שאלה 2

(א) נניח שכל $\lceil m/2 \rceil$ הפונקציות הראשונות מובילות לתאים שונים זה מזה.
יהי $i \neq j$, $0 \leq i,j \leq \lfloor m/2 \rfloor$ המקיימים i,j שני אינדקסים שונים
$h(k,i) = h(k,j)$; אזי m מחלק $(i^2 = j^2)$
m מחלק $(i^2 - j^2 = 0)$
m מחלק $((i-j)(i+j) = 0)$
מ"ה m מחלק $(i-j=0)$ או m מחלק $(i+j=0)$.
מכיוון ש $i \neq j$, $-\lfloor m/2 \rfloor \leq i-j \leq \lfloor m/2 \rfloor$ מתקיים m מחלק $(i-j=0)$;
$0 \leq i+j \leq 2\lfloor m/2 \rfloor = m-1$ מתקיים $i \neq j$, m מחלק $(i+j=0)$.
לכן שתי הפונקציות מובילות לתאים שונים; אם כן הטבלה שבה $\lceil m/2 \rceil$ תאים תפוסים, אותה סבירות מהפונקציות האפשריות תוביל לתא פנוי.

(ב) נבחר $m=5$ ונשתמש בפונקציית הגיבוב $\text{hash}(k) = k \bmod m$
כניסים לסבלה את המפתחות $0, 1$ ל 4. במשלוח, אם עדיין להכניס
את המפתח 10, כל הפונקציות יפנו לתאים התפוסים בלבד.