

בבחינה 6 שאלות.
עליך לענות על 5 מתוכן.
משקל כל השאלות זהה.
יש לכתוב את הבחינה **בעט**.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1 (20 נקודות: סעיף א' - 10 נק'; סעיפים ב', ג' - 5 נק' לכל אחד)

נתון גרף בלתי מכוון $G = (V, E)$. לכל קשת e בגרף יש משקל $0 < \ell(e)$.

נניח שהגרף G שלם; כלומר, G מכיל את כל $\binom{n}{2}$ הקשתות האפשריות.

להלן נתון אלגוריתם לפתרון בעיית הסוכן הנוסע עבור הגרף G :

$$(1) \quad E' \leftarrow \emptyset$$

(2) מיין את הקשתות של G בסדר עולה עפ"י המשקל שלהן;

(3) עבור לפי הסדר על רשימת הקשתות של G , ועבור כל קשת (u, v) בצע:

(1.3) בדוק אם מתקיימים שני התנאים הבאים:

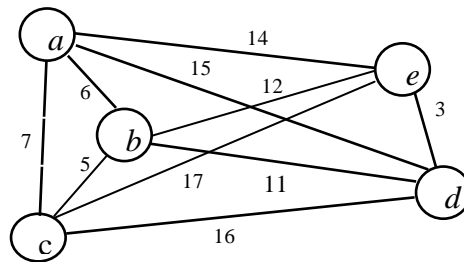
1. בגרף $G' = (V, E' \cup \{(u, v)\})$ אין צומת שדרגתו גדולה מ-2.

2. ב- G' אין מעגל, או שב- G' יש מעגל אך $|E'| = |V| - 1$.

(2.3) אם שני התנאים מתקיימים, אז הוסף את הקשת (u, v) ל- E' ;

(4) החזר את E' .

א. הרץ את האלגוריתם על הגרף הבא וצייר את המסלול הסגור שמתקבל:



ב. הסבר בקצרה את אופן פעולת האלגוריתם.

מהי השיטה האלגוריתמית שבה האלגוריתם משתמש? נמק.

ג. האם האלגוריתם מוצא את הפתרון האופטימלי לבעיה? נמק את תשובתך.

שאלה 2 (20 נקודות: סעיפים א', ב' - 8 נק' לכל אחד; סעיף ג' - 4 נק')

לסולם הנמצא על מכונית כיבוי-אש יש n שלבים.

כבאי שמטפס על הסולם צריך להגיע עד לשלב העליון.

בכל צעד שהכבאי עושה הוא יכול לעלות שלב אחד או שני שלבים בבת-אחת.

בקרב הכבאים התעוררה השאלה הבאה: בכמה דרכים שונות ניתן לטפס על הסולם?

א. כתוב אלגוריתם המחשב את מספר הדרכים בשיטת הפרד-ומשול.

ב. כתוב אלגוריתם הפותר את הבעיה בשיטת התכנון הדינמי.

ג. באיזה משני האלגוריתמים כדאי יותר להשתמש? נמק את תשובתך.

שאלה 3 (20 נקודות: סעיף א' - 15 נק'; סעיף ב' - 5 נק')

נתונות שתי רשימות מספרים: רשימה L_1 באורך m , ורשימה L_2 באורך n .

א. כתוב אלגוריתם יעיל הקובע אם קיים איבר המופיע בשתי הרשימות.

ב. נתח את סיבוכיות הזמן של האלגוריתם שכתבת.

שאלה 4 (20 נקודות)

נגדיר את שתי בעיות ההכרעה הבאות:

בעיית הקליקה:

הקלט לבעיה הוא גרף בלתי מכוון $G = (V, E)$ ומספר שלם k .

הפלט המבוקש הוא תשובה לשאלה, אם קיימת בגרף G קליקה בגודל k .

(קליקה בגרף בלתי מכוון $G = (V, E)$ היא תת-קבוצה $V' \subseteq V$, כך שכל זוג צמתים ב- V' מחובר

ע"י קשת ב- E).

בעיית התת-גרף הצפוף:

הקלט לבעיה הוא גרף בלתי מכוון $G = (V, E)$, מספר שלם k ומספר שלם z .

הפלט המבוקש הוא תשובה לשאלה, אם קיים תת-גרף של G $G' = (V', E')$ כך שמתקיים:

$$|V'| = k, |E'| \geq z.$$

ידוע שבעיית הקליקה שלמה ב-NP. הוכח שגם בעיית התת-גרף הצפוף שלמה ב-NP.

שאלה 5 (20 נקודות)

הוכח את אי-כריעותה של הבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: תכנית Q ושני קלטים שונים x ו- y .

השאלה: האם Q עוצרת גם על x וגם על y ?

שאלה 6 (20 נקודות: 10 נקודות לכל סעיף)

א. הסבר איך ניתן למצוא את המינימום ברשימה של n מספרים באמצעות אלגוריתם מקבילי

בזמן $O(\log n)$. מהו מספר המעבדים הדרוש?

ב. כתוב אלגוריתם מקבילי מהיר ככל האפשר לפתרון בעיית הסוכן הנוסע. (אין הגבלה על מספר

המעבדים).

מהי סיבוכיות הזמן המקבילית של האלגוריתם?

בהצלחה!