

מבנה הבחינה :

בבחינה חמש שאלות.
עליכם לענות על **ארבע** מתוך חמש השאלות.
לכל השאלות משקל שווה.

הנחיות :

כל תשובה צריכה להתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

אפשר להשתמש בכל עובדה או תוצאה הנמצאת בספר הלימוד או במדריך הלמידה, ללא הוכחה או הסבר. חובה להוכיח או להסביר כל טענה אחרת. אין צורך לכתוב פסידוקוד, אלא אם נדרש במפורש.

שאלה 1 (הניקוד מתחלק באופן שווה בין שני הסעיפים)

נשנה את האלגוריתם מיון-מיזוג באופן הבא: המערך הנתון מחולק ל- k חלקים (כל אחד בגודל n/k בערך); כל אחד מ- k החלקים ממין באמצעות קריאה רקורסיבית; k החלקים הממוינים ממוזגים למערך ממין אחד.

א' הסבירו כיצד ניתן לבצע את מיזוג k החלקים בזמן $O(n \cdot \lg k)$.

ב' הוכיחו שזמן הריצה של האלגוריתם הינו $O(n \cdot \lg n)$.

שאלה 2

נתונים מערך $A[1..n]$ של מספרים שלמים ומספר שלם נוסף z . נניח שכל איברי המערך A שייכים לתחום $[0..n^k - 1]$ (k שלם, $k > 0$); בנוסף, נניח שאין יותר מ- m איברים שונים זה מזה במערך ($0 < m < n$). כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- S שני איברים שונים, שסכומם בדיוק z ; זמן הריצה הנדרש: $\Theta(n \cdot \min(k, \lg m))$.

שאלה 3

נתונה ערמת מינימום H המקיימת את התנאי הבא: בכל צומת פנימי, הערך המאוחסן שווה למינימום הערכים המאוחסנים בבנים של צומת זה. הראו כיצד ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמן $O(\lg n)$: $\text{CHANGE}(H, i, k)$: עדכון הערך המאוחסן בעלה $H[i]$ (הניחו $i > n/2$), עם שמירת תכונות המבנה; $\text{FIND-MIN}(H)$: מציאת אינדקס העלה בעל הערך המינימלי (השמאלי ביותר, אם קיימים יותר מאחד).

שאלה 4 (הניקוד מתחלק באופן שווה בין שני הסעיפים)

נתון עץ חיפוש בינרי T ; נסמן ב- n את מספר הצמתים שלו.

א' כתבו שגרה המדפיסה בסדר ממוין כל המפתחות הנמצאים ב- T בעומק d נתון ($0 < d < n$).

ב' כתבו שגרה המדפיסה בסדר ממוין כל המפתחות הנמצאים ב- T בגובה h נתון ($0 < h < n$).

הנחיות (לשני הסעיפים): אין להוסיף שדות לצמתים; אין לבצע פעולות מיותרות

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר המפתחות השונים ב- S):

$\text{INSERT}(S, k)$: הכנסת המפתח k למבנה S (k יכול להיות מפתח חדש או מפתח שכבר קיים

ב- S); זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{NEWEST}(S)$: החזרת מפתח האיבר שנכנס אחרון למבנה S ; זמן הריצה: $O(1)$;

$\text{DELETE-MIN}(S)$: מחיקת האיבר בעל המפתח המינימלי מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;

$\text{RANK}(S, t)$: החזרת מיקומו (בסדר המפתחות) של האיבר ה- t הוותיק ביותר; $O(\lg n)$.

הערה: המבנה S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים פשוטים יותר.

בהצלחה !