הפתוחה	האוניברסיטה	B
--------	-------------	---

מס' שאלון - 509

	111131311110 0 1	<b>U</b> 13			O
ט"ו בתמוז תשע"ב	5 ביולי 2012			84	
2012 סמסטר 20585 / 4				מס' מועד	, T
	שאלון בחינת גמר	•	מס רשום א	מספר התלמיד הנב את כל תשע הספו	נבחן <b>ספרות</b>
	20585 - מבוא לתורת הח	וישוביות	ת והסיבוכיו	יות	
	משך בחינה: 3 שו	עות			

בשאלון זה 3 עמודים

בבחינה שש שאלות.

מבנה הבחינה:

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

בהצלחה !!!	חומר עזר: כל חומר עזר מותר בשימוש. השימוש במחשב נישא ו/או כף יד אסור בשימוש.
	החזירו למשגיח את השאלון

#### שאלה 1

סטודנט בקורס "מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות" קנה סימולטור של מכונות טיורינג. הסימולטור מקבל תיאור של מכונת טיורינג (קבוצת המצבים, אלפבית הקלט, אלפבית הסרט, פונקצית המעברים, המצב ההתחלתי, המצב המקבל והמצב הדוחה) וכן מחרוזות קלט למכונה. הסימולטור מבצע סימולציה של ריצת המכונה הנתונה על הקלטים הנתונים.

לאחר כמה זמן הסטודנט הרגיש שהתוצאות המתקבלות על-ידי הסימולטור שגויות.

בדיקת הסימולטור העלתה שמדי פעם, כאשר הראש הקורא-כותב אמור לנוע ימינה (לפי פונקצית המעברים של המכונה), התנועה ימינה לא מתבצעת, והראש הקורא-כותב נשאר על הריבוע שבו הוא היה. התופעה הזו לא קורה תמיד ואפילו לא ברוב המקרים, אך קורה מפעם לפעם.

הסטודנט פנה לשני מומחים בתחום החישוביות.

פרופסור פסימוס טוען שיש שפות שהן מזוהות-טיורינג, ואי אפשר יהיה לזהות אותן בעזרת הסימולטור המקולקל.

פרופסור אופטימוס טוען שכל שפה מזוהה-טיורינג אפשר יהיה לזהות גם בעזרת הסימולטור, אך המקולקל. ייתכן שיידרשו שינויים במכונה המזהה, כך שהיא תתאים לתקלה של הסימולטור, אך עדיין אפשר לזהות בעזרת הסימולטור כל שפה מזוהה-טיורינג.

מי משני המומחים צודק! הוכיחו את תשובתכם.

# שאלה 2

 $:XOR ext{-}HALT_{\mathsf{TM}}$  נתונה השפה

 $XOR ext{-}HALT_{ ext{TM}} = \{ <\!\!M,u,v\!\!> \mid v\!\!-\!\!\mid u$  היא מכונת טיורינג שעוצרת על אחת ורק על אחת מן המילים  $M\}$  האם השפה  $XOR ext{-}HALT_{ ext{TM}}$  מזוהה-טיורינג? הוכיחו את תשובתכם.

## שאלה 3

 $\Sigma$  ו-B ו-שתי שפות מעל אלפבית נתון B

 $\Sigma$  ומתקיים,  $\Sigma$  ומתקיים, שיש מכונת טיורינג דטרמיניסטית M שאלפבית הקלט שלה הוא

אם הקלט למכונה M הוא מילה w ששייכת ל-A, אז מספר הצעדים שהמכונה רצה עד לעצירה אינו B. גדול מ- $|w|^k$  עבור k נתון כלשהו, ובסיום הריצה רשומה על הסרט של המכונה מילה ששייכת ל-A, אז או שמספר הצעדים שהמכונה רצה עד לעצירה אם הקלט למכונה הוא מילה v שלא שייכת ל-A, אז או שמספר הצעדים שהמכונה מילה שלא שייכת אינו גדול מ- $|w|^k$  (אותו v שלעיל), ובסיום הריצה רשומה על הסרט של המכונה מילה שלא עוצרת.

נתון שהשפה B שייכת למחלקה P. האם בהכרח גם השפה A שייכת ל-P: הוכיחו את תשובתכם.

#### שאלה 4

. גרף לא מכוון G = (V, E) יהי

מספר מספר הצמתים ב-S פחות מספר (גדיר את האי-תלות של S כמספר הצמתים ב-S פחות מספר הקשתות שמחברות שני צמתים של S.

$$Independence(S) = |S| - |\{\{u, v\} \in E \mid u \in S \text{ and } v \in S\}|$$
 פורמלית,

S אז S אז S אז S במתים (אין קשתות בין צומתי S), אז S היא קבוצה בלתי תלויה של 2 צמתים על 3 צמתים (יש קשת בין כל שני צמתים של S), אז S היא קליקה של 4 צמתים (יש קשת בין כל שני צמתים של S), אז S

:IND נגדיר את השפה

 $IND = \{ \langle G, k \rangle \mid G = (V, E) \text{ is an undirected graph that has a subset } S \text{ of } V \text{ with } Independence}(S) = k \}$ 

### שאלה 5

 $.PATH = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ is a directed graph that has a directed path from } s \text{ to } t \}$ 

:SHORTEST-PATH נגדיר את השפה

 $SHORTEST-PATH = \{ < G, s, t, k > \mid \text{ the shortest path from } s \text{ to } t \text{ in } G \text{ has length exactly } k \}$  מילה < G, s, t, k > G = (V, E) הוא גרף מכוון, < G, s, t, k > G שייכת לשפה, אם < G, s, t, k > G הוא גרף מסילה < G, s, t, k > G טבעי, ואורך המסילה **הקצרה ביותר** מ-< S, t, t > G (אורך של מסילה = מספר הקשתות במסילה).

הראו רדוקצית מקום לוגריתמי של המשלימה של PATH ל- SHORTEST-PATH

 $(PATH \leq_L SHORTEST-PATH)$ 

תארו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב במקום לוגריתמי.

## שאלה 6

.RP אייכות שייכות ( $\overline{C}$ ) C אוגם המשלימה של C בק שגם C היא מחלקת השפות RP היא מחלקת השפות B וB מוגדר כך (עמוד 171 בספר):

$$A \oplus B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$$

 $\mathsf{RP} \cap \mathsf{coRP}$  על השפות Bו-B נתון שהן שייכות למחלקה

האם בהכרח את תשובתכם.  $A \oplus B$  שייכת למחלקה הזו! הוכיחו את תשובתכם.

- סוף -