ממ"ן 13

# שאלה 1

1. נשנה את תנאי העצירה, במקום שתנאי העצירה יהיה כאשר p וr נפגשים, נוסיף את k לp ונפסיק את המיון אם נישאר לנו למיין לכל היותר k איברים.

QuickSort-k(A,p,r,k)

1. If p + k < r
2. Then q <- Partition(A,p,r)
3. QuickSort-k(A,p,q-1,k)
4. QuickSort-k(A,q+1,r,k)

**סיבוכיות הזמן במקרה הטוב:** במקרה וכל פעם איברי הציר יהיה החציון, נקבל את נוסחת הנסיגה הבאה:

נפתור באמצעות שיטת האיטרציה,

בהתאם לאלגוריתם החדש, תנאי העצירה שלנו הוא כאשר . נקבל סדרה הרמונית ולכן סיבוכיות הזמן במקרה הטוב תיהיה .

**סיבוכיות הזמן במקרה הגרוע:** *במקרה וכל פעם איבר הציר יצא איבר קיצון. נפתור באמצעות שיטת האיטרציות:*

*גם כן בהתאם לאלגוריתם החדש תנאי העצירה יהיה כאשר . נקבל סכום של* טור חשבוני ולכן סיבוכיות הזמן במקרה הגרוע תהיה:

1. ננתח את סיבוכיות הזמן במקרה הגרוע: מקרה הזמן הגרוע פה קורה כאשר מקרה הזמן הטוב קורה בסעיף א' של השאלה. במצב כזה נקבל צירופים לא ממוינים אשר כל צירוף בגודל k.

סיבוכיות הזמן של מיון הכנסה הוא לכן במקרה הטוב סיבוכיות הזמן של מיון כל הצירופים הוא .

ננתח את סיבוכיות הזמן במקרה הטוב: מקרה זה הוא כאשר המערך ממוין, במקרה כזה מיון הכנסה רץ במהירות לינארית ולכן סיבוכיות הזמן של המיון במקרה הטוב הוא *.*

# שאלה 2

(לנוחיות כתיבת האלגוריתם נניח שn הוא מספר שמתחלק ב3 וב4 ללא שארית, אך במקרה והנחה זאת לא מתקיימת כל מה שיש לעשות זה להשתמש בערך תקרה או ערך רצפה)

**הרעיון:**

אם קיים ערך במערך ממוין המופיע פעמים במערך הוא חייב להופיע באינדקסים של הרבעים של המערך . כמו כן ערך המופיע פעמים במערך, במערך ממוין יופיע באינדקסים .

בעקבות הרעיון הזה נוכל לאסוף את הערכים הנמצאים באינדקסים הנ"ל, לרוץ על המערך בצורה לינארית מספר קבוע של פעמים ולבדוק אם הערכים אכן מופיעים את מספר הפעמים שאנחנו חודשים שהם מופיעים.

**האלגוריתם:**

1. נגדיר מערך A בגודל 4, ומערך B בגודל 3.
2. נרוץ בעזרת SELECT על האינדקסים ונרשום את האיברים בA, אלו הם המועמדים להיות y. נמיין את המערך באמצעות מיון הכנסה.
3. *נרוץ בעזרת SELECT על האינדקסים ונרשום את האיברים בB, אלו הם המועמדים להיות x. נמיין את המערך באמצעות מיון הכנסה.*
4. *נאתחל שני משתני עזר i=j=1.*
5. *נשווה בין 2 האיברים הראשונים במערכים A וB . אם איבר המינימום של A קטן מאיבר המינימום של B נבדוק את האיבר הבא של A. אם לא קיים ערך בA הגדול מערך בB אפשר לצאת מהשגרה ולהחזיר false.*
6. *במידה ומתקיים השוויון נרוץ על הערך של A ונבדוק אם הוא מפיע פעמים. אם לא נבדוק את הערך הבא אם מופיע וכן אלה. אם לא נמצא ערך כזה נצא מהשגרה ונחזיר false.*
7. *במידה ומתקיים השוויון בשורה 5 והתנאי בשורה 6 נרוץ על הערך של B ונבדוק אם מופיע פעמים. אם לא נחזור לשורה 5 אך הפעם עם הערך הבא בB. במידה ומצאנו, אפשר לצאת מהשגרה ולהחזיר שמצאנו את האיברים x וy המקיימים את התנאים.*

***סיבוכיות הזמן:***

*נסתמך על זה שהשגרה SELECT בעלת סיבוכיות זמן לינארית, משום שאנחנו מפעילים אותה מספר קבוע של פעמים סיבוכיות הזמן שלה נשארת לינארית.*

*בנוסף לזה אנו רצים בצורה לינארית מספר קבוע של פעמים על מנת לבדוק את ההופעות של ערכי A וB, מספר הפעמים שפעולה זאת תתבצע היא לכל היותר 7, מספר קבוע, לכן גם סיבוכיות הזמן כאן היא לינארית.*

*מכאן נובע כי סיבוכיות הזמן של האלגוריתם כולו הוא לינארי.*

***הוכחת נכונות האלגוריתם:***

*במידה וקיים איבר X כזה אשר מופיע יותר מ פעמים במערך ממוין הוא יופיע ברצף, משום שהוא תופס לפחות מהמערך יהיה חייב להופיע באחד האינדקסים המייצגים שליש מערך . כנ"ל לגבי y ורבעי המערך.*

*כעת לאחר שיש לנו מספר חשודים, נבדוק אם השוויון מתקיים בין הערכים החשודים הראשונים, במידה וכן נעבור על המערך כדי לבדוק אם הם מופיעים מספר הפעמים הדרוש. במידה ולא מתקיים השוויון הדרוש בגלל שהמערכים ממוינים נדע באיזה מערך להתקדם לערך הבא אותו נצטרך לבדוק.*

# שאלה 3

המקום האידאלי להנחת הצינור הראשי יהיה ערך החציון של סכום הקואורדינטות y של הבארות, הקואורדינטה x אינה משפיעה על מיקום הנחת הצינור הראשי וזאת משום שהיא לא משפיעה על אורך השלוחה מהבאר לצינור הראשי.

כאשר n(מספר הבארות) הוא זוגי, המקום האידאלי להנחת הצינור יהיה כל ערך y בין 2 הבארות אשר בחציון העליון ובחציון התחתון.

כאשר n הוא אי-זוגי, החציון מסכום ערכי הקואורדינטות y.

# שאלה 4

נעבור לבסיס n, מנתון הטווח בשאלה יכול להיות לכל היותר ספרות במספר. אנחנו נמצאים בבסיס n לכן כל ספרה יכולה להיות בטווח (סה"כ n אופציות).

בהתאם ללמה 8.3: