**מטלת מנחה (ממ"ן) 12**

**הקורס:** 20290 – אלגוריתמיקה – יסודות מדעי המחשב

**חומר הלימוד למטלה**: פרקים 6-5

|  |  |
| --- | --- |
| **מספר השאלות:** 6 | **משקל המטלה:** 6 נקודות |
| **סמסטר:** 2006ב | **מועד אחרון להגשה:** 5.5.2006 |

|  |
| --- |
| אנא שימו לב:  מלאו בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.  העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל. |

### שאלה 1 (10 נקודות)

**שבלול** היא רשימה מקושרת, שבה האיבר אחרון מצביע על איבר כלשהו בתוך הרשימה.

(רשימה מקושרת מעגלית היא מקרה פרטי של שבלול.) למשל, הרשימה הבאה היא שבלול:

head

להלן אלגוריתם, המקבל רשימה מקושרת L , ובודק אם היא שבלול או רשימה מקושרת רגילה:

(1) p ← head(L);

(2) כל עוד p ≠ NULL בצע:

(2.1) p ← next(p);

(3) אם p = NULL אז כתוב "רשימה מקושרת רגילה" ועצור.

(4) אחרת כתוב "שבלול" ועצור.

האם האלגוריתם נכון חלקית ? האם האלגוריתם נכון באופן מלא ? נמקו את תשובתכם.

### שאלה 2 (25 נקודות)

להלן נתון אלגוריתם למיון וקטור V המכיל n איברים:

(1) עבור i המקבל את הערכים 1 עד n − 1 בצע:

(1.1) עבור j המקבל את הערכים i + 1 עד n בצע:

(1.1.1) אם V[j] < V[i] אז החלף ביניהם.

(2) חזור.

1. הוכיחו את נכונותו של האלגוריתם.

(רמז: מה מצב הווקטור לאחר k איטרציות של הלולאה החיצונית ?)

1. מהו מספר ההשוואות שהאלגוריתם מבצע ? מהו מספר ההחלפות המתבצעות במקרה הגרוע ?

**שאלה 3 (25 נקודות)**

נגדיר את הפונקציה  באופן הבא:



כלומר, אם השורש הריבועי של x הוא מספר שלם, אז *f*(x) מחזירה אותו. אחרת, *f*(x) מחזירה 0.

א. כתבו אלגוריתם **פולינומיאלי** לחישוב הפונקציה *f*(x). (מהו גודל הקלט לבעיה ?)

מותר לאלגוריתם להשתמש בפעולות חיבור, חיסור, כפל, חילוק והשוואה בלבד.

ב. נתחו את סיבוכיות הזמן של האלגוריתם.

ג. הוכיחו את נכונותו המלאה של האלגוריתם.

### שאלה 4 (20 נקודות)

נתונים N קטעים על ציר ה-X. כתבו אלגוריתם המחשב את האורך הכולל של איחוד הקטעים.

למשל, אם הקטעים הם [2, 5], [3, 9], [11, 15], [14, 16] אז האורך הכולל שלהם הוא 12.

הסבירו את אופן הפעולה של האלגוריתם ונתחו את זמן ריצתו.

### שאלה 5 (20 נקודות: סעיף א' - 5 נק'; סעיף ב' - 15 נק'; סעיף ג' - בונוס)

נתון בניין בן N קומות ו-k כדורי זכוכית. ידוע שאם נזרוק כדור זכוכית החל מקומה מסוימת ומעלה, הכדור יישבר. זריקת כדור מקומה נמוכה יותר לא תגרום לשבירתו.

הבעיה היא למצוא את הקומה המינימלית שזריקת כדור ממנה תגרום לשבירתו.

הפעולות המותרות לצורך פתרון הבעיה הן זריקת כדורים מקומות הבניין (ובדיקה אם הם נשברו).

א. הוכיחו שכאשר k=1 כל אלגוריתם לפתרון הבעיה יבצע לפחות *O*(N) פעולות.

ב. הוכיחו שכאשר k=2 כל אלגוריתם לפתרון הבעיה יבצע לפחות  פעולות.

ג. הוכיחו באופן כללי שכל אלגוריתם לפתרון הבעיה יבצע לפחות  פעולות.