ה א ו נ י ב ר ס י ט ה   ה פ ת ו ח ה

20417

אלגוריתמים

חוברת הקורס –סתיו 2015א

כתב: ד"ר דניאל רייכמן

אוקטובר 2014 – סמסטר סתיו– תשע"ה

פנימי – לא להפצה.

תוכן העניינים

אל הסטודנט,

אני מקדם את פניך בברכה עם הצטרפותך אל הלומדים בקורס "אלגוריתמים".

בחוברת זו תמצא את לוח הזמנים של הקורס, תנאים לקבלת נקודות זכות ואת המטלות.

לקורס קיים אתר באינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם מפרסם/מת מרכז/ת ההוראה. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

http://telem.openu.ac.il

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספריה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

שעות הייעוץ הן בכל יום ג' בשעות 15:00-17:00 בטלפון 09-7781222. (פגישה נא לתאם מראש).
ניתן לפנות גם בדוא"ל: danielre@openu.ac.il

אני מאחל לך לימוד פורה ומהנה.

ב ב ר כ ה,

ד"ר דניאל רייכמן
מרכז הקורס

1. לוח זמנים ופעילויות (20417 /2015א)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ״ן (למנחה)
1	24.10.2014-21.10.2014	פרק 1		
2	31.10.2014-26.10.2014	פרק 2		
3	7.11.2014-2.11.2014	פרק 3		
4	14.11.2014-9.11.2014	פרק 3		ממ״ן 11 14.11.2014
5	21.11.2014-16.11.2014	פרק 4		
6	28.11.2014-23.11.2014	פרק 4		
7	5.12.2014-30.11.2014	פרק 4		ממ״ן 12 5.12.2014
8	12.12.2014-7.12.2014	פרק 5		
9	19.12.2014-14.12.2014 (ד-ו חנוכה)	פרק 6		

** התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב״לוח מפגשים ומנחים״.*

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	26.12.2014-21.12.2014 (א-ד חנוכה)	פרק 6		
11	2.1.2015-28.12.2014	פרק 6		ממ"ן 13 2.1.2015
12	9.1.2015-4.1.2015	פרק 6		
13	16.1.2015-11.1.2015	פרק 7		ממ"ן 14 16.1.2015
14	23.1.2015-18.1.2015	פרק 7		
15	2.2.2015-25.1.2015	חזרה		ממ"ן 15 2.2.2015

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

2. הנחיות בקשר לכתיבת אלגוריתמים

יש לזכור חמישה דברים שחיוניים להצגת האלגוריתם:

1. הסבר אותו קודם, ואת הרעיונות שבו - בעברית (אלא אם כן האלגוריתם מאוד פשוט).
2. כתוב את האלגוריתם במילים, או במידת הצורך בפסאודו-קוד, בדומה לספר. רצוי לכתוב בקוד הוראות בעברית, אך המימוש צריך להיות חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה, ואם הוא גדול מ- 7 אז...").
3. אסור בשום אופן לכתוב "תכניות מחשב" במקום אלגוריתמים. עליך להתרגל לכתיבה בצורת פסאודו-קוד.
4. אם נתבקשת להוכיח את נכונות האלגוריתם עליך לעשות זאת בצורה פורמלית ומדויקת (למשל תוך שימוש באינדוקציה או בכלים מדויקים אחרים). **גם אם לא נתבקשת להוכיח, יש להסביר באופן כללי מדוע האלגוריתם עובד כשורה**.
5. בכל מקרה (גם אם לא צוין במפורש) יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. כמו כן, תמיד נסה להגיע לאלגוריתם יעיל ככל שניתן. אלגוריתם שהוא נכון, אך אינו יעיל, יזכה אותך רק בחלק מהנקודות.

3. תיאור המטלות

קרא היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

בקורס זה 5 מטלות שעליך לפתור ולהגיש לבדיקה. להלן תמצא הסבר על אופן הפתרון הנדרש וכיצד לשלוח את המטלה למנחה.

3.1 מבנה המטלות

המטלות בקורס הן מסוג **ממ"ן רגיל:** תרגילים "יבשים" **שאינם** דורשים הרצת תכניות במחשב (אלא אם צוין אחרת בגוף המטלה). תרגילים אלו נועדו לבדוק את הבנתך בחומר הלימוד.
את הפתרונות למטלה כזו עליך לרשום על דף נייר בכתב יד ברור ובצורה מסודרת. רצוי להשאיר שוליים רחבים להערות המנחה.

