שאלה 1

נניח כי $Loop(M)$ מזוהה טיורינג
נראה כי $Loop(M)$ $Rej(M)$ $Acc(M)$ כריעות
המשלימה של $Loop(M)$ היא קב' המילים
שעליהם M עוצרת כלומר $Acc(M) \cup Rej(M)$
נבנה מ"ט שמזהה את $\overline{Loop(M)}$
$M_{\overline{Loop}}$ =" עבור כש w מילה:
1) הרץ את M על w
2) אם M עצרה, קבל"

נכונות: אם M עצרה על w היא או דחתה או קיבלה
ולכן היא שייכת ל $\overline{Loop(M)}$
לפי משפט 4.22 אם $Loop(M)$ וגם $\overline{Loop(M)}$ מזוהות
נובע כי שתיהן כריעות (בפרט $Loop(M)$ כריעה)
נראה כי גם $Acc(M)$ $Rej(M)$ כריעות ע"י מ"ט שמכריעות אותן

הנחה - $Loop(M)$ כריעה ולכן קיים מ"ט M_{Loop} שמכריעה אותה

נבנה מ"ט M_{Acc} שמכריעה את $Acc(M)$ רק
M_{Acc} =" עבור כש w מילה:
1) הרץ את M_{Loop} על w
1.1) אם M_{Loop} דחתה הרץ את M על w
1.1.1) אם M קיבלה, קבל
1.1.2) אם M דחתה, דחה
1.2) אם M_{Loop} קיבלה, דחה"

נכונות - אם $w \in Acc(M)$ $\Leftarrow$ w עוצרת על M ומקבלת
$\Leftarrow$ M_{Loop} תדחה את w, ו M תקבל את w
$\Leftarrow$ M_{Acc} תקבל את w
אם $w \notin Acc(M)$ $\Leftarrow$ כלומר או ש M לא עוצרת על w
ואז M_{Loop} תקבל ומכאן M_{Acc} תדחה בשלב 1.2
או ש M עוצרת על w ולכן M_{Loop} תדחה ואז M תדחה
את w ומכאן M_{Acc} תדחה

שאלה 1 המשך

התוכנית תמיד תעצור כי מובטח ש M_{Loop} כריעה
ורק אם הקלט לא שייך ל M_{Loop} מריצים את
M וזה יובטח ש Me עוצרת על w
לכן Acc(M) כריעה

באופן דומה ניתן לבנות מ"ט M_{Rej} ~~[illegible]~~ שדומה ל M_{Acc}
~~[illegible]~~ בשינוי של הפקודות (1.1.1) במקום לקבל, נדחה
ובשינוי של הפקודה (1.1.2) במקום לדחות, נקבל
לכן Rej(M) כריעה

בנוסף וזה לא מספק עבור הכריעות של Rej
ניתן ~~[illegible]~~ לומר כי שפות כריעות סגורות למשלים
וחיתוך לכן $Rej(M) = \overline{Acc(M)} \cap \overline{Loop(M)}$
לכן גם Rej(M) כריעה.

משל

שאלה 2

יש רדוקציית מיפוי $E_{TM} \le_m {<}3_{TM}$

רק: "בהינתן קלט $\langle M\rangle$, כאשר M מ"ט:

1) נבנה מ"ט M' חדשה כך: נוסיף תו חדש # שלא מופיע ב Σ של M ונבנה את M' כך

"M' = בהינתן w מילה:

א) אם $w=\#$ או $w=\#\#$, קבל

ב) הרץ את M על w

והחזר אותה תוצאה"

2) החזר את $\langle M'\rangle$"

נכונות - אם $\langle M\rangle \in E_{TM}$ $\Longleftarrow$ $L(M)$ היא שפה ריקה

$\Longleftarrow$ השפה של המכונה החדשה יתקבלו רק #, ##

$\Longleftarrow$ $|L(M')|<3 \Longleftarrow \langle M'\rangle \in {<}3_{TM}$

אם $\langle M\rangle \notin E_{TM}$ $\Longleftarrow$ קיימת לפחות מילה אחת w

שמתקבלת ב M $\Longleftarrow$ בשפה של המכונה החדשה

יתקבלו w, #, ## $\Longleftarrow$ $|L(M')|=3 \Longleftarrow \langle M'\rangle \notin {<}3_{TM}$

סיבוכיות - בניית המכונה M' דורשת הוספה

של מספר סופי וקבוע של מעברים, מצבים, ותו ~~[illegible]~~

והעתקה של המכונה M

ולכן לכל היותר הרדוקציה היא פולינומיאלית

ולכן ניתנת לחישוב.

