

שאלה 1

נתבונן בבעיה הבאה :

מעוניינים להציב פרשים, במספר גדול ככל האפשר, על לוח משבצות מסדר $n \times n$ (לוח כמו לוח שח, אלא שהגודל של הלוח איננו דווקא 8×8), באופן שכל זוג פרשים על הלוח לא יאיימו זה על זה.

א. נסחו את הבעיה כבעיית חיפוש מקומי :

כיצד נראה מצב של הבעיה.

(זכרו שבחיפוש מקומי הניסוח הוא של מצב-שלם (complete-state formulation)).

מהו מודל המעברים?

מהי פונקציית המטרה?

ב. הוכיחו: לכל n טבעי, אפשר להציב לפחות $\left\lceil \frac{n^2}{2} \right\rceil$ פרשים על לוח מסדר $n \times n$.

($\lceil x \rceil$ הוא המספר השלם הקטן ביותר שאינו קטן מ- x .)

למשל, $\lceil 5/2 \rceil = 3$, $\lceil 7 \rceil = 7$, $\lceil -3/2 \rceil = -1$.

ג. תנו דוגמה למקסימום מקומי שאיננו מקסימום גלובלי בלוח מסדר 5×5 .

(עליכם להראות מצב s שבו כל צעד (לפי מודל המעברים) מעביר למצב (שכן) שערך פונקציית

המטרה שלו איננו גדול מערך פונקציית המטרה של s , וערך פונקציית המטרה של s איננו הגדול

ביותר האפשרי).

שאלה 2

נתונים 10 קלפים הממוספרים 1, ..., 10.

מצאו בעזרת אלגוריתם גנטי חלוקה שלהם לשתי תת-קבוצות של 5 קלפים כל אחת, כך ש :

- סכום הקלפים בקבוצה הראשונה יהיה קרוב ככל האפשר ל-36.
- מכפלת הקלפים בקבוצה השנייה תהיה קרובה ככל האפשר ל-360.

שאלה 3

א. נתון עץ משחק שבו יש שני בנים לכל צומת פנימי. מלבד השורש יש בעץ ארבע רמות נוספות (לעץ יש 16 עלים). ערכי העלים בעץ הם (לפי הסדר):

5, 7, 4, 8, 9, 10, 2, 4, 4, 11, 12, 9, 1, 8, 15, 18

1. ציירו את העץ, וקבעו את ערכי הצמתים הפנימיים לפי אלגוריתם מינימקס. סמנו את החלטת המינימקס בשורש העץ.

2. הפעילו גיזום אלפא-ביתא על העץ, כאשר סריקת העץ היא משמאל לימין. ציינו אלו ענפים ייגזמו.

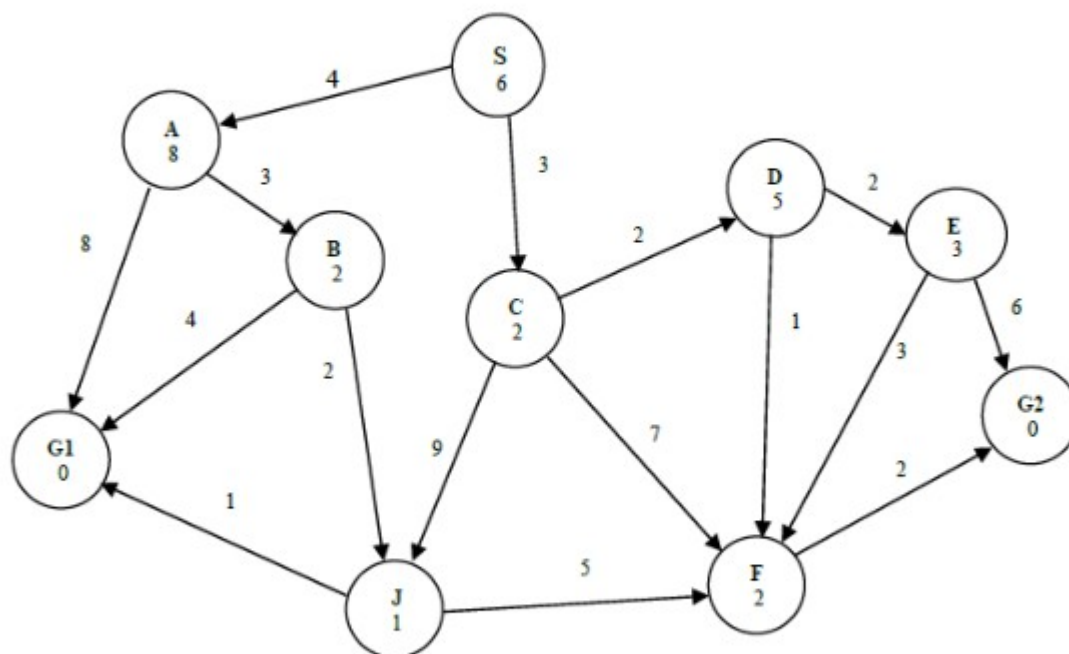
3. הפעילו גיזום אלפא-ביתא על העץ, כאשר סריקת העץ היא מימין לשמאל. ציינו אלו ענפים ייגזמו.

