קורס: 20425 ״הסתברות לתלמידי מדעי המחשב״

(86 / 5מ מועד - 2014 (סמסטר 14.7.2014 - מועד אל

חומר העזר המותר: מחשבון מדעי בלבד.

ספר הקורס, מדריך הלמידה או כל חומר כתוב אחר – אסורים לשימוש!

עליכם לענות על ארבע מתוך חמש השאלות הבאות.

כל השאלות זהות במשקלן.

בכל תשובותיכם חשבו את התוצאה הסופית (כמובן, במידת האפשר).

לבחינה מצורפים: טבלת ערכים של פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית ודף נוסחאות הכולל 2 עמודים.

שאלה 1 (25 נקודות)

שתי מרכזיות טלפון: A ו-B, פועלות באופן בלתי-תלוי זו בזו.

בשתי המרכזיות מתקבלות שיחות טלפון בזמנים המקיימים את שלוש ההנחות של תהליך פואסון עם קצב של 2 שיחות לדקה.

מתחילים לעקוב אחר שיחות הנכנסות לשתי המרכזיות החל מזמן 0.

 $(\mathbf{A}, \mathbf{A}, \mathbf{$

 ${f A}$ מזמן ${f B}$ ועד שנכנסת השיחה הראשונה למרכזייה מספר שנכנסות שנכנסות למרכזייה שנכנסות שנים שנכנסות שנכנסות שנכנסות שנכנסות שנכנסות

- $.P\{T>0.25\}$ א. חשב את (7 נקי)
- $P\{X=2 \mid T=0.5\}$ השב את ב. חשב את (8 נקי)
- X ימהן המקרי אל המשתנה המקרי X ומהן ג. מהן התוחלת והשונות של המשתנה מקרי

שאלה 2 (25 נקודות)

 $f_X(x)=c\left|x-2\right|$, $1\leq x\leq 3$: נתונה על-ידיX נתונה המשתנה המשתנה המשתנה אונה על-ידי

- . c א. חשב את הערך של 6)
 - E[X] ב. מהי E[X]!
- X את פונקציית ההתפלגות מצא את מצטברת של 7) ג. מצא את פונקציית ההתפלגות מצא את

רשום אותה באופן מדויק (לכל x ממשי).

$$Y = (X-1)^2$$
 יהי ד. יהי (6 נקי).

 $F_{Y}(3.24)$ חשב את

שאלה 3 (25 נקודות)

(0 איא H מטילים מטבע, שההסתברות מטבע, שההסתברות מטילים מטבע

יהי X מספר הזוגות של שתי הטלות עוקבות, שמתקבלת בהן אותה התוצאה.

X=3 אז HTH $\overline{\rm HH}$ THTTH, אז

p = 0.5 א. (ניח כי 9)

i=1,2,...,9 לכל A_i על ידי את המאורעות , i=1,2,...,9

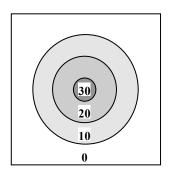
i+1-i התקבלו אותן התוצאותיי.

האם לכל $i \neq j$ בלתי-תלויים המאורעות האם לכל (i,j=1,2,...,9) בלתי-תלויים האם לכל האם לכל הוכח את טענתך.

(שימו לב: התפלגות המשתנה המקרי X איננה בינומית) (שימו לב: התפלגות המשתנה המקרי X איננה בינומית)

- X חשב את התוחלת של .1
- X חשב את השונות של .2

שאלה 4 (25 נקודות)



ילד קולע למטרה המסומנת על לוח ריבועי, כפי שמתואר באיור שמשמאל. הוא מבצע 50 נסיונות קליעה בלתי-תלויים זה בזה.

בכל נסיון-קליעה, ההסתברות שלא יפגע כלל בלוח היא 0.2.

