

הדקן את מדבקת הנבחן

N101271901



ת.ז.: 205782667 מס' סידורי: 3

מלא את הפרטים בכל המיקומות הדרושים

9 2

2 0 4 0 2

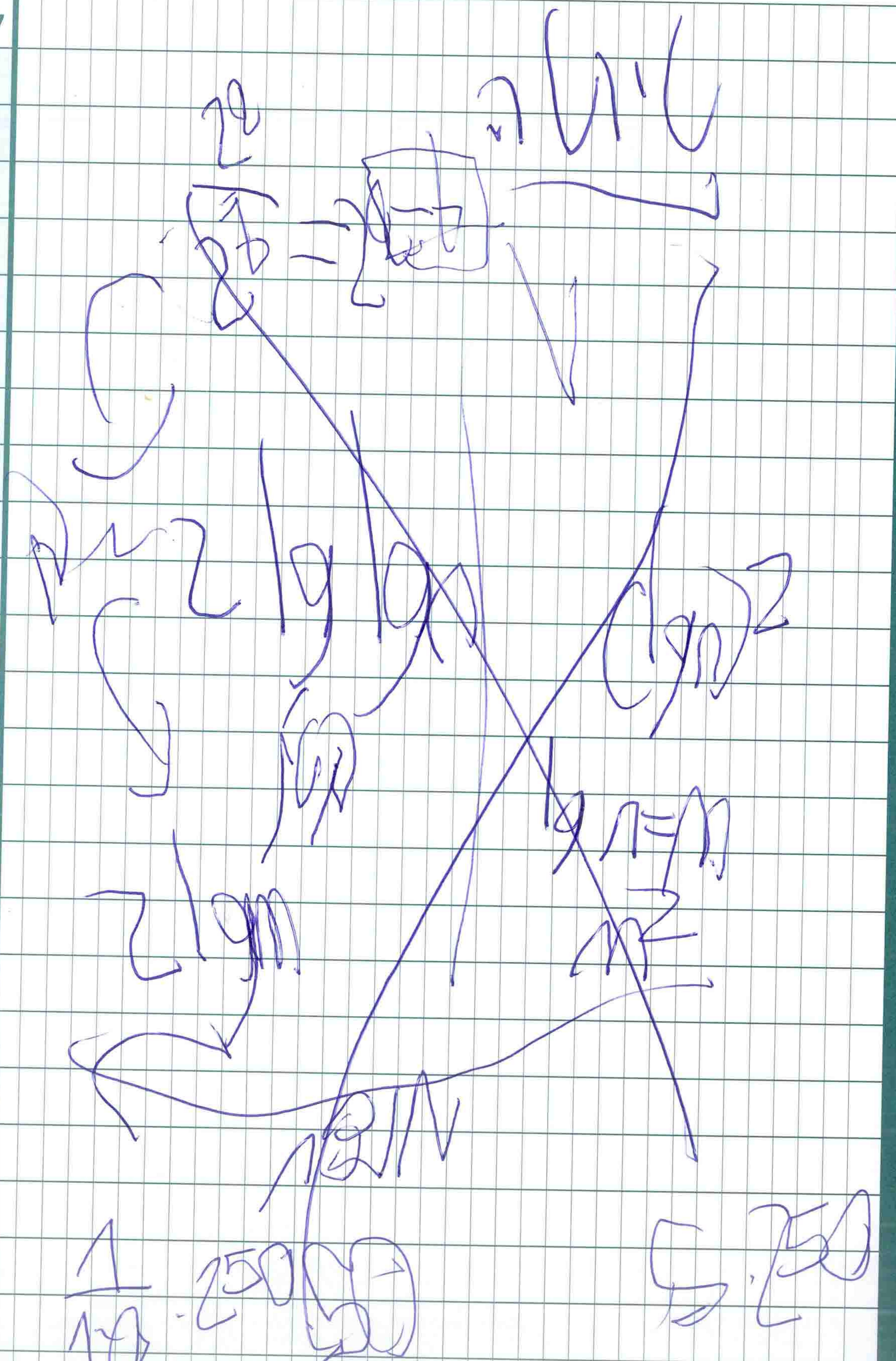
2 0 5 2 8 2 6 6 7

מועד

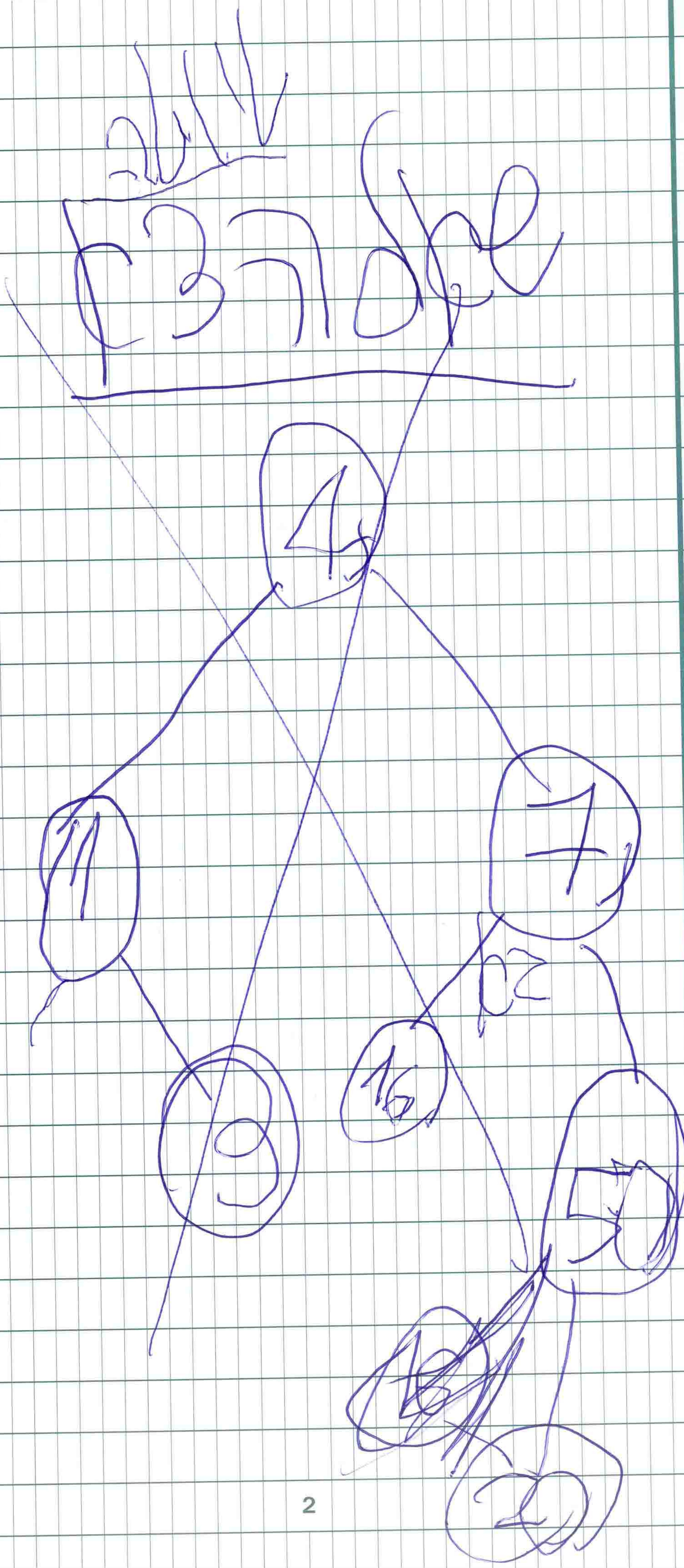
מספר הקורס

מספר תעודה זהות (9 ספרות)

לשימוש הבודק



129889



456 שאלון 20.8

שאלה 1

א.

(2)

$$T(n) = \sqrt{2}T(\sqrt{n}) + \sqrt{\lg n}$$

$$\text{נומן } m = \lg n$$

$$T(2^m) = \sqrt{2}T\left(2^{\frac{m}{2}}\right) + \sqrt{m}$$

$$\text{נומן } S(m) = T(2^m)$$

$$S(m) = \sqrt{2}S\left(\frac{m}{2}\right) + \sqrt{m}$$

שיטת האב:

$$a = \sqrt{2}, b = 2, f(m) = \sqrt{m} = m^{0.5}, m^{\lg_b a} = m^{\lg_2 \sqrt{2}} = m^{0.5}$$

מתקיים  $f(m) = \theta(m^{\lg_b a})$  (כלומר מקרה 12 בשיטת האב).

הפתרון הוא

$$S(m) = \theta(m^{\lg_b a} \lg m) = \theta(m^{0.5} \lg m)$$

$$T(n) = T(2^{\lg n}) = S(\lg n) = \theta((\lg n)^{0.5} \lg \lg n) = \theta(\sqrt{\lg n} \lg \lg n)$$

ב.

$$f_1(n) = \frac{1}{10}n \lg n, f_2(n) = 5n$$

נמליץ להשתמש באלגוריתם הראשון עבור הקלטים שעבורם האלגוריתם רץ בפחות זמן, כלומר קלטים המקיימים:

$$f_1(n) < f_2(n)$$


$$\frac{1}{10}n \lg n < 5n$$

$$\frac{1}{10} \lg n < 5$$

$$\lg n < 50$$

$$n < 2^{50}$$

עבור קלט המקיימים  $n = 2^{50}$ , ההחלטה באיזה אלגוריתם להשתמש שcola, שכן זמן הריצה שלהם שווה



.2

$$f(n) = n^{\lg n}, g(n) = 2^{2 \lg \lg n}$$

$$f(n) = n^{\lg n} = 2^{\lg(n^{\lg n})} = 2^{\lg n \cdot \lg n}$$

$$\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{2^{\lg n \cdot \lg n}}{2^{2 \lg \lg n}} = 2^{\lg n \cdot \lg n - 2 \lg \lg n}$$