משל

שאלה 4

נוכיח כי השפה $HAMPATE$-e שייכת ל NPC

א) נראה שייכות ל NP

נראה מאמת V שפועל בזמן פולינומיאלי

V = "בהינתן $\langle\langle G,e\rangle, C\rangle$ כאשר $\langle G,e\rangle$ קלט ל ~~HAMPATE~~ HAMPATH-e

ו C הוא מסמך אישור קצר המכיל רשימת הצמתים במסלול המילטון לפי הסדר

1) תבדוק שכל הצמתים קיימים ב G והם כולם

2) תבדוק שכל צומת מופיע פעם אחת בלבד וישנה קשת בין כל שני צמתים

3) תבדוק שהמסלול במסמך עובר דרך e

4) אם הכל מתקיים קבל

אחרת דחה"

$G=(V,E)$

סיבוכיות - 1) מעבר על כל הצמתים במסמך $O(|V|)$

2) מעבר חוצה שכל צומת פעם אחת והבדיקת קשתות $O(|V|^2)$

3) מעבר הבדיקה שעוברים דרך קשת e $O(|V|)$

סה"כ מתבצע בזמן פולינומיאלי

הערה המסמך אישור C מוגבל בגודל $|V|$

ב) נראה רדוקציה פולינומיאלית מבעיית HAMPATH (שידועה כ NPC לפי הספר)

$HAMPATH \leq_p HAMPATH\text{-}e$

"עבור קלט $\langle G,s,t\rangle$ לבעיית HAMPATH נמפה לקלט $\langle G',e\rangle$ בעיית HAMPATH-e:

1) G' יכיל את כל הצמתים והקשתות של G

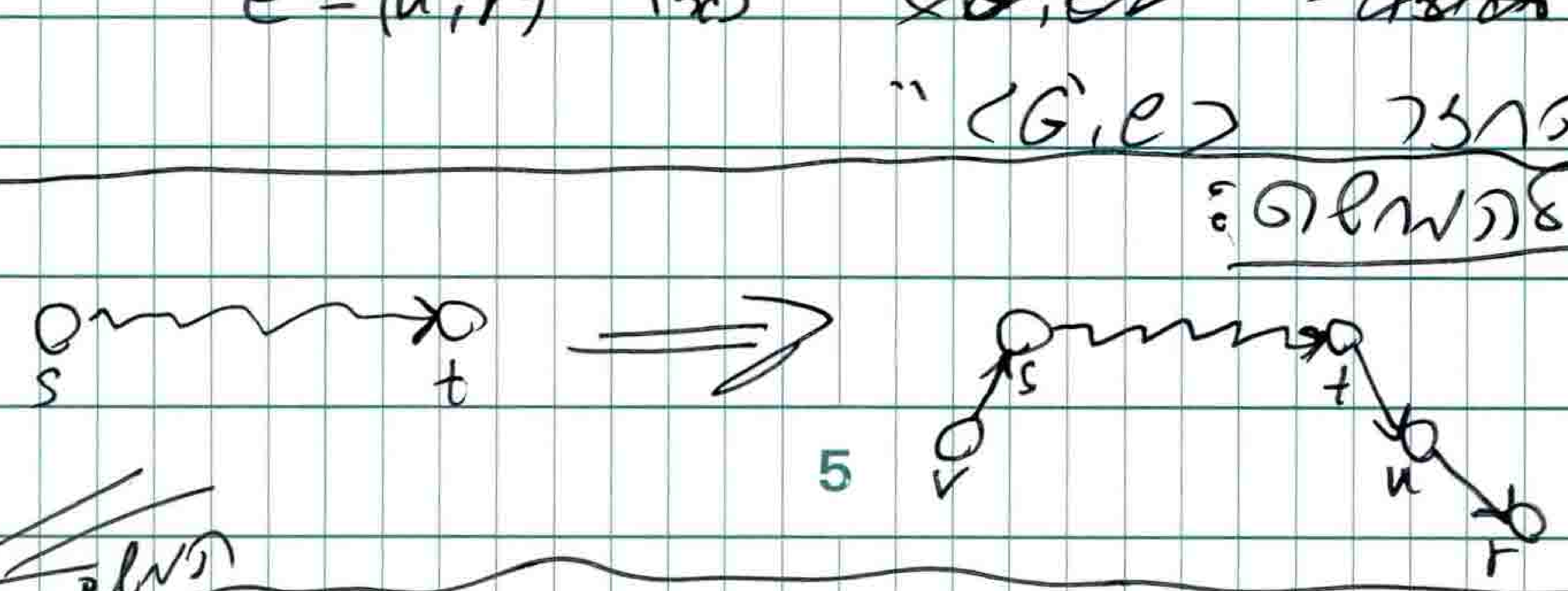
2) נוסיף ל G' 2 צמתים נוספים v ונחבר אותה בקשת לצומת s ו u ונחבר קשת ל t

