

האוניברסיטה הפתוחה

20407

מבני נתונים
ומבוא לאלגוריתמים
השלמות לחוברת הקורס

כתב: ד"ר גיק וינשטין

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

1	1. מידע על הקורס
1	1.1 פרקי הלימוד
2	1.2 ידע מוקדם דרוש
2	1.3 כיצד ללמוד
3	1.4 מפגשי ההנחיה
4	1.5 שימוש במחשב אישי
4	1.6 בחינות הגמר
5	2. נוהל הגשת מטלות
8	נספח : אלגוריתמי מיון - פסידוקוד

1. מידע על הקורס

הקורס דן בשני נושאים הקשורים באופן הדוק זה לזה: אלגוריתמים ומבני נתונים. בתחום האלגוריתמים מתוארות שיטות שונות לתכנון אלגוריתמים כמו, למשל, הפרד ומשול ותכנון דינמי. הקורס עוסק בניתוח אלגוריתמים ובהוכחת נכונותם, תוך שימת דגש מיוחד על ניתוח האלגוריתמים מבחינת **יעילותם**.

בתחום מבני הנתונים, כל מבנה נתונים מוצג תחילה בצורתו המופשטת, ולאחר מכן מוצג מימוש אפשרי של מבנה הנתונים המופשט.

הקורס מתבסס על התרגום לעברית של הספר "*Introduction to Algorithms*" שנכתב בידי T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest & C. Stein, כשהוא מלווה במדריך למידה. לימוד הפרקים הרלוונטיים בספר יתנהל בהתאם להנחיות במדריך הלמידה.

1.1 פרקי הלימוד

פרקי הספר הנלמדים בקורס הם:

פרקים 2-1	-	מבוא
פרק 3	-	גידול של פונקציות
פרק 4	-	נוסחאות נסיגה
פרק 6	-	מיון-ערמה
פרק 7	-	מיון-מהיר
פרק 8	-	מיון בזמן לינארי
פרק 9	-	חציונים וערכי מיקום
פרק 10	-	מבני נתונים בסיסיים
פרק 11	-	טבלאות גיבוב
פרק 12	-	עצי חיפוש בינריים
פרקים 14-13	-	עצים אדומים-שחורים

מדריך הלמידה המלווה את הספר מתאר באופן מפורט את דרך הלימוד ואת הסדר שבו יש ללמוד את פרקי הספר השונים.
מדריך הלמידה כולל 12 פרקים המפורטים להלן:

פרק במדריך	נושאים
א'	פרקים 1 ו-2 בספר
ב'	פרק 3 בספר
ג'	פרק 4 בספר
ד'	פרק 6 בספר
ה'	פרק 7 בספר
ו'	פרק 9 בספר
ז'	פרק 8 בספר
ח'	פרק 10 בספר
ט'	פרק 11 בספר
י'	פרק 12 בספר
י"א	פרק 13 בספר
י"ב	פרק 14 בספר

כל פרק במדריך הלמידה מכיל הסברים נוספים לגבי חלק מהחומר המתאים מהספר ואוסף של שאלות עם פתרונות מלאים.

1.2 ידע מוקדם דרוש

הנספחים בספר הלימוד דרושים כתנאי מוקדם לצורך לימוד הקורס. במידה שאינך מכיר את המושגים המופיעים בסעיפים אלה, טוב תעשה אם תקרא לפני תחילת הקורס (או כאשר הדבר יידרש) את הסעיפים הרלוונטיים.

1.3 כיצד ללמוד?

הלימוד בקורס יתנהל על-פי מדריך הלמידה המכיל הנחיות לסדר הלימוד ומפרט במדויק אילו סעיפים יש לקרוא בספר בכל שלב. המדריך מחלק את החומר ליחידות קטנות, מסביר ומבהיר כל יחידה, ומכיל שאלות רבות בלויית פתרונותיהן.

