

האוניברסיטה הפתוחה

20407

**מבני נתונים**  
**ומבוא לאלגוריתמים**  
**חוברת הקורס סתיו 2019**

כתב: יצחק בייז

אוקטובר 2018 – סמסטר סתיו – תשע"ט

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

א	אל הסטודנטים
ג	1. לוח זמנים ופעילויות
ה	2. תיאור המטלות
ה	2.1 מבנה המטלות
ה	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ו	2.3 ניקוד המטלות
ו	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ז	2.5 הגשה עצמאית
ח	2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	2.6.1 כתיבת קוד
ט	2.6.2 תיעוד
ט	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
5	ממ"ן 12
9	ממ"ן 13
13	ממ"ן 14
15	ממ"ן 15 - תכנותי



## אל הסטודנטים,

אנו מברכים אתכם עם הצטרפותכם לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לכם לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבכם למספר נקודות חשובות:

- נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, **מומלץ מאד** להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לכם בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
  - במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש שלוש מתוך המטלות 11 עד 15. הכנת המטלות מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר מהן. (כל מטלה נוספת שתוגש מעבר למינימום הנדרש תוכל רק **לשפר** את ציון המגן).
- יש להקפיד על הגשת המטלות במועד.

לקורס קיים אתר אינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו במערכת אופ"ל בכתובת: <http://opal.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותכם בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכז הקורס יצחק בייז. פרטי ההתקשרות מופיעים באתר. פגישות יש לתאם מראש.

### לתשומת לב הסטודנטים הלומדים בחו"ל:

למרות המרחק הפיסי הגדול, נשתדל לשמור אתכם על קשרים הדוקים ולעמוד לרשותכם ככל האפשר. הפרטים החיוניים על הקורס נכללים בחוברת הקורס וכן באתר הקורס. מומלץ מאד להשתמש באתר הקורס ובכל אמצעי העזר שבו וכמובן לפנות אלינו במידת הצורך. אנו מאחלים לכם לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

יצחק בייז  
מרכז ההוראה בקורס



1. לוח זמנים ופעילויות (20407/ א/2019)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
1	19.10.2018-14.10.2018	פרק א' במדריך הלמידה <b>פרקים 1-2 בספר</b>		
2	26.10.2018-21.10.2018	פרק א' במדריך הלמידה <b>פרקים 1-2 בספר</b>		
3	2.11.2018-28.10.2018	פרק ב' במדריך הלמידה <b>פרק 3 בספר</b>		
4	9.11.2018-4.11.2018	פרק ג' במדריך הלמידה <b>פרק 4 בספר</b>		
5	16.11.2018-11.11.2018	פרק ד' במדריך הלמידה <b>פרק 6 בספר</b>		ממ"ן 11 11.11.2018
6	23.11.2018-18.11.2018	פרק ה' במדריך הלמידה <b>פרק 7 בספר</b>		
7	30.11.2018-25.11.2018	פרק ו' במדריך הלמידה <b>פרק 9 בספר</b>		
8	7.12.2018-2.12.2018 (ב-ו חנוכה)	חזרה		ממ"ן 12 2.12.2018

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
9	14.12.2018-9.12.2018 (א-ב חנוכה)	פרק ז' במדריך הלמידה <b>פרק 8 בספר</b>		
10	21.12.2018-16.12.2018	פרק ח' במדריך הלמידה <b>פרק 10 בספר</b>		
11	28.12.2018-23.12.2018	פרק ט' במדריך הלמידה <b>פרק 11 בספר</b>		
12	4.1.2019-30.12.2018	פרק י' במדריך הלמידה <b>פרק 12 בספר</b>		ממ"ן 13 30.12.2018
13	11.1.2019-6.1.2019	פרק יא' במדריך הלמידה <b>פרק 13 בספר</b>		
14	18.1.2019-13.1.2019	פרק יב' במדריך הלמידה <b>פרק 14 בספר</b>		ממ"ן 14 20.1.2019 ממ"ן 15 24.2.2019

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".



## 2. תיאור המטלות

קראו היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה ארבע מטלות תיאורטיות ומטלה מעשית אחת שניתן להגיש במהלך הקורס. מבין חמש המטלות יש לפתור **שלוש לפחות**.

