

## תשובה 1

א. מכיון שהגרף סופי התהליך חייב להסתיים בצומת כלשהו. נראה שצומת הסיום חייב להיות נקודת המוצא. במהלך בניית המסלול, כאשר נכנסנו (לאו דוקא בפעם הראשונה) לצומת כלשהו  $v$  שאינו צומת ההתחלה שלנו, השתמשנו עד לשלב זה במספר אי-זוגי של קשתות הסמוכות ל- $v$ : בצעד הנוכחי ביצענו כניסה ל- $v$ , ובכל פעם קודמת שביקרנו בו היו כניסה ויציאה. מכיון שדרגת  $v$  היא זוגית, והשתמשנו במספר אי-זוגי של קשתות, לא מיצינו את הקשתות הסמוכות ל- $v$ , משמע חייבת להיות יציאה זמינה. לכן התהליך אינו יכול להסתיים בצומת שאינו נקודת המוצא. כאמור התהליך חייב להסתיים. הוא מסתיים אפוא בהכרח בנקודת המוצא. זה כמובן לא חייב להיות מעגל פשוט.

ב. למשל גרף על 5 צמתים הבנוי משני משולשים בעלי קדקד משותף. נתחיל בצומת שאינו המשותף לשני המשולשים ונבחר בחירה גרועה כשנגיע לצומת המשותף...

## תשובה 2

א. כן: הגרף קשיר וכל הדרגות זוגיות. השלימו את הפרטים בעזרת פתרון הממ"ח.  
ב. כן: לפי משפט דירק (משפט 3.3). השלימו את הפרטים – מדוע מתקיימים תנאי המשפט.

## תשובה 3

הגרף הוא דו צדדי, כאשר צד אחד הוא קבוצת האותיות והצד השני הוא קבוצת המספרים. קבוצת השכנים של הקבוצה  $\{a, b, c, d, e\}$  היא  $\{1, 2, 3, 4\}$ . מצאנו קבוצת צמתים בצד אחד של הגרף הדו-צדדי, שמספר שכניה קטן ממש ממספר אבריה. לפי משפט Hall (או מסקנה 4.8), אין בגרף זה זיווג מושלם.

## תשובה 4

א. הצדדים של  $H$  הם  $\{1, 2, 3, 4\}$ ,  $\{5, 6, 7, 8, 9\}$  (מדוע?).  
ב. מספר הצביעה של גרף דו-צדדי לא ריק כלשהו הוא 2 (מדוע?).  
ג. 15. (הוכיחו. אפשר לחשב בשתי דרכים)  
ד. לפי שאלה 3א בעמ' 61 בספר (השלימו את הפרטים)  
ה. הגרף המלא על  $\{5, 6, 7, 8, 9\}$  הוא תת-גרף של  $G$  ומספר הצביעה שלו הוא כמובן 5. הצומת המשותף לחמש הקשתות המיוחדות הוא בהכרח בקבוצה  $\{1, 2, 3, 4\}$  (מדוע?). מכאן קל לראות שמספר הצביעה של  $G$  הוא 6 (השלימו).