עליך לקרוא את הפרקים במדריך הלמידה בזה אחר זה על-פי תכנית הקורס. עליך ללמוד ביסודיות כל סעיף ולהקדיש לכך את מלוא הזמן הדרוש להבנת החומר הכלול בו. רצוי מאוד שתנסה לענות בעצמך על השאלות המופיעות בגוף הפרק לפני שתפנה לקרוא את התשובות.

יש להקדיש ללימוד ותרגול החומר כ- 10-15 שעות בשבוע. אם תיתקל בקשיים תוך כדי לימוד, נצל את ההנחיה הטלפונית, או שאל את המנחה במפגש הקרוב.

רק לאחר שהבנת היטב את חומר הלימוד, תוכל לגשת לפתרון המטלה. המטלה כוללת שאלות, שלפחות בחלקן הן קשות ומורכבות יותר מאלו המופיעות במדריך הלמידה, והן נועדו לבדוק את יכולתך ביישום חומר הלימוד.

שמירה על קצב הלימוד המתוכנן, כמפורט ב"לוח זמנים ופעילויות" והגשת המטלות בזמן ימנעו ממך קשיים בלתי רצויים במהלך הסמסטר ויסייעו לך בהפקת מלוא התועלת מהקורס.

ספרים המומלצים לצורך קריאה נוספת:

1. A.V. Aho & J.E. Hopcroft & J.D. Ullman: *Data Structures & Algorithms*
2. A.V. Aho & J.E. Hopcroft & J.D. Ullman: *The Design and Analysis of Computer Algorithms*

1.4 מפגשי ההנחיה

במהלך הסמסטר יתקיימו שבעה מפגשי הנחיה במרכזי הלימוד השונים (בקבוצות הלימוד שבהן ההנחיה מוגברת, יתקיימו 12 מפגשים). בכל מפגש יוקדש חלק מן הזמן להבהרת נקודות מרכזיות בחומר הלימוד, ושאר הזמן יוקדש לשאלות הסטודנטים ולפתרון תרגילים. חשוב להדגיש כי המפגש אינו מהווה תחליף ללימוד עצמי. (כלומר, אין לצפות לכך שהמנחה ילמד במפגשי ההנחיה את החומר!)

להלן פירוט המפגשים (בהנחיה רגילה):

מפגש 1:	פרקים א, ב במדריך הלמידה
מפגש 2:	פרקים ג, ד במדריך הלמידה
מפגש 3:	פרקים ה, ו במדריך הלמידה
מפגש 4:	פרקים ז, ח במדריך הלמידה
מפגש 5:	פרקים ט, י במדריך הלמידה
מפגש 6:	פרקים יא, יב במדריך הלמידה
מפגש 7:	מפגש חזרה

מידע על מיקום מרכז הלימוד וכן על תאריכי המפגש של קבוצתך תוכל למצוא ב"לוח מפגשים ומנחים".

הערה: כדי להפיק את מלוא התועלת מהמפגשים, מומלץ לקרוא את החומר הרלוונטי לפני המפגש.

1.5 שימוש במחשב אישי

במהלך הקורס תזדקק למחשב אישי כדי להכין את תרגילי ההרצה. אם אין ברשותך מחשב אישי מתאים, תוכל להשתמש במחשבים הנמצאים במרכז הלימוד של האו"פ. תוכל גם להדפיס את התוכניות במדפסות שבמרכז הלימוד.

1.6 בחינות הגמר

הנך זכאי לגשת לבחינת גמר בקורס רק אם עמדת **בכל** דרישות הקורס **לפני** מועד בחינה. (כלומר הגשת מטלות במשקל מינימלי והשתתפת בשאר פעילויות החובה של הקורס).

בחינות הגמר יחלו כשבוע ימים לאחר תום הסמסטר. הודעה על המועדים המדויקים תישלח לסטודנטים על-ידי מרכז ההישגים הלימודיים במהלך הסמסטר. מועדי בחינות הגמר שנקבעו לסמסטרים הבאים מפורטים בידיעון האקדמי.

