מספר התלמיד הנבחן רשום את כל תשע הספרות

האוניברסיטה

כ"ו בתמוז תשע"ה

13

ביולי 2015

סמסטר 2015ב

20585 / 4

85 מס' מועד

מס' שאלון - 503

# שאלון בחינת גמר

20585 - מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

משך בחינה: שעות

> בשאלון זה 3 עמודים

> > מבנה הבחינה:

בבחינה שש שאלות.

עליכם לענות על חמש שאלות בלבד.

משקל כל שאלה 20 נקודות.

## חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש.

אסור בשימוש כל מכשיר שבאמצעותו אפשר להתחבר לאינטרנט או לאצור מידע לרבות מחשב נישא ו/או טאבלט.

בהצלחה !!!

החזירו

למשגיח את השאלון

וכל עזר אחר שקיבלתם בתוך מחברת התשובות



### שאלה 1

: האם לכל שפה מזוהה-טיורינג B יש מכונת טיורינג M שמזהה את ומקיימת את התנאי הבא

על כל מילה ששייכת ל-B הראש הקורא-כותב של המכונה אף פעם לא נע שמאלה?

בכל צעד הראש יכול לנוע ימינה, ויכול להישאר במקום, אך לא לנוע שמאלה.

שימו לב שהתנאי נדרש רק למילים ששייכות לשפה. על מילים שלא שייכות לשפה אין מגבלה על תנועות הראש הקורא-כותב.

הוכיחו את תשובתכם.

#### שאלה 2

 $:EPSILON_{
m LBA}$  נגדיר את השפה

$$EPSILON_{LBA} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is an LBA and } L(M) = \{ \epsilon \} \}$$

מקבל M) . $\{\epsilon\}$  שייכת לשפה, אם M הוא אוטומט חסום ליניארית שמזהה את השפה M). את המילה הריקה, ולא מקבל כל מילה אחרת).

 $(E_{LBA} \leq_m EPSILON_{LBA}) EPSILON_{LBA}$ ל-גופוי של מיפוי של בוקצית מיפוי של הראו

תארו את הרדוקציה והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב.

 $E_{LBA} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is an LBA and } L(M) = \emptyset \} :$  תזכורת

## שאלה 3 (כל סעיף 10 נקודות)

. שלמה-NP היא שפה B

- $B \leq_{\mathrm{P}} C$  כך ש- NP $\cap$ coNP א. נניח שתימצא שפה במחלקת שפה C במחלקת שפה א. נניח שתימצא שפה אפשר יהיה להסיק מכך ש- NP=coNP י הוכיחו את תשובתכם.
- $\overline{D} \leq_{
  m P} B$  ב. נניח שיוכח שלכל שפה  $D \leq_{
  m P} B$  במחלקת השפות NP $\cap$ coNP מתקיים גם  $D \leq_{
  m P} B$  וגם  $D \leq_{
  m P} B$  האם אפשר יהיה להסיק מכך ש- NP=coNP י הוכיחו את תשובתכם.

#### שאלה 4

 $B \leq_{\mathrm{L}} A$  ,P שפה B נקראת P- שלמה אם A שייכת למחלקה P, ולכל שפה במחלקה P שפה A נקראת לב שמדובר על רדוקציה במקום לוגריתמי).

 $P \neq L$  או שאיננה P שלמה, אז  $C \neq \Sigma^*$ ,  $C \neq \varnothing$ ) שאיננה P שלמה, אז P הוכיחו: אם יש במחלקה P מכילה ממש את המחלקה L מכילה ממש את המחלקה P מכילה ממש את המחלקה P מכילה ממש את המחלקה P.

## שאלה 5

 $d_n, \ldots, d_2, d_1$  במסעדה שמסומנות מנות מנות n מנות מוצעות במסעדה יוקרתית

.(ביים). ויש ערך תזונתי  $p_i$  הם מספרים שלמים חיוביים). לכל מנה  $d_i$  יש מחיר  $p_i$  ויש ערך תזונתי

לכל סועד במסעדה יש סכום מרבי P שהוא מוכן להוציא וערך תזונתי מינימלי שהוא מעוניין להשיג.

הבעיה העומדת בפני הסועד במסעדה היא: האם יש תת-קבוצה של המנות שסכום המחירים שלהן הבעיה העומדת בפני הסועד במסעדה היא: C- איננו גדול מ-P, וסכום הערכים התזונתיים שלהן איננו קטן מ

 $(!\Sigma_{i\in D}c_i\geq C$ ר בך ש-  $\Sigma_{i\in D}p_i\leq P$  כך ש-  $D\subseteq\{1,2,...,n\}$  (האם יש

הוכיחו: הבעיה הזו היא NP-שלמה.

**הדרכה**: הוכיחו שהבעיה שייכת ל-NP, והראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של אחת השפות ה-NP-שלמות שמופיעות בספר.

תארו את הרדוקציה, והוכיחו שהיא תקפה ושהיא ניתנת לחישוב בזמן פולינומיאלי.

## שאלה 6

מאמת במקום לוגריתמי הוא מאמת V שמשתמש, בנוסף למקום של הקלט, במקום שהוא לוגריתמי בגודל הקלט.

מאמת כזה הוא מכונה עם שני סרטים, סרט קלט שהוא סרט לקריאה בלבד, וסרט עבודה שהוא סרט לקריאה ולכתיבה.

.הוא האימות c-ו הקלט (על סרט הקלט) היא w .<w, c> חרוזת הקלט (על סרט הקלט (c) c> הגודל של <math>c> (c) (c) (c) לוגריתמי בגודל של

w המקום שבו משתמש המאמת על סרט העבודה גם הוא לוגריתמי בגודל

 $\{w \mid V \text{ accepts } \leq w, c \geq \text{ for some string } c \text{ where } |c| = O(\log(|w|))\}$  השפה של המאמת V היא

להלן "הוכחה" לכך שלכל שפה ב-NL יש מאמת במקום לוגריתמי:

תהי D, ומשתמשת במקום D, אז יש ל-D מכונה לא דטרמיניסטית אם חבריעה את העבודה שלה. NL. לוגריתמי בסרט העבודה שלה.

נבנה מאמת במקום לוגריתמי לשפה D: המאמת יקבל, בנוסף למילת הקלט w, את סדרת הבחירות הלא דטרמיניסטיות שעושה המכונה N בריצתה על מילת הקלט w. כלומר, האימות יהיה ייכתובתיי כמו בהוכחת משפט 3.16 ובהוכחת משפט 7.20.

המאמת יריץ (בסרט העבודה) סימולציה של ריצת N על w לפי סדרת הבחירות הלא דטרמיניסטיות שבאימות. אם מסלול החישוב הזה של N הביא לקבלת w, הוא יקבל. אחרת, הוא ידחה.

מה לא נכוו בייהוכחהיי הזו?

הסבירו **במדויק** מה הטעות בהוכחה - איזו נקודה בהוכחה שגויה ומה בדיוק השגיאה.