נחשב את  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{\lg n \cdot \lg n - 2 \lg \lg n}$

נומן  $n, m$ , מתקיים

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lg n \cdot \lg n - 2 \lg \lg n = \lim_{m \rightarrow \infty} m^2 - 2 \lg m = \infty$$

הגבול של " $2^\infty$ " הוא  $\infty$  קלומר

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} 2^{\lg n \cdot \lg n - 2 \lg \lg n} = \infty$$

קלומר לכל  $c$  יש  $n_0$  כך שכל  $n \geq n_0$  מתקיים


$$\frac{f(n)}{g(n)} > c$$

$$f(n) > cg(n)$$

קלומר

$$f(n) = \omega(g(n))$$

$$n^{\lg n} = \omega(2^{2 \lg \lg n})$$



## שאלה 2

א. נקצתה מערך עזר B בגודל N, נאותחל את כל התאים בו להיות false, נעבור על המערך A ואם התא הרלוונטי ב A הוא בתחום N..1 אז נשים את התא המתאים בתא במתאים ב- B את הערך true, לאחר מכן נעבור על המערך B, אם אחד מהתאים בו מכיל false נחזיר את הערך false, אחרת true. **להוסיף פסאודו אם יש זמן**

ב. באלגוריתם 10 שורות, לא כולל הוכתרת, ATIICHOS לשורות כאילו הן ממוספרות (למשל שורה 10 היא true return)

1. התחלת: המערך A

	1	2	3	4	5	6	7
ערץ	3	-1	2	4	1	0	5

N=5

כניסה לולאה של שורות 1-7: 1 ↪

שורה 2 : num ← A[1]=3

התנאי בשורה 3 מתקיים

התנאי num ≠ [num] A מתקיים שכן 3 ≠ [3]

יכנס לולאה של שורות 3-7

שורה 5 : temp ← A[3]=2

שורה 6 : A[3] ← 3:6

כך יראה המערך A

	1	2	3	4	5	6	7
ערץ	3	-1	3	4	1	0	5

שורה 7: temp ← 2 בתחום N..1 لكن num ← temp

החזר לשורה 4

התנאי num ≠ [num] A מתקיים שכן 2 ≠ [2]

יכנס לולאה של שורות 3-7

שורה 5 : temp ← A[2]=-1

שורה 6 : A[2] ← 2

כך יראה המערך A

	1	2	3	4	5	6	7
ערץ	3	2	3	4	1	0	5

שורה 7: temp ← 2 בתחום N..1 אך ההשמה לא מתקיימת

החזר לשורה 4

התנאי לא מתקיים שכן 2 = [2]

