סיכויים ותשובות

שם הקורס

עינת גינ

שם התלמיד

20585 8

מספר הקורס

מספר התלמיד

13.02.14

תאריך

2014 א

מחזור לימודים (סמסטר)

[44872]

מלא את הפרטים בכל המקומות הדרושים

1003148048

20585 84 2014א

אסמכתא: 44872

ת"ז:

448

מינה ליונל 144

מותר לצלם שאלון

הקפד לרשום

מרכז בחינה חדר מספר התלמיד

מספר המועד (ר

20585 8 84

מספר הקורס מספר המועד

לשימוש הבודקים

בדיקה ראשונה	שם הבודק	בדיקה שניה
95	ציון הבחינה	ציון הבחינה
17	ציון שאלה 1	
20	ציון שאלה 2	
18	ציון שאלה 3	
20	ציון שאלה 4	
	ציון שאלה 5	
20	ציון שאלה 6	
	ציון שאלה 7	
	ציון שאלה 8	
	ציון שאלה 9	
	ציון שאלה 10	
	ציון שאלה 11	
	ציון שאלה 12	
	ציון שאלה 13	
	ציון שאלה 14	
	ציון שאלה 15	
	ציון שאלה 16	
	ציון שאלה 17	
	ציון שאלה 18	
	ציון שאלה 19	
	ציון שאלה 20	
	ציון שאלה 21	
	ציון שאלה 22	
	ציון שאלה 23	

לשימוש הבודק

(1) ניתן לבנות מכונה כזו באופן הבא:
בהינתן מכונה M נבנה מכונה M' כך:
~~[illegible]~~
עבור כל מצב ב M ~~[illegible]~~ q נוסיף
3 מצבים q_1 q_2 ! q_3.
נשנה את פונקציית המעברים באופן הבא:
עבור $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma$ $r, q \in Q$
אם $\delta_M(q, \sigma_1) = (r, \sigma_2, L/R)$
אז $\delta_{M'}(q_3, \sigma_1) = ((r_1), \sigma_2, L/R)$ q_1?
ובנוסף נגדיר את הצעדים הנוספים
$\delta_{M'}(q_1, \Sigma) = (q_2, \Sigma, R)$
$\delta_{M'}(q_2, \Sigma) = ((q_3), \Sigma, L)$ r_1?
יש טעויות
(-3)
~~בעזרת [illegible] שאותנו מצבים במצב עם הספרה אחת גדול בעזרת [illegible] נשאיר אבשהו נעבור למצב q_3 תוכנס עם הספרה 2 ובנוסף עם מי הספרה 2 בעזרת שם~~

במילים: הצעדי חישוב המדומים של M
מוסתרים לחלוטין בצעדי חישוב כאן
מצבים עם הספרה 3 לכן מצבים עם הספרה 1
בין המצבי מסוג 1 מצטמצם בצעד למצבי.
תואם לו מסוג 2 וממצב מסוג 2 למצב
תואם לו מסוג 3
לכן כל צעד חישוב במכונה המדומה מתורגם
ל 3 צעדי חישוב במכונה המקורית.
נשים לב שאותנו קואורדים שמצבי מסוג 3
ומשלו בכלום אותו אותו זן שהשאיר מצב
מסוג 1 ובכן לא נשנו את החישוב.

לשימוש הבוד

נסמן את המצב המרבי להיות
התואם למצב המרבי ב M עם הספרה 3
והמצב ההתחלתי להיות התואם ל M
עם הספרה 1.
ומצב התוספתה יהיה עם התאום ל M עם הספרה 3
~~כלומר המסלול מישור שמוכ~~

מסלול

כמו שהסברנו כל מסלול מישור ב M שמוביל
למצב מרבי יש מסלול כזה באורך פי 3
ב M, לכן כל המסלולים המרבים
והתחלים ב 3

באופן שבו הוספנו את המצבים לכו שנינו
את אופן התישור לכן Q השפות מהוות
את אוצרות שפה
והבאים
הרעש של M תמיד נצה מינימלי או שמאלה כדי
מישור.
הבעיה הכי עובדת כהנחה ש M תמיד מגיעה
את הרעש כמו שמרבים.

