הפקולטה להנדסת תעשיה וניהול
הטכניון

פתרון

תאריך הבחינה: 16.12.2012
שם המרצה: פרופ/ח כרמל דומשלק

יסודות בינה מלאכותית ויישומיה
מבחן מועד א', סמסטר א'

משך המבחן	3 שעות
סה"כ הניקוד במבחן	100
חומר עזר	דף נוסחאות דו-צדדי + מחשבון ללא יכולות תכנות
הוראות מיוחדות	את התשובות יש לספק **אך ורק** בטופס המבחן. מחברת הטיוטה לא תיבדק כלל!
	יש להגיש את דף הנוסחאות יחד עם המבחן.

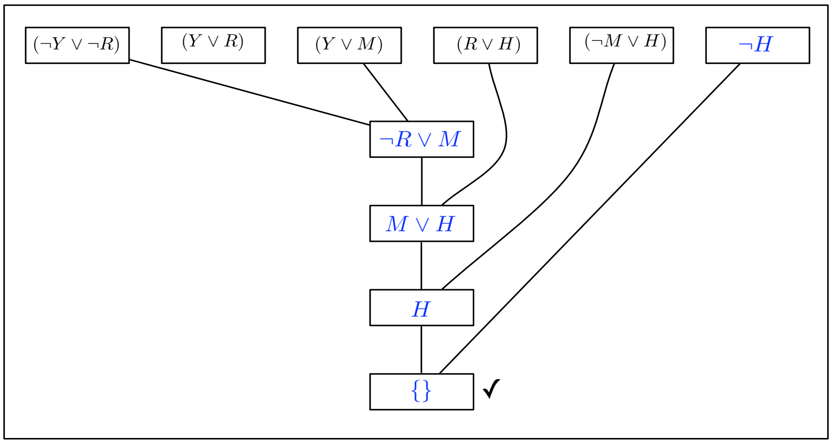
שאלה 1 [16 נק']

נתון בסיס ידע KB בתחשיב הפסוקים בצורת CNF מעל משתנים בולאניים $\{Y, R, T, H\}$:

$$(\neg Y \vee \neg R) \wedge (Y \vee R) \wedge (Y \vee M) \wedge (R \vee H) \wedge (\neg M \vee H)$$

(א) הוכיחו בעזרת כלל היסק *רזולוציה* ש-H נובע לוגית מבסיס הידע, כלומר $KB \models H$.

את התשובה יש לספק בדיאגרמה להלן. כל תיבה ריקה בדיאגרמה תכיל פסוקית אחת, כאשר כל הפסוקיות בתיבות שלא בשורה הראשונה מתקבלות ע"י הפעלה של רזולוציה על פסוקיות אחרות. אם פסוקית בתיבה x מתקבלת מרזולוציה של פסוקיות בתיבות y ו-z, יש להוסיף לדיאגרמה קשתות (y,x) ו-(z,x).



(ב) מצאו והציגו מודל אחד (השמה מלאה אחת) אשר מוכיח ש: Y לא נובע לוגית מבסיס הידע, כלומר $KB \not\models Y$.

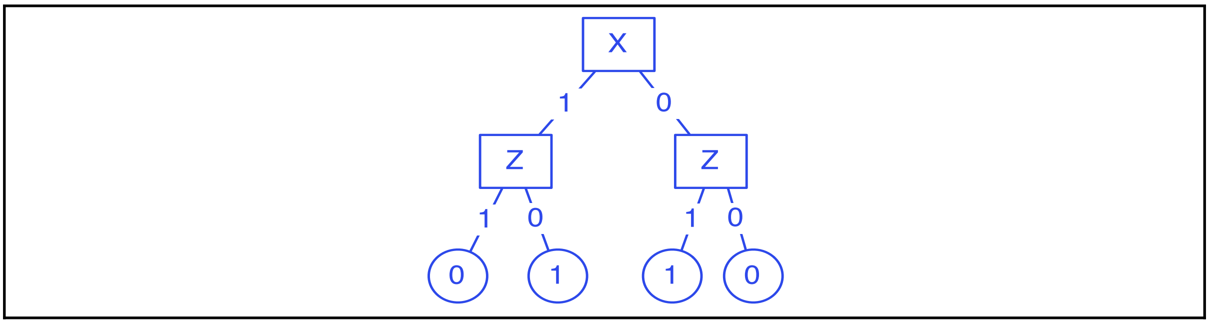
Y	R	M	H	משתנה
F	T	T	T	ערך

שאלה 2 [16 נק']