אם השאלה בממ"ן אינה ברורה לך, אל תהסס להתקשר אל אחד מהמנחים (בשעות הייעוץ הטלפוני שלו) לצורך קבלת הסבר.

3.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

בטבלה שלהלן תמצא מהו חומר הלימוד הנדרש (לפי פרקי הספר) לפתרון כל אחת מהמטלות.

<u>שים לב:</u>

אין להשתמש לפתרון המטלות בידע הנרכש בפרקי לימוד מתקדמים יותר מהפרקים בהם עוסקת הטבלה

מטלה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה
ממ"ן 11	פרקים 1,2,3
ממ"ן 12	פרק 4
ממ"ן 13	פרקים 5,4
ממ"ן 14	פרק 6
ממ"ן 15	פרק 7

3.3 ניקוד המטלות

משקל כל מטלה 6 נקודות. ניתן לצבור עד 30 נקודות. חובה להגיש מטלות במשקל מינימלי של 18 נקודות לפחות.

ללא צבירת 18 נקודות
לא ניתן יהיה לגשת לבחינת הגמר

לתשומת לבכם!

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושהמשקל הצבור של המטלות האחרות שהוגשו, מגיע למינימום הנדרש.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

4. התנאים לקבלת נקודות זכות

א. צבירת 18 נקודות זכות **לפחות** במטלות.

ב. ציון של לפחות 60 נקודות בבחינת הגמר.

ג. ציון סופי בקורס של 60 נקודות לפחות.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20417 – **אלגוריתמים**

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1, 2 ו-3 בספר הלימוד.

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: 2015-א **מועד אחרון להגשה:** **14.11.2014**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות: • שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס • שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה **הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

שאלה 1 (20 נקודות)

א. הוכחו כי בכל גרף לא מכוון עם יותר מקודקוד אחד קיימים שני קודקודים בעלי אותה דרגה.
ב. הוכיחו כי גרף לא מכוון הוא קשיר אס"ם בכל קבוצת קודקודים לא ריקה ושאינה מכילה את כל קודקוד הגרף S, ישנה קשת שקצה אחד שלה ב-S והשני איננו ב-S.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון גרף לא מכוון קשיר $G=(V,E)$. תהי $S \subseteq V$ קבוצה לא ריקה. נגדיר את המרחק של קודקוד $u \subseteq V$ מ-S כאורכו של המסלול הקצר ביותר המחבר את u לקודקוד מ-S. אם $u \in S$ מרחקו מ-S מוגדר להיות 0.
נגדיר את $L_S(i)$ כקבוצת כל הקודקודים שמרחקם מ-S שווה ל-i. כתבו אלגוריתם יעיל המחשב בהנתן גרף כנ"ל וקבוצה S את השכבות $L_S(i)$ לכל i עבורו $L_S(i)$ אינה ריקה. הוכיחו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

שאלה 3 (20 נקודות)

בהנתן גרף **לא מכוון** $G=(V,E)$, כתבו אלגוריתם יעיל הבודק האם ניתן לתת כיוונים לקשתות כך שבגרף **המכוון** המתקבל לכל קודקוד **דרגת הכניסה גדולה מאפס**. שימו לב-לכל קשת $\{u,v\} \in E$ ניתן לבחור כיוון **יחיד**: (u,v) או (v,u). במידה והתשובה חיובית, על האלגוריתם להחזיר כיוונים לקשתות המקיימים את הנדרש.

שאלה 4 (20 נקודות)

א. פתרו את תרגיל 3.2 בספר הלימוד (עמוד 117).

בסעיפים הבאים אנחנו מניחים כי $G = (V, E)$ גרף קשיר.

ב. הוכיחו או הפריכו: עבור **כל** עץ פורש T של G, קיים עץ DFS, שגרף התשתית שלו הוא T (גרף התשתית של גרף מכוון הוא גרף **לא** מכוון, המתקבל על-ידי "הסרת" הכיוונים מהקשתות).