ב. תנו דוגמה לעץ משחק בעל עומק 3 (בנוסף לשורש יש עוד שלוש רמות), שבו לכל צומת פנימי יש שני בנים (יש לעץ 8 עלים), ואין כל חיסכון אם משתמשים באלגוריתם אלפא-ביתא, בין אם מבצעים סריקה של העץ משמאל לימין, ובין אם מבצעים סריקה של העץ מימין לשמאל. (בכל מקרה מבקרים בכל הצמתים).
בחרו את הערכים של העלים מן המספרים הטבעיים שבין 1 ל-8, כך שלכל עלה יהיה ערך שונה.

שאלה 4

א. נתון גרף מרחב מצבים שלהלן.

S הוא המצב (צומת) ההתחלתי ו-G1, G2 הם מצבי סיום (מקיימים את מבחן המטרה). מחירי המעברים בין המצבים רשומים על הקשתות; הערכים היוריסטיים (ערכי הפונקציה h =עלות משוערת למטרה) רשומים בצמתים.



עבור כל אחת מאסטרטגיות החיפוש שלהלן, כתבו לאילו מצבי מטרה ניתן להגיע (אם בכלל) על-ידי האלגוריתם ורשמו על-פי הסדר את הצמתים המוצאים מהחזית (frontier) במהלך ריצת האלגוריתם.

Hill Climbing

(עם $k=2$) Local Beam Search

ב. השתמשו במרחב המצבים שבסעיף א' תוך התייחסות לשיטת החיפוש הדמיית חישול.

הניחו כי הטמפרטורה הנוכחית היא 100.

- אם נמצאים בצומת C ואלגוריתם הדמיית חישול בחר באופן אקראי בצומת J, מהי ההסתברות שיבוצע מהלך זה?
- אם נמצאים בצומת C ואלגוריתם הדמיית חישול בחר באופן אקראי לבחון את צומת D, מהי ההסתברות שיבוצע מהלך זה?

נתייחס לגרף לא מכוון שקבוצת הצמתים שלו היא V וקבוצת הקשתות שלו היא E .

נרצה לחלק את קבוצת צמתי הגרף לשתי קבוצות זרות: V_1 ו- V_2 כך ש:

- מספר הצמתים ב- V_1 קרוב ככל האפשר ל- מספר הצמתים ב- V_2
- מספר הקשתות שהקצה האחד שלהן הוא צומת ב- V_1 והקצה האחר שלהן הוא צומת ב- V_2 – קטן ככל האפשר.

שימו לב כי הדרישות (בהגדרת הבעיה) אינן מוגדרות באופן חד משמעי וזאת באופן מכוון.

למשל: בהנחה ש- n הוא מספר הקשתות בין שתי הקבוצות הזרות, מה עדיף:

$$\text{גרף בו } |V_1| < |V_2| \text{ ו- } n = x$$

או

$$\text{גרף בו } |V_1| = |V_2| \text{ ו- } n > x ?$$

הפונקציה היוריסטית שתבחרו היא זו שתקבע כיצד לשקלל את שתי הדרישות.

א. כתבו פונקציה יוריסטית שתוכל לשמש להערכת מצב.

ב. הסבירו כיצד יתבצע אלגוריתם טיפוס גבעה על פונקציה זו: מהם המצבים ומהי קבוצת המצבים השכנים של מצב נתון?