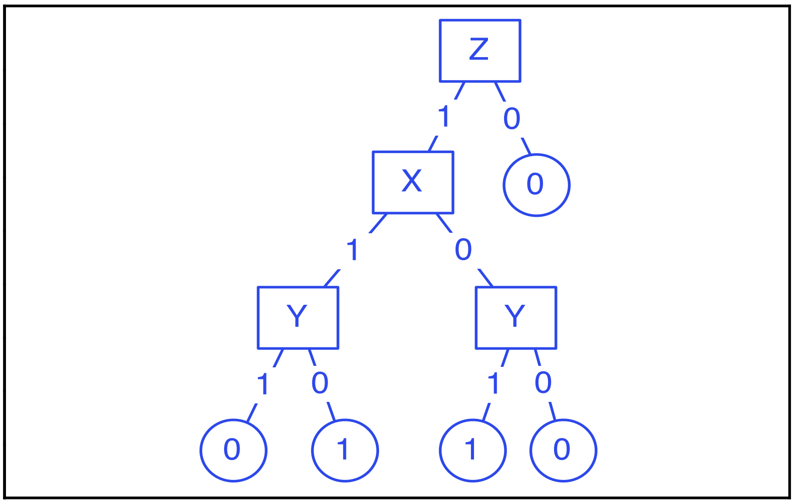
(א) הלקוחות של הבנק בו אתם עובדים מתוארים ע"י שלוש תכונות בולאניות $\{x, y, z\}$, ועליכם לסווג לפי דוגמאות העבר את כל הלקוחות לכאלה ש"סביר שיסגרו את חשבונם בבנק" (true) ולכאלה שלא (false).

נניח שקיימת פונקציה דטרמיניסטית שתופסת במדוייק את התלות של התכונה שמעניינת אתכם ב-$\{x, y, z\}$, והיא פונקציה $f(x, y, z) = x \text{ xor } z$. (להזכירכם, $x \text{ xor } y$ שקול לוגית ל: $(x \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge z)$).

יהי H קבוצת כל עצי החלטה מעל $\{x, y, z\}$. האם קיים עץ החלטה ב-H אשר תופס את f במדוייק, כלומר מסכים עם הערך של f בכל נקודה? אם כן, ציירו עץ החלטה כזה, וכמה שיותר קטן. אם לא, הצביעו (גם אם באופן לא פורמלי) על המגבלה של H שמונעת ממנה להכיל עץ כזה.



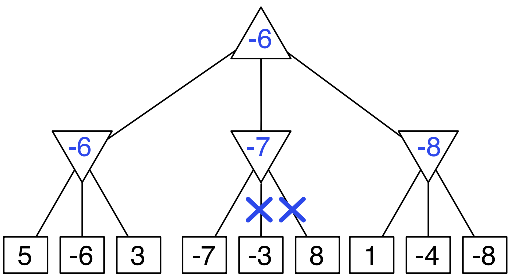
(ב) דוגמאות העבר שעומדות לרשותכם מתוארות בטבלה בצד שמאל. ציירו במקום המיועד בצד ימין את עץ ההחלטה אשר ילמד מהדוגמאות הללו ע"י אלגוריתם בניית עץ רקורסיבי חמדן (שנלמד בכיתה) אשר בוחר משתנה לפיצול לפי עקרון מיקסום האינפורמציה (שגם נלמד בכיתה) ואם יש צורך, שובר שיוויון בין המשתנים ע"ב הסדר האלפאבתי של השמות שלהם.



x	y	z	f
1	0	1	1
1	1	0	0
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
0	0	1	0
0	1	1	1
1	1	1	0

<u>שאלה 3 [16 נק']</u>

נבחן משחק שמתואר בדיאגרמה להלן, בה התועלות בעלים הן התועלות $V_A(s)$ של השחקן הראשון (A). נניח שהשחקן השני (B) הוא *שחקן ממזער*, כלומר $V_B(s) = -V_A(s)$. במילים אחרות, אנחנו במגרש הסטנדרטי של minimax, כלומר של משחקי "סכום אפס".



