

מבנה הבחינה :

בבחינה **שש** שאלות.

עליכם לענות על **חמש** מתוך שש השאלות.

כל שאלה מזכה ב- 20 נקודות.

הנחיות :

כל תשובה תתחיל בעמוד **חדש**.

אין לכתוב בצבע אדום.

אין לכתוב בעיפרון.

בהצלחה!

שאלה 1

פתרו את נוסחאות הנסיגה הבאות (פתרון אסימפטוטי הדוק):

$$\begin{cases} T(1) = \Theta(1) \\ T(n) = 4T(n/16) + 2\sqrt{n} + \lg^2 n \end{cases} \quad \text{א. (10 נק')}$$

$$\begin{cases} T(1) = \Theta(1) \\ T(n) = 4T(\sqrt[16]{n}) + 2\sqrt{\lg n} + (\lg \lg n)^2 \end{cases} \quad \text{ב. (10 נק')}$$

רמז: החלפת המשתנים ב-ב' מובילה ל-א'.

שאלה 2

נתונה השגרה הבאה:

SLOW-SORT (A)

$n \leftarrow \text{length}[A]$

for $i \leftarrow n - 1$ downto 1

do QUICKSORT (A, i, n)

12 נק') א. תארו את פעולת האלגוריתם (כולל את התנהגותן של שגרת החלוקה ושגרת המיון

המהיר בכל שלב) אם הקלט הנתון A הוא:

– מערך ממוין בסדר עולה (לא יורד);

– מערך ממוין בסדר יורד (לא עולה).

8 נק') ב. מהו זמן הריצה של האלגוריתם SLOW-SORT במקרה הגרוע?

הוכיחו כל טענה.

שאלה 3

הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:

3 נק') א. קיים אלגוריתם הבונה מכל סדרה בת n איברים עץ חיפוש בינרי (לא מאוזן)

בזמן $O(n^2)$.

3 נק') ב. קיים אלגוריתם הבונה מכל סדרה בת n איברים עץ חיפוש בינרי מאוזן בזמן

$O(n \cdot \lg n)$.

8 נק') ג. כל אלגוריתם מבוסס השוואות הבונה מסדרה בת n איברים עץ חיפוש בינרי חייב

לרוץ בזמן $\Omega(n \cdot \lg n)$ במקרה הגרוע.

6 נק') ד. קיים אלגוריתם הבונה מכל סדרה בת n איברים מהתחום $[1..n]$ עץ חיפוש

בינרי מאוזן בזמן $O(n)$.

שאלה 4

הציעו מבנה נתונים S , שבעזרתו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S):

- PUSH (S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;
- POP (S): מחיקה מהמבנה S של האיבר שנכנס האחרון ל- S ; זמן: $O(\lg n)$;
- MINIMUM (S): החזרת המפתח המינימלי במבנה S ; זמן: $O(1)$;
- EXTRACT-MIN (S): מחיקה מהמבנה S של האיבר בעל המפתח המינימלי ב- S ; זמן: $O(\lg n)$.

שאלה 5

נתונים m מערכים לא ממוינים A_1, \dots, A_m שאבריהם כולם בתחום $[1..k]$. יהי n המספר הכולל של איברים ב- m המערכים; כלומר, $n = n_1 + \dots + n_m$, (לכל $i = 1, \dots, m$, n_i מציין את מספר האיברים ב- A_i).

כתבו אלגוריתם הממין את כל m המערכים A_i , $i = 1, \dots, m$, בזמן אסימפטוטי כולל של $O(k + n)$ במקרה הגרוע. הוכיחו כל טענה.

שאלה 6

הציעו מבנה נתונים S , שבעזרתו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S):

- BUILD (S): בניית המבנה מסדרה של n מפתחות; זמן: $O(n \cdot \lg n)$;
 - INSERT (S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;
 - DELETE (S, p): מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;
 - MIN-m (S): החזרת המפתח ה- m הקטן ביותר של S ; זמן: $O(1)$.
- הערה: m הוא מספר קבוע נתון (אם $n < m$ יש להחזיר הודעת שגיאה).

סוף!