

מס' שאלון - 439

8

במאי 2017

סמסטר 2017 א

מס' מועד 94

20407 / 4

שאלון בחינת גמר

20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה חמש שאלות.

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות.
כל שאלה מזכה ב - 25 נקודות.

הנחיות:

כל תשובה תתחיל בעמוד חדש.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר לשימוש . אסור מחשבון
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה

בהצלחה !!!



- אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה המופיעה בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. יש לכתוב באופן מדויק מה הטענה בה אתם משתמשים.
- חובה להוכיח כל טענה אחרת.
- בפרט יש להוכיח את החסמים הנדרשים על זמני הריצה ואת נכונות הטענות שלכם לגבי אלגוריתמים מבני נתונים שאתם מציגים.
- יש להתחיל כל תשובה בעמוד חדש.
- בכל מקום בו אתם מתבקשים לכתוב אלגוריתם, יש לכתוב תיאור מילולי של האלגוריתם בנוסף לפסאודוקוד.
- אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

שאלה 1

- 16 נק' א. תהאנה $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ פונקציות עולות. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות.
1. אם $f(n) = O(g(n))$ אז $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$.
 2. אם $f = \omega(g(n))$ אז קיימת $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ עולה כך ש- $f(n) = \omega(h(n))$ וגם $h(n) = \omega(g(n))$.
- 9 נק' ב. פתרו את נוסחת הנסיגה הבאה. הוכיחו במדויק את טענותיכם.

$$T(n) = T(n-1) + n^2 + n^2 \log n$$

שאלה 2

- בהנתן מערך $A[1, \dots, n]$ ומספר שלם $1 \leq k \leq n$, כתבו אלגוריתם הבונה מערך $B[1, \dots, n-k+1]$ המקיים כי $B[j] = \max\{A[j], A[j+1], \dots, A[j+k-1]\}$. זמן הריצה של האלגוריתם הוא $\Theta(n)$.

שאלה 3

- 15 נק' א. תכננו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בסיבוכיות זמן ריצה של $\Theta(1)$.
- אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.
- $insert(S, x)$ - הכנסת איבר בעל המפתח x ל- S ;
 - $deleteLast(S)$: מחיקת האיבר שנכנס אחרון מהמבנה S ;
 - $midKey(S)$: החזרת המפתח האמצעי של S ;
 - $mult(S, d)$: הכפלת כל המפתחות במבנה במספר הממשי $d \neq 0$;

10 נק') ב. האם ניתן לתכנן מבנה התומך בנוסף בפעולה

$deleteMid(S)$: מחיקת האיבר האמצעי של S .

בזמן הריצה $\Theta(1)$! הוכיחו את תשובתכם.

הבהרה : המונח האיבר האמצעי במבנה מתייחס לסדר ההכנסה.

כלומר, אם הוכנסו למבנה האיברים $1, 4, -2, 3, 8$, אז האיבר האמצעי הוא -2 .

אם במבנה מספר זוגי של איברים, אתם יכולים לבחור איזה משני האמצעיים להחזיר.

שאלה 4

נתונים שני עצי חיפוש בינאריים. העץ T_1 ובו n צמתים והעץ T_2 ובו m צמתים. כתבו אלגוריתם המקבל מצביעים לשני העצים ובונה בזמן. עץ אדום שחור המכיל את צמתי שני העצים. זמן הריצה של האלגוריתם הוא $\Theta(\max(m, n))$. ניתן להניח שכל המפתחות בשני העצים שונים זה מזה.

שאלה 5 ✓

תכננו מבנה נתונים S שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות זמן ריצה של $\Theta(\log n)$, כאשר n מציין את מספר האיברים במבנה.

אם מעדכנים מבנה נתונים שנלמד בקורס, יש לציין רק מה העדכונים שבצעתם במבנה.

$insert(S, x)$ – מכניס את המפתח x למבנה.

$find(S, x)$ – בודק האם המפתח x נמצא במבנה, ומחזיר מצביע לאיבר שמפתחו x במקרה

שהתשובה היא כן.

$increment(S, x, \sigma)$ – מוסיף ערך שלילי $\sigma < 0$ לכל אברי המבנה S שהמפתח שלהם קטן מ- x .

בהצלחה !