(א) בכל קדקוד פנימי בדיאגרמה, ציין את התועלת $V_A(s)$ של השחקן A.

(ב) על הדיאגרמה עצמה, סמנו ב-x ליד כל קדקוד אשר לא יבחן אם נשתמש בקיטום α-β, תוך הנחה שבנים של קדקוד בעץ נבחנים בסדר משמאל לימין.

שאלה 4 [16 נק']

אילן ואילנית רוצים להיפגש, *לא משנה איפה*, אך הם אבודים במבוך NxN. בכל יחידת זמן הם זזים *סימולטנית*, כל אחד באחד מהכיוונים הבאים: {צפון, דרום, מזרח, מערב, במקום}. עליכם למצוא להם תכנית תנועה אשר תפגיש בינהם, בכמה שפחות יחידות זמן. שימו לב: אם אילן ואילנית יעברו זה ליד זו, הדבר לא יחשב למפגש. המפגש פירושו שהזוג שלנו נמצא באותו תא של המבוך.

(א) מהו התיאור הפורמלי של המשימה שלכם כבעיית חיפוש *סוכן בודד (single agent)*?

מצבים	$\{((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \mid x_1, x_2, y_1, y_2 \in \{1, 2, \ldots, N\}\}$
גודל מקסימלי של מרחב המצבים	N^4
דרגת סיעוף מקסימלית	$5^2 = 25$
מבחן מטרה	$\text{is-goal}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \quad := \quad (x_1 = x_2) \wedge (y_1 = y_2)$

(ב) הציעו היוריסטיקה לא טריוויאלית *ספציפית* לבעייה של אילן ואילנית. (היוריסטיקה טריוויאלית היא, למשל, היוריסטיקה שמחזירה מספר קבוע.)

$$h((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \frac{|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|}{2}$$

ג) הקיפו את כל האלגוריתמים להלן אשר מובטח שיחזירו תכנית אופטימלית *לבעייה ספציפית זו*.

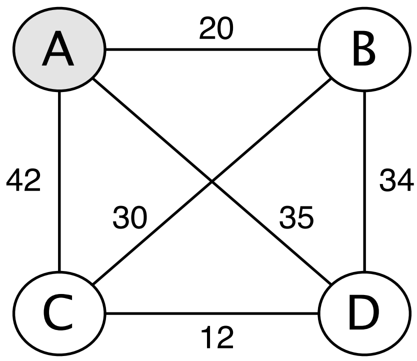
- DFS.
- BFS.
- A* עם היוריסטיקה קבילה.
- A* עם היוריסטיקה שתמיד מחזירה 0.
- GBFS עם היוריסטיקה קבילה.

(ד) אם h_1 ו-h_2 הן היוריסטיקות קבילות, לאילו מההיוריסטיקות הבאות מובטחת קבילות?

- $h_1 + h_2$
- $h_1 \cdot h_2$
- $\max(h_1, h_2)$
- $\min(h_1, h_2)$
- $(\alpha)h_1 + (1 - \alpha)h_2$, כאשר $\alpha \in [0, 1]$.

שאלה 5 [16 נק']

בעיית "הסוכן הנוסע" (TSP - Traveling Salesperson Problem) היא בעיה ידועה בתורת הגרפים ובחישוביות. הבעיה עוסקת בסוכן נוסע, שבמסגרת תפקידו עליו לעבור בערים רבות, המקושרות ביניהן ברשת כבישים, יש למצוא את המסלול *הקצר ביותר* אשר מתחיל בעיר מסויימת, מבקר בכל עיר פעם אחת בדיוק, וחוזר לעיר המוצא. ניסוח הבעיה במונחי תורת הגרפים: למצוא בגרף לא מכוון עם קשתות ממושקלות מעגל המילטוני (= עובר דרך כל הקדקודים) שמשקלו הוא הקטן ביותר.



באופן לא כל כך מפתיע, קיימת רדוקציה פולינומיאלית מבעיות TSP לבעיות תכנון STRIPS אופטימלי. נסחו לעצמכם את הרדוקציה הזאת והציגו את תוצאת הפעלתה לבעיית TSP שמתאימה לגרף שלעיל וקדקוד התחלה A.