אם הוא פוגע בלוח (דהיינו, בתוך הריבוע הייגדוליי) –

,0.2 החסתברות שיזכה ב- 30 נקודות היא 0.1 ב- 20 נקודות היא החסתברות שיזכה ב- 30 נקודות היא

וב- 10 נקודות היא 0.3.

- (6 נקי) א. מהי ההסתברות שהילד יזכה בדיוק ב-20 נקודות בנסיון-קליעה מקרי:
- (6 נקי) ב. מהי ההסתברות שבדיוק ב- 30 נסיונות-קליעה (מתוך ה- 50) הילד יזכה בנקודות!
- (6 נקי) ג. מהי ההסתברות שבדיוק ב-23 נסיונות-קליעה (מתוך ה- 50) לא יזכה כלל בנקודות, ב- 10 נקודות, ב- 10 נקודות, ב- 10 נקודות, ב- 10 נקודות?
- , נקודה הילד לא אוכה באף נקודה (מתוך ה- 50) שבהם הילד לא אוכה באף נקודה (7 נקי) ד. נסמן ב- X_0 את מספר נסיונות-הקליעה (מתוך ה- 50) שבהם הילד אוכה ב- 10 נקודות. $X_{10} + X_0 = X_0$ חשב את מקדם המתאם בין $X_0 + X_0 = X_0$

שאלה 5 (25 נקודות)

. ו-G ו-G מאורעות זרים של ניסוי מקרי כלשהו (נקי) א. יהיו

הוכח, כי בחזרות בלתי-תלויות על ניסוי זה,

$$\frac{P(F)}{P(F)+P(G)}$$
 : ההסתברות שהמאורע F יתרחש לפני המאורע

- ב. מטילים קובייה תקינה שוב ושוב.
- (6 נקי) 1. מהי ההסתברות שתתקבל תוצאה זוגית לפני שתתקבל תוצאה שהיא כפולה של 3!
 - (*7* נקי) 2. נתבונן על 40 ההטלות הראשונות:

אם בהטלות אלו התקבלו 13 תוצאות שהן כפולה של 3,

מהי ההסתברות שבהטלה השישית (מתוך ה- 40) התקבלה לראשונה תוצאה שהיא כפולה של 3:

בהצלחה!

$\Phi(z)$ ערכים של פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית,

$$\Phi(z) = P\{Z \le z\} = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt \qquad ; \qquad \Phi(-z) = 1 - \Phi(z) \qquad ; \qquad Z \sim N(0,1)$$

$$\Phi(z) pprox \Phi(z_1) + rac{z-z_1}{z_2-z_1} [\Phi(z_2) - \Phi(z_1)]$$
 : נוסחת האינטרפולציה:

0.4 0.6554 0.6591 0.6628 0.6664 0.6700 0.6736 0.6772 0.6808 0.6844 0.6875 0.5 0.6915 0.6950 0.6985 0.7019 0.7054 0.7088 0.7123 0.7157 0.7190 0.7224 0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7357 0.7389 0.7422 0.7454 0.7486 0.7517 0.7548 0.7 0.7580 0.7611 0.7642 0.7673 0.7704 0.7734 0.7764 0.7794 0.7881 0.8018 0.8818 0.8910 0.7939 0.7967 0.7995 0.8023 0.8051 0.8078 0.8166 0.813 0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8360 0.8843 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8899 0.8810 0.8836 1.2 0.8849 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8880 0.8	Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.1 0.5398 0.5438 0.5478 0.5517 0.5557 0.5596 0.5636 0.5675 0.5714 0.5753 0.2 0.5793 0.5832 0.5871 0.5910 0.5948 0.5987 0.6026 0.6064 0.6103 0.6141 0.3 0.6179 0.6217 0.6255 0.6293 0.6331 0.6368 0.6406 0.6443 0.6480 0.6512 0.4 0.6554 0.6591 0.6628 0.6644 0.6700 0.6736 0.6772 0.6808 0.6844 0.6873 0.5 0.6915 0.6950 0.6985 0.7019 0.7054 0.7088 0.7123 0.7157 0.7190 0.7222 0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7337 0.7389 0.7422 0.7454 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7895 0.8016 0.8078 0.816 0.8	0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0 5199	0 5239	0 5279	0 5319	0 5359
0.2 0.5793 0.5832 0.5871 0.5910 0.5948 0.5987 0.6026 0.6044 0.6103 0.6149 0.3 0.6179 0.6217 0.6255 0.6293 0.6331 0.6368 0.6406 0.6443 0.6480 0.6511 0.4 0.6554 0.6591 0.6628 0.6664 0.6700 0.6736 0.6772 0.6808 0.6844 0.6875 0.5 0.6915 0.6950 0.6985 0.7019 0.7054 0.7888 0.7123 0.7190 0.7792 0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7357 0.7389 0.7422 0.7454 0.7494 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7794 0.7823 0.7851 0.7817 0.7580 0.7811 0.7642 0.7673 0.77995 0.8023 0.8051 0.8078 0.8106 0.813 0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.82899 0.8315 0.8365 0.8365											
0.3 0.6179 0.6217 0.6255 0.6293 0.6331 0.6368 0.6406 0.6443 0.6480 0.6511 0.4 0.6554 0.6591 0.6628 0.6664 0.6700 0.6736 0.6772 0.6808 0.6844 0.6873 0.5 0.6915 0.6950 0.6985 0.7019 0.7054 0.7088 0.7123 0.7157 0.7190 0.7224 0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7357 0.7389 0.7422 0.7454 0.7486 0.7517 0.7549 0.7 0.7580 0.7611 0.7642 0.7673 0.7704 0.7734 0.7764 0.7794 0.7823 0.851 0.8 0.7881 0.7910 0.7993 0.7995 0.8023 0.8051 0.8038 0.8306 1.0 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8231 0.8315 0.8340 0.8666 0.8686 0.8788 0.8531 0.8557 0.8599 0.8621 1.1											
0.4 0.6554 0.6691 0.6628 0.6664 0.6700 0.6736 0.6772 0.6808 0.6844 0.6875 0.5 0.6915 0.6950 0.6985 0.7019 0.7054 0.7088 0.7123 0.7157 0.7190 0.7224 0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7357 0.7389 0.7422 0.7454 0.7486 0.7517 0.7548 0.7 0.7580 0.7611 0.7642 0.7673 0.7704 0.7734 0.7764 0.7794 0.7881 0.8031 0.8081 0.8018 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8340 0.8365 0.8365 0.8381 1.0 0.8413 0.8438 0.8461 0.8485 0.8508 0.8531 0.8554 0.8579 0.8599 0.8611 1.1 0.8643 0.8866 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8889 0.8897 1.2 0.8849 0.8888 0.8907 <th></th> <th>0.6517</th>											0.6517
0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7357 0.7389 0.7422 0.7454 0.7486 0.7517 0.7546 0.7 0.7580 0.7611 0.7642 0.7673 0.7704 0.7734 0.7764 0.7794 0.7823 0.7852 0.8 0.7881 0.7910 0.7939 0.7967 0.7995 0.8023 0.8051 0.8078 0.8106 0.813 0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8340 0.8365 0.8385 1.0 0.8413 0.8438 0.8461 0.8485 0.8508 0.8531 0.8574 0.8577 0.8599 0.8621 1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8811 1.2 0.8849 0.88869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9012 1.3 0.9032 0.9904											0.6879
0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7357 0.7389 0.7422 0.7454 0.7486 0.7517 0.7546 0.7 0.7580 0.7611 0.7642 0.7673 0.7704 0.7734 0.7764 0.7794 0.7823 0.7852 0.8 0.7881 0.7910 0.7939 0.7967 0.7995 0.8023 0.8051 0.8078 0.8106 0.813 0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8340 0.8365 0.8385 1.0 0.8413 0.8438 0.8461 0.8485 0.8508 0.8531 0.8574 0.8577 0.8599 0.8621 1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8811 1.2 0.8849 0.88869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9012 1.3 0.9032 0.9904	0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.7 0.7580 0.7611 0.7642 0.7673 0.7704 0.7734 0.7764 0.7794 0.7823 0.7852 0.8 0.7881 0.7910 0.7939 0.7967 0.7995 0.8023 0.8051 0.8078 0.8106 0.8133 0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8340 0.8365 0.8385 1.0 0.8413 0.8438 0.8461 0.8485 0.8508 0.8531 0.8577 0.8599 0.8621 1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8836 1.2 0.8849 0.8869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9012 1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.9279 0.92922 0.9306 0.9311 1.5					0.7357	0.7389	0.7422				0.7549
