

האוניברסיטה הפתוחה

20407

**מבני נתונים**  
**ומבוא לאלגוריתמים**  
**חוברת הקורס אביב 2020**

כתב: יצחק בייז

מרץ 2020 – סמסטר אביב – תש"פ

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

א	אל הסטודנטים
ג	1. לוח זמנים ופעילויות
ה	2. תיאור המטלות
ה	2.1 מבנה המטלות
ה	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ו	2.3 ניקוד המטלות
ו	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ז	2.5 הגשה עצמאית
ח	2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	2.6.1 כתיבת קוד
ט	2.6.2 תיעוד
ט	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
5	ממ"ן 12
9	ממ"ן 13- תכנותי
11	ממ"ן 14
13	ממ"ן 15



## אל הסטודנטים,

אנו מברכים אתכם עם הצטרפותכם לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לכם לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבכם למספר נקודות חשובות:

- נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, מומלץ מאוד להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לכם בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש שלוש מתוך המטלות 11 עד 15. הכנת המטלות מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר מהן.

יש להקפיד על הגשת המטלות במועד.

לקורס קיים אתר אינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו במערכת אופ"ל בכתובת: <http://opal.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותכם בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכז הקורס יצחק בייז. פרטי ההתקשרות מופיעים באתר. פגישות יש לתאם מראש.

### לתשומת לב הסטודנטים הלומדים בחו"ל:

למרות המרחק הפיסי הגדול, נשתדל לשמור אתכם על קשרים הדוקים ולעמוד לרשותכם ככל האפשר. הפרטים החיוניים על הקורס נכללים בחוברת הקורס וכן באתר הקורס. מומלץ מאוד להשתמש באתר הקורס ובכל אמצעי העזר שבו וכמובן לפנות אלינו במידת הצורך. אנו מאחלים לכם לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

יצחק בייז  
מרכז ההוראה בקורס



# 1. לוח זמנים ופעילויות (20407 / 2020)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ן (למנחה)
1	20.03.2020-15.03.2020	פרק א' במדריך הלמידה <b>פרקים 1-2 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
2	27.03.2020-22.03.2020	פרק ב' במדריך הלמידה <b>פרק 3 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
3	03.04.2020-29.03.2020	פרק ג' במדריך הלמידה <b>פרק 4 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
4	10.04.2020-05.04.2020 (ד ערב פסח) (ה-ו פסח)	נקיונות מהנים וחג שמח!	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 11 5.4
5	17.04.2020-12.04.2020 (א-ד פסח)	פרק ד' במדריך הלמידה <b>פרק 6 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
6	24.04.2020-19.04.2020 (ג יום הזכרון לשואה)	פרק ה' במדריך הלמידה <b>פרק 7 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
7	01.05.2020-26.04.2020 (ג יום הזיכרון, ד יום העצמאות)	פרק ו' במדריך הלמידה <b>פרק 9 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
8	08.05.2020-03.05.2020	פרק ז' במדריך הלמידה <b>פרק 8 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 12 3.5
9	15.05.2020-10.05.2020 (ג ל"ג בעומר)	חזרה ועבודה על ממ"ן 13	ע"פ לוח המפגשים	

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	22.05.2020-17.05.2020	פרק ח' במדריך הלמידה <b>פרק 10 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 13 (תכנותי) 17.5
11	29.05.2020-24.05.2020 (ו' שבועות) חג שמח!	פרק ט' במדריך הלמידה <b>פרק 11 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
12	05.06.2020-31.05.2020	פרק י' במדריך הלמידה <b>פרק 12 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 14 31.5
13	12.06.2020-07.06.2020	פרק יא' במדריך הלמידה <b>פרק 13 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
14	19.06.2020-14.06.2020	פרק יב' במדריך הלמידה <b>פרק 14 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
15	26.06.2020-21.06.2020	חזרה	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 15 21.6

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".



## 2. תיאור המטלות

קראו היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה ארבע מטלות תיאורטיות ומטלה מעשית אחת שניתן להגיש במהלך הקורס. מבין חמש המטלות יש לפתור **שלוש לפחות**.

### 2.1 מבנה המטלות

**מטלה תיאורטית (מטלות 11,12,14,15)**

כל מטלה מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון של המטלות ניתן להקליד או לכתוב בכתב יד **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכלו להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או ליצור קשר עם אחד המנחים או מרכז ההוראה (במייל או בשעת ההנחיה הטלפונית).

