**ממ"ן 11**

**שאלה 1**

קלט: מערך A, וערך לחיפוש v

פלט: האינדקס שבו הערך v נמצא במערך A.

LINER-SEARCH(A,v)

A[0] <-- v

i <-- length[A]

while A[i] ≠ v do

i<-- i-1

return i;

נכונות האלגוריתם

בתחילת התוכנית i שווה לגודל המערך ( גודל סופי ), ושמנו זקיף בתא A[0] אשר יהיה שווה לערך v שאנו מחפשים.

לולאת ה while רצה על איברי המערך מהסוף להתחלה, ובודקת כל פעם האם מצאנו ערך v אשר שווה לתא במערך.

במידה ומצאנו ערך כזה, נצא מלולאת ה while ונחזיר את האינדקס המבוקש וסיימנו.

במידה ולא, נלך לתא הבא במערך(מהסוף להתחלה) ונבדוק עליו האם מתקיים השווין.

חשוב לזכור שגודל המערך הינו גודל סופי, ולכן יש מספר סופי של חזרות בלולאת ה while עד שנגיע ל i=0, ובמקרה הזה דאגנו כבר בהתחלה שערך התא A[0] יהיה שווה לערך v שאנו מחפשים, מה שיתן לנו תנאי עצירה ללולאה, ובמקרה כזה נוכל להחזיר את i=0 עקב כך שאין index 0 במערך, מה שבעצם אומר שלא מצאנו לאורך כל הדרך ערך v אשר נמצא במערך.

זמן ריצה

n - גודל המערך

T(n) = O(n) במקרה הגרוע.

הסבר - המקרה הגרוע מתרחש כאשר ערך החיפוש v אינו נמצא במערך, ולכן נאלץ להשוות את v לכל תא במערך, משמע נבצע n השוואות.

שיפור ביצועי שגרת החיפוש

בחיפוש ליניארי המופיע בתרגיל 2.1-3 , נאלצנו לבצע כל פעם 2 השוואות בלולאת ה while, גם לוודא שהלולאה ממשיכה להתבצע כל עוד i קטן מגודל המערך (תנאי עצירה הכרחי), וגם בדיקה עבור כל תא האם מצאנו ערך השווה לערך החיפוש v.

משמע, במקרה הגרוע עברנו על כל תא במערך, וביצענו כל פעם 2 פעולות, משמע 2n פעולות. סדר הגודל כמובן עדיין שווה O(n) , אך בעזרת הזקיף, אשר מבטיח לנו תנאי עצירה בסוף הלולאה מבלי לבדוק כל פעם שלא חרגנו מתחומי המערך, חסכנו n השוואות, ולכן שיפרנו את ביצועי שגרת החיפוש.

**שאלה 2**

קלט: מטריצה ממויינת A, וערך לחיפוש v

פלט: האינדקסים שבו הערך v נמצא במערך A.

MATRIX-SEARCH(A,v)

n<-- num of columns in A

m<-- 1

while A[m][n] ≠ v and m ≠ num of rows in A+1 and n≠0 do

if A[m][n]>v then

m<--m+1

if A[m][n]<v then

n<--n-1

if m = num of rows in A+1 or n=0 then

return NIL

else

return m,n

נכונות האלגוריתם

מתחילים את חיפוש הערך v מהתא הכי ימני למעלה במטריצה A.

אם מצאנו את הערך המבוקש - יוצאים מהלולאה ומחזירים את ערכי האינדקס וסיימנו.

במידה ולא מצאנו את הערך המבוקש, אנו עומדים בין 2 אפשרויות:

* אם הערך בתא המטריצה A קטן מהערך v שאנו מחפשים, משמע שגם כל הערכים באותה שורה משמאלו יהיו יותר קטנים( המערך ממוין בשורות משמאל לימין בסדר עולה), ולכן אין טעם להמשיך לחפש בשורה, ואפשר להתקדם לשורה הבאה.
* אם הערך בתא המטריצה A גדול מהערך v שאנו מחפשים, משמע שגם כל הערכים באותה עמודה מתחתיו יהיו יותר גדולים ( המערך ממוין בעמודות מלמעלה למטה בסדר עולה), ולכן אין טעם להמשיך לחפש בעמודה, ואפשר לחזור לעמודה הקודמת.