0.8 0.7881 0.7910 0.7939 0.7967 0.7995 0.8023 0.8051 0.8078 0.8106 0.8135 0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8340 0.8365 0.8385 1.0 0.8413 0.8438 0.8461 0.8485 0.8508 0.8531 0.8554 0.8577 0.8599 0.8621 1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8830 1.2 0.8849 0.8869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9012 1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.917 1.4 0.9192 0.9207 0.9222 0.9236 0.9249 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441 1.6 0.9452 0.9463 0.9474							0.7734				0.7852
0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8340 0.8365 0.8385 1.0 0.8413 0.8438 0.8461 0.8485 0.8508 0.8531 0.8577 0.8599 0.8621 1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8831 1.2 0.8849 0.8869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9012 1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.917 1.4 0.9192 0.9207 0.9222 0.9236 0.9251 0.9265 0.9279 0.9292 0.9306 0.9315 1.5 0.9332 0.9463 0.9357 0.9370 0.9382 0.9394 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441 1.6 0.9452 0.9464 0.9573											0.8133
1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8831 1.2 0.8849 0.8869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9012 1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.917 1.4 0.9192 0.9207 0.9222 0.9236 0.9251 0.9265 0.9279 0.9292 0.9306 0.9319 1.5 0.9332 0.9345 0.9357 0.9370 0.9382 0.9394 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441 1.6 0.9452 0.9463 0.9474 0.9484 0.9495 0.9505 0.9515 0.9525 0.9535 0.9534 1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9501 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9631 1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699											0.8389
1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8831 1.2 0.8849 0.8869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9012 1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.917 1.4 0.9192 0.9207 0.9222 0.9236 0.9251 0.9265 0.9279 0.9292 0.9306 0.9319 1.5 0.9332 0.9345 0.9357 0.9370 0.9382 0.9394 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441 1.6 0.9452 0.9463 0.9474 0.9484 0.9495 0.9505 0.9515 0.9525 0.9535 0.9531 1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9591 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9631 1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699	1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.2 0.8849 0.8869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9015 1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.9177 1.4 0.9192 0.9207 0.9222 0.9236 0.9251 0.9265 0.9279 0.9292 0.9306 0.9315 1.5 0.9332 0.9345 0.9357 0.9370 0.9382 0.9394 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441 1.6 0.9452 0.9463 0.9474 0.9484 0.9495 0.9505 0.9515 0.9525 0.9535 0.9543 1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9591 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9632 1.8 0.9641 0.9644 0.9656 0.9644 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699 0.9761 0.9761 1.9 0.9713 0.9778 0.9783 0.9788 0.9793 0.9780 0.9803 0.9808 0.9812											0.8830
1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.9177 1.4 0.9192 0.9207 0.9222 0.9236 0.9251 0.9265 0.9279 0.9292 0.9306 0.9319 1.5 0.9332 0.9345 0.9357 0.9370 0.9382 0.9394 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441 1.6 0.9452 0.9463 0.9474 0.9484 0.9495 0.9505 0.9515 0.9525 0.9535 0.9543 1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9591 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9633 1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699 0.9761 2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9798 0.9803 0.9808 0.9812 0.9812 2.1 0.9861 0.9864 0.9868	1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.5 0.9332 0.9345 0.9357 0.9370 0.9382 0.9394 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441 1.6 0.9452 0.9463 0.9474 0.9484 0.9495 0.9505 0.9515 0.9525 0.9535 0.9545 1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9591 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9635 1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699 0.9706 1.9 0.9713 0.9719 