(2) E_{IBA} שפה לא כריעה לפי משפט 5.10
ונראה ש $\overline{E_{IBA}}$ מזוהה

M: על קלט $\langle M' \rangle$ שהוא IBA בצע:
* הפעל
מילה w
בעזרת 1 בפיון עבור כל קלט עם A_{LBA}
אם M' מקבלת אותו (*)
אם לא התחבר כן.

M מזהה את השפה $\overline{E_{IBA}}$
לכן נסיון ש E_{IBA} לא מזוהה
אחרת זה היה סותר את אי כריעותה.

ונעה הפחתה מ $E_{IBA} \leq_m EQ_{IBA}$

M: על קלט $\langle M' \rangle$ IBA בצע:
1 בנה M_1' כך שתפקידה עדיף הפעלה לאחר פחות
כל קלט.

2 התחבר $\langle M', M_2' \rangle$

$\langle M' \rangle \in E_{IBA}$ אז גם תפקידה כל קלט
לכן $L(M') = L(M_2') = \emptyset$
ולכן $\langle M', M_2' \rangle \in EQ_{IBA}$

$\langle M' \rangle \notin E_{IBA}$ אז קיימת מילה כלשהי w מקבל
אז $L(M') \neq L(M_2')$
ולכן $\langle M', M_2' \rangle \notin EQ_{IBA}$

בהפחתה הקודמת כי אפשר תמיד לבנות את הארגומנט ונראלה. אם EQ_{IBA} היה מזוהה לפי 5.28 אם E_{IBA} לכן EQ_{IBA} לא מזוהה. ומפה לא כריעה.

(*) אם אפשר לבנות מכונה M' שעבורה אפשר לבדוק אם M' מקבלת w אז אפשר לבנות מכונה M שמקבלת את w.

לשימוש הבודק

ב. נבנה מכונה שמכריעה את $\overline{EQ_{IBA}}$

M: על קלט $\langle M_1, M_2 \rangle$ ש M_1, M_2 IBA-ים:

1 בסוף עבר כל מילה w (כולל ריקה)

1.1 הרץ האלגוריתם A_{IBA} והקלטים $\langle M_1, w \rangle$! $\langle M_2, w \rangle$

הרץ הנו מחרוזת אשר מגדירים שונות, אזי כן קבל.

המכונה הנו מכריעה את $\overline{EQ_{IBA}}$

לכן הנו מכריעה.

ב.

(3) לפי הנחת משפט 26.ז מתוך שרצה במרווח $2^{O(n)}$ הקלה בזמן $2^{O(n)}$.

אז נבנה A לתיאור בעיה כריעה בזמן הכי קרוב לפי משפטי ההיררכיה והבעיות

ו B יהיה הישפה אבן ש המיפוי יעבוד באופן הבא:

עבור קלט x:

1 הרץ את המכונה שמכריעה את A בזמן $2^{O(n)}$ והחזר אותה תוצאה.

2 החזר בקשר שלא ההיררכיה.

~~אז אוק $w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B$~~

אז אוק $w \in A$ אז $f(w) \in B$

ואוק $w \notin A$ אז $f(w) \notin B$

אז $B \in P$ אבל A לא A

לכן הטענה לא נכונה.

ב. כיוון ש מזמן הריצה של הרידוקציה חסום ע"י $2^{O(n)}$

אז לא נוכל לומר שאין B בעיה "קשה" יותר מאשר A כמובן הדבר ש פרושה בחלק הסופי.

נוכל שלא נבדוק ויהיה מאשר מזמן שמוד ExpTime כדי לפתור את B.