ג. הוכיחו או הפריכו: לכל עצי ה-DFS של G יש אותו מספר עלים.

שאלה 5 (20 נקודות)

בהנתן גרף לא מכוון קשיר $G = (V, E)$, **הקוטר** של הגרף מוגדר כמרחק המקסימלי בין שני צמתים בגרף (כזכור המרחק בין שני צמתים הוא אורך המסלול הקצר ביותר המחבר ביניהם).

כתבו אלגוריתם יעיל המחשב את הקוטר של גרף קשיר **חסר מעגלים**. הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות.

מטלת מנחה (ממ״ן) 12

הקורס: 20417 - אלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרק 4 בספר הלימוד

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2015 **מועד אחרון להגשה:** 05.12.2014

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב״נוהל הגשת מטלות מנחה״

שאלה 1 (20 נקודות)

בגרף $G=(V, E)$ לא מכוון וקשיר עם משקלות חיוביים לקשתות נתון עץ פורש מינימלי T. תהי $e\in E$ קשת בגרף, ויהי $G'=(V, E')$ הגרף המתקבל מ-G על-ידי הורדת e (כלומר, $E'=E\setminus\{e\}$). נניח ש-G' קשיר ואנו רוצים למצוא אלגוריתם שיתקן את T כך שיתקבל ממנו T' שהוא עץ פורש מינימלי של G'.

הציעו אלגוריתם לבעיה ונתחו את סיבוכיותו. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון גרף לא מכוון קשיר $G=(V,E)$. נניח כי קיימת קשת **יחידה** $e\in E$ שמשקלה **שלילי**. כל שאר הקשתות הן במשקל אי שלילי. כמו כן נניח כי אין בגרף מעגלים במשקל שלילי. בהנתן $s,t\in V$ כתבו אלגוריתם יעיל המחשב את המסלול הקצר ביותר בין s ל-t. הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתון גרף לא מכוון קשיר $G=(V,E)$. בהינתן $s,t\in V$ הציעו אלגוריתם יעיל המוצא מסלול בין s ל-t כך **שסכום הדרגות של הקודקודים במסלול** קטן ככל האפשר. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם ונתחו את סיבוכיותו.

שאלה 4 (20 נקודות)

פתרו את שאלה 4.31 בספר הלימוד.

שאלה 5 (20 נקודות)

הוכיחו:

לכל עץ בינרי לחלוטין T בעל n עלים קיימת סדרת שכיחויות $f_1, f_2, ..., f_n$ כך שעץ הופמן של סדרה זו הוא T.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: **20417 - אלגוריתמים**

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4 ו-5 בספר הלימוד.

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2015 **מועד אחרון להגשה:** 02.01.2015

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

בהינתן גרף מכוון $G=(V,E)$ עם פונקציית משקל $w:E\rightarrow R^{+}$ וצומת $s\in V$, נסמן ב- $\delta(v)$ את משקלו של מסלול קצר ביותר מ-s ל-v, עבור כל $v\in V$. עבור צומת $t\in V$ מסלול מ-s ל-t (לאו דווקא פשוט) ייקרא **מסלול שני קצר ביותר** אם הוא קצר ביותר מבין כל המסלולים מ-s ל-t, שמשקלם גדול ממש מ- $\delta(t)$.

קשת $e=(u,v)$ ב-E תיקרא **קשת שימושית** אם קיים מסלול קצר ביותר מ-s ל-v שהקשת האחרונה בו היא e.

א. הוכיחו שאם מסלול מ-s ל-t מכיל רק קשתות שימושיות אז הוא מסלול קצר ביותר מ-s ל-t.

ב. הוכיחו שאם מסלול מ-s ל-t מכיל קשת לא שימושית אז הוא אינו מסלול קצר ביותר מ-s ל-t.

ג. יהי P מסלול שני קצר ביותר מ-s ל-t. הוכיחו שקיימת בו בדיוק קשת לא שימושית אחת $e=(u,v)$, ומתקיים הרישא של P מ-s ל-u היא מסלול קצר ביותר מ-s ל-u, והסיפא של P מ-v ל-t היא מסלול קצר ביותר מ-v ל-t.

ד. כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו שמקבל כקלט גרף G כמתואר בתחילת השאלה, ושני צמתים s ו-t ומוצא משקל מסלול שני קצר ביותר מ-s ל-t ב-G. נמקו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו.

