

מבנה הבחינה :

עליכם לענות על **חמש** מתוך שש השאלות.
כל שאלה מזכה ב- 20 נקודות.

הנחיות :

כל תשובה תתחיל בעמוד **חדש**.
אין לכתוב בצבע אדום.
אין לכתוב בעיפרון.

עליכם לענות על חמש מתוך שש השאלות. כל שאלה מזכה ב- 20 נקודות.

שאלה 1

א. מצאו פיתרון אסימפטוטי הדוק עבור נוסחת הנסיגה:

$$\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = 4T(\sqrt{n}) + \lg n + \lg(\lg n + 1) \end{cases}$$

ב. השוו מבחינה אסימפטוטית בין שתי הפונקציות הבאות:

$$f(n) = n^{\lg \lg n} + n^3 \cdot \lg n$$

$$g(n) = \begin{cases} n^{\lg n}, & n \leq 2^{1000} \text{ אם} \\ n^3, & n > 2^{1000} \text{ אם} \end{cases}$$

שאלה 2

כתבו אלגוריתם הפותר את הבעיה הבאה:

קלט: k רשימות ממוינות בנות m איברים כל אחת.

פלט: רשימה ממוינת אחת של כל $k \cdot m$ האיברים.

על האלגוריתם למזג את k הרשימות הממוינות לרשימה ממוינת אחת.

זמן הריצה הנדרש: $O(m \cdot k \cdot \lg k)$.

מותר להניח שכל רשימה נתונה במערך.

שאלה 3

נתונה השגרה PART-QS(A, k, p, r) המהווה גרסה שונה במקצת של שגרת המיון-המהיר;

השגרה מתחילה בשורות

1. if $r - p > k$
2. then $q \leftarrow \text{PARTITION}(A, p, r)$

הפרמטר $k \geq 0$ הוא שלם.

6 נק') א. מהו זמן הריצה של הגרסה החדשה של מיון-מהיר (כפונקציה של n ו- k)?

7 נק') ב. מהו זמן הריצה של האלגוריתם אם איבר הציר בשורה הראשונה בשגרת החלוקה

נתון על-ידי האלגוריתם SELECT המחזיר את ערך המיקום השלישי במערך?

7 נק') ג. מהו זמן הריצה של האלגוריתם אם איבר הציר בשורה הראשונה בשגרת החלוקה

נתון על-ידי האלגוריתם SELECT המחזיר את ערך המיקום ה- $\frac{m}{3}$ במערך (m)

הוא גודל המערך)?

הוכיחו כל טענה.

שאלה 4

הציעו מבנה נתונים S המאפשר לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

1. $BUILD(L, S)$: בניית המבנה S מתוך רשימה L בת n איברים; זמן הריצה: $O(n)$;
2. $MIN(S)$: החזרת הערך המינימלי של S ; זמן הריצה $O(1)$;
3. $DEL-MED(S)$: מחיקת החציון של S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
4. $OS-MED-13(S)$: החזרת ערך המיקום ה- $(\lceil \frac{n}{2} \rceil + 13)$ של S ; זמן הריצה $O(1)$.

הערה: מבנה הנתונים S יכול להיות מורכב מכמה מבני נתונים פשוטים.

שאלה 5

נתון עץ בינרי T .

כתבו אלגוריתם הפועל בזמן לינארי והסורק את העץ לפי עומקי הצמתים; כלומר, פלט האלגוריתם יהיה רשימה המכילה קודם את השורש, אחר-כך את הבנים שלו, אחר-כך את הבנים שלהם, וכו'.
ניתן להשתמש בזיכרון נוסף בגודל $O(n)$.

שאלה 6

נתונה רשימה של n זוגות $k = \langle k_1, k_2 \rangle$ של מספרים; נניח שלא קיימים שני זוגות זהים (ז"א אם

$p = \langle p_1, p_2 \rangle$, $q = \langle q_1, q_2 \rangle$, אזי ייתכן $p_1 = q_1$ או $p_2 = q_2$, אך לא שניהם).

הציעו מבנה נתונים S המאפשר לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

1. $INSERT(S, k)$: הכנסת המפתח $k = \langle k_1, k_2 \rangle$ למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
2. $DELETE(S, p)$: מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
3. $DEL-ALL1(S, a)$: מחיקת כל האיברים המכילים מפתחות מהצורה $k = \langle a, b \rangle$ מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.

בהצלחה !