### 2.1 מבנה המטלות

#### מטלה תיאורטית (מטלות 11-14)

כל מטלה מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון של המטלות ניתן להקליד או לכתוב בכתב יד **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכלו להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או ליצור קשר עם אחד המנחים או מרכז ההוראה (במייל או בשעת ההנחיה הטלפונית).

#### פרויקט הרצה (מטלה 15)

במטלה כזו עליכם לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java (או בשפות אחרות בתאום עם המנחה/בודק התרגילים). מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות.

עליכם לשלוח למנחה: 1. הדפסה של קובץ התוכנית

2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים

3. קובץ התוכנית וקובץ הרצה של התוכנית.

**הערה:** מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

### 2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (בספר הלימוד)
ממ"ן 11	פרקים 1-4
ממ"ן 12	פרקים 6,7,9
ממ"ן 13	פרקים 8,10,11
ממ"ן 14	פרקים 12-14
ממ"ן 15	כלל החומר הנלמד

#### הערות:

1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. בעת פתרון שאלות, ניתן להסתמך על תוצאות **מוכחות** מתוך ספר הלימוד ומדריך הלמידה של הקורס. במקרה זה יש לציין את המקור עליו מסתמכים (אין צורך במראה מקום מדויק).

## 2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים הוא 5 נקודות.  
כאמור, חובה להגיש לפחות שלושה ממ"נים.

### לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי. ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

## 2.4 הגשה עצמאית

הכנת המטלות התיאורטיות חייבת להיעשות על-ידי כל סטודנט **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הממ"ן התכנותי (ממ"ן 15) יכולה להיעשות בזוגות.

### נדגיש:

מותר (ואף רצוי) – להתייעץ, לקבל רעיונות מאחרים, וכו'.  
אסור – להעתיק פתרון של מישהו אחר, בין אם זה תלמיד בקורס, בין אם זה פתרון שמצאתם במקום כלשהו (אלא אם ציינתם זאת מפורשות).  
אם יוגש תרגיל מועתק אחד בתוך המטלה, הוא ייפסל. אם יהיו מס' תרגילים מועתקים באותה המטלה, אז כל המטלה תיפסל (ללא תלות במי העתיק ומי נתן להעתיק). אם זה יחזור על עצמו במטלה נוספת אז הנושא יעלה לוועדת משמעת.

בנימה אחרת, מעבר לנהלים, חוקים ועונשים, חשוב מאוד **לכם** שתדעו לענות על השאלות **בעצמכם**. מי שמעתיק תשובה קיימת בכדי להרוויח מס' נקודות בממ"ן, ככל הנראה יפסיד אח"כ נקודות במבחן. מדוע? מכיון שנסיון העבר מלמד שבקורס הזה (וסביר שבהרבה אחרים), מי שלא "נמצא עם היד על הדופק" במהלך כל הקורס, מאוד מתקשה להצליח במבחן. לכן, עדיף לכם לנסות לפתור בעצמכם (גם אם זה לא יהיה מושלם "ותפסידו" נקודות) בכדי שלקראת המבחן

תוכלו להתמקד בהכנה למבחן ולא בלימוד החומר הבסיסי. זכרו, 20 נק' בממ"ן שוות פחות מנקודה אחת בציון הסופי; לעומת זאת 20 נק' במבחן שוות כ-15 נקודות בציון הסופי. כך שעדיף להתאמץ בממ"ן (ואולי "להפסיד" מס' נקודות) ולהרוויח מכך במבחן.

כך או כך, אנא הקפידו על הגשה עצמאית בכדי לעזור לעצמכם ולהימנע מחיכוכים מיותרים עם מוסדות האוניברסיטה.

## 2.5 הנחיות כלליות לכתיבה וניתוח של אלגוריתמים במטלות התיאורטיות

במרבית השאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות לגבי אופן הכתיבה.

(1) **לפני** ההצגה המפורטת של האלגוריתם (בפסאודוקוד) יש להציג תיאור מילולי של הרעיון המרכזי באלגוריתם (תיאור High-Level) על התיאור להיות כתוב באופן רהוט וברור, ומטרתו לאפשר לקוראים לקבל תמונה ברורה של אופן פעולת האלגוריתם, גם ללא קריאת התיאור המפורט בפסאודוקוד.

(2) יש לכתוב את האלגוריתם בפסאודוקוד, בדומה לספר. מותר לשלב הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").