רמז: האלגוריתם צריך להיעזר בטענות שהוכחו בסעיפים הקודמים. גם אם לא הוכחתם חלק מהטענות תוכלו להסתמך עליהן בכתיבת האלגוריתם.

שאלה 2 (25 נקודות)

יהי $p(x)$ פולינום מדרגה n. ידוע כי $DFT_n(p(x))=(v_1,...,v_n)$. חשבו את $DFT_{2n}(p(x^2))$.

שאלה 3 (25 נקודות)

תהי A מטריצה מסדר $n\times n$.

א. הוכיחו כי אם $n=2$ ניתן לחשב את A^2 בעזרת 5 פעולות כפל של מספרים ממשיים.

ב. פרופסור תחכמוני טוען כי ברשותו אלגוריתם הפרד ומשול המחשב את A^2 עבור מטריצה מסדר $n\times n$ (n טבעי) בזמן $O(n^{\lg 5})$. הפרופסור מציע להשתמש בגישת רקורסיבית כך שבעזרת סעיף א, מתקבלות 5 תת בעיות מגודל $n/2$. האם האלגוריתם שהפרופסור מציע אכן פותר את הבעיה בסיבוכיות הנדרשת? הסבירו את תשובתכם.

שאלה 4 (25 נקודות)

פתרו את שאלה 5.7 בפרק 5 בספר הלימוד.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: **20417 - אלגוריתמים**

חומר הלימוד למטלה: פרק 6 בספר הלימוד

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2015 **מועד אחרון להגשה:** 16.01.2015

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

בהינתן גרף לא מכוון $G=(V,E)$ זיווג M הוא קבוצת קשתות שאינן חולקות קודקוד משותף (כלומר לא קיים קודקוד השייך לשתי קשתות שונות ב- M). בהינתן גרף לא מכוון **חסר מעגלים** כתבו אלגוריתם תכנון דינמי יעיל המחזיר זיווג בגודל **מקסימלי**. נתחו את סיבוכיות האלגוריתם שלכם והוכיחו את סיבוכיותו.

שאלה 2 (20 נקודות)

בהנתן גרף לא מכוון $G=(V,E)$ ברצוננו לבדוק האם ניתן לחלק את קודקודי הגרף לשתי קבוצות זרות של קודקודים A ו- B, כך שמתקיים:

i) $|A|=|B|=|V|/2$

ii) **לא קיימת קשת בגרף שקצה אחד שלה מצוי ב-** A **והשני ב-** B.

הציעו אלגוריתם פולינומיאלי הפותר את הבעיה, כלומר מחזיר "כן" אם קיימת חלוקה כנ"ל ו"לא" אחרת.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתונה סדרה של n מספרים ממשיים, $a_1,...,a_n$. תת סדרה של מספרים אלו היא תת קבוצה של מספרים אלו המסודרת בהתאם לסדר הסדרה המקורית, $a_{i_1},...,a_{i_k}$

($1\le i_1<i_2<....<i\le_k n$). תת סדרה היא **עולה** אם $a_{i_1}<a_{i_2}...<a_{i_k}$. הציעו אלגוריתם תכנון דינמי המוצא תת סדרה עולה באורך מקסימלי. הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות.

שאלה 4 (20 נקודות)

הוכיחו: אם מריצים את אלגוריתם Floyd-Warshal ממדריך הלמידה על גרף מכוון $G=(V,E)$ עם משקלים על הקשתות אזי אין בגרף מעגל עם משקל שלילי אס"ם **לכל** i, $M(i,i)\geq 0$.

שאלה 5 (20 נקודות)

פתרו את שאלה 6.26 בספר הלימוד.

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: **20417 - אלגוריתמים**

חומר הלימוד למטלה: מדריך הלמידה, פרקים ד', ה'

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 6 נקודות

סמסטר: א-2015 **מועד אחרון להגשה: 02.02.2015**

קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

בהינתן גרף לא מכוון $G=(V,E)$ **כיסוי ע"י קשתות** היא קבוצת קשתות $T\subseteq E$ כך שלכל $u\in V$ קיימת קשת ב- T ש- u הוא אחד מקצותיה.

