# ממן 12

אלגוריתמיקה 20290

02.08.2019

## 

[**ממן**](#_6wpwt0gra8n2) **12 1**

[שאלה](#_940e35q6racc) 1 2

[סעיף א](#_31ovr3cl7qcs) 2

[סעיף ב](#_1fy0o6sei15g) 2

[שאלה](#_p39jn363i8cq) 2 2

[סעיף א](#_pe2wncays0v) 2

[סעיף ב](#_lzx1tlwd4cgi) 2

[שאלה](#_f7yq2k3ic14r) 3 3

[שאלה](#_ju11frujzh0p) 4 3

[סעיף א](#_d2fxtjrt0prz) 3

[סעיף ב](#_9eap56wqnbpm) 4

[שאלה](#_3m7h52tobl6d) 5 4

[סעיף א](#_dkdtgkhrwe7g) 4

[סעיף ב](#_sc6f52fwl685) 4

[שאלה](#_6eygomt4znkd) 6 5

## 

## שאלה 1

### סעיף א

בכל איטרציה מס' הכדורים יורד בדיוק באחד, ללא קשר לצבעים, כמו כן התהליך יסתיים כאשר ישנו כדור יחיד בכד, לכן התהליך יסתיים לאחר B+W-1 שלבים.

### סעיף ב

מספר הכדורים הלבנים קטן רק בזוגות, אם יצא כדור לבן יחיד (כלומר הכדור השני היה שחור) אז יוכנס כדור לבן יחיד, לעומת זאת, אם יצאו 2 כדורים לבנים אז יוחזר כדור שחור.  
מספר הכדורים השחורים לעומת זאת יכול לגדול ב- 1(אם יצאו 2 לבנים) או לקטון ב1 (אם יצאו כדורים שונים או 2 שחורים) בכל שלב.

מכאן שאם מספר הכדורים הלבנים בהתחלה הוא זוגי, אזי בצעד לפני האחרון יהיו בדיוק 2 או בדיוק 0 כדורים לבנים (ולכן בדיוק 2 כדורים שחורים), לכן הכדור האחרון יהיה שחור.

אם מספר הכדורים הלבנים בהתחלה הוא אי זוגי, אז בכל מקרה בצעד האחרון יהיה כדור לבן אחד וכדור שחור אחד, לכן הכדור האחרון יהיה שחור.

## שאלה 2

### סעיף א

מספר\_הופעות\_מקסימום(n):

מקסימום <- 0

מונה <- 0

כל עוד n>0:

קלט <- קלוט מספר מהמשתמש

אם קלט=מקסימום:

מונה <- מונה+1

אחרת: אם קלט > מקסימום:

מקסימום <- קלט

מונה <- 1

n <- n-1

\\ סוף

### סעיף ב

האלגוריתם בודק עבור כל קלט האם הוא שווה למקסימום, ואם כן מגדיל את המונה, או גדול מהמקסימום, ואם כן מגדיר אותו כמקסימום החדש ומתחיל לספור מחדש במונה.

על מנת להוכיח נכונות נראה 2 דברים: האלגוריתם עוצר, וכשהאלגוריתם עוצר הוא מחזיר תשובה נכונה.  
עצירת האלגוריתם ברורה, n קטן ב- 1 בכל איטרציה ללא תלות במה שקורה בה, לכן בשלב מסוים n לא יהיה גדול ממש מ- 0.

1. נניח כי כבר קלטנו את המספר המקסימלי, בכל איטרציה שבה הוא נקלט שוב, מגדילים את המונה ב- 1.
2. נניח כי המספר המקסימלי טרם נקלט, אז באיטרציה שבה הוא יגיע, הוא יהיה גדול מהמספר המקסימלי הנוכחי, המקסימום החדש יישמר וזוהי תהיה הופעתו הראשונה של המקסימום לכן המונה ישונה ל- 1. ומכאן הנכונות על פי סעיף (1).

## שאלה 3

הדפסת\_משותפים(A, B):

אינדקס1 <- 1 \\ האינדקס המתאים למערך A

אינדקס2 <- אורך(B) \\ הפונקציה אורך() מקבלת מערך וחזירה את מס' האיברים בו

כל עוד אינדקס1 <= אורך(A) וגם אינדקס2 >= 1:

אם :

הדפס

אינדקס1 <- אינדקס1 + 1

אינדקס2 <- אינדקס2 - 1

אחרת: אם :

אינדקס2 <- אינדקס2 - 1

אחרת:

אינדקס1 <- אינדקס1 + 1

\\ סוף

הסבר:

נעבור מהאיבר הקטן לגדול על שני המערכים במקביל (כלומר במערך B נעבור מהסוף להתחלהף לכן "קידום" משמעו הקטנת האינדקס), אם האיברים שווים אז נדפיס אותם ונקדם את המונים של שניהם. אם אחד האיברים גדול יותר, נקדם את האינדקס של האיבר שני.

בכל שלב לפחות 1 מהמערכים מתקדם, לכן זמן הריצה לינארי על אורך המערך (הארוך יותר).

