

קווים לפתרון כמה שאלות בממ"ן 11 סמסטר ב2011

שאלה 2

א. השפות הן Σ^* ו- \emptyset .

אם המצב ההתחלתי הוא המצב המקבל q_{accept} , אז כל מילה מתקבלת.

אם המצב ההתחלתי הוא המצב הדוחה q_{reject} , אז כל מילה נדחית.

ב. אם המצב ההתחלתי הוא המצב המקבל q_{accept} , אז כל מילה מתקבלת, והשפה היא Σ^* .

אם המצב ההתחלתי הוא המצב הדוחה q_{reject} , אז כל מילה נדחית, והשפה היא \emptyset .

אם המצב ההתחלתי הוא המצב q , אז השפה שהמכונה מכריעה יכולה להיות Σ^* , יכולה להיות

\emptyset , יכולה להיות $\{\varepsilon\}$ (מ- q על 0 עוברים למצב הדוחה. מ- q על \sqcup עוברים למצב המקבל),

ויכולה להיות $\Sigma^* - \{\varepsilon\}$ (מ- q על 0 עוברים למצב המקבל. מ- q על \sqcup עוברים למצב הדוחה).

ג. אפשר להכריע את השפה $\{\varepsilon, 0\}$ בעזרת תוספת של שני סמלים לאלפבית הסרט של המכונה.

שאלה 3

למכונה עם אינסוף מצבים יש יותר כוח מאשר למכונה עם מספר סופי של מצבים :

לכל שפה L מעל אלפבית Σ אפשר לבנות מכונה עם אינסוף מצבים שתכריע את L :

אלפבית הסרט של המכונה יהיה $\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup\}$.

לכל מילה w מעל האלפבית Σ יהיה במכונה מצב שיזכור שעד עתה קראנו את w :

המצב ההתחלתי יזכור שעד עתה קראנו את המילה הריקה.

לכל סמל a של Σ , תצא קשת מן המצב ההתחלתי למצב שיזכור שעד עכשיו קראנו את a .

מכל מצב כזה, תצא, לכל סמל b של Σ , קשת למצב שיזכור שעד עכשיו קראנו את ab , וכך הלאה.

מכל מצב שמתאים למילה ששייכת לשפה תצא קשת עם סמל הרווח למצב המקבל q_{accept} .

מכל מצב שמתאים למילה שלא שייכת לשפה תצא קשת עם סמל הרווח למצב הדוחה q_{reject} .

אין בקיום מכונה כזו סתירה לתזה של צ'רץ' וטיורינג, משום שמכונה בעלת אינסוף מצבים איננה

מודל של מכונה מציאותית.

שאלה 5

מכונה עם סרט אינסופי בשני הכיוונים יכולה לחקות את פעולתה של מכונה עם סרט אינסופי

בכיוון אחד :

תהי M_1 מכונה עם סרט אינסופי בכיוון אחד. נבנה מכונה M_2 עם סרט אינסופי בשני הכיוונים

שתחקה את פעולתה של M_1 :

בתחילת פעולתה M_2 תרשום משמאל לקלט סמל מיוחד שלא שייך לאלפבית של M_1 . סמל זה

נמצא בריבוע שמשמאל לריבוע ההתחלתי של M_1 .

לאחר מכן M_2 תחזור לתחילת הקלט, ותפעל כמו M_1 .

לכל מצב q , נוסיף בפונקצית המעברים את הטיפול בסמל המיוחד: כאשר נמצאים במצב q וקוראים את הסמל המיוחד, כותבים את הסמל המיוחד, הראש הקורא-כותב נע ימינה, ונשארים במצב q .

הסבר: אם קוראים את הסמל המיוחד, אז M_1 ניסתה לנוע אל משמאל לריבוע ההתחלה. במקרה כזה ב- M_1 לא מתבצעת תנועה של הראש הקורא-כותב. לכן הראש של M_2 נע ימינה אל ריבוע ההתחלה של M_1 (ונשארים במצב q).