(3) אסור **בשום אופן** לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסאודוקוד.

(4) גם אם לא נדרשתם במפורש, יש להוכיח כי האלגוריתם מקיים את הדרוש בשאלה.

(א) יש **לנסח** תחילה באופן **פורמלי מדויק** את הטענות המרכזיות שאתם מעוניינים להוכיח. (למשל: "לכל  $\ell$ . בשלב (איטרציה) ה- $\ell$  בהרצה, אורך המערך בו האלגוריתם מחפש את ערך הקלט אינו עולה על  $n/2^\ell$ ")

(ב) עבור כל טענה שניסחתם, יש לכתוב הוכחה פורמלית ומדויקת. אם הטענה פשוטה מאוד, מספיק הסבר קצר ומשכנע.

(5) יש לנתח את סיבוכיות האלגוריתם (סיבוכיות זמן ריצה וסיבוכיות מקום).

(א) גם אם לא התבקשתם מפורשות, יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. את סיבוכיות המקום יש לנתח רק במקומות בהם התבקשתם באופן מפורש.

(ב) אם לא נאמר באופן מפורש אחרת, יש לנתח את סיבוכיות המקרה הגרוע ביותר (worst case analysis)

(ג) יש לנסות ולתכנן אלגוריתמים יעילים ככל האפשר.

## 2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

### 2.6.1 כתיבת הקוד

#### תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

#### מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

#### תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא:

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה: מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התיעוד.

## **2.6.2 תיעוד**

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

### **1. תיעוד כללי :**

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

### **2. תיעוד בגוף התכנית :**

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

## **3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס**

- א. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך חמשת הממ"נים.
- ב. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ג. הציון המשוקלל של המטלות והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1-4 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 11.11.2018

סמסטר: 2019א

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

## שאלה 1

- א. פתרו את תרגילים 1.2-2 ו-1.2-3 בספר הקורס (עמ' 11).
- ב. תהינה  $f, g$  פונקציות חיוביות. נאמר ש  $f(n) = \text{Sum}(g(n))$  אם  $f(n) = O(\sum_{k=1}^n g(k))$ . הוכיחו או הפריכו:  $n = \text{Sum}(\log n)$
- ג. תנו דוגמה לשני זוגות של פונקציות (חיוביות, עולות, לא חסומות)  $(f, g)$ , כך שעבור שני הזוגות יתקיים  $f = O(g)$ , אבל לאחד הזוגות יתקיים  $g \neq o(f \circ g)$ , ואילו לזוג השני יתקיים  $g \circ f = \omega(f \circ g)$ .
- ד. נתונות הפונקציות הבאות:

$$f_1(n) = \max \left\{ \sqrt{n^3} \cdot \lg n, \sqrt[3]{n^4} \cdot \lg^5 n \right\}$$

$$f_2(n) = \begin{cases} n \cdot \lg^3 n, & n = 2k \\ n^3 \cdot \lg n, & n = 2k + 1 \end{cases}$$

קבעו האם מתקיימים היחסים  $\omega, o, \Theta, \Omega, O$  בין פונקציות אלו.

## שאלה 2

השגרה TRUE\_SQUARES שלהלן מקבלת מערך של ערכים בוליאניים,  $A[1...n]$ .

TRUE\_SQUARES ( $A[1...n]$ )

```
-----
1. for i ← 1 to n do
2.    $A[i] \leftarrow \text{FALSE}$ 
3. for i ← 1 to n do
4.    $k \leftarrow i$ 
5.   while (  $k \leq n$  ) do
6.     FLIP ( $A[k]$ )
7.      $k \leftarrow k + i$ 
```

והיא משתמשת בשגרת-העזר FLIP שלהלן, המקבלת משתנה בוליאני:

FLIP ( $x$ )

```
-----
1. if  $x = \text{TRUE}$  then
2.    $x \leftarrow \text{FALSE}$ 
3. else
4.    $x \leftarrow \text{TRUE}$ 
```

א. הוכיחו כי לאחר שהרצת-השגרה TRUE\_SQUARES מסתיימת, ערך-התא  $A[i]$  הוא

TRUE אם ורק אם  $i$  הוא ריבוע שלם\* (ואחרת ערכו FALSE).