**פרויקט הרצה (מטלה 13)**

במטלה כזו עליכם לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java (או בשפות אחרות בתאום עם המנחה/בודק התרגילים). מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות.

עליכם לשלוח למנחה: 1. הדפסה של קובץ התוכנית

2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים

3. קובץ התוכנית וקובץ הרצה של התוכנית.

**הערה:** מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

### 2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (בספר הלימוד)
ממ"ן 11	פרקים 1-4
ממ"ן 12	פרקים 6,7,9
ממ"ן 13	תכנותית
ממ"ן 14	פרקים 8,10,11
ממ"ן 15	פרקים 12-14

**הערות:**

1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. בעת פתרון שאלות, ניתן להסתמך על תוצאות **מוכחות** מתוך ספר הלימוד ומדריך הלמידה של הקורס. במקרה זה יש לציין את המקור עליו מסתמכים (אין צורך במראה מקום מדויק).

## 2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים הוא 5 נקודות.  
כאמור, חובה להגיש לפחות שלושה ממ"נים.

### לתשומת לבכם!

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושהמשקל הצבור של המטלות האחרות שהוגשו, מגיע למינימום הנדרש.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

## 2.4 הגשה עצמאית

הכנת המטלות התיאורטיות חייבת להיעשות על-ידי כל סטודנט **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הממ"ן התכנותי (ממ"ן 13) יכולה להיעשות בזוגות.

### נדגיש:

מותר (ואף רצוי) – להתייעץ, לקבל רעיונות מאחרים, וכו'.

אסור – להעתיק פתרון של מישהו אחר, בין אם זה תלמיד בקורס, בין אם זה פתרון שמצאתם במקום כלשהו (אלא אם ציינתם זאת מפורשות).

אם יוגש תרגיל מועתק אחד בתוך המטלה, הוא ייפסל. אם יהיו מס' תרגילים מועתקים באותה המטלה, אז כל המטלה תיפסל (**ללא תלות במי העתיק ומי נתן להעתיק**). אם זה יחזור על עצמו במטלה נוספת אז הנושא יעלה לוועדת משמעת.

בנימה אחרת, מעבר לנהלים, חוקים ועונשים, חשוב מאוד **לכם** שתדעו לענות על השאלות **בעצמכם**. מי שמעתיק תשובה קיימת בכדי להרוויח מס' נקודות בממ"ן, ככל הנראה יפסיד אח"כ נקודות במבחן. מדוע? מכיון שנסיון העבר מלמד שבקורס הזה (וסביר שבהרבה אחרים), מי שלא "נמצא עם היד על הדופק" במהלך כל הקורס, מאוד מתקשה להצליח במבחן. לכן, עדיף לכם לנסות לפתור בעצמכם (גם אם זה לא יהיה מושלם "ותפסידו" נקודות) בכדי שלקראת המבחן

תוכלו להתמקד בהכנה למבחן ולא בלימוד החומר הבסיסי. זכרו, 20 נק' בממ"ן שוות פחות מנקודה אחת בציון הסופי; לעומת זאת 20 נק' במבחן שוות כ-15 נקודות בציון הסופי. כך שעדיף להתאמץ בממ"ן (ואולי "להפסיד" מס' נקודות) ולהרוויח מכך במבחן.

כך או כך, אנא הקפידו על הגשה עצמאית בכדי לעזור לעצמכם ולהימנע מחיכוכים מיותרים עם מוסדות האוניברסיטה.

## 2.5 הנחיות כלליות לכתיבה וניתוח של אלגוריתמים במטלות התיאורטיות

במרבית השאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות לגבי אופן הכתיבה.

**(1) לפני** ההצגה המפורטת של האלגוריתם (בפסאודוקוד) יש להציג תיאור מילולי של הרעיון המרכזי באלגוריתם (תיאור High-Level) על התיאור להיות כתוב באופן רהוט וברור, ומטרתו לאפשר לקוראים לקבל תמונה ברורה של אופן פעולת האלגוריתם, גם ללא קריאת התיאור המפורט בפסאודוקוד.