(t,u), (v,s) ~~נסמן המעבר~~

3) ~~...~~ נוסיף צומת נוספת r ונחבר אותה ל u נגדיר $e=(u,r)$

4) החזר $\langle G',e\rangle$"

ציור להמחשה:



המשך

205392

שאלה 4 המשך

נכונות- אם $\langle G,s,t\rangle \in HAMPATH$ ⟸ ב G קיים מסלול

פשוט מ s אל t שעובר דרך כל הצמתים ב G

⟸ ב G' יש מסלול פשוט שעובר דרך $u \to v \to z \to s \to \dots \to t \to x \to u$

ועובר על כל הצמתים ב G' פעם אחת

⟸ ~~...~~ המסלול הוא המילטוני ועובר דרך הקשת e

⟸ $\langle G',e\rangle \in HAMPATH\text{-}e$

אם $\langle G,s,t\rangle \notin HAMPATH$ ⟸ לא קיים מסלול

המילטוני מ s אל t בגרף G ⟸ כיוון שבגרף

G' הדרך היחידה להגיע אל v היא דרך

z ואל u,x היא דרך t, כיוון שאין מסלול פשוט

שעובר על כל שאר הצמתים ומחבר בין s ל t

לא קיים מסלול המילטוני ב G' כלל

לכן ⟸ $\langle G',e\rangle \notin HAMPATH\text{-}e$

מכאן נובעת נכונות הרדוקציה

סיבוכיות- הוספנו 3 צמתים ו3 קשתות

ושכפלנו את הגרף ולכן לכל היותר

סיבוכיות פולינומיאלית.

לפי (א), (ב) נובע כי $HAMPATH\text{-}e \in NPC$

מש"ל

לשימוש הבודק

שאלה 5

א) ~~נעיר כי $D \in L$ ולכן קיימת מ"ט M_D דטרמיניסטית הפועלת בזמן עבודה לוגריתמי~~

ב) נניח $D \in L$ לכן ניתן לבדוק שייכות של מילה אליה ~~בזמן~~ במקום עבודה ~~לוגריתמי~~ לוגריתמי ע"י אלגוריתם M_D דטרמיניסטי

נבנה מכונת טיורינג המכריעה את COMP-CON(D)

M = "עבור בהנתן כאשר w מילה:

