

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת.
אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1

נתונה סדרה של n מפתחות; ידוע שלא קיימים ביניהם יותר מ- m מפתחות שונים זה מזה. נסמן ב- $c(z)$ את מספר המופעים של z בסדרה. נתון גם שלם חיובי s .

כתבו אלגוריתם, שזמן רצתו $O(n \cdot \lg m)$, למציאת שני מפתחות x ו- y , המקיימים את התנאי $c(x) + c(y) = s$.

שאלה 2

נתונה ערמת מכסימום H בת n איברים.

א' נניח שבוחרים מסלול מהשורש עד לאחד העלים ומקטינים את כל המפתחות במסלול זה בערך כלשהו $c > 0$.

תארו אלגוריתם לתיקון הערמה בזמן $O(\lg^2 n)$.

ב' נניח כעת שבוחרים $\lceil \lg n \rceil$ איברים כלשהם בערמה ומקטינים את כל המפתחות בערך כלשהו $c > 0$.

האם עדיין ניתן לתקן את הערמה בזמן $O(\lg^2 n)$? הוכיחו או הפריכו את טענתכם.

שאלה 3

במערך $A[1..n]$ מאוחסנים k שלמים $(1 \leq k \leq n)$ בייצוג עשרוני (כל ספרה בתא אחר). לצורך זה, נתונים שני מערכים של אינדקסים $s[1..k]$ ו- $e[1..k]$, המקיימים את התנאים: $s[1] = 1$;
 $s[i] = e[i-1] + 1$, $i = 2, \dots, k$; $e[k] = n$. כל אחד מהקטעים $A[s[i]..e[i]]$ מאחסן שלם אחר, $i = 1, \dots, k$.

כתבו אלגוריתם למיון k השלמים המאוחסנים; זמן הריצה הנדרש הינו $\Theta(n)$.

הערה: תוצאת המיון תהיה מאוחסנת במערך A בצורה דומה למקורית.

שאלה 4

א' תארו את התנאים שחייבים להתקיים כדי שגובה-השחור של עץ אדום-שחור יגדל בעקבות פעולת הכנסת מפתח חדש.

ב' תארו את התנאים שחייבים להתקיים כדי שגובה-השחור של עץ אדום-שחור יקטן בעקבות פעולת מחיקת מפתח נבחר.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים במבנה):

INSERT(S, k): הכנסת המפתח k למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE-MIN(S): מחיקת איבר בעל מפתח מינימלי מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

DELETE-OLD(S): מחיקת איבר הותיק ביותר מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

MAX-COUNT(S): החזרת המפתח בעל השכיחות המכסימלית ב- S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

COUNT(S, i): החזרת מספר המופעים ב- S של המפתח ה- i הקטן ביותר (ערך המיקום ה- i); זמן הריצה: $O(\lg n)$;

COUNT-OLD(S, t): החזרת מספר המופעים ב- S של מפתח האיבר ה- t הותיק ביותר; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

הערות: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים יסודיים.

ערכי המיקום מתחשבים גם בשכיחויות המפתחות.

לכל פעולה מתיחסים לאותם איברים בלבד, הנמצאים במבנה בזמן הביצוע.