## שאלה 4

### סעיף א

(1) אתחול L

(2)

(3) נשארו איברים

(3.1) \\

(3.2) אתחול

(3.3) \\ עבור האיבר 0 מ- L הוספנו את 6.

(3.4)

(3) נשארו איברים

(3.1) \\

(3.2) אתחול

(3.3) \\ עבור האיבר 0 מ- L הוספנו את 1, עבור 6 הוספנו את 7

(3.4) \\ המיזוג משאלה 7 בפרק 4 הוא מיזוג ממוין.

(3) נשאר איבר אחרון

(3.1) \\

(3.2) אתחול

(3.3) \\ עבור האיבר 0 מ- L הוספנו את 4, עבור 1 הוספנו את 5, עבור 6 הוספנו את 10 ועבור 7 הוספנו את 11

(3.4) \\ המיזוג ממיין

(3) המערך ריק

(4) החזר את L

### 

### סעיף ב

עבור כל איבר ב- A מבצעים מעבר לינארי על L לחישוב ומבצעים מיזוג ביניהן.

בשלב 3.3 מבוצעת פעולת חיבור עבור כל איבר ב- L, כלומר פעולות השוואה.

בשלב 3.4 בשגרת המיזוג מתבצעת פעולת השוואה עבור כל איבר בכל אחת מהרשימות, כמו כן, אורך זהה לאורך L, מכאן שמספר פעולות ההשוואה הוא

אורך L גדל פי 2 בכל איטרציה (כי יוצרים באותו אורך וממזגים ביניהן), לכן נבצע את החישוב בעזרת הנוסחה של סדרה הנדסית, . האיבר הראשון הוא 1 (אורך L לאחר יצירתה והכנסת 0), ואילו q הוא 2 כאמור.

מכאן שמספר פעולות החיבור המתקיימות הוא ומספר פעולות ההשוואה הוא .

ברור כי זמן הריצה הכולל של האלגוריתם הוא כאשר רץ על מערך בעל n איברים.

## שאלה 5

### סעיף א

האיבר המשמש כאיבר הציר לאחר שגרת החלוקה יהיה כבר במקומו הסופי במערך הממוין, כל האיברים הגדולים ממנו יהיה לימינו וכל האיברים הקטנים ממנו יהיו לשמאלו. רק האיברים 7 ו- 8 עומדים בתנאים אלו, לכן הם ורק הם היו יכולים לשמש כאיבר הציר.

### סעיף ב

היו\_איברי\_ציר(A): \\ המערך A הוא המערך במצבו הנוכחי.

B <- שלוף\_מערך\_עולה(A)

C <- שלוף\_מערך\_יורד(A)

הדפסת\_משותפים(B, C) \\ השגרה משאלה 3.

\\ סוף

שגרות העזר מחזירות מערך של איברים שייתכן כי הם כבר במקום הסופי שלהם (כלומר לא גדולים מאף איבר שמימין להם ולא קטנים מאף איבר שמשמאל להם), המשותפים לשני המערכים האלה (וכאן הרמז לשימוש בשגרה משאלה 3) הם האיברים שבהכרח במקום הסופי שלהם, לכן היו יכולים להיות איברי ציר.

שגרות העזר:

שלוף\_מערך\_עולה(A):

אינדקס <- 1

צור מערך B

max <- מינוס אינסוף

כל עוד אינדקס <= אורך (A):

אם :

הכנס את למערך B

אינדקס <- אינדקס+1

החזר את B

\\ סוף

שלוף\_מערך\_יורד(A):

אינדקס <- אורך(A)

צור מערך B

min <- אינסוף

כל עוד אינדקס >= 1:

אם :

הכנס את למערך B

אינדקס <- אינדקס-1

החזר את B

\\ סוף

## שאלה 6

אינטואציה:

אם יש 1 או 2 הסיכוי הוא

אם יש 3 או 4 הסיכוי הוא (שהראשון לא יצא דאבל) כפול ועוד שיצא ישר דאבל

אם יש יותר מ-4, הסיכוי הוא כפול הסיכוי של מה שישאר (רקורסיבי) ועוד כפול הסיכוי של מה שישאר.

נבנה אלגוריתם:

סיכוי\_לדאבל\_אחרון(n):

אם n<=0:

החזר 1 \\ אפשרי רק אם בסיבוב קודם כבר נוצח בדאבל

אחרת: אם n<=2:

החזר ⅙

אחרת:

החזר ⅙ סיכוי\_לדאבל\_אחרון(n-4) + ⅚סיכוי\_לדאבל\_אחרון(n-2)

נוסחת נסיגה:

איני יודע לפתור נוסחת נסיגה זו באמצעות הכלים המוצגים במדריך הלמידה (עמ' 90-91), כמובן שישנם כלים נוספים לפתרון נוסחאות נסיגה, שאת חלקם למדתי בקורסים קודמים, אך מכיוון שזוהי שאלת בונוס וזמן הוא משאב מוגבל, אסתפק בזאת.