\* ריבוע שלם הוא מס' טבעי המהווה ריבוע של מס' טבעי כלשהו (למשל 25 הוא ריבוע שלם).

ב. נתחו את סיבוכיות-השגרה.

## שאלה 3

א. פתרו את בעיה 2-4 בספר הלימוד.

ב. נסמן  $A^R$  את המערך ההפוך ל- $A$  (למשל  $A^R = [1, 6, 8, 3, 2]$  עבור המערך שבסעיף א')

בספר). נתון שבמערך  $A$  יש  $K$  שגיאות. כמה שגיאות יש במערך  $A^R$ ? (כתבו את התשובה כפונקציה של  $K$  ו- $n$ ).



#### שאלה 4

נתון מערך ממוין  $A[1..n]$  של מספרים טבעיים; ידוע שכל מספר הנמצא במערך מופיע פעם אחת בלבד.

א. כתבו שגרה שזמן ריצתה  $\Theta(1)$ , העונה לשאלה הבאה: האם קיים מספר שלם  $v$  שלא

מופיע במערך ומקיים את התנאי  $A[1] < v < A[n]$ .

ב. בהנחה שהתשובה בסעיף הקודם חיובית, כתבו שגרה למציאת המספר  $v$ . זמן הריצה של

השגרה הזאת חייב להיות  $\Theta(\lg n)$ .

#### שאלה 5

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור  $T(n)$  בכל אחת מנוסחאות הנסיגה שלהלן. הניחו כי  $T(n)$  קבועה עבור  $n = 1$  (או עבור כמה ערכים התחלתיים של  $n$ , לפי הצורך).

א.

$$T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n + n^3$$

ב.

$$T(n) = kT\left(\frac{n}{2}\right) + (k-2)n^3$$

( $k \geq 2$ , שלם  $k$ )

ג.

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n} \cdot \lg n$$

ד.

$$T(n) = T(n-1) + n \lg n + n$$

ה.

$$T(n) = n^2 \sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + n^5 \cdot \lg^3 n + \lg^5 n$$



# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6,7,9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 2.12.2018

סמסטר: א2019

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל שאלה 20 נקודות.

## שאלה 1

עץ בינרי כמעט שלם המיוצג במערך יקרא מבנה של ערימה לסרוגין, אם בצמתיו ערכים מספריים ומתקיימת התכונה הבאה: כל צומת ברמה זוגית מכיל ערך גדול או שווה משל כל צאצאיו, וכל צומת ברמה אי זוגית מכיל ערך קטן או שווה משל כל צאצאיו.

(השורש הוא ברמה 0 (והיא זוגית), בניו של השורש ברמה 1 (והיא אי זוגית), וכו').

- ציירו ערימה לסרוגין עם 10 איברים.
- כתבו שגרה המקבלת עץ כנ"ל וקובעת אם הוא מהווה ערימה לסרוגין. הוכיחו נכונות ונתחו את סיבוכיות השגרה.
- תארו כיצד ניתן לבצע כל אחת מהפעולות הבאות על ערימה לסרוגין:
  1. מציאת מקסימום
  2. מציאת מינימום
  3. הוספת ערך חדש
  4. החלפת הערך שבשורש לערך נתון כלשהו, ותיקון המבנה לאחר ההחלפה לערימה לסרוגין

אין צורך (אפשר) לכתוב שגרות פסידוקוד, אך יש לנתח סיבוכיות. לוו את ההסברים בדוגמה.

## שאלה 2

נתונה ערימה בינרית  $A$  בת  $n$  איברים (נניח ערימת מקסימום).

- הוכיחו שהשגרה  $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}(A)$  מבצעת בערך  $2 \lg n$  השוואות בין איברי הערימה.
- כתבו שגרה חלופית למחיקת האיבר הגדול ביותר, המבצעת  $\lg n + \lg \lg n + O(1)$  השוואות בין איברים (אין צורך להקטין גם את מספר פעולות ההעתקה).
- מוסיפים לערימה איבר (באמצעות  $\text{HeapInsert}$ ) ומייד מוחקים אותו (באמצעות  $\text{HeapDelete}$ ). האם הערימה המתקבלת זהה לערימה המקורית?
- מכניסים בזה אחר זה 2 איברים  $a$  ו- $b$  לערימה. האם המבנה המתקבל זהה בין אם נבצע הכנסה של  $a$  ואח"כ של  $b$  או הכנסה של  $b$  ואח"כ של  $a$ ?
- האיזו דרך עדיפה לבניית ערימה: שימוש ב- $\text{BuildHeap}$ , או ביצוע  $n$  הכנסות של האיברים לתוך ערימה ריקה? נמקו.

