

תרגילים במבני נתונים מופשטים ADT

באדיבות דביר לנצברג

שאלה 1

הציעו מבנה נתונים S , שבעזרתו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S):

- FIND (S, k): חיפוש אחר המפתח k במבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;
- INSERT (S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;
- DELETE (S, p): מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;
- SUM_SMALL (S, k_1): חישוב והחזרת סכום המפתחות k של S המקיימים את התנאי: $k_1 < k$; זמן: $O(\lg n)$.
- SUM_BETWEEN (S, k_1, k_2): חישוב והחזרת סכום המפתחות k של S המקיימים: $k_1 \leq k \leq k_2$; זמן: $O(\lg n)$.
- NUMKEYS (S, k): חישוב והחזרת מספר האיברים ב- S שהמפתח שלהם הוא k ; זמן: $O(\lg n)$.

שאלה 2

הציעו מבנה נתונים S , שבעזרתו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים (n מציין את מספר האיברים ב- S):

- PUSH (S, k): הכנסת איבר בעל המפתח k למבנה S ; זמן: $O(\lg n)$;
- POP (S): מחיקה מהמבנה S של האיבר שנכנס האחרון ל- S ; זמן: $O(\lg n)$;
- MINIMUM (S): החזרת המפתח המינימלי במבנה S ; זמן: $O(1)$;
- EXTRACT-MIN (S): מחיקה מהמבנה S של האיבר בעל המפתח המינימלי ב- S ; זמן: $O(\lg n)$.

שאלה 3

הציעו מבנה נתונים לתחזוקת מטריצה ריבועית $M[n, n]$. המבנה חייב לתמוך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

- INIT(M): אתחול המטריצה M (כל התאים מקבלים את הערך 0); זמן הריצה: $\Theta(n^2)$;
- READ(M, i, j): החזרת הערך $M[i, j]$; זמן הריצה: $O(1)$;
- UPDATE(M, i, j, v): העדכון $M[i, j] \leftarrow v$; זמן הריצה: $O(1)$;
- TRANSPOSE(M): החלפת האיברים $M[j, i] \leftrightarrow M[i, j]$, לכל (i, j) , $i < j$; זמן הריצה: $O(1)$;
- UPGRADE(M, d): הוספת הערך d לכל איברי המטריצה M ; זמן הריצה: $O(1)$;
- SUM(M): החזרת סכום כל האיברים של M ; זמן הריצה: $O(1)$.

שאלה 4

הציעו מבנה נתונים התומך בפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

- BUILD (S): בניית המבנה S מתוך סדרה של n מפתחות; זמן: $\Theta(n)$;
- INSERT (S, z): הכנסת המפתח z לתוך המבנה S ; זמן: $\Theta(\lg n)$;
- MIN3 (S): מחיקת שלושת המפתחות הקטנים ביותר מ- S והכנסה במקומם של הממוצע שלהם; זמן: $\Theta(\lg n)$;
- MAX3 (S): מחיקת שלושת המפתחות הגדולים ביותר מ- S והכנסה במקומם של הממוצע שלהם; זמן: $\Theta(\lg n)$;
- MED3 (S): החזרת ממוצע שלושת האיברים: המינימום, החציון והמכסימום; זמן: $O(1)$.

שאלה 5

הציעו מבנה נתונים S התומך בפעולות הבאות (N מציין את מספר האיברים ב- S ; n מציין את מספר המפתחות השונים זה מזה):

- SEARCH (S, k): חיפוש אחר המפתח k במבנה S ;
 - INSERT (S, k): הכנסת איבר חדש בעל המפתח k למבנה S ;
 - DELETE (S, k): מחיקת איבר כלשהו בעל המפתח k מהמבנה S ;
 - FREQUENCY (S, k): החזרת מספר האיברים בעלי המפתח k שבמבנה S ;
 - SELECT (S, i): החזרת ערך המיקום ה- i של המבנה S (האיבר ה- i הקטן ביותר בין כל N האיברים של S).
- זמן הריצה הנדרש של כל אחת מהפעולות הינו $\Theta(\lg n)$.

שאלה 6

נתונה רשימה של n זוגות $k = \langle k_1, k_2 \rangle$ של מספרים; נניח שלא קיימים שני זוגות זהים (ז"א אם

$$\langle p_1, p_2 \rangle, \langle q_1, q_2 \rangle, \text{ אזי ייתכן } p_1 = q_1 \text{ או } p_2 = q_2, \text{ אך לא שניהם}).$$

הציעו מבנה נתונים S המאפשר לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים:

1. INSERT(S, k): הכנסת המפתח $k = \langle k_1, k_2 \rangle$ למבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
2. DELETE(S, p): מחיקת האיבר שאליו מצביע p מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$;
3. DEL-ALL(S, a): מחיקת כל האיברים המכילים מפתחות מהצורה $k = \langle a, b \rangle$ מהמבנה S ; זמן הריצה: $O(\lg n)$.