החזר לשורה 1, נקדם את 2 : 2 ↪

שורה 2 : num ← A[2]=2

התנאי בשורה 3 מתקיים

התנאי בשורה 4 לא מתקיים

החזר לשורה 1, נקדם את 2 : 3 ↪

שורה 2 : num ← A[3]=3

התנאי בשורה 3 מתקיים

התנאי בשורה 4 לא מתקיים

החזר לשורה 1, נקדם את 2 : 4 ↪

שורה 2 : num ← A[4]=4

התנאי בשורה 3 מתקיים



הנתן לשורות 4 לא מתקיים  
נחזיר לשורה 1, נקדם את ז, : 5 ↪

שורות 2 : 1=A[5] ←num

הנתן לשורות 3 מתקיים

הנתן לשורות 4 מתקיים

יכנס לולאה של שורות 3-7

שורות 5 : temp=A[1]=3 ←

שורות 6 : A[1]=1 ←

כך יראה המערך A

	1	2	3	4	5	6	7
ערוך	1	2	3	4	1	0	5

שורות 7 : temp=3 בתחום N..1.. לCN ←num

נחזיר לשורה 4 – הנתן לא מתקיים

נחזיר לשורה 1, נקדם את ז, : 6 ↪

שורות 2 : 0=A[6] ←num

הנתן לshoreה 3 לא מתקיים

נחזיר לשורה 1, נקדם את ז, : 7 ↪

שורות 2 : 5=A[7] ←num

הנתן לshoreה 3 מתקיים

הנתן לshoreה 4 לא מתקיים

יכנס לולאה של שורות 3-7

שורות 5 : 1=A[5] ←

A[5]=5 ←

כך יראה המערך A

	1	2	3	4	5	6	7
ערוך	1	2	3	4	5	0	5

שורות 7 : temp=1 בתחום N..1.. לCN ←num

נחזיר לשורה 4 - הנתן לא מתקיים.

סיימנו את הלולאה של שורות 7-1

הלולאה של שורות 9-8: ז עובר מ-1 עד 5, בכל האיטרציות הנתן לשורה 9 לא


מתקיים.

הגענו לשורה 10. יוחזר true

.2 ✓

טענה א: אם תא x מכיל ערך שלם x בתחום N..1, אז כשרוך בתא x משתנה, אחרי ההשמה הבאה  
יתקיים  $x = A[x]$

הוכחה: אם ערך של המערך משנה, הרי ששורות 6 שינתה אותו, שכן היא השורה היחידה המבצעת  
שינויי של המערך. לכן, שורה 5 שרצה לפניה תטען את x ל-temp. התנתן לשורה 7 שאחרי ההשמה  
בשורות 6 יתקיים ולכן תבצע ההשמה  $x = temp$ , لكن או שבשורות 4 (שאיתרציה הבאה של  
הwhile) ימצא ש-  $x = A[A]$ , או שתבוצע כניסה לולאה והריצה הבאה של שורה 6 תבצע את ההשמה  
 $A[x] \leftarrow x$



טענה ב: אם לכל מספר  $x$  כאשר  $x \neq 0$  בתחום  $N$ , אם  $x$  הופיע במערך בתחילת האלגוריתם, אז בסוף ריצת הלולאה שבסורות 1-7 יתקיים  $x = [x]$

הוכחה: נניח ש- $x$  הופיע בתא  $j$ . אם תא  $j$  לפני שהוא בשורה 1 היה שלפי טענה א, אחרי השינוי תבוצע ההשמה  $x = [x]$ , אחרת, כ- $j$  יגיע ל- $j$  ...

↙ ↘

3. האלגוריתם ירוץ ב-(a). הוכחה: יש לפחות 2 פעולות בגל הלולאה – שורה 1. כמו כן הלולאה בשורה 7-4 תרוץ בסך הכל לפחות  $(\theta)$  פעמים, שכן אחרי שעבור שורה נוספת הופעלת שורה 6, התנאי השורה 4 לא יתקיים ולא תבוצע עוד כניסה לולאה.

↙ ↘

### שאלה 3


- א. במחברת הבדיקה (שםו לב, יש מספר עמודי טיווח ואז התשובה)  
 ב. לכל  $A$  ניתן להתאים עח"ב-2. שכן, מכל קבוצת ערכי  $x$  של הזוגות ניתן לבנות עח"ב, ולכל צומת בעח"ב זה ניתן לבנות עח"ב עם ערכי  $y$  של הזוגות המתאימים לקואו'  $x$   
 העח"ב 2 עברור מבנה אינו ייחיד: נסתכל לדוגמה על הקבוצה  $A$  :  $\{(1,2),(2,1)\}$ , יש יותר מעח"ב-2 מטאים, הם מסורטטים במחברת הבדיקה תחת הכותרת "3ב- דוגמאות"  
 ג. מינוחים: העץ הראשי – העץ  $D$  שכל צומת בו השווה לקואורדינטה שמאלית העצים הפנימיים – העצים במאוחסנים בכל צומת של העץ הראשי, ומכלים את כל הזוגות השייכים לצומת מסודרים לפי קואורדינטה ימנית

השגרה  $(y, x) (S, y)$  :

ראשית, נמצא את הצומת בעץ הראשי שמכיל את המפתח  $x$  ע"י שגרת החיפוש בעח"ב (זמן ריצה – לינארי בגובה העץ הראשי). לאחר מכן נמצא את הצומת שמכיל את הזוג  $(y, x)$  בעץ הפנימי (המוחבע ע"י הצומת שמצאו בעץ הראשי), ע"י שגרת החיפוש בעח"ב (שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הפנימי). נמחק אותו מהעץ הפנימי (ע"י שגרת המדיקה מעח"ב – שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הפנימי), ונוסיף את הזוג  $(y, x)$  לעץ הפנימי (ע"י שגרת ההוספה לעח"ב – שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הפנימי). אם נסמן  $-h_1$  את גובה העץ הראשי וב- $-h_2$  את גובה העץ הפנימי נקבל שזמן ריצה הוא  $O(h_1 + h_2)$ . במקרה

הארוע  $a = h_1$  יכול זמן הריצה לינארי במספר הזוגות (השתמשתי ב- $O$  גדול ולא בתטא, כי במקרה הגראן, הזמן הוא  $O(h_1 + h_2)$  ובקשה הטוב לוקח  $O(1)$  – למשל, במקרה שבעץ הראשי, הצומת אותו מחפשים נמצא בשורש, ובעץ הפנימי, הצומת צריך למחוק והוא בן ימני של השורש, ואין לו בניים, וגם הצומת צריך להוסיף הוא בן ימני של השורש ואין לו בניים)