## שאלה 3

- כתבו אלגוריתם המקבל כקלט מערך של מספרים טבעיים בגודל  $n$  ומשנה את סדר האיברים במערך כך שכל המספרים האי-זוגיים מופיעים לפני כל המספרים הזוגיים במערך. על האלגוריתם לרוץ בזמן  $\Theta(n)$ , ובסיבוכיות מקום קבועה.
- $A$  הוא מערך ובו  $n$  תאים ( $n$  זוגי), שבהם הערכים הטבעיים מ-1 עד  $n$ . תת-המערך השמאלי של  $A$ , מתא מס' 1 עד תא מס'  $n/2$ , מכיל את האיברים האי-זוגיים שב- $A$ ; תת-המערך הימני של  $A$ , מתא מס'  $n/2+1$  עד תא מס'  $n$ , מכיל את האיברים הזוגיים שב- $A$ . נתון כי כל אחד משני תת-המערכים הנ"ל ממין.
  - לדוגמה, עבור  $n=10$  המערך נראה כך:  $[1,3,5,7,9,2,4,6,8,10]$ . הריצו את מיון מהיר על קלט זה.
  - מהי סיבוכיות מיון מהיר כאשר הוא מורץ על הקלט  $A$  (עבור  $n$  כלשהו)?

## שאלה 4

נתונה סדרה של מספרים ממשיים  $\langle a_0, a_1, \dots, a_n \rangle$ . נסמן:

$$m = \min \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$$

$$M = \max \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$$

א. הוכיחו שקיימים בסדרה שני איברים  $x$  ו- $y$  כך ש-

$$|x - y| \leq \frac{M - m}{n}$$

- כתבו אלגוריתם המוצא את שני האיברים כמתואר בסעיף הקודם; זמן הריצה חייב להיות לינארי.

## שאלה 5

נתונה סדרה  $S$  בת  $n$  מספרים.

- א. הוכיחו את הטענה: ב- $S$  קיימים לכל היותר ארבעה מספרים החוזרים על עצמם יותר מ- $\lfloor n/5 \rfloor$  פעמים.
- ב. כתבו אלגוריתם למציאת כל האיברים המופיעים בסדרה יותר מ- $\lfloor n/5 \rfloor$  פעמים. זמן הריצה הנדרש הוא  $\Theta(n)$ .
- ג. כתבו אלגוריתם למציאת כל האיברים המופיעים בסדרה יותר מ- $\lfloor n/k \rfloor$  פעמים. זמן הריצה הנדרש הוא  $\Theta(n \log k)$ .



# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

**הקורס:** 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

**חומר הלימוד למטלה:** פרקים 8,10,11 (ספר הלימוד)

**משקל המטלה:** 5 נקודות

**מספר השאלות:** 5

**מועד אחרון להגשה:** 30.12.2018

**סמסטר:** א2019

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"**

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל שאלה 20 נקודות.

## שאלה 1

נתונים קבוצה  $S$  של  $n$  מספרים שלמים ומספר שלם נוסף  $z$ ; נניח שכל איברי הקבוצה  $S$  שייכים לתחום  $[0, \lceil n\sqrt{n} \rceil]$ .

א. כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שני איברים שונים, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n)$ .

ב. כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  שלושה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n^2)$ .

ג. כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים ב- $S$  ארבעה איברים שונים זה מזה, שסכומם בדיוק  $z$ ; זמן הריצה הנדרש:  $\Theta(n^2)$ .

## שאלה 2

נתונה קבוצה של  $n$  נקודות  $p_i = (x_i, y_i)$  בחצי הימני של עיגול היחידה; כלומר, כל נקודה  $p_i = (x_i, y_i)$  מקיימת את התנאים  $0 < x_i \leq 1$ ,  $0 < x_i^2 + y_i^2 \leq 1$ ,  $x_i > 0$ . נניח שהתפלגות של הנקודות אחידה; כלומר, ההסתברות למצוא נקודה באזור נתון כלשהו של חצי העיגול נמצאת ביחס ישר לשטחו של אזור זה.