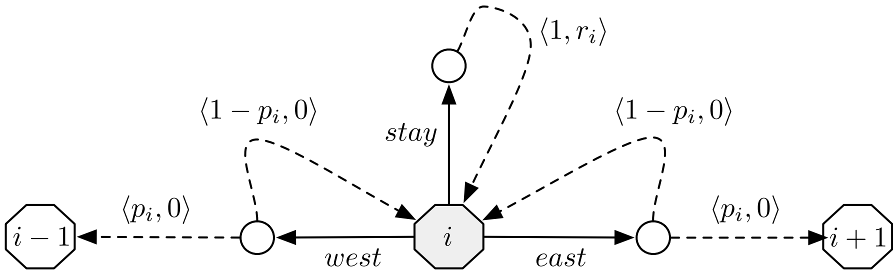
אטומים	$\{atX, X, notX \mid X \in \{A,B,C,D\}\} \bigcup \{XY \mid \text{edge } (X,Y)\} \bigcup \{goal\}$
מצב התחלתי	$\{atA, A, notB, notC, notD\} \bigcup \{XY \mid \text{edge } (X,Y)\}$
מטרה	$\{goal\}$

פעולות	תנאי קדם	אפקט הוספה	אפקט הורדה	עלות
	$\{fromXtoY \mid X\{A,B,C,D\}, Y \in \{B,C,D\}\}$			
	$\{notY, atX, XY\}$	$\{Y, atY\}$	$\{notY, atX\}$	בהתאם לעלות הקשת
	$\{fromXtoA \mid X\{B,C,D\}\}$			
	$\{atX, B, C, D\}$	$\{goal\}$	$\emptyset$	בהתאם לעלות הקשת

שאלה 6 [20 נק']

לאורך הכביש היחיד באנטרקטיקה יש N ערים, הממוספרים בסדר עוקב מ-1 עד N. אתם מייצגים איש עסקים מעיר מס' 1, שם הוא מתחיל את פעילותו העסקית. בכל יום הוא יכול לבחור בין לנסוע לאחת הערים הסמוכות (פעולות East ו-West), לבין להישאר בעיר הנוכחית לעשות בה עסקים (פעולה Stay). אם הוא יבחר לנסוע מעיר i (לעיר i+1 או עיר i-1), הוא יגיע ליעדו בהצלחה בהסתברות p_i, אך בהסתברות $1-p_i$ סופות שלגים ישאירו אותו בסופו של דבר בעיר i והיום יתבזבז. בכל מקרה, מוצלח או לא, יום נסיעות לא מביא לאיש עסקים שלכם שום תגמולים מיידיים. אחרת, אם הוא מלכתחילה יבחר להישאר ולעשות עסקים בעיר i, אזי אותו יום הוא יקבל תגמול $r_i > 0$.

דיאגרמה להלן מתארת פעולות והתרחשויות אפשריות בעיר i. החצים הרגילים מתארים פעולות. החצים המקווקווים מתארים מעברים סטוכסטיים; כל מעבר מתויג עם הסתברותו ותיגמולו, בסדר הזה.



(א) בהנחה שלכל i, $r_i = 1,\ p_i = 1$, ואיש עסקים שלנו רוצה להיות מונע ע"י ערכים עם אופק אינסופי אך מקדם הפליית עתיד (discount factor) $\gamma = 0.5$, מה יהיה הערך $V_{stay}(1)$ של המצאות בעיר מס' 1 תחת מדיניות של תמיד לבחור בפעולה Stay? יש לספק תשובה *מספרית*, מלווה בנימוק קצר.

$$\forall i \in \{1,\ldots,N\}: \quad V_{stay}(i) = r_i + \gamma V_{stay}(i)$$

מציבים ערכים: $V_{stay}(1) = 1 + 0.5 V_{stay}(1)$

פתרון יחיד: $V_{stay}(1) = 2$

(ב) בהנחה שלכל i, $r_i = 1,\ p_i = 1$, ואיש עסקים שלנו רוצה להיות מונע ע"י ערכים עם אופק אינסופי אך מקדם הפליית עתיד (discount factor) $\gamma = 0.5$, מה יהיה הערך $V^*(1)$ של המצאות בעיר מס' 1 תחת מדיניות אופטימלית? יש לספק תשובה *מספרית*, מלווה בנימוק קצר.