א. השגרה  $(x, y) (S, y)$  :  
 ראשית, נמצא את הצומת בעץ הראשי שמכיל את המפתח  $x$  ע"י שגרת החיפוש בעח"ב (זמן ריצה – לינארי בגובה העץ הראשי). לאחר מכן נמצא את הצומת שמכיל את הזוג  $(y, x)$  בעץ הפנימי (המוחבע ע"י הצומת שמצאו בעץ הראשי), ע"י שגרת החיפוש בעח"ב (שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הפנימי). נמחק אותו מהעץ הפנימי (ע"י שגרת המדיקה מעח"ב – שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הפנימי), אם לא נותרו עוד זוגות בעץ פנימי זה – נמחק את הצומת  $x$  מהעץ הראשי (ע"י שגרת המדיקה מעח"ב – שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הפנימי).



לאחר מכן נמצא את הערך  $a$  בעץ הראשי (ע"י שגרת החיפוש בעח"ב - שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הראשי), אם לא מצאנו ערך כזה- נוסיף צומת שערכו  $a$  לעץ הראשי (ע"י שגרת ההוספה לעח"ב - שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הראשי) ונוסיף את הזוג  $(a, a)$  לעץ הפנימי (ע"י שגרת ההוספה לעח"ב - שרצה בזמן לינארי בגובה העץ הפנימי המתאים ל- $a$ ). אם נסמן  $c_{-1}$  את גובה העץ הראשי,  $b_{-2}$  את גובה העץ הפנימי המתאים לערך  $a$  וב- $c_3$  את גובה העץ הפנימי המתאים ל- $a$  (או 0 אם הוא לא היה קיים) נקבל שזמן ריצה הוא  $(h_1 + h_2 + h_3)O$ . במקרה הגראוע  $a = h_1$  כלומר זמן הריצה לינארי במספר הזוגות (השתמשתי ב- $O$  גדול ולא בתטא, כי במקרה הגראוע, הזמן הוא  $(h_1 + h_2 + h_3)\theta$ ) ובקשה הטוב לוקח  $(1)O$  – דוגמה בדומה לפירוט ב-RChange


## שאלה 5

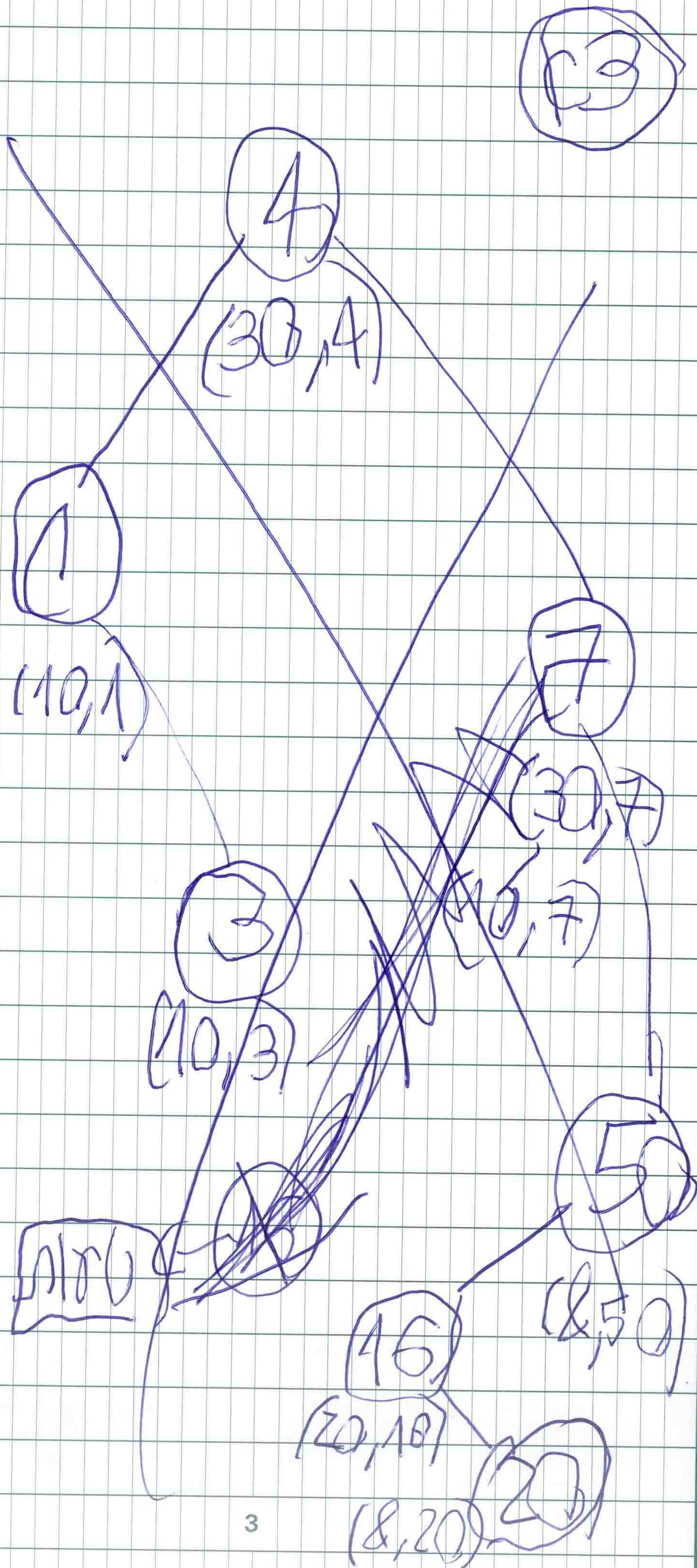
- א. לא נכון, טבלת גיבוב תומכת בפעולות מילון בתוחלת זמן של  $(1)O$  אך במקרה הגראוע פועלות החיפושים למשל לוקחת  $(\theta)$  ✓  
טבלת גיבוב
- ב. נכון. כל פעולות המילון דורשות גישה בודדת לתא מסוים במערך, דבר בפועל בזמן קבוע ✓  
טבלת גיבוב
- ג. לא נכון, בפעולות הכנסה תתיקן התנששות (כasher מנסים להכנס ערך לתא שכבר היה בו ערך) ובמקרה זה יבדק התא הבא בסדרת הבדיקה ✓  
טבלת גיבוב
- ד. לא נכון. זמן ביצוע כל פעולה הכנסה הוא  $(a \lg a) \theta$  ולכן ביצוע ח פעולות הכנסה הוא  $(a \lg a) \theta$  אם נשאר זמן, יש פה מקום לפרט יותר ✓  
טבלת גיבוב
- ה. נכון, וסתכל על ההערה בסוף תשובה -8 במדריך הלמידה (תחילת עמוד 109 במדריך) , כל הצבה של  $2 \geq k$  תנתן זמן לינארי, בפרט הצבה  $k=4$  ✓  
טבלת גיבוב
- ו. נכון, אם נסתכל על הדוגמה בספר בעמוד 234 (ונניח שבאיור הימני ע"י הוא שורש), לפני הרוטציה מסpter האיברים בתת העץ הימני היא מסpter האיברים בתת העץ המיצג באות ע' , ואחרי הרוטציה מסpter האיברים בתת העץ הימני היא מסpter האיברים בתת העץ המיצג באות ע' , ועוד מס' האיברים בתת העץ המיצג על ידי ב' ועוד אחד (הקודקוד ע' ) ✓  
טבלת גיבוב
- ז. לא נכון, מישן דלי יתבצע בזמן לינארי במקרה הממוצע אך במקרה הגראוע – במקרה שככל המספרים נופלים באותו דלי – הוא יתבצע ב-  $(a^2) \theta$  ✓  
טבלת גיבוב
- ח. נכון, כל קשר בין צמתים במלול מייצגת השוואה, לכן عمוק העץ הוא כמות ההשואות במקרה הגראוע. מסpter ההשואות של מישן השוואה במקרה הגראוע (למשל במקרה הקלט הוא מערך ממון בסדר הפוך ) הוא  $(a^2) \theta$  , لكن גובה עץ החלטה הוא  $(a^2) \theta$  ✓  
טבלת גיבוב
- ט. נכון, דוגמה לבניה כזה: רשימה דו מקושרת ממינית, עם מצביע לראש, שמקיל את המינימום כי הרשימה ממינית. הוצאת המינימום תבצע על ידי קידום המצביע לעוקב של הראש. ✓  
טבלת גיבוב
- י. נכון, נפתרו בעיה קשה יותר: מישן ח מספרים בתחום  $1 - a^2$  .. 1 (החל מ- $ch$  מספרים זה תחום המכיל את התחום  $a \sqrt{a} ... 1$ ): אפשר לראות את המספרים כמספרים בסיס  $ch$  , ואז יהי להם 2 ספרות, נפעיל עליהם מישן בסיס כאשר המינימלי היציב הפנימי הוא מישן מניפה. ✓