נגדיר ב- $\theta_i$  את הזווית בין הכיוון החיובי של ציר ה- $x$  לבין הקרן היוצאת מהראשית אל הנקודה  $p_i$  ( $\tan \theta_i = y_i / x_i$ ). כתבו אלגוריתם שתוחלת זמן הריצה שלו היא  $\Theta(n)$ , למיון  $n$  הנקודות על-פי  $\theta_i$ .

## שאלה 3

פתרו את בעיה 10-2 בספר הקורס (עמ' 183).

## שאלה 4

בהנתן מערך  $A[1, \dots, n]$  ומספר שלם  $1 \leq k \leq n$ , כתבו אלגוריתם הבונה מערך  $B[1, \dots, n-k+1]$  המקיים כי  $B[j] = \max\{A[j], A[j+1], \dots, A[j+k-1]\}$ . זמן הריצה של האלגוריתם הוא  $\Theta(n)$ .



## שאלה 5

אנו מעוניינים למיין אוסף של  $n$  מפתחות הלקוחים מתחום כלשהו  $U$ .

נתונה טבלת גיבוב  $T$  בגודל  $m$  תאים, ופונקציית גיבוב כלשהי  $h$ , שנותנת גיבוב אחיד ופשוט מהתחום  $U$  אל השלמים בתחום  $[0..m-1]$ . פתרון התנגשויות נעשה באמצעות שירשור.

הניחו  $n \geq m$ .

הוצע להשתמש באלגוריתם שלהלן.

1. הכנס את  $n$  המפתחות לטבלת הגיבוב  $T[0..m-1]$  באמצעות פונקציית הגיבוב  $h$ .
  2. מיין את המפתחות שברשימה המשורשרת של כל תא בטבלה באמצעות מיון-מיזוג.
  3. צרף את הרשימות הממוינות זו לזו לפי סדר התאים, החל מתא  $T[0]$  ועד  $T[m-1]$ .
- א. הראו באמצעות דוגמה נגדית, כי האלגוריתם לעיל אינו אלגוריתם מיון.  
הסבירו מהי הבעיה העקרונית באלגוריתם, שבגללה הוא אינו מתאים למיון.
- ב. מהו זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הממוצע (כלומר תוחלת זמן הריצה), כפונקציה של  $n$  ו- $m$ ?
- הוכיחו את תשובתכם. לתשומת לב: יש להתחשב גם במקרה  $n = m$ .
- ג. מהו זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הגרוע? הוכיחו את תשובתכם.
- ד. נתון אוסף של  $n$  מספרים שלמים, המתפלגים באופן אחיד בתחום  $U = [0..n^2-1]$ .  
הציגו פונקציית גיבוב  $h$ , וגודל טבלה  $m$ , באמצעותם האלגוריתם לעיל ימיין את אוסף המספרים בתוחלת זמן  $O(n)$ . נמקו את תשובתכם.
- האם יש סתירה בין סעיף זה וסעיף א'? נמקו.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 12-14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 20.1.2019

סמסטר: 2019א

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

## שאלה 1 (30 נק')

- א. בונים עץ חיפוש בינארי (עח"ב) מארבעה ערכים שונים באמצעות הכנסתם בזה אחר זה, לפי סדר הגעתם, לעץ ריק. נניח שהערכים מגיעים בסדר אקראי. כמו כן, לצורך פשטות ניתן להניח שהערכים שונים זה מזה.
1. כמה עח"ב שונים יכולים להתקבל? ציירו אותם.
  2. מהי תוחלת הגובה של העח"ב הנבנה? פרטו את החישוב.

- ב. A הוא מערך ובו n תאים (n זוגי), שבהם הערכים הטבעיים מ-1 עד n. תת-המערך השמאלי של A, מתא מס' 1 עד תא מס'  $n/2$ , מכיל את האיברים האי-זוגיים שב-A; תת-המערך הימני של A, מתא מס'  $n/2+1$  עד תא מס' n, מכיל את האיברים הזוגיים שב-A. נתון כי כל אחד משני תת-המערכים הנ"ל ממוין. (לדוגמה, עבור  $n=10$  המערך נראה כך:  $[1,3,5,7,9,2,4,6,8,10]$ )

בונים עץ חיפוש בינרי (לא עץ אדום שחור) ע"י הכנסת אברי A לעץ ריק, בזה אחר זה, לפי סדרם ב-A. כידוע, בכל הכנסה של איבר לעח"ב הוא מוכנס כעלה במסלול מן השורש, אשר כולל פניות שמאלה וימינה. כמה פניות שמאלה וכמה פניות ימינה מתבצעות בבניית העח"ב הנ"ל?