ג. הסבירו כיצד ניתן לקודד בעיה זו עבור אלגוריתם גנטי:

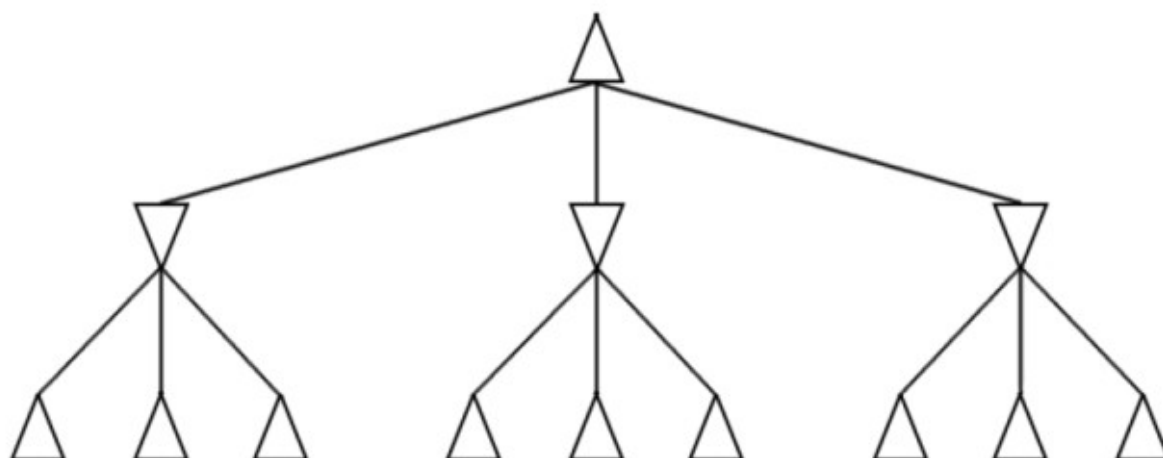
כיצד יקודדו הפרטים (individuals), מהי פונקציית ההתאמה (fitness), ומהן פעולות המוטציה וההצלבה.

ד. באיזה מהאלגוריתמים הבאים עדיף להשתמש לפתרון בעיה זו? נמקו את תשובתכם.

- טיפוס גבעה
- הדמיית חישול
- אלגוריתמים גנטיים

שאלה 6

נתון עץ המשחק הבא:



הניחו כי העץ מפותח משמאל לימין.

א. הציבו לעלי העץ את הערכים הבאים: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ כך שאלגוריתם אלפא-ביתא יגזום מספר מקסימלי של צמתים.

ב. הציבו לעלי העץ את הערכים הבאים: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ כך שאלגוריתם אלפא-ביתא יגזום מספר מינימלי של צמתים.

ג. הציעו משחק שבו ניתן להגיע לאותו מצב במשחק דרך מסלולים שונים בעץ המשחק (כלומר, צמתים שונים בעץ המשחק מייצגים את אותו מצב במשחק).

נניח שהשתמשנו בגיזום אלפא-ביתא על עץ המשחק שהצעתם והאלגוריתם קבע שניתן לגזום מספר צמתים שהם עוקבים לצומת v בעץ. נניח שכאשר נבצע חיפוש בחלק אחר של אותו העץ, נגיע לאותו מצב של המשחק בצומת v' .

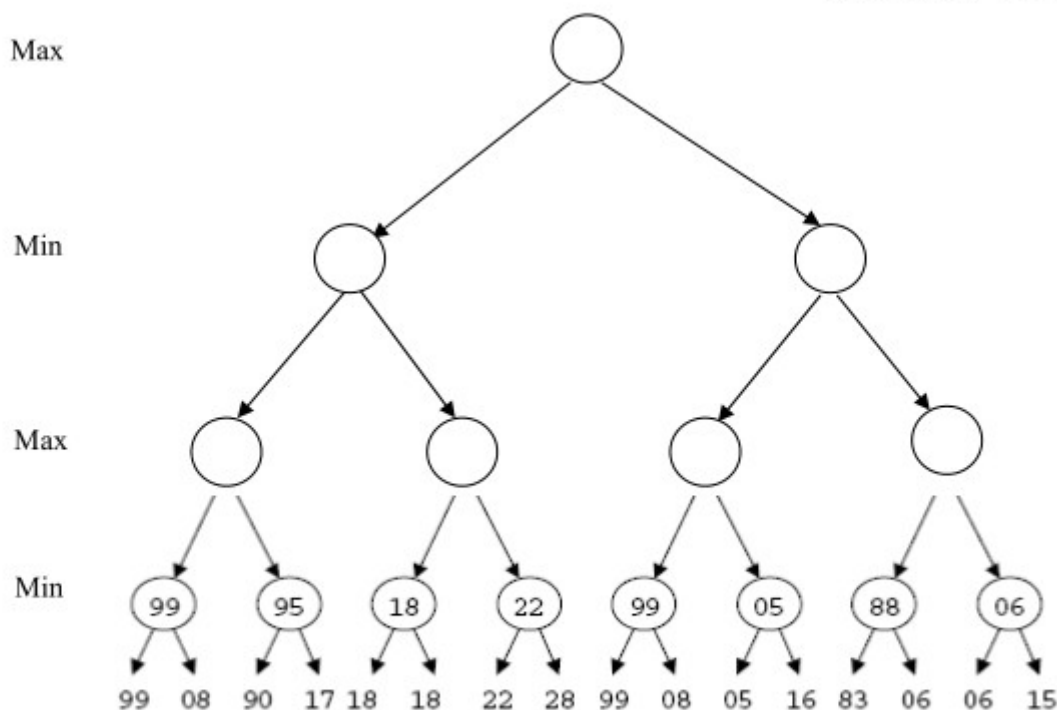
הוכיחו (או הביאו דוגמה נגדית) לכך שהאלגוריתם בוודאות יגזום את העוקבים של הצומת v' מעץ החיפוש.