ס. הגדרנו לא נכונה
פונקציות עזר:
$A_{1\oplus A} = A$
$A_{\neq M} = B$

(-2) ? $A \in EXPTIME$ למה

~~הרפלקסיבי בשלמות~~
הרפלקסיבי:

לכל $\langle M, w\rangle$ $A_{1\oplus A}$:
1 החזר $\langle M, w\rangle$

$A_{1\oplus A}$ הוא מכונה פולינומי שלא מאד לפי הרפלקסיבי
תקפה
הצמן הוא עיוור ← מחזק עם עיוור
הפעלת עם
~~אבל מה לא כריעה ולכן לא שונה~~

אם שאל
נכונות:
$\langle M, w\rangle \in A_{1\oplus A}$ $\Leftrightarrow$ M מקבל את w
לכן $\langle M, w\rangle \in A_{\neq M}$

$\langle M, w\rangle \notin A_{1\oplus A}$ $\Leftrightarrow$ M דוחה את w
לכן $\langle M, w\rangle \notin A_{\neq M}$

אבל נשפוט $A_{\neq M}$ לא כריעה ולכן
לא שייכת ל Exp time.

הרפורמציה: עבור כל $\langle G,s,t\rangle$ G מכוון ! s ! t נמצאים

1 עבור כל צומת v בG ל s ! t צור 4 צמתים בשם

הבא: ~~Vin Vmid1~~

$v \in V \Leftarrow V_{in}, V_{mid_1}, V_{mid_2}, V_{out} \in V'$

כלומר עבור כל צומת ב G יוצרים 4 צמתים ב G'

2 הקשתות ב G' יהיו מב סוגים

בין V_{in} ל V_{mid_1}

בין V_{mid_1} ל V_{mid_2}

בין V_{mid_2} ל V_{out}

ותהיה קשת בין U_{in} ל V_{out}

אם ורק אם היתה קשת מ v ל u ב G.

~~בשמקרה~~

~~בחבמקום~~ ~~יהיה~~

3 צומת S_{out} ! t_{in}

4 החזר $\langle G', S_{out}, t_{in}\rangle$

הרפורמציה תקפה כי תמיד אפשר לצור מסלול בגרף G אם ורק אם יש מסלול בG'

אמן הוכחה שלו פורמלי אלא ניתן לקבל (מסלול) כי בכל השלבים מבצעים מה קרוי של פעולות סבור כל צומת וקשת במסלול לגרסת הגרף.

לשימוש הבודק

צ' הלוחות
תקפות

נניח:

$\langle G^a, s, t\rangle \in$ Hampath ⇐ קיים מסלול המילטוני ב G מ s ל t.

נניח שמוגדר $s, u_1, u_2, \dots, u_k, t$

אז קיים מסלול מ s ל t ... $u_{in}, u_{mid_1}, u_{mid_2}, u_{out}, s_{out}$ ב G'. ולכן $\langle G', s_{out}, t_{in}\rangle \in$ Uhampath

$\langle G', s_{out}, t_{in}\rangle \in$ Uhampath ⇐ קיים מסלול המילטוני ב G' מ s_{out} ל t_{in}.

המסלול הזה חייב לחייב בין חמשת הסוגים כיוון $u_{out}, u_{mid_2}, u_{mid_1}, u_{in}$

~~אי אפשר לשנות חייב אפשר~~

כי אין דרך אחרת לכלול את u_{mid} ! u_{mid} כמסלול - לכן נוכל להגדיר את המסלול הזה כמסלול המתאים ל G.

לכן ל G יש מסלול מ s ל t המילטוני ולכן $\langle G, s, t\rangle \in$ Hampath

הוכחת המינימום קו - נמצא:

מכוון שצמתים מסוג in מחוברים רק לצמתים מסוג out ! mid

וגם צמתים מסוג mid מחוברים לצמתים מאותם סוגים אז נוכל לבנות את צמתים mid ! out בגבע א'

צמתים mid ! in בגבע ב'

וכיוון שאין קשתות בין שתי צמתים מאותו גבע (נוכל מאותן הבנייה) אז נוכל לבנות תוויות.

6) תהי D שפה שייכת ל BPP
~~ותשב את השאלה~~
נחשב את הסיכוי להתבדר
תשובה שגויה עבור (D) comp-con
ביחס לשגיאה של D ε.