לתשומת לבך!

הנך זכאי להיבחן בקורס פעמיים: במועדים של הסמסטר הנוכחי או במועדים של הסמסטר הבא בו יילמד הקורס. בכך תמצה את זכותך להיבחן בקורס. סטודנט שניגש לבחינות גמר בשני מועדים ונכשל בשניהם, יוכל להירשם לקורס זה פעם נוספת ולקבל הנחה בשכר הלימוד. פרטים בידיעון האקדמי.

2. נוהל הגשת מטלות מנחה (ממ"ן)

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות :

- **שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת**
מערכת שליחת המטלות קלה להפעלה, היא חוסכת את הצורך במילוי טפסים, במשלוח דואר ובשמירת עותק של המטלה, ומאפשרת מעקב אחר המטלה.
הגישה למערכת המטלות המקוונת היא דרך אתר הבית של הקורס בקישור "מערכת המטלות".
- **שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה**
לכל מטלת מנחה עליכם לצרף טופס נלווה אחד.
הקפידו למלא את כל הפרטים בחלק א של הטופס. הכניסו את הטופס (על כל חלקיו הצבעוניים) יחד עם המטלה למעטפה המיועדת לכך ורשמו בכתב יד ברור את כתובתכם (כולל מיקוד!) במקום המיועד לכך.
רשמו את שם המנחה וכתובתו באופן מדויק. (דוגמה לטופס נלווה לממ"ן ראו בהמשך).
השאירו עותק של המטלה בידכם!

מועדי הגשה ומשלוח מטלות בדואר

בעמוד הראשון של כל מטלה מצוין מועד הגשתה. יש לשלוח את המטלה עד ל"מועד האחרון להגשה" המצוין עבורה. אסור שחזרת הדואר על המעטפה תישא תאריך מאוחר מ"המועד האחרון" להגשת הממ"ן.

שימו לב : אין לשלוח מטלות בדואר רשום!
הקפידו לרשום את כתובת המנחה בצורה מדויקת כולל מיקוד.

את הממ"ן עליכם לשלוח לבדיקה **רק למנחה שלקבוצתו אתם משובצים**. ממ"ן שישלח למנחה אחר ללא אישור מראש של מרכז ההוראה ציונו לא ייחשב.

הממ"ן ייבדק ויוחזר לכם תוך שלושה שבועות מהתאריך האחרון להגשת הממ"ן. אם הממ"ן לא יוחזר אליכם במועד זה, אנא התקשרו עם המנחה לבירור סיבת העיכוב.

דחייה בהגשת מטלות

במקרים מיוחדים, כגון שירות מילואים, תוכלו לפנות למנחה שלכם לקבלת אישור לדחיית מועד ההגשה. לכל מטלה המוגשת באיחור צרפו מכתב/אישור המנמק את סיבת האיחור.
בסמכותו של המנחה שלכם לאשר לכם איחור של עד שבוע בהגשת ממ"ן (אלא אם קיבל הנחיות אחרות ממרכז ההוראה). במקרה חריג ביותר שנדרש איחור בהגשה של למעלה מזה יש לבקש אישור של מרכז ההוראה בקורס. מטלות שתגענה באיחור וללא אישור תיבדקנה על-ידי המנחה אך לא יינתן להן ציון והן לא תובאנה בחשבון המטלות המוגשות.

ערעור על ציון בממ"ן

אם יש לכם השגות על הציון שקיבלתם בממ"ן תוכלו להגיש ערעור מנומק בכתב למנחה שלכם בצירוף הממ"ן והטופס המלווה (ההעתק הצהוב), תוך שבוע ימים מיום קבלת הממ"ן.
אם המנחה לא יקבל את ערעורכם, הרשות בידכם לערער בפני מרכז ההוראה בקורס בצירוף הממ"ן והטופס המלווה, תוך שבוע מיום קבלת תשובת המנחה על ערעורכם. החלטת מרכז ההוראה היא סופית.