**(2) יש לכתוב את האלגוריתם בפסאודוקוד, בדומה לספר. מותר לשלב הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").**

**(3) אסור בשום אופן לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסאודוקוד.**

**(4) גם אם לא נדרשתם במפורש, יש להוכיח כי האלגוריתם מקיים את הדרוש בשאלה.**

**א) יש לנסח תחילה באופן פורמלי מדויק את הטענות המרכזיות שאתם מעוניינים להוכיח. (למשל: "לכל  $\ell$ . בשלב (איטרציה) ה- $\ell$  בהרצה, אורך המערך בו האלגוריתם מחפש את ערך הקלט אינו עולה על  $n/2^\ell$ ")**

**ב) עבור כל טענה שניסחתם, יש לכתוב הוכחה פורמלית ומדויקת. אם הטענה פשוטה מאוד, מספיק הסבר קצר ומשכנע.**

**(5) יש לנתח את סיבוכיות האלגוריתם (סיבוכיות זמן ריצה וסיבוכיות מקום).**

**א) גם אם לא התבקשתם מפורשות, יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. את סיבוכיות המקום יש לנתח רק במקומות בהם התבקשתם באופן מפורש.**

**ב) אם לא נאמר באופן מפורש אחרת, יש לנתח את סיבוכיות המקרה הגרוע ביותר (worst case analysis)**

**ג) יש לנסות ולתכנן אלגוריתמים יעילים ככל האפשר.**

## 2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

### 2.6.1 כתיבת הקוד

#### תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

#### מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

#### תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא:

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה: מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התיעוד.

## **2.6.2 תיעוד**

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

### **1. תיעוד כללי :**

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

### **2. תיעוד בגוף התכנית :**

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

## **3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס**

- א. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך חמשת הממ"נים.
- ב. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ג. הציון המשוקלל של המטלות והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1-4 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 5.4.2020

סמסטר: 2020ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

- א. פתרו את תרגילים 1.2-2 ו-1.2-3 בספר הקורס (עמ' 11).
- ב. תהינה  $f, g$  פונקציות חיוביות. נאמר ש  $f(n) = \text{Sum}(g(n))$  אם  $f(n) = O(\sum_{k=1}^n g(k))$ . הוכיחו או הפריכו:  $n = \text{Sum}(\log n)$
- ג. תנו דוגמה לשני זוגות של פונקציות (חיוביות, עולות, לא חסומות)  $(f, g)$ , כך שעבור שני הזוגות יתקיים  $f = O(g)$ , אבל לאחד הזוגות יתקיים  $g \neq o(f \circ g)$ , ואילו לזוג השני יתקיים  $g \circ f = \omega(f \circ g)$ .
- $[g(f(n))]$  כלומר הפונקציה  $g$  על  $f$  היא הרכבה של  $g$  על  $f$

## שאלה 2

השגרה TRUE\_SQUARES שלהלן מקבלת מערך של ערכים בוליאניים,  $A[1...n]$ .

TRUE\_SQUARES ( $A[1...n]$ )

```
-----
1. for i ← 1 to n do
2.   A[i] ← FALSE
3. for i ← 1 to n do
4.   k ← i
5.   while ( k ≤ n ) do
6.     FLIP (A[k])
7.     k ← k + i
```

והיא משתמשת בשגרת-העזר FLIP שלהלן, המקבלת משתנה בוליאני:

FLIP (x)

```
-----
1. if x = TRUE then
2.   x ← FALSE
3. else
4.   x ← TRUE
```

א. הוכיחו כי לאחר שהרצת-השגרה TRUE\_SQUARES מסתיימת, ערך-התא  $A[i]$  הוא

TRUE אם ורק אם  $i$  הוא ריבוע שלם \* (ואחרת ערכו FALSE).

\* ריבוע שלם הוא מס' טבעי המהווה ריבוע של מס' טבעי כלשהו (למשל 25 הוא ריבוע שלם).

ב. נתחו את סיבוכיות-השגרה.

## שאלה 3

א. פתרו את בעיה 2-4 בספר הלימוד.

ב. נסמן  $A^R$  את המערך ההפוך ל- $A$  (למשל  $A^R = [1,6,8,3,2]$  עבור המערך שבסעיף א')

בספר). נתון שבמערך  $A$  יש  $K$  שגיאות. כמה שגיאות יש במערך  $A^R$ ? (כתבו את התשובה כפונקציה של  $K$  ו- $n$ ).



#### שאלה 4

נתון מערך ממורן  $A[1..n]$  של מספרים טבעיים; ידוע שכל מספר הנמצא במערך מופיע פעם אחת בלבד.

- א. כתבו שגרה שזמן ריצתה  $\Theta(1)$ , העונה לשאלה הבאה: האם קיים מספר שלם  $v$  שלא מופיע במערך ומקיים את התנאי  $A[1] < v < A[n]$ .
- ב. בהנחה שהתשובה בסעיף הקודם חיובית, כתבו שגרה למציאת המספר  $v$ . זמן הריצה של השגרה הזאת חייב להיות  $\Theta(\lg n)$ .

#### שאלה 5

א. מצאו פתרון אסימפטוטי הדוק עבור נוסחת הנסיגה הבאה:

$$\begin{cases} T(1) = c > 0 \\ T(n) = 16T(n/4) + n^\alpha \cdot \lg^{\alpha+1} n \end{cases}$$

$\alpha$  הוא פרמטר ממשי חיובי.

רמז: התייחסו לשלושה מקרים אפשריים.

ב. נתונות הפונקציות הבאות:

$$f_1(n) = \max \left\{ \sqrt{n^3} \cdot \lg n, \sqrt[3]{n^4} \cdot \lg^5 n \right\}$$

$$f_2(n) = \begin{cases} n \cdot \lg^3 n, & n = 2k \\ n^3 \cdot \lg n, & n = 2k + 1 \end{cases}$$

קבעו האם מתקיימים היחסים  $\omega, o, \Theta, \Omega, O$  בין פונקציות אלו.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6,7,9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 3.5.2020

סמסטר: 2020ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

א. נתון המערך [45,33,55,15,28,66,64,18,14,49].

הראו כיצד פועלת השגרה BUILD-MIN-HEAP על המערך הנתון.

בסעיפים הבאים התייחסו לערימת מינימום בגודל  $n$ .

ב. כתבו שגרה למציאת האיבר הגדול ביותר בערימה. מספר ההשוואות שהשגרה מבצעת חייב להיות קטן מ- $(n-1)$ .

ג. כתבו שגרה למציאת האיבר השביעי בגודלו. זמן הריצה צריך להיות  $O(1)$ .

ד. בהנחה שגובה הערימה גדול משבע, כתבו שגרה המוצאת את האיבר השביעי בגודלו מבין איברי המסלול הימני בערימה. נסו לעשות זאת ללא השוואות כלל.

יש להסביר בקצרה את הנכונות של כל שגרה.

## שאלה 2

נתונה ערמת מקסימום  $H$  בת  $n$  איברים. נבחר צומת  $z$  בערמה שגובהו  $k$  ( $k$  שלם,  $0 < k < \lg n$ ). מוסיפים לכל אחד מאיברי התת-ערמה המושרשת ב- $z$  את הקבוע  $C > 0$ . ברצוננו לתקן עתה את המבנה  $H$  כך שיחזור להיות ערמת מקסימום חוקית (ללא שינוי ערכי האיברים בערמה).

א. כתבו שגרה ראשונה לתיקון הערמה  $H$ , שזמן הריצה שלה  $O(\lg n \cdot (\lg n - k))$ . הסבירו את התוצאה.

ב. כתבו שגרה שנייה לתיקון הערמה  $H$ , שזמן הריצה שלה  $O(2^k \cdot \lg n)$ . הסבירו את התוצאה.

ג. איזו שגרה תהיה עדיפה בכל אחד מהמקרים הבאים?

$k$  קבוע;

$k = \lg \lg n$ ;

$k = \lg n / 2$ ;

$\lg n - k$  קבוע (כלומר  $k$  קטן מ- $\lg n$  רק בקבוע).

הוכיחו את תשובתכם.

## שאלה 3

נתון מערך  $A[1..n]$  המקיים את התנאי הבא: אם  $1 \leq i < j \leq n$ ,  $A[i] > A[j]$ , אזי  $j = i + 1$ .

מהם זמני הריצה (ההדוקים) של האלגוריתמים מיון-הכנסה, מיון-מיזוג, ומיון-מהיר בהפעלתם על המערך  $A$ ? הוכיחו את טענותיכם.

