

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

כתבו שגרה $\text{MAX-HEAP-INCREASE-KEY}(A, i, d)$, אשר מוסיפה את הערך $d > 0$ לאיבר $A[i]$ ומעדכנת את מבנה הערמה בהתאם.

האם הפעלת השגרה עבור האינדקס i ואחר-כך עבור האינדקס j נותנת אותה תוצאה אם היא מופעלת קודם עבור האינדקס j ואחר-כך עבור האינדקס i ? אם לא תמיד, אז באלו תנאים?

שאלה 2

ברצוננו לכתוב גרסה של מיון-מהיר, המבצעת בכל שלב שלוש קריאות רקורסיביות. לצורך זה, נשתמש בשגרת חלוקה, הבוחרת שני איברי ציר והמחלקת את המערך לשלושה חלקים.

(5 נק') **א.** איך ניתן לבחור את שני איברי הציר בכל קריאה לשגרת החלוקה כדי להגיע למקרה הגרוע של האלגוריתם? איך ניתן לבחור את שני איברי הציר בכל קריאה לשגרת החלוקה כדי להגיע למקרה הטוב של האלגוריתם? באיזה אלגוריתם ידוע אנו יכולים להשתמש ללא הגדלת זמן הריצה האסימפטוטי של השגרה?

(10 נק') **ב.** כתבו את נוסחת הנסיגה עבור המקרה הגרוע של האלגוריתם ופתרו אותה כדי לקבל את זמן הריצה.

(10 נק') **ג.** כתבו את נוסחת הנסיגה עבור המקרה הטוב של האלגוריתם ופתרו אותה כדי לקבל את זמן הריצה.

שאלה 3

7 נק') א' הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S):

ENQUEUE(S, z): הכנסת האיבר z למבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

DEQUEUE(S): מחיקת האיבר שנכנס ראשון למבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

MINIMUM(S): החזרת האיבר המינימלי של המבנה S ; זמן הריצה: $O(n)$.

18 נק') ב' הראו כיצד ניתן להרחיב את המבנה S , כך שזמני הריצה של הפעולות ישתנו כדלקמן:

ENQUEUE(S, z): הכנסת האיבר z למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DEQUEUE(S): מחיקת האיבר שנכנס ראשון למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MINIMUM(S): החזרת האיבר המינימלי של המבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$.

שאלה 4

הראו כיצד ניתן לבנות עץ אדום-שחור T המקיים את התנאים הבאים:

1. גובה העץ T הוא $2h$;
 2. העץ T מכיל h צמתים אדומים בדיוק וכולם נמצאים על המסלול השמאלי שלו.
- מצאו נוסחה עבור h כפונקציה של n (מספר הצמתים הפנימיים של T).

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S ומפתחותיהם לא בהכרח שונים זה מזה):

- $SEARCH(S, k)$: חיפוש אחר המפתח k במבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $INSERT(S, k)$: הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $MAX-FREQ-KEY(S)$: החזרת המפתח בעל השכיחות המכסימלית; זמן הריצה: $O(1)$;
- $DELETE-OLD(S, k)$: מחיקת האיבר הוותיק ביותר בעל המפתח k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $DELETE-NEW(S, k)$: מחיקת האיבר החדש ביותר בעל המפתח k ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
- $MAX-TIME-GAP(S)$: החזרת מפתח האיבר שעבורו ההפרש בין זמן הכנסתו לבין זמן הכנסת הקודם הוא מכסימלי: S ; זמן הריצה: $O(1)$.

הערה: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.