בכל שלב בלולאה אנחנו מתקדמים שורה או חוזרים עמודה. בסופו של דבר, אם הערך לא ימצא במטריצה A, אנו נגיע לאחד משני תנאי העצירה שהצבנו, או שחיפשנו בכל העמודות, או שחיפשנו בכל השורות, בכל אופן אנו נאלץ לצאת מהלולאה, ונחזיר NIL בהתאם. במידה והערך כן יופיע במטריצה, גם כן נצא מהלולאה ונחזיר את ערכי האינדקס בהתאם.

זמן ריצה

n - מספר העמודות

m - מספר השורות

נתבונן במקרה הגרוע - שבו ערך החיפוש v אינו נמצא במטריצה A.

נשים לב שבכל שלב אנחנו פוסלים שורה או עמודה, עד אשר אנו מגיעים לתנאי העצירה.

משמע - במקרה הגרוע נוכל לפסול n עמודות ו m שורות, משמע ביצענו n+m פעולות, ולכן:

T(n) = 𝚯 (m+n) Ɛ

**שאלה 3**

נסמן:

lg n = m, ולכן n=

f(n) = \*lg = \*m

g(n) = = \* = \* = \*

נוכל לצמצם את משני המשוואות, ולהשוות את הסדרי גודל בין m *ל*

*עבור Ɛ>0 נוכל לרשום ש , נציב a = ונקבל:*

*= = = = =*

*= = = 0*

ואם כך, נוכל לרשום ש:

*= 0*

*משמע: אפשר לדייק יותר ולהשתמש ב-o במקום ב-O. 3-*

**f(n) = O(g(n))**

**שאלה 4**

***א. הטענה נכונה.***

גורר שלכל c>0 , קיים n0>0 , כך שלכל n> n0 מתקיים :

לכן עבור נקבל :

ממונוטוניות האינטגרל נקבל כי :

נחלק ב g(n)>0

ולכן, ע"פ הכלל הסנדוויץ' :

ומכאן:

**ב. *הטענה אינה נכונה.***

גורר שלכל c>0 , קיים n0>0 , כך שלכל n> n0 מתקיים :

נבחר:

f(n) =

g(n) =

כמובן שמתקיים:

ולכן:

נניח בשלילה שמתקיים :

ולכן:

הגבול אינו שווה ל 0 כאשר n שואף לאין סוף וזאת סתירה .

לכן הנחת השלילה שגויה, ו:

**ג. הטענה נכונה.**

גורר שלכל c>0 , קיים n0>0 , כך שלכל n> n0 מתקיים :

משמע, גם עבור c=1 המשוואה מתקיימת, ונקבל:

כלומר:

ולכן:

**ד. הטענה נכונה**

*גורר ש:*

ולכן:

נניח בשלילה שלכל c>0 , קיים n0>0 , כך שלכל n> n0 מתקיים :

במקרה זה, גם עבור c=1 הדבר מתקיים, ונקבל :

ולכן :

בסתירה לנתון !

ואם כך, הנחת השלילה שגויה, ו לכל c>0

כלומר:

**שאלה 5**

נמספר את הפונקציות, ונכתוב את חלקם בצורה אחרת ע"פ העובדות בעמוד 33 במדריך הלמידה:

נתבונן בכל המעריכים בהם הבסיס הוא 2.

ולכן

ולכן

*ולכן*

*ולכן*

ולכן

כעת, נשווה בין ל **.**

מכיוון ש:

אז ישאף יותר מהר לאין סוף מ , ובוודאי גם מ , וכן גם מהמכפלה ולכן:

ולכן

*נתבונן כעת בפונקציות האחרות:*

ולכן

ולכן

נתבונן בפונקציה , ניתן לראות כי התת פונקציה הגבוהה של n במשוואה הזאת היא , ולכן נוכל לרשום:

*ולכן*

ולכן

כעת, נשווה בין ל **.**

נוציא lg משני הפונקציות ונקבל:

כלומר:

*ולכן*

כעת נשווה בין ל

ברור כי אם נציב , אז לכל y>0 מתקיים:

*ולכן:*

כעת נשווה בין ל

נציב y=lg n ונקבל:

ידוע שפונקצית הלוג שואפת הרבה יותר לאט לאינסוף מפונקצית השורש, ולכן:

ולכן:

ולבסוף, השוואה בין ל

ולכן בוודאי ש:

כלומר:

**ולפיכך הסדר הסופי הוא:**

**תמיר אביב**

**305652000**