**מטלת מנחה (ממ"ן) 11 – פתרונות**

**הקורס:** 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

**חומר הלימוד למטלה**: פרקים 1, 2, 3 (ספר הלימוד)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **מספר השאלות:** 5 | **משקל המטלה:** 4 נקודות | |
| **סמסטר:** 2016ב | **מועד אחרון להגשה:** 20.3.2016 | |
|  |

|  |
| --- |
| **קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:**   * שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס * שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה   **הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"** |

**שאלה 1 (25 נקודות)**

חשבו את מספר ההשוואות (בין מפתחות בלבד) ואת מספר ההעתקות (של מפתחות בלבד) שהאלגוריתם מיון-הכנסה מבצע עבור הקלטים הבאים (הניחו  זוגי):

**א'**  

**ב'**  

התוצאות יינתנו קודם בצורה מדויקת ואחר-כך בצורה אסימפטוטית.

**פתרון:**

**א'** בחצי הראשון של המערך, לכל , מתבצעות  השוואות ו- העתקות. לכן, מספר ההשוואות הוא , ומספר ההעתקות הוא .

בחצי השני של המערך, לכל , מתבצעות  השוואות ו- העתקות. לכן, מספר ההשוואות הוא , ומספר ההעתקות הוא .

סה"כ, האלגוריתם מבצע  השוואות, ו- העתקות.

**ב'** עבור הערך 1 מתבצעות השוואה אחת ו-3 העתקות; עבור הערך  מתבצעות 2 השוואות ו-3 העתקות; לכל ערך , , ולכל ערך , , מתבצעות  השוואות ו- העתקות; עבור הערך , מתבצעות  השוואות ו- העתקות.

לכן, המספר הכולל של השוואות הוא



והמספר הכולל של העתקות הוא



**שאלה 2 (20 נקודות)**

נתון מערך ממוין  של מספרים שלמים; ידוע שכל מספר הנמצא במערך מופיע פעם אחת בלבד.

**א'** כתבו שגרה שזמן ריצתה , העונה לשאלה הבאה: האם קיים מספר שלם  שלא מופיע במערך ומקיים את התנאי .

**ב'** בהנחה שהתשובה בסעיף הקודם חיובית, כתבו שגרה למציאת המספר . זמן הריצה של השגרה הזאת חייב להיות .

**פתרון:**

**א'** אם , קיים לפחות שלם אחד , , שלא נמצא במערך .



**ב'** אם התת-מערך  מקיים את התנאי  ומחלקים אותו לשני חלקים (כמעט) שווים על ידי האינדקס , אזי מתקיים לפחות אחד התנאים , .



קריאת ההפעלה הינה



זמן הריצה של האלגוריתם נתון על ידי נוסחת הנסיגה



לפי משפט האב, מקרה 1, פתרון הנוסחה הינו .

**שאלה 3 (15 נקודות)**

נתונות שתי רשימות של מספרים ממשיים,  בת  איברים ו- בת  איברים; בנוסף נתון מספר ממשי  . כתבו אלגוריתם הקובע האם קיימים  , כך שמתקיים  . זמן הריצה של האלגוריתם יהיה .

**פתרון:**

מעבירים את איברי  למערך  ואת איברי  למערך . נניח, ללא הגבלת הכלליות, כי , כלומר, .

ממיינים את  בעזרת מיון-מיזוג, בזמן . לכל , מחפשים את האיבר  במערך הממוין  (חיפוש בינרי); זמן הריצה של כל החיפושים הינו ; זמן הריצה הכולל הוא .

**שאלה 4 (10 נקודות)**

תנו דוגמה של פונקציה חיובית  כך שמתקיים:

 וגם .

הוכיחו את הטענה.

**פתרון:**

נבחר את הפונקציות ; ברור כי



לכן לא ניתן להשוות את שתי הפונקציות מבחינה אסימפטוטית.

**שאלה 5 (30 נקודות)**

נתונות הפונקציות הבאות:



עבור כל אחד מששת הזוגות , , קבעו האם מתקיימים היחסים , , , ,  (הסימון  לא קיים).

**פתרון:**

נשים לב קודם לעובדות הבאות:



מתקיימים היחסים



לא קיים אף יחס השוואה בין  לבין .