

מבנה הבחינה :

בבחינה 6 שאלות.

עליך לענות על **חמש** מתוך שש השאלות.

אם תענה על שש שאלות, ייבדקו 5 הראשונות בלבד!

יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

שאלה 1

בכל אחד מהסעיפים הבאים הצע אלגוריתם, יעיל ככל שתוכל, העונה על הדרישות.

10 נק' א. האלגוריתם מקבל כקלט סדרה a_1, a_2, \dots, a_n של n מספרים שלמים ומחזיר את

כלומר את ההפרש המקסימלי בין שניים מאברי הסדרה. $\max_{1 \leq i \neq j \leq n} |a_i - a_j|$

10 נק' ב. האלגוריתם מקבל כקלט סדרה a_1, a_2, \dots, a_n של מספרים שלמים ומחזיר את

כלומר את ההפרש המינימלי בין שניים מאברי הסדרה. $\min_{1 \leq i \neq j \leq n} |a_i - a_j|$

הסבר את נכונות האלגוריתמים שהיצעת ונתח את סיבוכיותם.

שאלה 2

נתון מערך V בן n אברים. יש למיין את המערך כאשר ידוע שבמצב ההתחלתי כל אבר ב- V נמצא לא יותר מ- k מקומות מהמקום שלו במערך הממוין.

דוגמה: $n=7, k=2$ $V = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 & 6 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

הערך 4 נמצא שני מקומות ממקומו במערך הממוין.

10 נק' א. תאר אלגוריתם PART k שממלא את התפקיד של PARTITION ב- QUICKSORT,

המסתמך על המידע הני"ל וסיבוכיותו $O(k)$ לכל הפעלה. הסבר את טיעוניך.

10 נק' ב. מהי סיבוכיות הזמן של QUICKSORT המשתמש ב- PART k לבחירת איבר הציר?

נמק. (בסעיף זה אפשר להסתמך על סעיף א) גם אם לא ענית עליו).

שאלה 3

5 נק' א. הראה כי מסריקה בסדר תוכי לא ניתן לשחזר עץ חיפוש בינרי.

כל מה שעליך לעשות הוא להביא דוגמה לשני עצים בינריים שונים שאם נבצע בהם סריקה בסדר תוכי, נקבל את אותה הסדרה.

15 נק' ב. כתוב אלגוריתם, יעיל ככל שתוכל, המקבל כקלט סריקה בסדר תחילי וסריקה

בסדר סופי של עץ חיפוש בינרי ומשחזר את העץ. הסבר את נכונות האלגוריתם שהצעת ונתח את סיבוכיותו.

שאלה 4

הצע מבנה נתונים שבאמצעותו ניתן לממש כל אחת מהפקודות הבאות בסיבוכיות המבוקשת.
(n = מספר האיברים ב- S)

פקודה	סיבוכיות	משמעות
INSERT (x, S)	$O(\log n)$	הכנס את x ל- S ;
DELETE (x, S)	$O(\log n)$	הוצא את x מ- S ;
ORDER (x, S)	$O(\log n)$	בדוק האם $x \in S$, ואם כן, החזר את המקום של x ברשימה הממוינת ;
SORT (k, S)	$O(k \log n)$	החזר רשימה ממוינת של k האברים הקטנים ביותר ;

שאלה 5

נתונות k קבוצות S_1, S_2, \dots, S_k . כל קבוצה מכילה מספרים טבעיים בתחום $1, \dots, n$.

$$\sum_{i=1}^k |S_i| = O(n) \quad \text{כך ש-} |S_i| \text{ - מספר האיברים שמכילה הקבוצה } S_i.$$

הצע אלגוריתם, יעיל ככל שתוכל, הממין את כל הקבוצות S_i , $i=1, \dots, k$. (שים לב! האלגוריתם מחזיר k קבוצות ממויינות). נסה לבצע זאת בסיבוכיות זמן כוללת $O(n)$ ובסיבוכיות מקום $O(n)$.
נמק היטב את טיעוניך.

שאלה 6

הצע אלגוריתם, יעיל ככל שתוכל, כך ש: הקלט הוא סדרה a_1, a_2, \dots, a_n של מספרים טבעיים, והפלט הוא הגודל של תת סדרה עולה ארוכה ביותר.

כלומר: האלגוריתם מוצא את המספר k הגדול ביותר שעבורו קיימת תת סדרה $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ של

$$a_1, a_2, \dots, a_n \quad \text{כך ש-} a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_k} \quad \text{ו-} a_{i_1} \leq a_{i_2} \leq \dots \leq a_{i_k}.$$

הסבר את נכונות האלגוריתם שהצעת ונתח את סיבוכיותו.

הדרכה: השתמש בתכנות דינמי.

סמן: f_i - הגודל של תת סדרה עולה ארוכה ביותר של a_1, a_2, \dots, a_n ;

g_i - הגודל של תת סדרה עולה ארוכה ביותר מתוך האברים שלפני a_{i+1}

ושקטנים או שווים ל- a_{i+1} ;

ומצא דרך לחשב את f_n .

סוף !