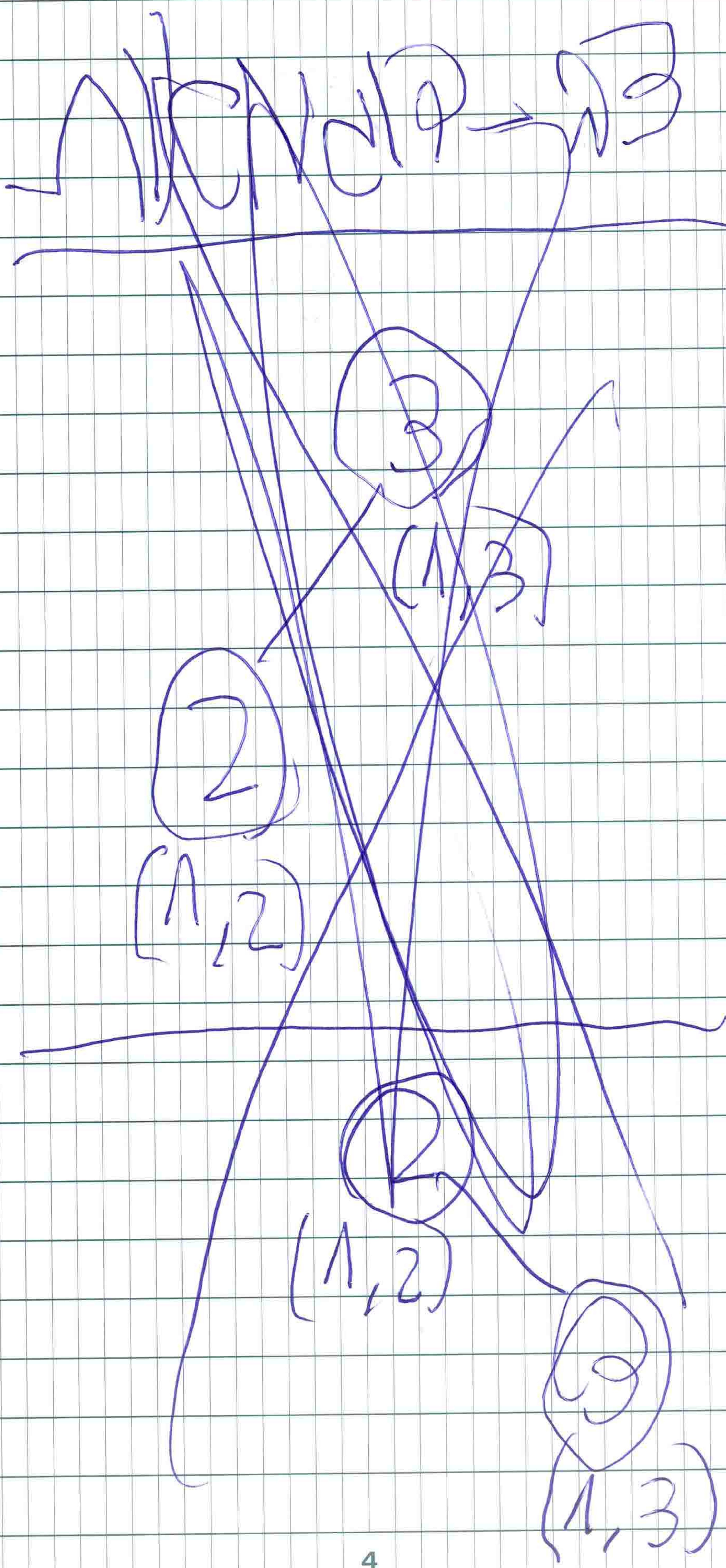
הפרמטרים לחישוב עלות המיון , במנוחי למה 8.2 בעמוד 143 בספר הם  
 $\theta(2(n+n)) = \theta(4n)$  וכאן עלות המיון היא  $d$  is  $n$ ,  $n$  is  $n$ ,  $k$  is  $n$