1) שמור מונים S, b על סרט העבודה $S \leftarrow 0$

2) מנה את מספר התווים של w ושמור את ערכו ב-b

3) ~~בצע~~ הרץ ~~את~~ את הפעולות הבאות ~~עד~~ עד ש $S = b$

3.1) הבדוק ע"י M_D שייכות של S התווים הראשונים ב-w

3.1.1) אם שייך, ~~הבדוק~~ הרץ את M_D על שאר התווים של w

3.1.1.1) אם M_D לא התקבל ~~דחה~~ (על שאר התווים), קבל

3.2) $S \leftarrow S+1$

~~3) חזור ל-3~~

4) דחה"

<u>נכונות</u> אם $w \in COMP\text{-}CONC(D)$ $\Longrightarrow$ קיימים $xy = w$ כך ש x שייך ל-D ו-y לא שייך ל-D $\Longrightarrow$ נריץ את כל אפשרויות הפיצול של y, x ~~עד ש~~ על המילה w עד ש $y = y', x = x'$ ואז המילה תתקבל

אם $w \notin COMP\text{-}CONC(D)$ $\Longrightarrow$ לא קיימים $xy = w$ כך ש $x \in D$ ו-$y \notin D$ $\Longrightarrow$ נריץ את כל האפשרויות פיצול ללא הצלחה, עד שנגיע ש $S = b$ ואז נדחה

<u>סיבוכיות</u> - ~~נ~~ נשמור 2 מונים בינאריים על סרט העבודה ונריץ את M_D פעמים

M_D רץ במקום לוגריתמי כיוון ש-$D \in L$ וזה מוגדר $O\log(y)$ $O\log(x)$

והמונים תופסים ~~O(w)~~ $O\log(|w|)$

ולכן סהכ סיבוכיות מקום לוגריתמית

ולכן $COMP\text{-}CONC(D) \in L$

205392

נא לא לכתוב בשוליים

לשימוש הבודק

שאלה 5 המשך

ב) נניח DENL נבנה מ"ט שמכריעה את השפה הנתונה

כיוון ש DENL קיימת מ"ט ע"י M_D המכריעה ~~...~~ את השפה

נבנה M_{cc} =" עבור <w> ש מילה:

1) מנה את אורך w ושמור אותו ב $b=|w|$

2) בחר באופן לא דטרמיניסטי ערך בין 0 ל b ושמור אותו ב z

3) הרץ את M_D על z התווים הראשונים של w

3.1) אם התקבל

הרץ את M_D על שאר התווים של w

3.1.1) אם נדחה, קבל

4) בכל אפשרות אחרת, דחה"

סיבוכיות - שמירת ~~...~~ 2 מונים מצריכים על סרט העבודה $O(\log|w|)$

הרצה של M_D היא לוגריתמית ביחס לגודל המילה של w

לכן סה"כ סיבוכיות מקום לוגריתמית ~~...~~

האי דטרמיניזם מתבצע 3 פעמים (2 פעמים מ M_D ופעם בבחירת z)

ולכן COMP-CONC(D)ENL

משל

לא טוב. במכונה לא דטרמיניסטית דחיה לא אומרת שהמילה לא בשפה.

-5

שאלה 6

לפי הספר BPP מכילה שפות כריעות בלבד

ולכן כל שפה C היא כריעה

ולכן קיים עוצרת גם מ"ט D_C המכריעה אותה

נבנה רדוקציית מיפוי לשפה A_{TM}

המ"ט בהינתן <w> ~~...~~ לבעיית C

1) החזר את $\langle D_C, w \rangle$

נכונות - אם $w \in C \iff D_C$ תקבל את w

$\iff \langle D_C, w \rangle \in A_{TM}$

ההוכחה היא דו כיוונית

מספר המתרות

1) ע"מ 231 במדריך מסביר כי כל מ"ט ~~BPP~~ הסתברותית

אינה יכולה לפתור בעיה לא כריעה

ולכן כל מ"ט הסתברותית (ובפרט כזאת שמכריעה עבור

שפה ב BPP) יכולה ~~להכריע~~ לפתור רק שפות כריעות

2) $C \in BPP$ ולכן C כריעה

ולכן ~~התשובה~~ התשובה היא כן

משל

מקווה שהייתה

בדיקה מהנה :)