האוניברסיטה הפתוחה הקריה ע"ש דורותי דה רוטשילד רח' רבוצקי 108 ת.ד. 808 רעננה 43104																																																																																																
טופס מלווה למטלה לבדיקה מנחה (ממ"ן)																																																																																																
לשימוש פנימי <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; text-align: center;">21</td> <td style="width: 33%;"></td> <td style="width: 33%; text-align: center;">611</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1-2</td> <td style="text-align: center;">3-7</td> <td style="text-align: center;">8-10</td> </tr> </table>	21		611	1-2	3-7	8-10	<table style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 33%; text-align: center;">מספר הזהות</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">קורס</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">מטלה</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1 2 3 4 5 6 7 8 9</td> <td style="text-align: center;">10 11 12 13 14 15</td> <td style="text-align: center;">16 17 18 19 20 21</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">11-19</td> <td style="text-align: center;">22-26</td> <td style="text-align: center;">27-28</td> </tr> </table>		מספר הזהות	קורס	מטלה	1 2 3 4 5 6 7 8 9	10 11 12 13 14 15	16 17 18 19 20 21	11-19	22-26	27-28																																																																															
21		611																																																																																														
1-2	3-7	8-10																																																																																														
מספר הזהות	קורס	מטלה																																																																																														
1 2 3 4 5 6 7 8 9	10 11 12 13 14 15	16 17 18 19 20 21																																																																																														
11-19	22-26	27-28																																																																																														
חלק א - ימולא על-ידי התלמיד מלא נא את כל הפרטים בעט כדורי בכל המלבנים הכהים וכן למטה. מספר הקורס והמטלה העתק מתוך השאלון. כן הקפד לרשום את כל תשע הספרות של מספר הזהות (גם אפסים וסיפרת ביקורת) שלח את כל העתקים בצירוף המטלה אל מנחה קבוצתך.																																																																																																
חלק ג - ציונים יש לרשום מספרים שלמים סכום ציוני השאלות צריך להיות שווה ציון המטלה.																																																																																																
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 33%;">31</td><td style="width: 33%;"></td><td style="width: 33%;"></td></tr> <tr><td>34</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>37</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>39</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>41</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>43</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>45</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>47</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>49</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>51</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>53</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>55</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>57</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>59</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>61</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>63</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>65</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>67</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>69</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>71</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>73</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>75</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>77</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>79</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>81</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>83</td><td></td><td></td></tr> </table>	31			34			37			39			41			43			45			47			49			51			53			55			57			59			61			63			65			67			69			71			73			75			77			79			81			83			1 ציון שאלה 2 ציון שאלה 3 ציון שאלה 4 ציון שאלה 5 ציון שאלה 6 ציון שאלה 7 ציון שאלה 8 ציון שאלה 9 ציון שאלה 10 ציון שאלה 11 ציון שאלה 12 ציון שאלה 13 ציון שאלה 14 ציון שאלה 15 ציון שאלה 16 ציון שאלה 17 ציון שאלה 18 ציון שאלה 19 ציון שאלה 20 ציון שאלה 21 ציון שאלה 22 ציון שאלה 23 ציון שאלה 24 ציון שאלה 25 ציון שאלה	<table style="width: 100%;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">שם התלמיד</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">כתובת התלמיד</td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">03-5269710</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">73332</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">טלפון</td> <td style="text-align: center;">מיקוד</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">שם המנחה</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1.1.02</td> <td style="text-align: center;">01</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">נשלח ביום</td> <td style="text-align: center;">קבי לימוד</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">מרכז לימוד</td> </tr> </table>	שם התלמיד		כתובת התלמיד		03-5269710	73332	טלפון	מיקוד	שם המנחה		1.1.02	01	נשלח ביום	קבי לימוד	מרכז לימוד	
31																																																																																																
34																																																																																																
37																																																																																																
39																																																																																																
41																																																																																																
43																																																																																																
45																																																																																																
47																																																																																																
49																																																																																																
51																																																																																																
53																																																																																																
55																																																																																																
57																																																																																																
59																																																																																																
61																																																																																																
63																																																																																																
65																																																																																																
67																																																																																																
69																																																																																																
71																																																																																																
73																																																																																																
75																																																																																																
77																																																																																																
79																																																																																																
81																																																																																																
83																																																																																																
שם התלמיד																																																																																																
כתובת התלמיד																																																																																																
03-5269710	73332																																																																																															
טלפון	מיקוד																																																																																															
שם המנחה																																																																																																
1.1.02	01																																																																																															
נשלח ביום	קבי לימוד																																																																																															
מרכז לימוד																																																																																																
חלק ב - ימולא על-ידי המנחה מלא נא את כל הפרטים (בעט כדורי). שמור את העותק האחרון בידך. שלח את שאר העותקים בצירוף המטלה למרכז שירות לאוניברסיטה (מש"ל).																																																																																																
<table style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 33%;">שם המנחה</td> <td style="width: 33%;">נשלח ביום</td> <td style="width: 33%;">התקבל ביום</td> </tr> </table>			שם המנחה	נשלח ביום	התקבל ביום																																																																																											
שם המנחה	נשלח ביום	התקבל ביום																																																																																														
חלק ד - הערות המנחה לתלמיד (נא כתוב ברור)																																																																																																