וילך

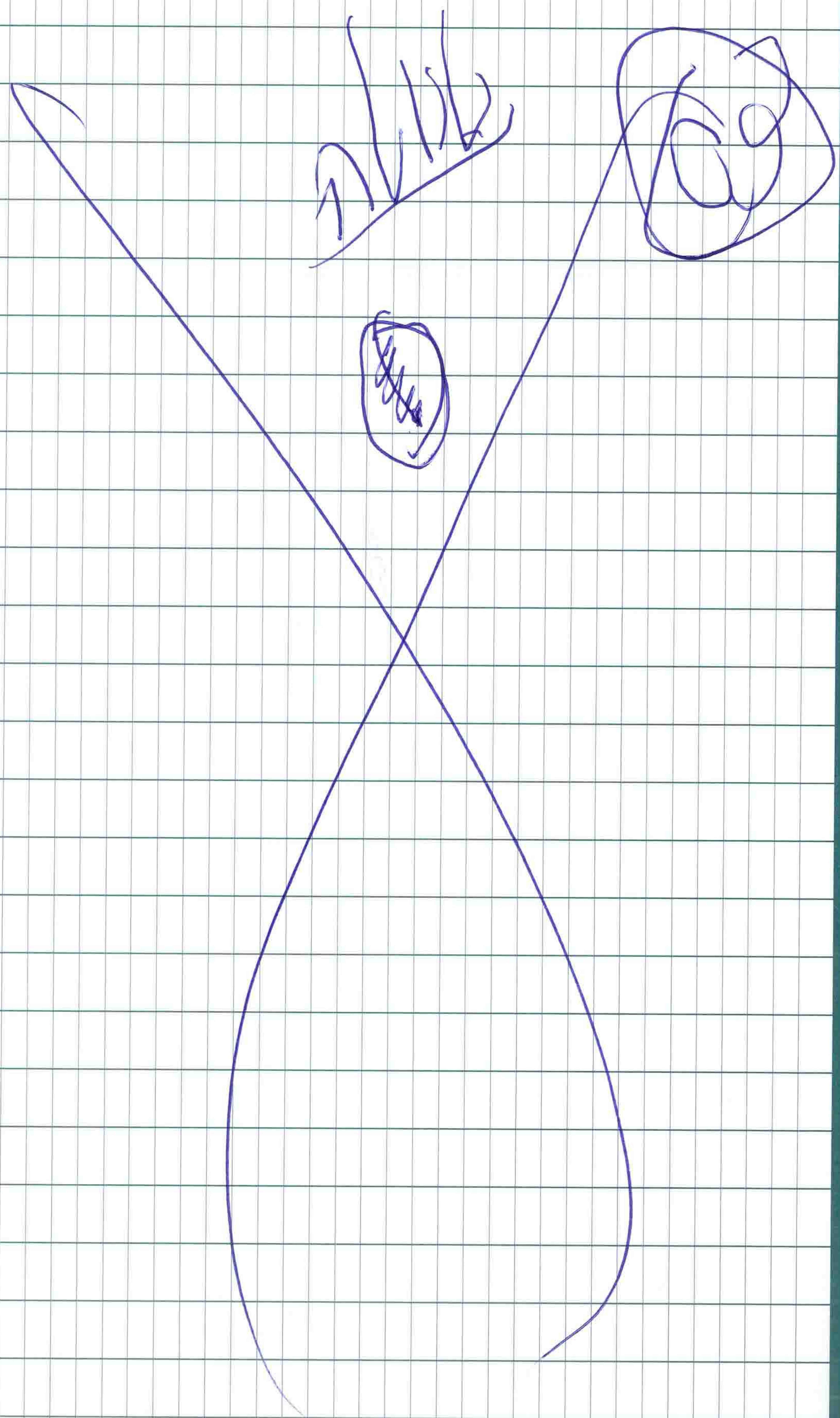





129889



לשימוש הבודק

