

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית

חומר הלימוד למטלה: תורת הקבוצות פרק 4

מספר השאלות: 4

משקל המטלה: 3 נקודות

סמסטר: 2008

מועד אחרון להגשה: יום א' 18.11.07

אנא שים לב:

מלא בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

חלק מהממ"ן מסתמך על החוברת "פרק 5" שנמצאת בידיכם.
חוברת זו משלימה את פרק 4 בתורת הקבוצות ומחליפה חלק ממנו.

שאלה 1 (24 נקודות)

א. הוכח שאם $|A - B| = |B - A|$ אז $|A| = |B|$.

הדרכה: לא נתון שהקבוצות סופיות, לכן יש לעבוד לפי הגדרת שוויון עוצמות:
מהנתון נובע שקיימת פונקציה חח"ע ועל מסוימת, ועלינו להראות שמכך נובע שקיימת פונקציה
חח"ע ועל אחרת...

ב. הראה שאם A, B סופיות ו- $|A| = |B|$ אז $|A - B| = |B - A|$.

ג. הראה ע"י דוגמא שטענת סעיף ב אינה נכונה בהכרח עבור A, B שאינן סופיות.

שאלה 2 (26 נקודות)

א. תהי $A \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ קבוצת כל השלשות הסדורות מהצורה

$(x + y\sqrt{2}, x - y\sqrt{2}, z\sqrt{3})$, כאשר x, y, z שלמים.

הוכח ש- A היא בת-מניה. הדרכה: בנה התאמה חח"ע ועל לקבוצה מסוימת.
הוכח שההתאמה שבנית היא אכן חח"ע ועל.

ב. נסמן ב- B את המשלים של A ב- $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. הוכח בלי להסתמך על פרק 5,
ש- B אינה בת-מניה.

השאלות הבאות מתבססות על פרק 5 .

שאלה 3 (20 נקודות)

מצאי מה לא תקין בהגדרה הבאה :

בדומה להגדרות של חיבור, כפל וחזקה של עוצמות, נגדיר פעולה של הפרש סימטרי בין

עוצמות : תהיינה k, m עוצמות, לא בהכרח שונות זו מזו.

תהיינה A, B קבוצות המקיימות $|A| = k$, $|B| = m$,

ונגדיר $k \oplus m = |A \oplus B|$.

הגדרה כזו אינה אפשרית. עליך להסביר מה הבעיה בהגדרה, ולהראות ע"י דוגמא שההגדרה אינה תקינה. הדרכה : ראי ההגדרות של חיבור, כפל וחזקה של עוצמות.

שאלה 4 (30 נקודות)

אין קשר בין סעיפי השאלה.

\mathbf{R} היא קבוצת המספרים הממשיים, \mathbf{Z} היא קבוצת המספרים השלמים.

א. מהי עוצמת הקבוצה B שהוגדרה בעמוד הקודם, בשאלה 2ב ?

ב. מהי עוצמת הקבוצה $(\mathbf{Z} \times \mathbf{R}) - ((\mathbf{R} \times \mathbf{R}) - (\mathbf{R} \times \mathbf{Z}))$?

ג. כזכור אנו מסמנים $C = |\mathbf{R}|$. נסמן $d = |P(\mathbf{R})|$.

מצא את התשובה הנכונה והוכח אותה : האם d^C שווה ל-

\aleph_0 / C / d / 2^d / אף אחד מאלה ?

נמק כל צעד בהוכחה.