שאלה 7

עבור כל אחת משיטות החיפוש הבאות, הסבירו כיצד מתקדם החיפוש, וציינו לאיזו שיטת חיפוש מוכרת היא שקולה:

- i. חיפוש קרן מקומי (local beam search) עם $k = 1$.
- ii. חיפוש קרן מקומי עם מצב התחלתי יחיד, וללא הגבלה על מספר המצבים השמורים. (כלומר, ממשיכים עם כל המצבים שנוצרים בכל שלב).
- iii. הדמיית חישול (simulated annealing) עם טמפרטורה קבועה $T = \varepsilon$, כאשר ε הוא מספר חיובי קטן מאוד (כמעט 0).

נתון עץ המשחק הבא:



המספרים למטה מייצגים את ערכי העלים לפי Max. המספרים בצמתים מייצגים את הערכת הפונקציה היוריסטית לצמתים אלו.

(א) בהנחה שעומק החיפוש הוא 3 (כלומר Max משחק, אחריו Min, ושוב Max), איזה פעולה יבחר Max לפי אלגוריתם Minimax? מהו ערך ה- Minimax של העץ?

(ב) בהנחה שעומק החיפוש הוא 4 (כלומר כל העץ) איזה פעולה יבחר Max לפי אלגוריתם Minimax? מהו ערך ה- Minimax של העץ?

(ג) האם דרך הפעולה של שחקן Max יכולה להשתנות במעבר מחיפוש לעומק 3 לחיפוש לעומק 4? נמקו.

(ד) הראו איזה צמתים לא יפותחו לפי אלגוריתם Alpha-Beta כאשר נשתמש בכל העץ וסדר החיפוש יהיה משמאל לימין.

(ה) סידור אחר של העלים יגרום לכך שאלגוריתם Alpha-Beta יגזום יותר צמתים (כאשר משתמשים בעץ כולו וסדר החיפוש הוא משמאל לימין)? אם כן, סדרו מחדש את הצמתים כך שאלגוריתם Alpha-Beta יגזום כמות מקסימלית של צמתים.

שאלה 9

נתונה קבוצה של N איברים. ידוע כי קיימת תת-קבוצה "אידיאלית" לקבוצה זו; נסמנה G . ברצוננו למצוא את G באמצעות חיפוש לוקאלי. הוצעו ארבעה אלגוריתמים שונים לפתרון הבעיה, כל אחד עם יתרונותיו וחסרונותיו:

- Exhaustive Search
- Steepest-Ascent Hill-Climbing with Side-Stepping
- Steepest-Ascent Hill-Climbing with Random-Restarts (no side-stepping)
- ~~Stochastic Hill-Climbing~~ simulated annealing

עבור כל אלגוריתם חיפוש, עליכם להציע פונקציית תועלת (utility) שתגרום לאלגוריתם הזה למצוא את G לפני כל השאר (בהסתברות גבוהה).

למשל, עבור חיפוש אקזוסטיבי, ניתן להסתכל על פונקציית התועלת:

$$u(s) = \begin{cases} 1 & s = G \\ 0 & s \neq G \end{cases}$$