מכונה עם סרט אינסופי בכיוון אחד יכולה לחקות את פעולתה של מכונה עם סרט אינסופי בשני הכיוונים:

תהי M_2 מכונה עם סרט אינסופי בשני הכיוונים. נבנה מכונה M_1 עם סרט אינסופי בכיוון אחד שתחקה את פעולתה של M_2 :

בתחילת פעולתה M_1 תזיז את הקלט ריבוע אחד ימינה, תרשום משמאל לקלט (בריבוע ההתחלתי) סמל מיוחד שלא שייך לאלפבית של M_2 , ומימין לקלט סמל מיוחד נוסף שלא שייך לאלפבית של M_2 . כך נוצר מצב שהקלט נמצא בין שני סמלים מיוחדים. נקרא להם הסמן השמאלי והסמן הימני.

לאחר מכן M_1 תחזור לתחילת הקלט, ותפעל כמו M_2 , אבל תדאג לכך שהחלק של הסרט שבו ביקרנו עד עתה יהיה תמיד בין הסמן השמאלי והסמן הימני.

לשם כך מוסיפים לפונקצית המעברים את הטיפול בשני הסמלים המיוחדים:

לכל מצב q , אם המכונה נמצאת ב- q וקוראים את הסמל המיוחד הימני, אז עוברים לקבוצת מצבים שמזיזה את הסמן הימני ריבוע אחד ימינה, כותבת במקומו סימן רווח, וחוזרת למצב q כאשר הראש הקורא-כותב נמצא על הרווח שכתבנו.

הסבר: אם הגענו לסמן הימני, אז M_2 נעה ימינה אל ריבוע שאף פעם לא ביקרנו בו. לכן בריבוע זה צריך להיות סימן רווח. אנו מזיזים את הסמן הימני ריבוע אחד ימינה, וכותבים במקומו רווח. בכך הרחבנו את שטח העבודה בריבוע אחד (מצד ימין).

לכל מצב q , אם המכונה נמצאת ב- q וקוראים את הסמל המיוחד השמאלי, אז עוברים לקבוצת מצבים שמזיזה את הסמן הימני ואת כל התוכן שבין שני הסמנים ריבוע אחד ימינה. (את הסמן השמאלי לא מזיזים). בריבוע שמימין לסמן השמאלי כותבים סימן רווח, וחוזרים למצב q כאשר הראש הקורא-כותב נמצא על הרווח שכתבנו.

הסבר: אם הגענו לסמן השמאלי, אז M_2 נעה שמאלה אל ריבוע שאף פעם לא ביקרנו בו. לכן בריבוע זה צריך להיות סימן רווח. אנו מזיזים את כל התוכן שמימין לסמן השמאלי ריבוע אחד ימינה, וכותבים במקום שנוצר (מימין לסמן השמאלי) רווח. בכך הרחבנו את שטח העבודה בריבוע אחד (מצד שמאל).

שאלה 7

אם יש מונה כזה, אז השפה מזוהה-טיורינג, כי יש לשפה מונה.

אם השפה מזוהה-טיורינג, אז יש לה מונה.

נבנה מונה חדש שישתמש במונה המקורי:

המונה החדש ירשום במקום מיוחד **על סרט העבודה שלו** כל מילה שרושם המונה המקורי על סרט הפלט שלו. (כלומר, המונה החדש ישמור על סרט העבודה שלו את כל המילים שהמונה המקורי הדפיס).

בכל פעם שהמונה המקורי היה נכנס למצב q_{print} , המונה החדש ישווה את המילה החדשה שהוא כתב על סרט העבודה שלו עם כל המילים שכבר רשומות שם.

אם המילה החדשה הופיעה בעבר, המופע החדש שלה יימחק מסרט העבודה (של המונה החדש), המונה החדש לא ידפיס דבר, והוא יחזור לבצע סימולציה של המונה המקורי.

אם המילה החדשה לא הופיעה בעבר, המונה החדש יעתיק אותה לסרט הפלט שלו, וידפיס אותה. לאחר מכן הוא יחזור לבצע סימולציה של המונה המקורי.