

## קווים לפתרון כמה שאלות בממ"ן 12 סמסטר 2012

### שאלה 2

א. ההוכחה לא טובה.  $D$  מקבלת את  $\langle M \rangle$  אם  $M$  לא מקבלת את  $\langle M^+ \rangle$ .  $D$  דוחה את  $\langle M \rangle$  אם  $M$  כן מקבלת את  $\langle M^+ \rangle$ . זה לא אומר ש- $D$  שונה מ- $M$ . ייתכן ששתיהן מקבלות את  $\langle M \rangle$  ולא מקבלות את  $\langle M^+ \rangle$ , או להפך (שתיהן דוחות את  $\langle M \rangle$  ומקבלות את  $\langle M^+ \rangle$ ).

ב. ההוכחה טובה.  $D$  מקבלת את  $\langle M \rangle$  אם  $M^+$  לא מקבלת את  $\langle M \rangle$ .  $D$  דוחה את  $\langle M \rangle$  אם  $M^+$  כן מקבלת את  $\langle M \rangle$ . זה אומר ש- $D$  שונה מ- $M^+$  לכל  $M$ . ברור ש- $D$  איננה המכונה הראשונה בסדר הלסקיגורפי של המכונות. לכן אם  $D$  קיימת, היא איזושהי מכונה  $M^+$ . אבל הראינו שהיא שונה מכולן.

### שאלה 4

$$USELESS-STA_{TM} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that has a useless state} \}$$

נראה רדוקציה של  $A_{TM}$ :

הרדוקציה תחשב מתוך  $\langle M, w \rangle$  את התיאור  $\langle N \rangle$  של המכונה  $N$  הבאה:

אלפבית הקלט של  $N$  הוא  $\{0, 1, 2\}$ ;  $N$  מכילה את כל המצבים של  $M$ , ובנוסף מצב אחד חדש  $q$ .

$$N = \text{"על קלט } x:$$

1. אם  $x = 0$ , עבור בכל המצבים של  $M$  ולבסוף היכנס ל- $q_{\text{accept}}$ .

2. אם  $x = 1$ , היכנס ל- $q_{\text{reject}}$ .

3. אם  $x = 2$ , הרץ את  $M$  על  $w$ . אם  $M$  מקבלת את  $w$  עבור למצב החדש  $q$ .

נרץ את המכונה  $R$  המכריעה את  $USELESS-STATE_{TM}$  על  $\langle N \rangle$ . אם  $R$  קיבלה, נדחה; אם  $R$  דחתה, נקבל.

### שאלה 5

תהי  $w$  מילה. נגדיר את השפה  $P_w$ :

$$P_w = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ accepts } w \}$$

$P_w$  מקיימת את תנאי משפט Rice (בדקו!). לכן, לפי המשפט,  $P_w$  איננה כריעה.

מתקיים:  $\langle M \rangle \in P_w$  אם ורק אם  $\langle M, w \rangle \in A_{TM}$ .

אם נניח בשלילה ש- $A_{TM}$  כריעה, נקבל שגם  $P_w$  כריעה: כדי לבדוק האם  $\langle M \rangle$  שייכת ל- $P_w$  נבדוק

האם  $\langle M, w \rangle$  שייכת ל- $A_{TM}$ . זו סתירה.

מסקנה:  $A_{TM}$  איננה כריעה.

## שאלה 7

א. רדוקצית מיפוי של  $A_{TM}$  ל- $ALL_{TM}$ :

"על קלט  $\langle M, w \rangle$  כאשר  $M$  היא מכונת טיורינג ו- $w$  היא מחרוזת:

1. בנה את המכונה  $M_1$  הבאה:

$$M_1 = \text{"על קלט } x:$$

1. אם  $x \neq w$ , קבל.

2. אם  $x = w$ , הרץ את  $M$  על  $w$  (את  $x$ ) וקבל (את  $x = w$ ) אם  $M$  קיבלה את  $w$ ."

2. החזר את  $\langle M_1 \rangle$ ."

ב. רדוקצית מיפוי של  $A_{TM}$  למשלימה של  $ALL_{TM}$ :

"על קלט  $\langle M, w \rangle$  כאשר  $M$  היא מכונת טיורינג ו- $w$  היא מחרוזת:

1. בנה את המכונה  $M_2$  הבאה:

$$M_2 = \text{"על קלט } x:$$

1. הרץ את  $M$  על  $w$   $|x|$  צעדים.

2. אם  $M$  קיבלה את  $w$  בתוך  $|x|$  צעדים, דחה (את  $x$ ); אחרת, קבל (את  $x$ )."

2. החזר את  $\langle M_2 \rangle$ ."

**הסבר:** אם  $\langle M, w \rangle$  שייכת ל- $A_{TM}$ , אז יש מספר צעדים  $y$  כך שלאחר ש- $M$  רצה  $y$  צעדים, היא מקבלת את  $w$ . לכן על קלט  $x$  כך ש- $|x| \geq y$ ,  $M_2$  תדחה, ולכן  $M_2$  לא שייכת ל- $ALL_{TM}$ .

אם  $\langle M, w \rangle$  לא שייכת ל- $A_{TM}$ , אז לכל מספר צעדים  $y$ , לאחר ש- $M$  רצה  $y$  צעדים, היא לא מקבלת את  $w$ . לכן  $M_2$  תקבל כל קלט  $x$ , ולכן  $M_2$  שייכת ל- $ALL_{TM}$ .

ג.  $ALL_{TM}$  איננה מזוהה-טיורינג כי הרדוקציה של סעיף ב היא גם רדוקציה של המשלימה של

$A_{TM}$  ל- $ALL_{TM}$ . לכן אין רדוקצית מיפוי של  $ALL_{TM}$  ל- $A_{TM}$  (היא כן מזוהה-טיורינג).

ד. המשלימה של  $ALL_{TM}$  איננה מזוהה-טיורינג (הוכחה בעזרת הרדוקציה של סעיף א). לכן אין

רדוקצית מיפוי של המשלימה של  $ALL_{TM}$  ל- $A_{TM}$ .