0.9726 0.9732 0.9738 0.9744 0.9750 0.9756 0.9761 0.9762 2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9799 0.9803 0.9808 0.9812 0.9812 2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9884 0.9887 2.2 0.9861 0.9868 0.9871 0.9875		0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.6 0.9452 0.9463 0.9474 0.9484 0.9495 0.9505 0.9515 0.9525 0.9535 0.9545 1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9591 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9631 1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699 0.9706 1.9 0.9713 0.9719 0.9726 0.9732 0.9738 0.9744 0.9750 0.9756 0.9761 0.9762 2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9793 0.9798 0.9803 0.9808 0.9812 0.9812 2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9851 0.9851 2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9896 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9904 0.9911 0.9913 0.9936		0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9591 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9633 1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699 0.9706 1.9 0.9713 0.9719 0.9726 0.9732 0.9738 0.9744 0.9750 0.9756 0.9761 0.9767 2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9793 0.9798 0.9803 0.9808 0.9812 0.9812 2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9854 0.9857 2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9896 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9916 2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934	1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699 0.9706 1.9 0.9713 0.9719 0.9726 0.9732 0.9738 0.9744 0.9750 0.9756 0.9761 0.9761 2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9793 0.9798 0.9803 0.9808 0.9812 0.9812 2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9854 0.9851 2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9913 0.9932 0.9934 0.9932 0.9931 0.9932 0.9934 0.9932 2.5 0.9938 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 <th>1.6</th> <th>0.9452</th> <th>0.9463</th> <th>0.9474</th> <th>0.9484</th> <th>0.9495</th> <th>0.9505</th> <th>0.9515</th> <th>0.9525</th> <th>0.9535</th> <th>0.9545</th>	1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.9 0.9713 0.9719 0.9726 0.9732 0.9738 0.9744 0.9750 0.9756 0.9761 0.9762 2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9793 0.9798 0.9803 0.9808 0.9812 0.9812 2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9854 0.9857 2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9896 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9914 2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934 0.9935 2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9961 0.9962 0.9963 0.9962 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971		0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9793 0.9798 0.9803 0.9808 0.9812 0.9817 2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9854 0.9855 2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9896 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9916 2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934 0.9936 2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 0.9952 2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9962 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9979	1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9854 0.9857 2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9896 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9913 0.9913 0.9913 0.9913 0.9932 0.9934 0.9936 2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934 0.9936 2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 0.9952 2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9974 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9980 0.9981 2.9 0.9981 0.9982 0.9982	1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9854 0.9852 2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9896 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9913 0.9913 0.9913 0.9913 0.9913 0.9934 0.9934 0.9936 2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934 0.9936 2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 0.9952 2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9974 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9980 0.9981 2.9 0.9981 0.9982	2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9896 2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9916 2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934 0.9936 2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 0.9952 2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9964 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9973 0.9973 2.8 0.9974 0.9975 0.9976 0.9977 0.9977 0.9978 0.9985 0.9986 0.9986 2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9996		0.9821					0.9842				0.9857