#### שאלה 4

- א. נשנה את שגרת החלוקה של האלגוריתם מיון-מהיר באופן הבא: בהינתן מערך  $A$  באורך  $n$ , נבחר כאיבר ציר את האיבר המינימלי בתת-מערך  $A[\lfloor n/4 \rfloor + 1..n - \lfloor n/4 \rfloor]$ ; נחזור על פעולה זו בכל קריאה רקורסיבית. מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר במקרה הזה? הוכיחו את טענתכם.

- ב. נשנה את שגרת החלוקה של מיון-מהיר באופן דומה, אך הפעם נבחר כאיבר ציר את החציון של התת-מערך  $A[\lfloor n/4 \rfloor + 1..n - \lfloor n/4 \rfloor]$ . מהו זמן הריצה של האלגוריתם מיון-מהיר במקרה הזה? הוכיחו את טענתכם.

#### שאלה 5

נתון מערך לא ממוין  $A[1..n]$ . ברצוננו למצוא את  $n/\lg n$  ערכי המיקום הבאים, בסדר ממוין:

$$\frac{n}{2} + 1, \frac{n}{2} + 2, \dots, \frac{n}{2} + \frac{n}{\lg n}$$

- כלומר, רוצים את ערך המיקום ה- $(n/2 + 1)$ , את ערך המיקום ה- $(n/2 + 2)$ , וכן הלאה, עד לערך המיקום ה- $(n/2 + n/\lg n)$ , סך הכל  $n/\lg n$  ערכי מיקום. כתבו אלגוריתם הפותר את הבעיה הזאת בזמן ריצה כולל  $\Theta(n)$ .



# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

## מטלה תכנותית

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: חוברת הקורס וספר הלימוד

מספר השאלות: 1

משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: 2020ב

מועד אחרון להגשה: 17.5.2019

### אופן הגשת המטלה:

שליחת המטלה תתאפשר רק באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

רצוי להתחיל לעבוד על המטלה לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה

## מותר לעבוד בזוגות, אך שימו לב להנחיות בהמשך

### מבוא

בממ"ן זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C/C++<sup>1</sup>, אשר מממשת ערימת max-min. לפני שתמשיכו בקריאה, קראו תחילה את סעיף 2.6 בחוברת הקורס (הנחיות לכתיבת ממ"ן תכנותי). ייתכן שיינתנו הנחיות נוספות לקראת מועד ההגשה – אנא בדקו באתר.

<sup>1</sup> למעוניינים להגיש בשפה אחרת (כגון python), אנא בדקו תחילה עם המנחה שבודק/ת את התרגילים שלכם

## כללי:

ערימת max-min היא עץ בינרי כמעט שלם, המקיים את התנאים:

- לכל צומת בעומק זוגי, ערכו גדול מ- או שווה לערכו של כל אחד מצאצאיו;
- לכל צומת בעומק אי-זוגי, ערכו קטן מ- או שווה לערכו של כל אחד מצאצאיו.

א' הוכיחו שאפשר למצוא את ערך המקסימום ואת ערך המינימום בזמן קבוע.

ב' ממשו (בשפה שבחרתם) את השגרות:  $\text{HEAPIFY}(A, i)$ ,  $\text{BUILD-HEAP}(A)$ ,  $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}(A)$ ,  $\text{HEAP-EXTRACT-MIN}(A)$ ,  $\text{HEAP-INSERT}(A, key)$ ,  $\text{HEAP-DELETE}(A, i)$ . עבור ערימת max-min.

ג' נתחו את סיבוכיות הזמן של כל שגרה.

## צורת הקלט:

בשגרת בניית הערימה עליכם לאפשר קבלת קלט מתוך קובץ. בשאר השגרות, ע"פ הקלט המצופה (למשל ב- $\text{Heapify}$  הקלט הוא אינדקס וב- $\text{Heap-Extract-Max}$  אין כלל קלט). עליכם לבדוק את תקינות הקלט (כלומר שהאינדקס הוא בגבולות המתאימים).

## מהלך התכנית:

התוכנית תציג תפריט למשתמש בו יפורטו הפעולות האפשריות. בתחילה תוצג רק האפשרות לבנות ערימה (או יציאה מהתוכנית). לאחר בניית הערימה יוצג למשתמש תפריט הכולל את שאר הפעולות (אשר תתבצענה על הערימה שנבנתה).