נבחין בין 4 מקרים: נסמן $w = xy$

$\begin{cases} x \in D \\ y \in D \end{cases}$ יוצא שם אז השגיאה היא לטעות להיות פיקח בהשוואה לטעות שני
$2\varepsilon > \varepsilon - \varepsilon^2 = \varepsilon(\varepsilon - 1)$

$\begin{cases} x \notin D \\ y \in D \end{cases}$ אז השגיאה היא לטעות בשני המקרים
$2\varepsilon > \varepsilon^2 = \varepsilon\varepsilon$

$\begin{cases} x \in D \\ y \notin D \end{cases}$ אז ~~כמו~~ כאן צריך לטעות באחד מהם לפחות
$\varepsilon(1-\varepsilon) + (1-\varepsilon)\varepsilon + \varepsilon\varepsilon =$
$2\varepsilon = 2\varepsilon - \varepsilon^2 + \varepsilon - \varepsilon^2 + \varepsilon^2$

$\begin{cases} x \notin D \\ y \notin D \end{cases}$ לטעות בהשוואה ולהיות פיקח בשני
$2\varepsilon > \varepsilon - \varepsilon^2 = (1-\varepsilon)\varepsilon$

לכן 2ε היא חסם עליון לשגיאה עבור כל מקרה עבור ~~פיקיה מוקדמת~~
~~לא אמת להתבדר השאלה שגויה~~

אני מבצעים n בעיות גלה לכן נקבל $n+1$
השגיאה היא $2n\varepsilon$ $2(n+1)\varepsilon$

לשימוש הבודק

לפי הלמה 5.10 ניתן להקטין
את השגיאה המקסימלית אקספוננציאלית בגודל פונקציות
ביחס לסיבוכיות הזמן
לכן אם נקטין את $\epsilon = \frac{1}{6n}$ נקבל שהשגיאה
הכי גדולה $1/3$.

$\frac{1}{6(n+1)}$

עכשיו ניתן לבנות באופן הזה אלגוריתם
שרץ מקטינים מכפיל את השגיאה לכל P
נקבל שגיאה קטנה מ $1/3$ עבור $comp(P)$
ואז לפי ההגדרה שם הוא יהיה
שייך ל BPP.

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

מס' שאלון - 511

האוניברסיטה הפתוחה

13

י"ג באדר א' תשע"ד

בפברואר 2014

84

מס' מועד

סמסטר 2014א

20585 / 4

מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה **3** עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

חומר עזר:
כל חומר עזר מותר בשימוש.
השימוש במחשב נישא או במכשיר כלשהו שבאמצעותו אפשר להתחבר לאינטרנט אסור.

בהצלחה !!!

החזירו
למשגיח את השאלון

84.62.6

שאלה 1

האם לכל מכונת טיורינג דטרמיניסטית M בעלת סרט אחד, יש מכונת טיורינג דטרמיניסטית M' בעלת סרט אחד שמקיימת את התנאים הבאים? **הוכיחו** את תשובתכם.

- הראש הקורא-כותב של M' יכול רק לנוע ימינה או שמאלה (ולא להישאר במקום).
- M' מזהה אותה השפה כמו M (כלומר, $L(M') = L(M)$).
- אם $w \in L(M)$, אז מספר הצעדים של M' על w **מתחלק ב-3**.

שאלה 2 (סעיף א - 8 נקודות ; סעיף ב - 12 נקודות)

נגדיר את השפה הבאה :

$$EQ_{\text{LBA}} = \{<M_1, M_2> \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are LBAs and } L(M_1) = L(M_2)\}$$

מילה $<M_1, M_2>$ שייכת לשפה אם M_1 ו-M_2 הם אוטומטים חסומים ליניארית המזהים אותה השפה.

א. הוכיחו : השפה EQ_{LBA} **איננה כריעה**.

ב. האם השפה המשלימה $\overline{EQ_{\text{LBA}}}$ **מזוהה-טיורינג**? **הוכיחו** את תשובתכם.

שאלה 3 (כל סעיף 10 נקודות)

נגדיר סוג חדש של רדוקציה : **רדוקציה במקום** ליניארי. לשם כך נגדיר **מתמר מקום ליניארי** : מתמר כזה זהה למתמר מקום לוגריתמי (הגדרה 8.21 בספר), פרט לכך שסרט העבודה שלו יכול להכיל **מספר ליניארי של סמלים**. (כלומר, $O(n)$ סמלים).

