

מבנה הבחינה :

בבחינה שש שאלות.

עליך לענות על חמש מתוך שש השאלות.

כל שאלה מזכה ב- 20 נקודות.

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.

הנחיות :

שאלה 1 (10 נק' לכל סעיף)

- א. צייר דוגמא של עץ אדום-שחור בעל 4 צמתים שחורים ו-4 צמתים אדומים.
ב. האם אפשר לבנות עץ אדום-שחור בעל 3 צמתים שחורים ו-6 צמתים אדומים? התשובה חייבת להיות מנומקת היטב.

שאלה 2 (סעיף א' - 5 נק'; סעיף ב' - 15 נק')

$i < j$ נקרא היפוך אם (i, j) איברים שונים זה מזה. זוג אינדקסים n המכיל $A[1..n]$ נתון מערך $A[i] > A[j]$.

מכיל את המספר הגבוה ביותר של היפוכים? $\{1, 2, \dots, n\}$. איזה מערך של איברים מן הקבוצה כמה היפוכים הוא מכיל?

$\Theta(n \cdot \lg n)$ איברים בזמן n . כתוב אלגוריתם המחשב את מספר ההיפוכים בתמורה כלשהי של

במקרה הגרוע.

רמז: פתרון אפשרי מבוסס על הרחבה של מיון-מיזוג.

שאלה 3 (כל סעיף 10 נק')

, כפי שהיא מתוארת בספר הלימוד (עמ' 143). $\text{PARTITION}(A, p, r)$. נתבונן בשגרת החלוקה מחליפים את השורה ה-1 בשורה

$$x \leftarrow A[r]$$

האם האלגוריתם מיון-מהיר עדיין פועל כהלכה? הסבר.

, כפי שהיא מתוארת בספר $\text{RANDOMIZED-PARTITION}(A, p, r)$. נתבונן בשגרת החלוקה

מחליפים את $\text{PARTITION}(A, p, r)$ הלימוד (עמ' 150). מוחקים את השורה ה-2; בשגרה

השורה ה-1 בשורה

$$x \leftarrow A[i]$$

האם האלגוריתם מיון-מהיר האקראי עדיין פועל כהלכה? הסבר.

שאלה 4 (כל סעיף 10 נק')

פעמים. כתוב $n/2$ נקרא איבר רוב, אם ערכו מופיע במערך יותר מאשר $A[1..n]$. איבר של מערך

אלגוריתם שזמן הביצוע שלו ליניארי, הקובע האם קיים במערך איבר רוב.

ב. כתוב אלגוריתם שזמן הביצוע שלו ליניארי, הקובע האם קיים במערך איבר שערכו מופיע יותר

פעמים $n/3$. מאשר

שאלה 5 (20 נקודות)

שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות S הצע מבנה נתונים המבוקשת:

1. INSERT (k, R, S) - הכנס ל- S את הרשומה R בעלת המפתח k ;
2. DELETE (k, S) - מחק מ- S מחק k ;
3. FIND (k, S) - מצא ב- S רשומה כלשהי בעלת המפתח k ;
4. MODE (k, S) - החזר את ערך מפתח בעל שכיחות גבוהה ביותר.

הוא מספר המפתחות n , כאשר $O(\lg n)$, יש לבצע בזמן FIND ו-INSERT, DELETE, הפעולות יש לבצע (MODE). את הפעולה n (מספר הרשומות יכול להיות הרבה יותר גדול מ- S השונים ב- $O(1)$ בזמן.

$O(\lg n)$ הערה: ניקוד חלקי (15 נקודות) יינתן עבור מימוש שבו זמני הביצוע של כל הפעולות הם

שאלה 6 (20 נקודות)

היא חזקה i יחידות אם i היא i פעולות מתבצעת על מבנה נתונים. עלות הפעולה ה- n סדרה של מדויקת של 3; אחרת, העלות היא 1. השתמש בשיטת הצבירה לקביעת העלות לשיעורין של כל פעולה.

סוף!