תקציר פתרון בחינה e1 סמסטר 2013ב

שאלה 1

א: [4]. מהנתון נובע (למעשה שקול לנתון) שבכל שורה שבה β הוא אמת, α הוא אמת.
קל לתת דוגמאות נגדיות לטענות האחרות.

ב: **[3]**. המשלים של A הוא איחוד המשלימים, זהו איחוד בר-מניה של קבוצות בנות מניה.

ג: **[4]**. זרקנו זיווגים בהם לזוג מסוים נקבע שידוך זה עם זה.
לכן זרקנו $5!$ זיווגים ונותרו $6!-5!$.

שאלה 2

א. אם $X,Y \subseteq B$, $X \neq Y$ אז $X \cap B = X \neq Y = Y \cap B$.

ב. לפי סעיף א יש יש **לפחות** $|P(B)| = 8$ מחלקות.
כל $X \in P(U)$ נמצא במחלקת שקילות יחד עם $X \cap B \in P(B)$ ולכן אלה **כל** המחלקות.

הוכחה מתוחכמת יותר, בעזרת "העתק טבעי":
החלוקה שהוגדרה מושרית על ידי פונקציה $f : P(U) \to P(B)$, $f(X) = X \cap B$.
קל לראות ש-f היא על (סיבה דומה לנימוק של סעיף א) ,
ולכן מטענות בספר נובע שמספר מחלקות השקילות הוא $|P(B)| = 8$.

שאלה 3

א. 6^6

ב. הכלה והפרדה: $6^6 - 3\cdot 5^6 + 3\cdot 4^6 - 1\cdot 3^6 = 11{,}340$

שאלה 4

א. כמספר הפתרונות של $x+y+z=n-3$ בשלמים אי-שליליים: $D(3,\, n-3) = \binom{n-1}{2}$.

אם $n<3$ ביטוי זה הוא 0, אבל חובה לציין זאת בתשובה (להוריד נקודה למי שלא ציין).

ב. $n-1$ כאשר $n \geq 2$, אחרת 0. (להוריד נקודה למי שלא ציין זאת).

ג. האפשרויות הן: $3\cdot 12,\ 4\cdot 9,\ 6\cdot 6,\ 9\cdot 4,\ 12\cdot 3,\ 18\cdot 2$.

לכן התשובה: $\binom{2}{2}\cdot 11 + \binom{3}{2}\cdot 8 + \binom{5}{2}\cdot 5 + \binom{8}{2}\cdot 3 + \binom{11}{2}\cdot 2 + \binom{17}{2}\cdot 1 \ = \ 415$

שאלה 5

א. אם u,v שייכים לאותו צד בגרף G_i אז אין ביניהם קשת ב- G_i.

אם זה נכון לכל i, אז אין ביניהם קשת ב- G.

ב. נצבע כל צומת בצבע שהוא סדרת 5 האותיות שלו.

מהגדרת צביעה נאותה ומסעיף א - זו צביעה נאותה. לכן ניתן לצבוע את G ב- 32 צבעים.