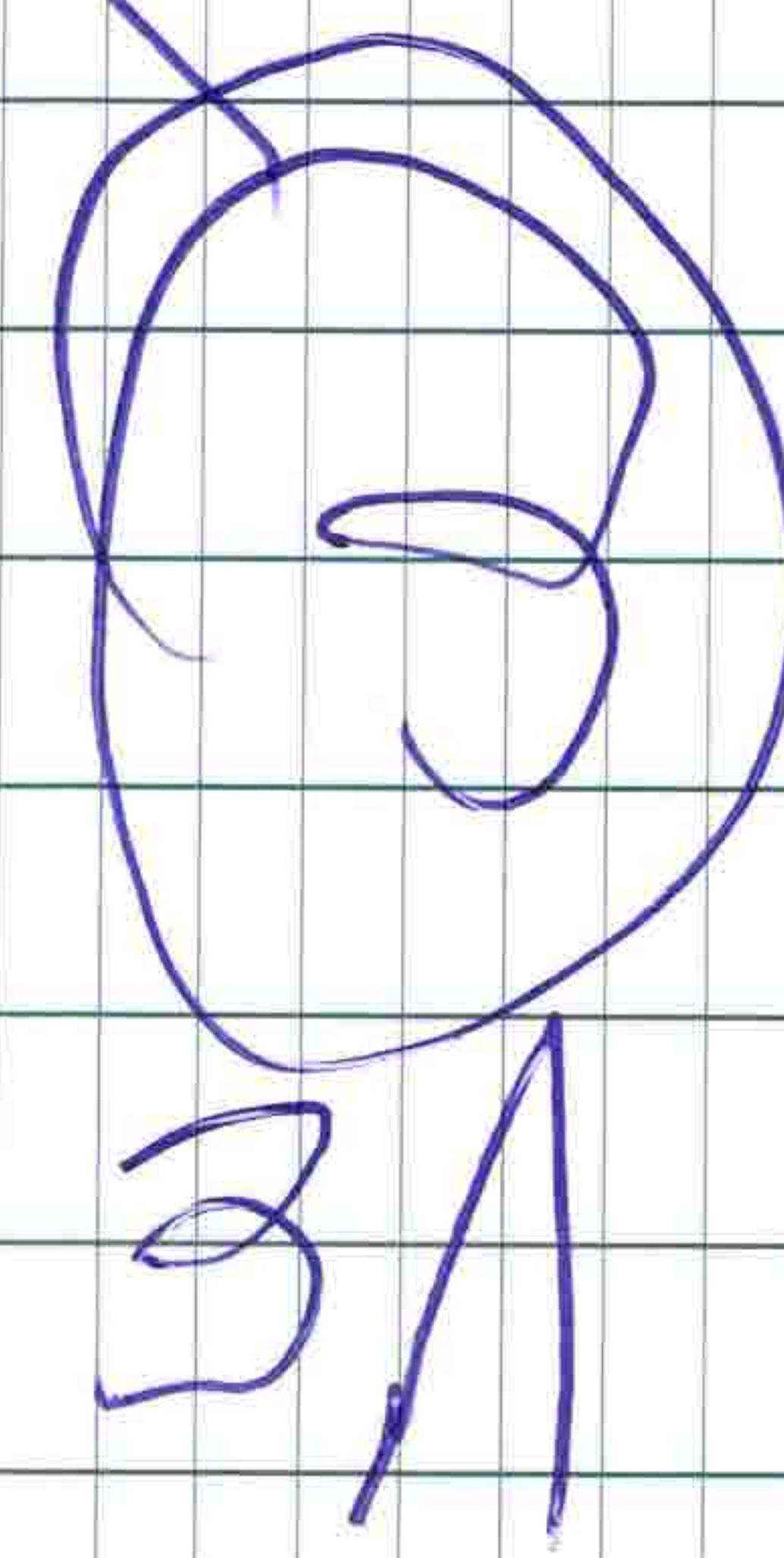
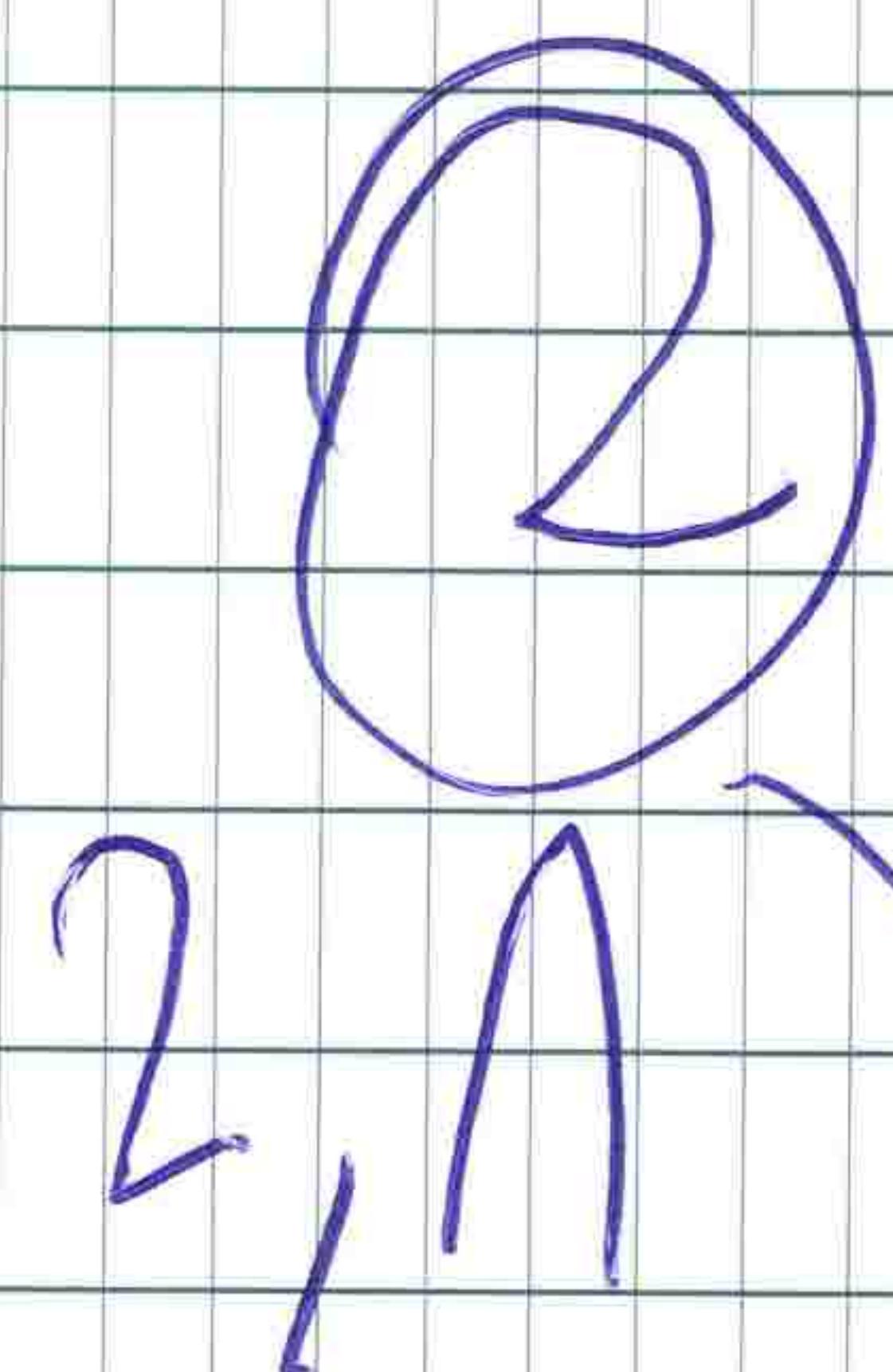