2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9916 2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934 0.9936 2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 0.9952 2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9962 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9973 0.9973 0.9981 2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9986 3.0 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9992 0.9993 0.9993 0.9991 0.9991 0.9994 0.9994 0.9994 <th></th> <th>0.9861</th> <th>0.9864</th> <th>0.9868</th> <th>0.9871</th> <th>0.9875</th> <th>0.9878</th> <th>0.9881</th> <th>0.9884</th> <th>0.9887</th> <th>0.9890</th>		0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 0.9952 2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9964 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9973 0.9973 0.9974 2.8 0.9974 0.9975 0.9976 0.9977 0.9977 0.9978 0.9979 0.9979 0.9980 0.9980 0.9981 2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9986 3.0 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9989 0.9989 0.9999 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9993 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.9995 0.		0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9964 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9973 0.9974 2.8 0.9974 0.9975 0.9976 0.9977 0.9977 0.9978 0.9979 0.9979 0.9980 0.9980 0.9981 2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9986 3.0 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9989 0.9999 0.9992 3.1 0.9990 0.9991 0.9991 0.9991 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9995 0.	2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9964 2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9973 0.9974 2.8 0.9974 0.9975 0.9976 0.9977 0.9977 0.9978 0.9979 0.9979 0.9980 0.9980 0.9981 2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9986 3.0 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9989 0.9999 0.9993 0.9993 0.9991 0.9991 0.9991 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9995	2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.8 0.9974 0.9975 0.9976 0.9977 0.9977 0.9978 0.9979 0.9979 0.9980 0.9981 2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9986 0.9986 3.0 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9989 0.9999 0.9990 0.9990 0.9990 3.1 0.9990 0.9991 0.9991 0.9991 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9993 0.9995 0.9995 3.2 0.9993 0.9993 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9995 0.9995 0.9995		0.9953		0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962		0.9964
2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9986 3.0 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9989 0.9989 0.9990 0.9990 0.9990 3.1 0.9990 0.9991 0.9991 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9993 0.9995 0.9995 3.2 0.9993 0.9993 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9995 0.9995 0.9995		0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
3.0 0.9987 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9989 0.9990 0.9990 0.9990 3.1 0.9990 0.9991 0.9991 0.9991 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9993 0.9995 0.9995 3.2 0.9993 0.9993 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9995 0.9995 0.9995	2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
3.1 0.9990 0.9991 0.9991 0.9991 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9993 0.9993 3.2 0.9993 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9995 0.9995 0.9995	2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.1 0.9990 0.9991 0.9991 0.9991 0.9992 0.9992 0.9992 0.9992 0.9993 0.9993 3.2 0.9993 0.9994 0.9994 0.9994 0.9994 0.9995 0.9995 0.9995	3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
		0.9990		0.9991	0.9991		0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
		0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994			0.9995
3.3 0.9995 0.9995 0.9995 0.9996 0.9996 0.9996 0.9996 0.9996 0.9996 0.9996 0.9996 0.9996	3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4 0.9997 0.9997 0.9997 0.9997 0.9997 0.9997 0.9997 0.9997 0.9997 0.9998	3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