הערות: התשובה צריכה להיות בפונקציה מדויקת (לא בסד"ג). יש להתייחס ל-n כללי ולא למערך שבדוגמה.

## שאלה 2 (30 נק')

א. האם קיים עץ אדום-שחור המכיל:

1. 3 צמתים שחורים ו-4 צמתים אדומים
  2. 4 צמתים שחורים ו-3 צמתים אדומים
  3. 5 צמתים שחורים ו-2 צמתים אדומים
  4. 6 צמתים שחורים וצומת אחד אדום
- בכל מקרה תנו דוגמה, או הוכיחו שעץ כזה לא קיים.  
הערה: הכוונה לצמתים פנימיים בלבד.

ב. נתון עץ אדום-שחור  $T$  בן  $n$  צמתים. נתון גם מצביע לצומת  $y$  ב- $T$ , המקיים את התנאים:

- (1) הצבע של  $y$  הוא שחור;
  - (2) צבעם של שני הבנים של  $y$ ,  $x$  ו- $z$ , הוא אדום.
- ניח עכשיו שכל התת-עץ המושרש ב- $x$  הוסר מהעץ השלם  $T$ .  
הראו כיצד ניתן לארגן מחדש את הצמתים הנותרים של  $T$  לעץ אדום-שחור חוקי, בזמן ריצה של  $\Theta(\lg n)$ . הסבירו מדוע השיטה שבחרתם פועלת נכון.

## שאלה 3 (20 נק')

הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לממש את כל אחת מהפעולות הבאות בסיבוכיות המבוקשת ( $n$  מציין את מספר המפתחות השונים זה מזה; המספר הכולל של מפתחות יכול להיות גדול יותר):

- INSERT( $S, k$ ): הכנסת איבר בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $\Theta(\lg n)$
- DELETE( $S, k$ ): מחיקת אחד האיברים בעלי המפתחות  $k$ ; זמן הריצה:  $\Theta(\lg n)$
- INCREASE( $S, k, \Delta$ ): הגדלת המפתח  $k$  בכמות  $\Delta > 0$  (עבור כל האיברים בעלי אותו מפתח  $k$ ); זמן הריצה:  $\Theta(\lg n)$

LAST-FREQ( $S$ ): החזרת שכיחות המפתח  $k$  הנכנס אחרון למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $\Theta(1)$

MODE( $S$ ): החזרת ערך המפתח בעל השכיחות הגבוהה ביותר; זמן הריצה:  $\Theta(1)$

הערה: מבנה הנתונים יכול להיות מורכב ממספר מבנים יסודיים.

## שאלה 4 (20 נק')

בהינתן שלם חיובי  $d$ , הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ):

- BUILD( $S$ ): בניית המבנה  $S$  מתוך סדרה של  $n$  איברים; זמן הריצה:  $\Theta(n \cdot \lg n)$
- INSERT( $S, k$ ): הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $\Theta(\lg n + d)$
- DELETE( $S, p$ ): מחיקת האיבר שאליו מצביע  $p$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $\Theta(\lg n + d)$
- D-SUCCESSOR( $S, p$ ): מציאת העוקב ה- $d$  של האיבר שאליו מצביע  $p$ ; זמן הריצה:  $\Theta(1)$
- הסבר: העוקב ה- $d$  של איבר נתון ב- $S$  מוגדר באופן רקורסיבי: העוקב הראשון הוא העוקב הרגיל; העוקב ה- $d$  הוא העוקב הרגיל של העוקב ה- $(d-1)$ .

הערה:  $d$  נתון מראש אך אין להתייחס אליו כקבוע.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

## מטלה תכנותית

**הקורס:** 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

**חומר הלימוד למטלה:** חוברת הקורס וספר הלימוד

**משקל המטלה:** 5 נקודות

**מספר השאלות:** 1

**מועד אחרון להגשה:** 24.2.2019

**סמסטר:** א2019

### אופן הגשת המטלה:

שליחת המטלה תתאפשר רק באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

**הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"**

**רצוי להתחיל לעבוד על המטלה לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה**

## מותר לעבוד בזוגות, אך שימו לב להנחיות בהמשך

### מבוא

בממ"ן זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java או ב-C++<sup>1</sup>, שתפקידה לעזור בניהול בית מלאכה לאריזת מתנות.