מק"ט 9-830-1 יוסף חלקי ושות' בע"מ

דוגמה למילוי טופס מלווה לממ"ן

שימו לב,

עליכם להשאיר לעצמכם העתק של המטלה.

אין האוניברסיטה הפתוחה אחראית

למטלה שתאבד בשל תקלות בדואר.

נספח א' - אלגוריתמי מיון - פסידוקוד

(א)

```
BUBBLESORT( $A$ )
  for  $j \leftarrow \text{length}[A]$  downto 1
    do for  $i \leftarrow 1$  to  $j-1$ 
      do if  $A[i] > A[i+1]$ 
        then  $T \leftarrow A[i]$ 
            $A[i] \leftarrow A[i+1]$ 
            $A[i+1] \leftarrow T$ 
```

(ב)

```
BUBBLESORT2( $A$ )
  for  $j \leftarrow \text{length}[A]$  downto 1
    do  $flipped \leftarrow \text{FALSE}$ 
       for  $i \leftarrow 1$  to  $j-1$ 
         do if  $A[i] > A[i+1]$ 
           then  $T \leftarrow A[i]$ 
               $A[i] \leftarrow A[i+1]$ 
               $A[i+1] \leftarrow T$ 
               $flipped \leftarrow \text{TRUE}$ 
       if not  $flipped$ 
         then return
```

(a)

BIDIRECTIONALBUBBLESORT(A)