נאמר ששפה A **ניתנת לרדוקציה במקום ליניארי** לשפה B, ונסמן $A \leq_\ell B$, אם קיים מתמר מקום ליניארי המיישם רדוקצית מיפוי של A ל-B.

לכל אחת מן הטענות הבאות, קבעו האם הטענה נכונה או לא, **והוכיחו** את קביעתכם.

א. אם ידוע ש- $B \in \text{P}$ ו- $A \leq_\ell B$, אז אפשר להסיק ש- $A \in \text{P}$.

ב. אם ידוע ש- $A \in \text{EXPTIME}$ ו- $A \leq_\ell B$, אז אפשר להסיק ש- $B \in \text{EXPTIME}$.

$(\text{EXPTIME} = \bigcup_k \text{TIME}(2^{n^k}))$

$n \to 2^{n^k}$

$2^{(2^{n^k})^{k_2}}$

שאלה 4

גרף **לא מכוון** $G = (V, E)$ נקרא **דו-צדדי** (bipartite), אם אפשר לחלק את קבוצת הצמתים V לשתי קבוצות זרות V_1 ו-V_2 ($V_1 \cup V_2 = V$; $V_1 \cap V_2 = \varnothing$), כך שלכל קשת (u, v) בגרף, קצה אחד שייך ל-V_1 וקצה אחד שייך ל-V_2. (כלומר, אין בגרף קשת בין שני צמתים ששייכים ל-V_1, ואין בגרף קשת בין שני צמתים ששייכים ל-V_2).

HAMPATH $\leq_p$ UHAMPATH

השפה *HAMPATH* היא השפה הבאה:

$$HAMPATH = \{<G, s, t> \mid G \text{ is a } \textbf{directed} \text{ graph with a Hamiltonian path from } s \text{ to } t\}$$

השפה *UHAMPATH* היא השפה הבאה:

$$UHAMPATH = \{<G, s, t> \mid G \text{ is an } \textbf{undirected} \text{ graph with a Hamiltonian path between } s \text{ and } t\}$$

בהוכחת משפט 7.55 (*UHAMPATH* היא NP-שלמה) מראים רדוקציה בזמן פולינומיאלי של *HAMPATH* ל-*UHAMPATH*. (מפצלים כל צומת u, פרט ל-s ול-t, לשלושה צמתים: u^{in}, u^{mid} ו-u^{out}).

הציעו רדוקציה (מעט) שונה שבה הגרף הלא מכוון המתקבל **יהיה דו-צדדי**. (זה יוכיח שבעיית *UHAMPATH* היא NP-שלמה גם בגרפים דו-צדדיים).

הציגו את הרדוקציה, והראו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב בזמן פולינומיאלי.

שאלה 5

קבוצת צמתים קשירה בגרף **לא מכוון** $G = (V, E)$ היא קבוצה U של צמתים ($U \subseteq V$) כך שיש מסלול בין כל שני צמתים של U.

נגדיר את השפה הבאה:

$$HALF\text{-}CONN = \{<G> \ : \ |U| \geq |V|/2 \text{ ו- } U \text{ הוא גרף לא מכוון שיש בו קבוצת צמתים קשירה } G\}$$

מילה $<G>$ שייכת לשפה, אם היא תיאור של גרף לא מכוון G שיש בו קבוצת צמתים קשירה שמכילה **לפחות מחצית** מן הצמתים של הגרף.

הוכיחו: השפה *HALF-CONN* שייכת **למחלקה NL**.

תארו בפירוט מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית מכריעה לשפה, והראו שהמכונה משתמשת במקום לוגריתמי בגודל הקלט.

שאלה 6

תהי D שפה מעל אלפבית נתון Σ. נגדיר את השפה *COMP-CONC*(D) הבאה:

$$COMP\text{-}CONC(D) = \{xy \mid x \in D \text{ and } y \notin D\}$$

מילה w שייכת לשפה *COMP-CONC*(D), אם יש ל-w הצגה כשרשור של שתי מילים שהראשונה שייכת ל-D והשנייה איננה שייכת ל-D.

הוכיחו: אם השפה D שייכת למחלקה BPP, אז גם השפה *COMP-CONC*(D) שייכת ל-BPP.

- סוף -