התכנית תסתיים כאשר המשתמש יבחר באפשרות היציאה מהתוכנית.

## צורת הפלט:

בנוסף לפעולות שלעיל תנתן אפשרות להדפסת הערימה למסך. כמו כן השגרות  $\text{Heap-Extract-Max}$  ו- $\text{Heap-Extract-Min}$  תדפסנה את הפלט למסך.

מעבר לפתרון סעיף א' עליכם לתאר במסמך מלווה את אופן פעולות שאר השגרות שמימשתם עם ניתוח זמנים ודוגמאות הרצה.

בנוסף יינתן עבור הוספת פעולת מיון הערימה. לעובדים בזוגות, זוהי דרישת חובה (ולא בonus).

כאמור, ייתכנו הנחיות נוספות לקראת מועד ההגשה – אנא עקבו באתר.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8,10,11 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 31.5.2020

סמסטר: 2020ב

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

- ציירו עץ החלטה עבור מיון בועות (Bubble Sort) לארבעה איברים.
- מהו גובה עץ ההחלטה של מיון מיזוג (ל- $n$  איברים)?
- מהו אורך המסלול הקצר ביותר בין השורש לעלה האפשרי בעץ החלטה של האלגוריתם מיון הכנסה?
- הסבירו כיצד ניתן לשנות כל אלג' מיון מבוסס השוואות כך שאורך המסלול הקצר ביותר בו יהיה  $n-1$ .

## שאלה 2

פרופ' קשקשנוביץ' טוען שהוא פיתח אלג' מיון מבוסס השוואות שזמן ריצתו במקרה הגרוע הוא  $n \log n \log n$  אבל במקרה הטוב הוא לינארי.

- האם זה ייתכן? הסבירו מדוע.
- הפרופ' המשיך וטען שבמרבית המקרים (כלומר על יותר ממחצית הקלטים בגודל  $n$ ) האלג' שלו ירוץ לפי זמן הריצה במקרה הטוב. האם זה ייתכן? הוכיחו.

### שאלה 3

נתונה סדרה  $S$  של  $n$  מספרים שלמים בתחום  $[n+1..n+p]$  ו- $p$  הם שני פרמטרים שלמים בלתי תלויים).

- א. כתבו שגרה למציאת מספר ב- $S$  כך שהשכיחות שלו מכסימלית (כלומר, מספר הפעמים שהוא מופיע ב- $S$  היא גדולה ביותר); זמן הריצה הנדרש הוא  $O(n+p)$ .
- ב. בהינתן קבוע  $z$ , כתבו שגרה למציאת שני מספרים  $a$  ו- $b$  ב- $S$  כך שיתקיימו:  $a+b=z$  והשכיחות של  $a$  ו- $b$  גדולות מ-1; זמן הריצה הנדרש הוא  $O(n+p)$ .

### שאלה 4

- א. הציעו מבנה נתונים  $S$  התומך בפעולות הבאות:
- $PUSH(S, x)$ : הכנסת האיבר  $x$  ל- $S$ ;
  - $POP(S)$ : מחיקת האיבר האחרון שהוכנס ל- $S$ ;
  - $MIN(S)$ : החזרת האיבר המינימלי של  $S$ ;
  - $ADD(S, d)$ : הוספת הערך הממשי  $d$  לכל איברי המבנה  $S$ .
- כל פעולה צריכה להתבצע בזמן  $O(1)$ .
- ב. האם ניתן להוסיף למבנה הנתונים שלעיל פעולת מחיקת מינימום בזמן  $O(1)$ ?

### שאלה 5

- א. הכניסו את המפתח 1111 לטבלת גיבוב בגודל 127 עם גיבוב בשיטת החילוק.
- ב. חזרו על התרגיל עם גיבוב בשיטת הכפל כאשר  $A=\sqrt{2}/2$ .
- ג. פתרו את סעיף א' בבעיה 11-3 בספר (עמ' 211).
- ד. הכניסו את המפתחות 1111, 222 ו-6699 לטבלת גיבוב בגודל 127 עם גיבוב בשיטה שתוארה בסעיף הקודם, כאשר  $h$  היא פונק' הגיבוב מסעיף א'. חזרו על הפעולה עם הקבועים שמצאתם בסעיף הקודם והראו שמתקבלת אותה תוצאה.
- ה. חזרו על סעיף ד' כאשר  $h$  היא פונק' הגיבוב מסעיף ב'.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 12-14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 21.6.2020

סמסטר: 2020

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

נתאר אלגוריתם חלופי עבור מחיקת צומת מעץ חיפוש בינרי: במקרה השלישי, כאשר לצומת  $z$  שני בנים, מאתרים את העוקב שלו  $y$ , ואז מחליפים בין  $left[y]$  לבין  $left[z]$ ; עכשיו אפשר להסיר את  $z$  כמו במקרה השני.

