיין את סדרת המספרים.

שאלה 3

נתון מערך של מספרים $A[1..n]$. זוג סדור (i,j) של אינדקסים נקרא היפוך במערך A, אם מתקיימים התנאים $1 \le i < j \le n$, $A[i] > A[j]$. נניח שאיברי המערך שונים זה מזה; ברור שמספר ההיפוכים הוא לפחות 0 (המערך ממוין בסדר עולה) ולכל היותר $\binom{n}{2}$ (המערך ממוין בסדר יורד).

כתבו אלגוריתם הפרד ומשול הסופר ומחזיר את מספר ההיפוכים של המערך A; זמן הריצה של האלגוריתם חייב להיות $O(n \cdot \lg n)$.

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 4

נתון עץ חיפוש בינרי T המכיל n מפתחות. נוסיף לכל צומת z בעץ את זוג השלמים $(dmin[z], dmax[z])$, כאשר $dmin[z]$ הוא האורך המינימלי של מסלול מ- z אל עלה של T ו- $dmax[z]$ הוא האורך המכסימלי של מסלול מ- z אל עלה של T.

(12 נק') **א.** כתבו שגרה רקורסיבית שזמן ריצתה לינארי, לחישוב הערכים $(dmin[z], dmax[z])$ לכל הצמתים של T.

(13 נק') **ב.** כתבו שגרה המחזירה את שורש התת-עץ המאוזן (עץ בינרי שלם) של T הגדול ביותר (האחרון שנמצא).

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת (n מציין את מספר המפתחות השונים זה מזה; המספר הכולל של מפתחות יכול להיות גדול יותר):

INSERT(S,k) : הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה : $O(\lg n)$;

DELETE-LAST(S,k) : מחיקת האיבר החדש ביותר בעל המפתח k ; זמן הריצה : $O(\lg n)$;

DELETE-LAST-MIN(S) : מחיקת האיבר החדש ביותר בעל המפתח המינימלי; זמן הריצה : $O(1)$.

הערה: מבנה הנתונים יכול להיות מורכב ממספר מבנים יסודיים.

בהצלחה!