129889

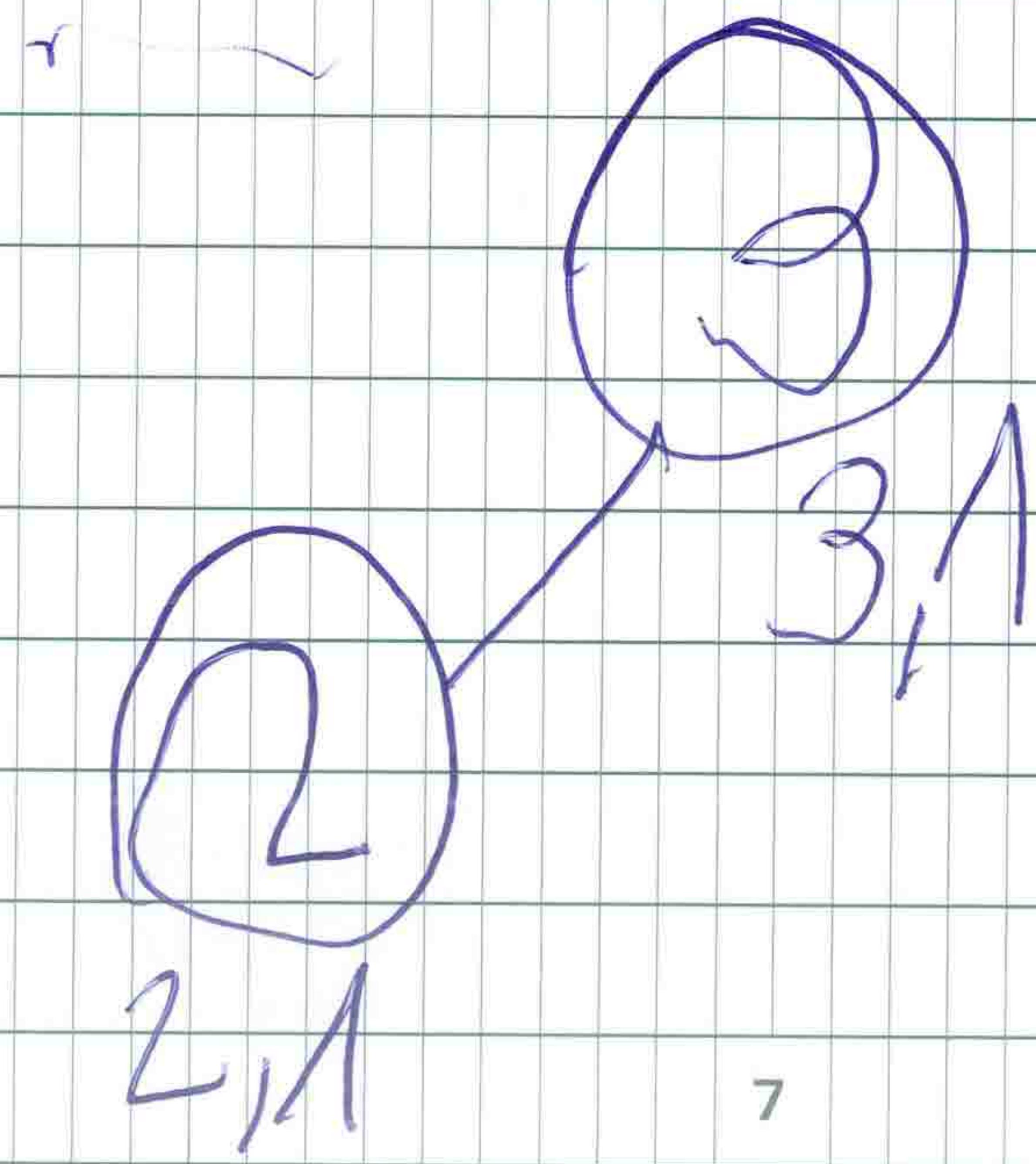


לשימוש הבודק

ALKENYLIC



~ ~



129889

2,1



**לשימוש הבודק**

לשימוש הבודק

129889

**לשימוש הבודק**

לשימוש הבודק

129889

**לשימוש הבודק**

לשימוש הבודק

129889

לשימוש הבודק

לשימוש הבודק

129889

**לשימוש הבודק**

## גלאיון תשובות לשאלות רב-ברורתיות

הकף במעגל את התשובה שבחרת (לכל שאלה יש רק תשובה אחת נכון).

אם תרצה לבטל תשובה שבחרת, סמן עליה X.

דוגמה לתשובה שבחרת: א ב ג ד ה ז ח ט

דוגמה לתשובה שבטלה: א ב ג ד ה ~~ז~~ ח ט

שאלות	תשובה	שאלות	תשובה
ט ח ט ז ה ד ג ב א	21	ט ח ט ז ה ד ג ב א	1
ט ח ט ז ה ד ג ב א	22	ט ח ט ז ה ד ג ב א	2
ט ח ט ז ה ד ג ב א	23	ט ח ט ז ה ד ג ב א	3
ט ח ט ז ה ד ג ב א	24	ט ח ט ז ה ד ג ב א	4
ט ח ט ז ה ד ג ב א	25	ט ח ט ז ה ד ג ב א	5
ט ח ט ז ה ד ג ב א	26	ט ח ט ז ה ד ג ב א	6
ט ח ט ז ה ד ג ב א	27	ט ח ט ז ה ד ג ב א	7
ט ח ט ז ה ד ג ב א	28	ט ח ט ז ה ד ג ב א	8
ט ח ט ז ה ד ג ב א	29	ט ח ט ז ה ד ג ב א	9
ט ח ט ז ה ד ג ב א	30	ט ח ט ז ה ד ג ב א	10
ט ח ט ז ה ד ג ב א	31	ט ח ט ז ה ד ג ב א	11
ט ח ט ז ה ד ג ב א	32	ט ח ט ז ה ד ג ב א	12
ט ח ט ז ה ד ג ב א	33	ט ח ט ז ה ד ג ב א	13
ט ח ט ז ה ד ג ב א	34	ט ח ט ז ה ד ג ב א	14
ט ח ט ז ה ד ג ב א	35	ט ח ט ז ה ד ג ב א	15
ט ח ט ז ה ד ג ב א	36	ט ח ט ז ה ד ג ב א	16
ט ח ט ז ה ד ג ב א	37	ט ח ט ז ה ד ג ב א	17
ט ח ט ז ה ד ג ב א	38	ט ח ט ז ה ד ג ב א	18
ט ח ט ז ה ד ג ב א	39	ט ח ט ז ה ד ג ב א	19
ט ח ט ז ה ד ג ב א	40	ט ח ט ז ה ד ג ב א	20

### לשימוש פנימי

מספר התשובות הנכונות: ציון:

שם הבודק: 129889