$\Phi(z)$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90
Z									
$\Phi(z)$	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
Z	1.341	1.405	1.476	1.555	1.645	1.751	1.881	2.054	2.326

4

20425 / 86 - 12014

דף נוסחאות לבחינה - 20425

	פונקציית ההסתברות / פונקציית הצפיפות	התוחלת	<i>ה</i> שונות	הפונקציה יוצרת המומנטים
בינומית	$\binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} , i = 0, 1, \dots, n$	пр	np(1-p)	$(pe^t + 1 - p)^n$
גיאומטרית	$(1-p)^{i-1} \cdot p$, $i = 1, 2,$	1/p	$(1-p)/p^2$	$pe^{t}/(1-(1-p)e^{t})$ $t<-\ln(1-p)$
פואסונית	$e^{-\lambda} \cdot \lambda^i / i!$, $i = 0,1,$	λ	λ	$\exp\{\lambda(e^t-1)\}$
בינומית שלילית	$\binom{i-1}{r-1}(1-p)^{i-r} \cdot p^r$, $i=r,r+1,$	r/p	$(1-p)r/p^2$	$\left(pe^{t}/(1-(1-p)e^{t})\right)^{r}$ $t<-\ln(1-p)$
היפרגיאומטרית	$ \begin{pmatrix} m \\ i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N-m \\ n-i \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} N \\ n \end{pmatrix} , i = 0,1,,m $	nm/N	$\frac{N-n}{N-1}n\frac{m}{N}(1-\frac{m}{N})$	
אחידה בדידה	$\frac{1}{n}$, $i = m+1, m+2,, m+n$	m + (1+n)/2	$(n^2-1)/12$	
אחידה	$1/(b-a)$, $a \le x \le b$	(a+b)/2	$(b-a)^2/12$	$(e^{bt}-e^{at})/(tb-ta), t\neq 0$
נורמלית	$(1/\sqrt{2\pi}\sigma)\cdot e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$, $-\infty < x < \infty$	μ	σ^2	$\exp\left\{\mu t + \sigma^2 t^2 / 2\right\}$
מעריכית	$\lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$	1/λ	$1/\lambda^2$	$\lambda/(\lambda-t)$, $t<\lambda$
מולטינומית 1	$ \binom{n}{n_1,\dots,n_r} \cdot p_1^{n_1} \cdot \dots \cdot p_r^{n_r} , \sum n_i = n, \sum p_i = 1 $			

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^i y^{n-i}$$
נוסחת הבינום

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^{C})$$

$$P\bigg(\bigcup_{i=1}^{n}A_{i}\bigg) = \sum_{i=1}^{n}P(A_{i}) - \sum_{i< j}P(A_{i}\cap A_{j}) + \ldots + (-1)^{n+1}P(A_{1}\cap A_{2}\cap \ldots \cap A_{n})$$
 כלל ההכלה וההפרדה

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1 \cap A_2) \cdot ... \cdot P(A_n \mid A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{n-1})$$
 נוטחת הכפל

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A \,|\, B_i) P(B_i)$$
 , S אורים ואיחודם הוא $\{B_i\}$

$$P(B_j \mid A) = \frac{P(A \mid B_j)P(B_j)}{\sum\limits_{i=1}^n P(A \mid B_i)P(B_i)} \quad , \quad S \text{ אורים ואיחודם הוא } \{B_i\}$$

$$E[X] = \sum_{x} x p_X(x) = \int x f(x) dx$$

$$E[g(X)] = \sum_{x} g(x) p_X(x) = \int g(x) f(x) dx$$
 תוחלת של פונקציה של מ"מ

$$Var(X) = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$E[aX+b]=aE[X]+b$$
 תוחלת ושונות של פונקציה לינארית

$$Var(aX + b) = a^2 Var(X)$$

אם מופעים של מאורע נתון מתרחשים בהתאם לשלוש ההנחות של **תהליך פואסון** עם קצב λ ליחידת זמן אחת, אז מספר המופעים שמתרחשים ביחידת זמן אחת הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר λ .

$$P\{X>s+t \,|\, X>t\}=P\{X>s\}$$
 , $s,t\geq 0$ תכונת חוסר-הזכרון
$$E[X\,|\, Y=y]=\sum_{x}x\,p_{X|Y}(x\,|\, y)=\int x\,f_{X|Y}(x\,|\, y)dx$$
 תוחלת מותנית