לפני שתמשיכו בקריאה, קראו תחילה את סעיף 2.6 בחוברת הקורס (הנחיות לכתיבת ממ"ן תכנותי).

ייתכן ויינתנו הנחיות נוספות לקראת מועד ההגשה – אנא בדקו באתר.

<sup>1</sup> למעוניינים להגיש בשפה אחרת, אנא בדקו **תחילה** עם המנחה שבודק/ת את התרגילים שלכם

## הבעיה

במלאי שלנו קופסאות בעלות בסיס ריבועי (אך לא בהכרח קוביות). לכל קופסה ידועים צלע הבסיס *side* והגובה *height*. כאשר מגיעה בקשה לאריזת מתנה, הלקוח יודע את ממדי הקופסה הדושה לו. במידה וקיימת קופסה במידות אלו או נספק לו אותה, אחרת אנחנו נספק לו מהמלאי שלנו את הקופסה בעלת הנפח המינימלי המתאימה למתנה.

המשימה שלכם היא לתכנן מבנה נתונים לניהול מלאי הקופסאות; המבנה חייב לתמוך בפעולות הבאות:

INSERTBOX(*side,height*): הוספת קופסה בממדים הנתונים למבנה;

REMOVEBOX(*side,height*): הוצאת קופסה בממדים הנתונים מהמבנה;

GETBOX(*side,height*): החזרת ממדי הקופסה בנפח מינימלי שצלעה לפחות *side* וגובהה לפחות *height*;

CHECKBOX(*side,height*): בדיקה האם קיימת במלאי קופסה שצלעה לפחות *side* וגובהה לפחות *height*.

הדרישה העיקרית בתכנית היא לבחור מבנה נתונים **יעיל ככל האפשר**, כך שבעקבות הודעה חדשה על לקוח שקנה מתנה, ניתן יהיה לבצע בצורה יעילה את השינוי הנדרש על מבנה הנתונים. כמו-כן, נדרש שהתשובות לשאלות יוכלו להינתן ביעילות.

## צורת הקלט

**הערה:** אין צורך לבדוק את תקינות הקלט; ההנחה היא כי הקלט תקין.

עליכם להדפיס למסך תפריט המאפשר למשתמש לבחור בפעולה שברצונו לעשות.

GUI יזכה בבונוס של עד 5 נק'.

כמו כן עליכם לאפשר קריאת פקודות מתוך קובץ טקסט. קובץ טקסט לדוגמה יראה כך:

INSERTBOX(4,4)

INSERTBOX(4,3)

INSERTBOX(2,5)

CHECKBOX(2,3)

...

עליכם להדפיס שורות קלט, לבצע את הפעולות המתאימות ולהדפיס שורות פלט.

### **צורת הפלט**

יש להדפיס כל שינוי בצורה ברורה ומדויקת.

יש להדפיס בצורה ברורה כל שאילתה, ולאחריה את התשובה עליה.

### **יעילות**

הפרמטרים של הבעיה הם מספר ערכי הצלעות  $m$  ומספר ערכי הגבהים  $n$ .

ביצוע הפעולות השונות צריך להיות יעיל כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **הרצה**

הריצו את התכנית על שתי סדרות של 20 מתנות לפחות.

צרפו למסמך התעוד דוגמאות הרצה.

### **תיעוד**

תעדו את התכנית בהתאם לכתוב בסעיף "הנחיות לכתיבת ממ"ן תכנותי" בחוברת הקורס.

תארו את מבנה הנתונים והסבירו איך מתבצעת כל פעולה.

צרפו את דיונכם בסיבוכיות האלגוריתמים השונים שבהם התכנית משתמשת.

נתחו את זמן הביצוע של כל פעולה כפונקציה של  $m$  ו- $n$ .

### **הנחיות נוספות למגישים בזוגות**

בנוסף לאמור לעיל, עליכם לממש את הפעולה הבאה:

GETMEDIANBOX() - החזרת הקופסה בעלת הנפח החציוני.