

1. Consider the directed acyclic graph G in Figure 3.10. How many topological orderings does it have?

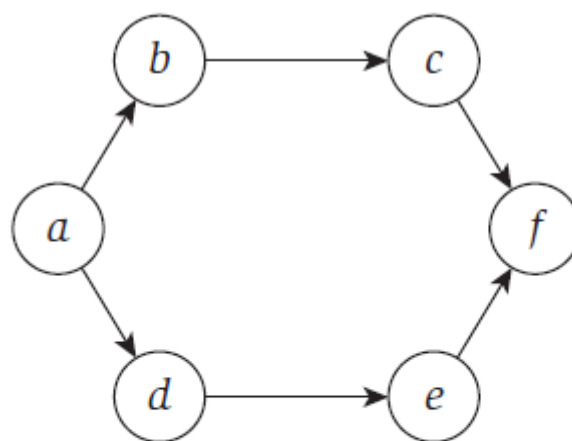


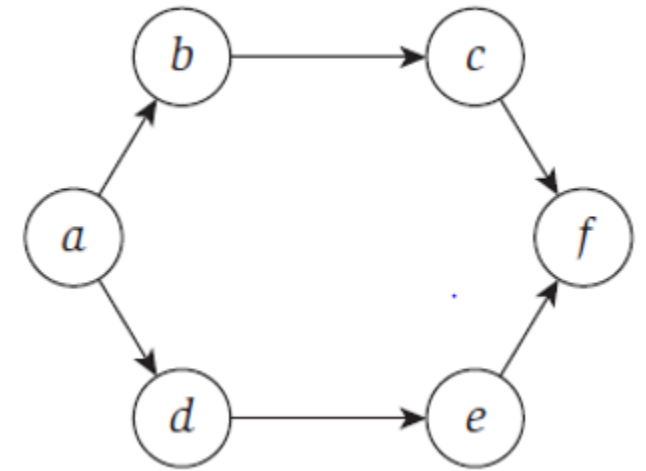
Figure 3.10 How many topological orderings does this graph have?

צומת A חייב להיות ראשון, צומת F אחרון.
המקום היחיד לבחור הוא בצמתי הביניים.
שם b חייב לבוא לפני c ו-d לפני f.

לכן הסידורים האפשריים הם :

abcdef
abdcef
abdecf
adebcf
adbecf
adbcef

סך הכל שישה סידורים.



2. Give an algorithm to detect whether a given undirected graph contains a cycle. If the graph contains a cycle, then your algorithm should output one. (It should not output all cycles in the graph, just one of them.) The running time of your algorithm should be $O(m + n)$ for a graph with n nodes and m edges.

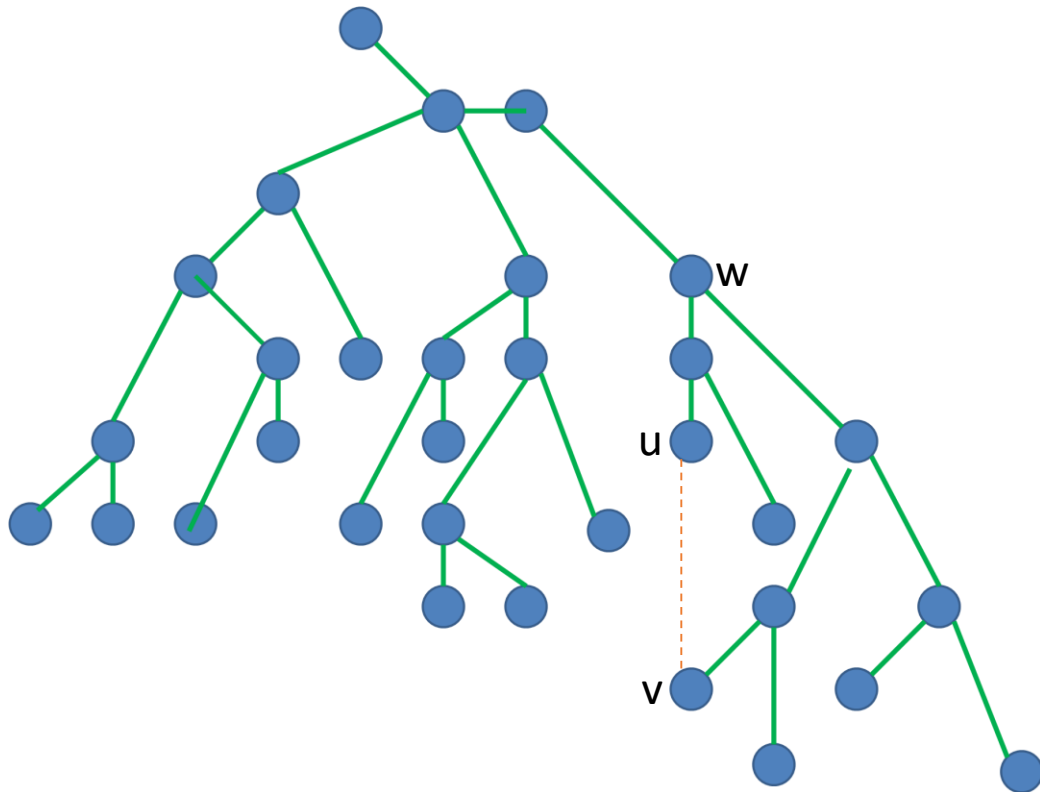
תשובה 2

נפרק את הגרף לרכיבי הקשירות שלו ונעבוד על כל רכיב קשירות בנפרד.

נריץ BFS על הגרף ונקבל עץ BFS.

אם כל קשתות הגרף נמצאות בעץ, הוא עץ בעצמו ולכן אין בו מעגלים.

אם יש קשת בגרף שאינה נמצאת בעץ ה-BFS, נניח $u-v$, נחפש בעץ ה-BFS את האב הקדמון הנמוך ביותר של שני קצות הקשת, נקרא לו w . כעת המסלולים $u-w$ ו- $v-w$ ביחד עם הקשת $u-v$ מהווים מעגל.



3. The algorithm described in Section 3.6 for computing a topological ordering of a DAG repeatedly finds a node with no incoming edges and deletes it. This will eventually produce a topological ordering, provided that the input graph really is a DAG.

But suppose that we're given an arbitrary graph that may or may not be a DAG. Extend the topological ordering algorithm so that, given an input directed graph G , it outputs one of two things: (a) a topological ordering, thus establishing that G is a DAG; or (b) a cycle in G , thus establishing that G is not a DAG. The running time of your algorithm should be $O(m + n)$ for a directed graph with n nodes and m edges.

תשובה 3

נפעיל את האלגוריתם למציאת מיון טופולוגי. אם הצלחנו – הרי שהגרף הוא DAG כלומר אין בו מעגלים.

אם לא הצלחנו הרי שנתקענו בגלל שלכל אחד מהצמתים שנשארו יש דרגת כניסה לפחות 1.

נבחר צומת ממנו נתחיל, ומשם והלאה נבצע שוב ושוב :
בחר קשת שנכנסת לצומת הנוכחי (בהכרח יש כזאת, כי דרגת הכניסה של כל הצמתים היא לפחות 1). לך נגד כיוון הקשת אל הצומת שבקצה השני שלה.

נמשיך לעשות כך עד שנחזור אל אחד הצמתים בהם כבר ביקרנו במהלך ביצוע הלולאה. בהכרח יש כזה כיוון שהגרף הוא סופי.

אוסף הצמתים בהם עברנו בין שני הביקורים בצומת מהווה מעגל.