הסבירו מדוע האלגוריתם הזה נכון. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע? מהו היתרון שלו ומהו החיסרון שלו בהשוואה לאלגוריתם המתואר בספר?

## שאלה 2

נתון עץ אדום-שחור מורחב המכיל בכל צומת  $z$ , בנוסף לשדות הרגילים, גם את השדה  $sum-sons[z]$ , המאחסן את סכום המפתחות בתת-עץ המושרש ב- $z$  (ללא המפתח של  $z$  עצמו). ברצוננו לתחזק את השדה הזה בעת פעולות ההכנסה והמחיקה.

הראו כיצד ניתן לשנות את שגרת ההכנסה ואת שגרת המחיקה כך שיישמרו זמני הריצה שלהן.

### שאלה 3

נתונים מערך  $A[1..n]$  ואינדקס  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$ , כך שמתקיימים התנאים

$$A[k+1] \leq \dots \leq A[n] \leq A[1] \leq \dots \leq A[k]$$

מכניסים את כל איברי המערך, מהראשון עד לאחרון, לתוך עץ חיפוש בינרי  $T$ , ריק מלכתחילה.

- א. מהי צורתו של העץ  $T$  ומהו גובהו, לכל ערך של  $k$ ?
- ב. מה מתקבל אם מוחקים מ- $T$  את האיבר  $A[i]$  ומכניסים אותו מחדש (מדובר בפעולות TREE-INSERT ו-TREE-DELETE)? תארו בנפרד את המקרים  $i < k$ ,  $i = k$ ,  $i > k$ .
- ג. האם ניתן לקבל כל תוצאה מסעיף ב' באמצעות פעולת סיבוב יחידה? התייחסו גם למקרה כאשר האיבר הנמחק הוא שורש העץ או עלה בעץ.

### שאלה 4

נתון עץ חיפוש בינרי  $T$ ; נסמן ב- $n$  את מספר האיברים ב- $T$ .

- א. כתבו אלגוריתם למציאת שני צמתים  $x$  ו- $y$  ב- $T$ , המקיימים את התנאי  $key[x] + key[y] = 2 \cdot key[root(T)]$ . זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הינו  $\Theta(n)$ .
  - ב. נניח עכשיו שהעץ  $T$  מאוזן.
    - לכל שני צמתים  $x$  ו- $y$  ב- $T$ , נסמן ב- $p(x, y)$  את האב הקדמון המשותף הנמוך ביותר של  $x$  ו- $y$  ב- $T$  (כלומר,  $x$  נמצא בתת-עץ השמאלי של  $p(x, y)$  ו- $y$  נמצא בתת-עץ הימני של  $p(x, y)$ , או להיפך).
    - כתבו אלגוריתם למציאת שני צמתים  $x$  ו- $y$  ב- $T$ , המקיימים את התנאי  $key[x] + key[y] = 2 \cdot key[p(x, y)]$ . זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הינו  $\Theta(n \cdot \lg n)$ .
- רמז:** שימו לב שמספר הרמות ב- $T$  הוא  $\Theta(\lg n)$ .

## שאלה 5

הציעו מבנה נתונים  $S$ , שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים במבנה):

INSERT( $S, k$ ): הכנסת המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $O(\lg n)$ ;

DEL-OLD( $S$ ): מחיקת האיבר הוותיק ביותר (האיבר שנכנס ראשון) מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה  $O(\lg n)$ ;

DEL-MAX( $S$ ): מחיקת האיבר בעל המפתח המכסימלי מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה  $O(\lg n)$ ;

MIDTIME( $S$ ): החזרת המפתח בעל זמן ההכנסה שהוא החציון של זמני ההכנסה של כל האיברים; זמן הריצה:  $O(1)$ .

**הערה:** המבנה  $S$  יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.