<u>ברמת האינטואיציה:</u> מכוון שכל הערים מציעות תגמולים מיידיים זהים ($r_i = 1$), אין סיבה לעבור עיר (לא משנה איפה אתה נמצא), ולכן $V^*(1) = V_{stay}(1) = 2$.

<u>בצורה יותר פורמלית:</u> לכל עיר i, משוואת בלמן נותנת:

$$V^*(i) = \max\left\{r_i + \gamma V^*(i), \gamma(p_i V^*(i-1) + (1-p_i)V^*(i)), \gamma(p_i V^*(i+1) + (1-p_i)V^*(i))\right\}$$

אחרי פישוט עם $p_i = 1$, מקבלים:

$$V^*(i) = \max\left\{r_i + \gamma V^*(i), \gamma V^*(i-1), \gamma V^*(i+1)\right\}$$

מכאן רואים ש: $V^*(i) = V^*(j)$, ולכן max מתקבל תמיד על הפעולה Stay.

(ג) בהנחה שכל ה- r_i-ים וכל ה- p_i-ים הם מספרים חיוביים ידועים והפליית העתיד כמעט ולא קיימת $(\gamma \approx 1)$, תארו את המדיניות שהיא אופטימלית לאיש העסקים שלכם. אתם יכולים לתאר אותה פורמלית או במילים (לדוגמא, "תמיד תבצע East"), אבל תשובתכם צריכה לתאר במדוייק איך איש העסקים שלכם צריך לפעול בכל מצב אפשרי.

[רמז: אני לא חושב שתצטרכו לבצע כאן חישובים מסובכים.]

תמיד לנוע לכיוון של עיר r_j $i = \arg\max_{j \in \{1,\ldots,N\}}$.   כאשר מגיעים אליה, נשארים שם לנצח.

נניח שאנחנו מריצים אלגוריתם value iteration. נסמן ב- $V_k(s)$ את הערך של מצב s אחרי k איטרציות של האלגוריתם, ונניח ש: $V_0(s) = 0$ לכל המצבים s.

(ד) אם הערך של מצב 1 תחת מדיניות אופטימלית עם אופק אינסופי הוא $V^*(1) > 0$, מהו הערך המקסימלי של k שבו $V_k(1)$ עדיין יכול להיות שווה ל-0? יש ללוות את התשובה בנימוק קצר.

[הערה: זיכרו שכל r_i יכול להיות כל מספר ממשי. כמו כן, הזהרו מטעויות של "פלוס-מינוס 1".]

N-1

(ה) בהנחה שכל ה- r_i-ים וכל ה- p_i-ים הם מספרים חיוביים, מהו הערך המקסימלי של k שבו $V_k(1)$ עדיין יכול להיות שווה ל-0? יש ללוות את התשובה בנימוק קצר.

[הערה: גם כאן, הזהרו מטעויות של "פלוס-מינוס 1".]

0

(ו) נניח שהלקוח שלנו חווה את הסידרה הבאה של מצבים/פעולות/תגמולים:

1. $(s = 1, a = stay, r = 4);$
2. $(s = 1, a = east, r = 0);$
3. $(s = 2, a = stay, r = 6);$
4. $(s = 2, a = west, r = 0);$
5. $(s = 1, a = stay, r = 4, s = 1);$

מהם הערכים $Q(s, a)$ שמתקבלים מלמידת Q-learning אם מקדם "קצב למידה" (learning rate) שלנו הוא 0.5, מקדם הפליית העתיד (discount factor) שלנו הוא 1, והלמידה מתחילה מכל הערכים $Q(s, a)$ מאותחלים ל-0?

את התשובות יש למלא בטבלא להלן, כל שורה צריכה להכיל ערכי Q לאחר מעבר המצויין בעמודה השמאלית ביותר.

(s, a, r, s')	$Q(1, stay)$	$Q(1, east)$	$Q(2, west)$	$Q(2, stay)$
אתחול	0	0	0	0
$(1, stay, 4, 1)$	**2**	**0**	**0**	**0**
$(1, east, 0, 2)$	**2**	**0**	**0**	**0**
$(2, stay, 6, 2)$	**2**	**0**	**0**	**3**
$(2, west, 0, 1)$	**2**	**0**	**1**	**3**
$(1, stay, 4, 1)$	**4**	**0**	**1**	**3**