$left \leftarrow 0$

$right \leftarrow \text{length}[A] + 1$

while $left < right$

do $flipped \leftarrow \text{FALSE}$

$left \leftarrow left + 1$

$right \leftarrow right - 1$

for $i \leftarrow left$ to $right - 1$

do if $A[i] > A[i + 1]$

then $T \leftarrow A[i]$

$A[i] \leftarrow A[i + 1]$

$A[i + 1] \leftarrow T$

$flipped \leftarrow \text{TRUE}$

if not $flipped$

then return

else $flipped \leftarrow \text{FALSE}$

for $i \leftarrow right - 1$ downto $left$

do if $A[i] > A[i + 1]$

then $T \leftarrow A[i]$

$A[i] \leftarrow A[i + 1]$

$A[i + 1] \leftarrow T$

$flipped \leftarrow \text{TRUE}$

if not $flipped$

then return

```

SHAKERSORT( $A$ )
   $left \leftarrow 1$ 
   $right \leftarrow \text{length}[A]$ 
  while  $left < right$ 
    do  $min \leftarrow left$ 
       $max \leftarrow left$ 
      for  $i \leftarrow left + 1$  to  $right$ 
        do if  $A[min] > A[i]$ 
          then  $min \leftarrow i$ 
        if  $A[max] < A[i]$ 
          then  $max \leftarrow i$ 
       $T \leftarrow A[min]$ 
       $A[min] \leftarrow A[left]$ 
       $A[left] \leftarrow T$ 
      if  $max = left$ 
        then  $T \leftarrow A[min]$ 
           $A[min] \leftarrow A[right]$ 
           $A[right] \leftarrow T$ 
        else  $T \leftarrow A[max]$ 
           $A[max] \leftarrow A[right]$ 
           $A[right] \leftarrow T$ 
       $left \leftarrow left + 1$ 
       $right \leftarrow right - 1$ 

```

(n)

SHELLSORT(A)

```
 $h \leftarrow 1$ 
while  $3h+1 < \text{length}[A]$ 
  do  $h \leftarrow 3h+1$ 
while  $h > 0$ 
  do for  $i \leftarrow h$  to  $\text{length}[A]$ 
    do  $B \leftarrow A[i]$ 
       $j \leftarrow i$ 
      while  $j > h$  and  $A[j-h] > B$ 
        do  $A[j] \leftarrow A[j-h]$ 
           $j \leftarrow j-h$ 
       $A[j] \leftarrow B$ 
   $h \leftarrow \lfloor h/3 \rfloor$ 
```

(l)

CombSort11 (A)

```
shrink_factor  $\leftarrow 1.3$ 
flipped  $\leftarrow \text{FALSE}$ 
gap  $\leftarrow \text{length}[A]$ 
repeat
  gap  $\leftarrow \lfloor \text{gap}/\text{shrink\_factor} \rfloor$ 
  if gap = 0
    then gap  $\leftarrow 1$ 
    else if gap = 9 or gap = 10
      then gap  $\leftarrow 11$ 
  flipped  $\leftarrow \text{FALSE}$ 
  top  $\leftarrow \text{length}[A] - \text{gap}$ 
  for  $i \leftarrow 1$  to top
```

```
do j ← i+gap
  if A[i]>A[j]
    then T ← A[i]
      A[i] ← A[j]
      A[j] ← T
      flipped ← TRUE
until not flipped and gap = 1
```

(ר)

```
MSORT( $A, low, high$ )
   $i \leftarrow low$ 
   $j \leftarrow high$ 
  if  $i \geq j$ 
    then return
   $mid \leftarrow \lfloor (i + j) / 2 \rfloor$ 
  MSORT( $A, i, mid$ )
  MSORT( $A, mid + 1, j$ )
   $end\_i \leftarrow mid$ 
   $start\_j \leftarrow mid + 1$ 
  while  $i \leq end\_i$  and  $start\_j \leq j$ 
    do if  $A[i] < A[start\_j]$ 
      then  $i \leftarrow i + 1$ 
    else  $T \leftarrow A[start\_j]$ 
      for  $k \leftarrow start\_j - 1$  downto  $i$ 
        do  $A[k + 1] \leftarrow A[k]$ 
       $A[i] \leftarrow T$ 
       $i \leftarrow i + 1$ 
       $end\_i \leftarrow end\_i + 1$ 
       $start\_j \leftarrow start\_j + 1$ 
```

קריאת ההפעלה:

```
MERGESORT( $A$ )
  MSORT( $A, 1, length[A]$ )
```


(n)

ExtraStorageMSort (A, i, j, B)

if $i \geq j$

return

$mid \leftarrow \lfloor (i + j) / 2 \rfloor$

ExtraStorageMSort (A, i, mid, B)