הוכיחו כי לכל גרף לא מכוון $G=(V,E)$ חסר קודקודים מבודדים, $\nu(G)+\xi(G)=|V|$, כאשר $\nu(G)$ הוא הגודל המקסימלי של זיווג בגרף ו- $\xi(G)$ הוא הגודל המינימלי של כיסוי ע"י קשתות. הסבירו כיצד נובע מכך אלגוריתם פולינומיאלי לחישוב כיסוי ע"י קשתות שגודלו מינימלי בגרף דו צדדי.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתונה רשת זרימה $G=(s,t,V,E)$ ומספר שלם M. כתבו אלגוריתם המחזיר **זרימה חוקית** ברשת שערכה בדיוק M. אם לא קיימת זרימה כזו, האלגוריתם יחזיר "אין זרימה בערך הנתון". הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות.

שאלה 3 (20 נקודות)

פרופסור חכמי טוען שקיים אלגוריתם פשוט למציאת מספר מקסימלי של מסלולים זרים בקשתות בין s ל- t בגרף מכוון $G=(V,E)$. האלגוריתם מחפש מסלול בין s ל- t ב- G בעזרת BFS. אם יש מסלול הוא מוחק את כל קשתות המסלול מ- G וחוזר על התהליך על הגרף ללא קשתות אלו. האלגוריתם עוצר כאשר אין מסלול בין s ל- t ומחזיר את כל המסלולים שנמצאו באיטרציות הקודמות.

הוכיחו או הפריכו: האלגוריתם הנ"ל מוצא מספר **מקסימלי** של מסלולים זרים בקשתות בין s ל- t.

שאלה 4 (20 נקודות)

גרף זרימה עצי מתקבל מעץ מכוון (עץ מושרש, המכוון מכיוון השורש אל הצאצאים), שנוסף לו צומת חדש ונוספה קשת מכל עלה בעץ אל הצומת החדש.

רשת זרימה עצית היא רשת זרימה המבוססת על גרף זרימה עצית, בתוספת פונקציית קיבול, כאשר המקור של הרשת הוא הצומת היחיד בגרף שדרגת הכניסה שלו 0 (כלומר, שורש העץ) והבור של הרשת הוא הצומת היחיד בגרף שדרגת היציאה שלו 0 (כלומר, הצומת החדש).

כתבו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו המקבל כקלט רשת זרימה עצית ומוצא בה זרימה מקסימלית. נמקו את נכונות האלגוריתם ונתחו את סיבוכיותו

שאלה 5 (20 נקודות)

נוסחת 3CNF היא נוסחה מהצורה $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge ... \wedge \varphi_m$. כל פסוקית φ_i היא מהצורה $z_i \vee z_j \vee z_k$. כל z_l השייך לפסוקית כלשהי הוא אחד מהליטרלים $x_1,...,x_n,\neg x_1,...,\neg x_n$ (לדוגמה $\varphi_1 = x_2 \vee \neg x_4 \vee x_5$). x_i מופיע בפסוקית φ_i אם x_i שייך ל- φ_i או $\neg x_i$ שייך ל- φ_i.

המשתנים $x_1,...,x_n$ מקבלים ערכים בוליאניים. **השמה** היא התאמה של ערך בוליאני לכל משתנה (אם $x_i = 1$ אז לפי הגדרה $\neg x_i = 0$). אנו אומרים כי $\varphi_i = z_i \vee z_j \vee z_k$ מסופקת ע"י השמה כלשהי אם **לפחות** אחד מהמשתנים ב- φ_i שווה ל-1. נוסחת 3CNF היא **ספיקה** אם **קיימת** השמה המקיימת את **כל** הפסוקיות בה.

נתונה נוסחת 3CNF בה כל אחד מהמשתנים $x_1,...,x_n$ מופיע **בדיוק** ב**שלוש** פסוקיות שונות וכל פסוקית מכילה **בדיוק שלושה** משתנים **שונים**.

הוכיחו-נוסחה המקיימת הדרישות לעיל היא **תמיד ספיקה** וניתן למצוא בזמן פולינומיאלי השמה מספקת שלה.

הדרכה: העזרו במשפט Hall כדי להוכיח קיום זיווג מושלם בגרף דו צדדי מתאים.