5

 $Var(X | Y = y) = E[X^2 | Y = y] - (E[X | Y = y])^2$ שונות מותנית $E[X] = E[E[X \mid Y]] = \sum_{y} E[X \mid Y = y] p_{Y}(y)$ נוסחת התוחלת המותנית $E[X \cdot g(Y)] = E[g(Y)E[X \mid Y]]$ (טענה מתרגיל ת26, עמוד 430) Var(X) = E[Var(X|Y)] + Var(E[X|Y])נוסחת השונות המותנית $E\left|\sum_{i=1}^{n} X_i\right| = \sum_{i=1}^{n} E[X_i]$ תוחלת של סכום משתנים מקריים Cov(X,Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])] = E[XY] - E[X]E[Y]שונות משותפת $\operatorname{Cov}\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i}, \sum_{i=1}^{m} Y_{j}\right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \operatorname{Cov}(X_{i}, Y_{j})$ $\operatorname{Var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i}\right) = \sum_{i=1}^{n} \operatorname{Var}(X_{i}) + 2\sum_{i < i} \operatorname{Cov}(X_{i}, X_{j})$ שונות של סכום משתנים מקריים $\rho(X,Y) = \text{Cov}(X,Y) / \sqrt{\text{Var}(X)\text{Var}(Y)}$ מקדם המתאם הלינארי $M_X(t) = E[e^{tX}]$; $M_{aX+b}(t) = e^{bt}M_X(at)$ פונקציה יוצרת מומנטים $M_{X_1+\ldots+X_n}(t)=M_{X_1}(t)\cdot\ldots\cdot M_{X_n}(t)$: כאשר מיים ביית מתקיים X_i $E \left| \sum_{i=1}^{N} X_i \right| = E[N]E[X]$ תוחלת, שונות ופונקציה יוצרת מומנטים של סכום מקרי $\operatorname{Var}\left(\sum_{i=1}^{N} X_{i}\right) = E[N]\operatorname{Var}(X) + (E[X])^{2}\operatorname{Var}(N)$ (כאשר X_i מיימ ביית שייה X_i $M_Y(t) = E \left[\left(M_X(t) \right)^N \right]$ $P\{X \geq a\} \leq E[X]/a$, a > 0 , שלילי Xאי-שוויון מרקוב $P\{|X-\mu| \ge a\} \le \sigma^2/a^2$, a > 0, $\mu, \sigma^2 < \infty$ אי-שוויון צ'בישב $Pigg\{(\sum\limits_{i=1}^n X_i - n\mu)igg/\sqrt{n\sigma^2} \le aigg\} \underset{n o\infty}{ o} \Phi(a) \quad , \quad \mu,\sigma^2 < \infty \ , \$ משפט הגבול המרכזי משפט הגבול המרכזי

- אם B ו- B מאורעות זרים של ניסוי מקרי, אז ההסתברות שבחזרות ב"ת על הניסוי P(A)/[P(A)+P(B)] המאורע A יתרחש לפני המאורע
- סכום של מיימ בינומיים (גיאומטריים) ביית עם אותו הפרמטר q הוא מיימ בינומי (בינומי-שלילי).
 - סכום של מיימ פואסוניים ביית הוא מיימ פואסוני.
 - סכום של מיימ נורמליים ביית הוא מיימ נורמלי.
- (p אותו בינומיים (בינומיים עם אותו Y-ו Y מיש אותו X בהינתן בהינתן בהינתן X בהינתן אותו ביית היא בינומית (היפרגיאומטרית).

$$\begin{split} \sum_{i=0}^n i &= \frac{n(n+1)}{2} \qquad ; \qquad \sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \qquad ; \qquad \sum_{i=0}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \\ \sum_{i=0}^\infty \frac{x^i}{i!} &= e^x \qquad ; \qquad \sum_{i=0}^n x^i = \frac{1-x^{n+1}}{1-x} \qquad ; \qquad \sum_{i=0}^\infty x^i = \frac{1}{1-x} \quad , \quad -1 < x < 1 \\ \int (ax+b)^n dx &= \frac{1}{a(n+1)}(ax+b)^{n+1} \quad , \quad n \neq -1 \qquad ; \qquad \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a}\ln(ax+b) \\ \int e^{ax} dx &= \frac{1}{a}e^{ax} \qquad ; \qquad \int b^{ax} dx = \frac{1}{a\ln b}b^{ax} \qquad ; \qquad \int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx \\ \log_n a &= \log_m a/\log_m n \qquad ; \qquad \log_n(a^b) = b \cdot \log_n a \qquad ; \qquad \log_n(ab) = \log_n a + \log_n b \end{split}$$