ExtraStorageMSort (A, mid+1, j, B)

$t_i \leftarrow i$

$t_j \leftarrow mid+1$

for $k \leftarrow i$ to j

do if $t_i \leq mid$ and ($t_j > j$ or $A[t_i] < A[t_j]$)

then $B[k] \leftarrow A[t_i]$

$t_i \leftarrow t_i + 1$

else $B[k] \leftarrow A[t_j]$

$t_j \leftarrow t_j + 1$

for $k \leftarrow i$ to j

do $A[k] \leftarrow B[k]$

קריאת ההפעלה:

ExtraStorageMergeSort (A)

▷ allocate a new array B; $\text{length}[B] \leftarrow \text{length}[A]$

ExtraStorageMSort (A, 1, $\text{length}[A]$, B)

(v)

QSort ($A, low, high$)

$i \leftarrow low$

$j \leftarrow high$

if $i \geq j$

then return

else if $i = j - 1$

then if $A[i] > A[j]$

then $T \leftarrow A[i]$

$A[i] \leftarrow A[j]$

$A[j] \leftarrow T$

return

$pivot \leftarrow A[\lfloor (i + j)/2 \rfloor]$

$A[\lfloor (i + j)/2 \rfloor] \leftarrow A[j]$

$A[j] \leftarrow pivot$

while $i < j$

do while $A[i] \leq pivot$ and $i < j$

do $i \leftarrow i + 1$

while $pivot \leq A[j]$ and $i < j$

do $j \leftarrow j - 1$

if $i < j$

then $T \leftarrow A[i]$

$A[i] \leftarrow A[j]$

$A[j] \leftarrow T$

$A[high] \leftarrow A[j]$

$A[j] \leftarrow pivot$

QSort ($A, low, i-1$)

QSort ($A, j+1, high$)

קריאת ההפעלה:

Quick Sort (A)

QSort ($A, 1, length [A]$)

(*)

BubbleSort ($A, low, high$)

```
for  $j \leftarrow high$  downto  $low+1$ 
do for  $i \leftarrow low$  to  $j-1$ 
do if  $A[i] > A[i+1]$ 
then  $T \leftarrow A[i]$ 
 $A[i] \leftarrow A[i+1]$ 
 $A[i+1] \leftarrow T$ 
```

QubbleSort ($A, low, high$)

```
 $i \leftarrow low$ 
 $j \leftarrow high$ 
if  $j-i \leq 6$ 
then BubbleSort ( $A, i, j$ )
return
pivot  $\leftarrow A[\lfloor (i+j)/2 \rfloor]$ 
 $A[\lfloor (i+j)/2 \rfloor] \leftarrow A[j]$ 
 $A[j] \leftarrow pivot$ 
while  $i < j$ 
do while  $A[i] \leq pivot$  and  $i < j$ 
do  $i \leftarrow i+1$ 
while  $pivot \leq A[j]$  and  $i < j$ 
do  $j \leftarrow j-1$ 
if  $i < j$ 
then  $T \leftarrow A[i]$ 
 $A[i] \leftarrow A[j]$ 
 $A[j] \leftarrow T$ 
 $A[high] \leftarrow A[j]$ 
```

$A[j] \leftarrow pivot$

QubbleSort ($A, low, i-1$)

QubbleSort ($A, j+1, high$)

קריאת ההפעלה:

QuickBubbleSort (A)

QubbleSort ($A, 1, length [A]$)

(י"א)

