

קורס 20407
סמסטר 2011א
מועד א' (87)

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת. אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

נתונות שתי רשימות של מספרים ממשיים, S בת m איברים ו- T בת n איברים; בנוסף, נתון מספר ממשי z . כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים $x \in S$, $y \in T$, כך שמתקיים $x + y = z$. זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הינו $\Theta((m+n) \cdot \lg(\min(m,n)))$.

שאלה 2

נתון מערך של מספרים $A[1..n]$. ידוע שקיימים אינדקסים p, q , $1 < p < q < n$, כך שמתקיימים התנאים $A[1] > \dots > A[p-1] > A[p] = \dots = A[q] < A[q+1] < \dots < A[n]$ (כלומר, התת-מערך $A[1..p]$ ממוין בסדר יורד והתת-מערך $A[q..n]$ ממוין בסדר עולה). כתבו שגרת פסידוקוד המבצעת חיפוש אחר האינדקסים p, q והמחזירה אותם; זמן הריצה הנדרש הינו $O(\lg n)$.

שאלה 3

א' (12 נקודות) נתון מערך $A[1..n]$ של מספרים שלמים המקיימים את התנאים $i = 1, \dots, n$ לכל $n^2 \leq A[i] \leq n^3 + n^2 - 1$. כתבו שגרה למיון המערך בזמן לינארי.

ב' (13 נקודות) נתון מערך $Q[1..n]$ של מספרים ממשיים; ידוע שלא קיימים במערך יותר מ- $\lg^2 n$ ערכים שונים זה מזה. הראו שניתן למיין את המערך בזמן $O(n \cdot \lg \lg n)$.

שאלה 4

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים במבנה):

BUILD(S): בניית המבנה S מסדרה של n מפתחות; זמן הריצה: $O(n \cdot \lg n)$;

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k לתוך המבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MEDIAN(S): החזרת החציון של המבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

MIN-OLDEST(S, t): החזרת המפתח המינימלי בין t המפתחות הותיקים ביותר במבנה; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערה: המבנה S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים פשוטים יותר.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר המפתחות השונים ב- S ; N מציין את המספר הכולל של מפתחות ב- S):

BUILD(S): בניית המבנה S מסדרה של N מפתחות (לא בהכרח שונים זה מזה); זמן הריצה: $O(N \cdot \lg n)$;

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S (k יכול להיות מפתח חדש או מפתח שכבר קיים ב- S); זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MAX-FREQ(S): החזרת המפתח בעל השכיחות (כפילות) המכסימלית במבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

SMALLER-KEYS(S, k): החזרת מספר המפתחות במבנה S , הקטנים מהערך הנתון k (לכל מפתח סופרים את הכפילות שלו); זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערה: המבנה S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים פשוטים יותר.

בהצלחה !