BruteSort (A, i, j)

if $j-i = 1$

then if $A[j] < A[i]$

then $T \leftarrow A[j]$

$A[i] \leftarrow A[j]$

$A[j] \leftarrow T$

if $j-i = 2$

then if $A[i] < A[i+1]$

then $pmin \leftarrow i$

else $pmin \leftarrow i+1$

if $A[pmin] > A[i+2]$

then $pmin \leftarrow i+2$

if $pmin \neq i$

then $T \leftarrow A[i]$

$A[i] \leftarrow A[pmin]$

$A[pmin] \leftarrow T$

BruteSort ($A, i+1, j$)

if $j-i = 3$

```

then if  $A[j] < A[i+1]$ 
    then  $pmin \leftarrow i$ 
    else  $pmin \leftarrow i+1$ 
if  $A[pmin] > A[i+2]$ 
    then  $pmin \leftarrow i+2$ 
if  $A[pmin] > A[i+3]$ 
    then  $pmin \leftarrow i+3$ 
if  $pmin \neq i$ 
    then  $T \leftarrow A[i]$ 
         $A[i] \leftarrow A[pmin]$ 
         $A[pmin] \leftarrow T$ 
if  $A[j] > A[j-1]$ 
    then  $pmax \leftarrow j$ 
    else  $pmax \leftarrow j-1$ 
if  $A[pmax] < A[j-2]$ 
    then  $pmax \leftarrow j-2$ 
if  $pmax \neq j$ 
    then  $T \leftarrow A[j]$ 
         $A[j] \leftarrow A[pmax]$ 
         $A[pmax] \leftarrow T$ 
BruteSort ( $A, i+1, j-1$ )

```

EQSort ($A, low, high$)

```

 $i \leftarrow low$ 
 $j \leftarrow high$ 
if  $j-i \leq 3$ 
    BruteSort ( $A, i, j$ )

```

```

    return

    pivot  $\leftarrow A[\lfloor (i + j)/2 \rfloor]$ 

     $A[\lfloor (i + j)/2 \rfloor] \leftarrow A[j]$ 

     $A[j] \leftarrow pivot$ 

    while  $i < j$ 
        do while  $A[i] \leq pivot$  and  $i < j$ 
            do  $i \leftarrow i + 1$ 

        while  $pivot \leq A[j]$  and  $i < j$ 
            do  $j \leftarrow j - 1$ 

        if  $i < j$ 
            then  $T \leftarrow A[i]$ 
                 $A[i] \leftarrow A[j]$ 
                 $A[j] \leftarrow T$ 

     $A[high] \leftarrow A[j]$ 

     $A[j] \leftarrow pivot$ 

    EQSort ( $A, low, i-1$ )

    EQSort ( $A, j+1, high$ )

```

קריאת ההפעלה:

EnhancedQuickSort (A)

EQSort ($A, 1, length[A]$)

QuickSort (A, l, r)

$M \leftarrow 4$

if $r-l > M$

then $i \leftarrow \lfloor (l+r)/2 \rfloor$

if $A[l] > A[i]$

then Swap (A, l, i)

if $A[l] > A[r]$

then Swap (A, l, r)

if $A[i] > A[r]$

then Swap (A, i, r)

$j \leftarrow r-1$

Swap (A, i, j)

$i \leftarrow l$

$v \leftarrow A[j]$

while $i \leq j$

do $i \leftarrow i+1$

$j \leftarrow j-1$

while $A[i] < v$

do $i \leftarrow i+1$

while $A[j] > v$

do $j \leftarrow j-1$

if $i \leq j$

then Swap (A, i, j)

Swap ($A, i, r-1$)

QuickSort (A, l, j)

QuickSort ($A, i+1, r$)

Swap (A, i, j)

$T \leftarrow A[i]$

$A[i] \leftarrow A[j]$

$A[j] \leftarrow T$

InsertionSort ($A, low, high$)

for $i \leftarrow low+1$ to $high$

do $v \leftarrow A[i]$

$j \leftarrow i$

while $j > low$ and $A[j-1] > v$

do $A[j] \leftarrow A[j-1]$

$j \leftarrow j-1$

$A[j] \leftarrow v$

קריאת ההפעלה:

FastQuickSort (A)

QuickSort ($A, 1, length[A]$)

InsertionSort ($A, 1, length[A]$)