ממ"ן 14

# שאלה 1

1. מבנה הרשימה המתאים ביותר לשאלה הזו הוא רשימה דו-מקושרות מעגלית עם זקיף המצביע לראש ולסוף הרשימה.  
   פעולת תקבל שתי רשימות ותבצע שינוי בזקיפים של שני הרשימות. בעזרת הזקיף יש לנו גישה ישירה לסוף הרשימה של , נשנה את המצביע של האיבר האחרון ברשימה כדי שיצביע לאיבר הראשון ברשימה ונעדכן את הזקיף של שיצביע לסוף הרשימה של . כעת נוכל להיפטר מהזקיף של .

בסוף פעולת השגרה נקבל רשימה אחת מאוחדת של ו.

1. נגדיר את הפעולה באופן הבא:  
   הפעולה תרוץ מהמצביע על הרשימה ותבדוק אם האיבר הבא הוא , במידה וכן הפעולה תחזיר . משום שהגדרנו את מבנה הרשימה כרשימה דו-מקושרת מעגלית, תנאי עצירה נוסף הוא אם האיבר הבא הוא , סימן שעברנו על כל הרשימה ולא מצאנו את לכן במצב כזה הפעולה תחזיר .

סיבוכיות הזמן של הפעולה היא לינארית בהתאם לגודל הרשימה שבה נימצא המצביע .

1. נשנה את מבנה הנתונים כך שלכל איבר ברשימה בנוסף למצביע קדימה ומצביע אחורה יהיה מצביע נוסף לזקיף של אותה הרשימה. כך בפעולה נבצע בדיקה האם שני המצביעים מצביעים לאותו זקיף ובכך נדע אם הם באותה רשימה או לא באמצעות בדיקת השוואה אחת.

בהנחה שגודל רשימת ו סיבוכיות הזמן של הפעולה תיהיה משום שנצטרך בנוסף לעבור על כל האיברים ברשימה ולעדכן את המצביע לזקיף החדש.

# שאלה 2

1. נבצע את פעולת הגיבוב על המפתח ונרוץ על איברי הרשימה ונבדוק האם ערך הגיבוב של המפתח הנתון שווה לערך הגיבוב של המפתח אותו אנו בודקים בטבלה. במידה ונמצא מפתח כזה, נבדוק את המחרוזות.
2. בכל שלב אנחנו מגדילים את ב כאשר מתחיל מ0 וגדל בכל שלב באחד. נקבל טור חשבוני אשר סכומו על פי הנוסחה הוא ולכן .

# שאלה 3

נגדיר משקל של עלה בצורה הבאה כאשר הוא עומק העלה. סכום המשקלים של עץ שלם בעל עלים, כאשר על פי הגדרה של עץ שלם כל העלים באותו העומק לכן עומק כל עלה הוא , הוא:

כעת נוכיח בעזרת אינדוקציה שלא משנה כמה עלים נוריד מהעץ השלם סכום המשקלים של העלים יהיה קטן או שווה ל1.

נוכיח את הטענה עבור עלה אחד, נוריד עלה אחד מהעץ השלם:

*האי שוויון מתקיים משום ש מייצג את מספר העלים לכן הוא חייב להיות מספר טבעי.*

*נניח כי הטענה נכונה עבר עלים, כעת נוכיח את הטענה עבור עלים:*

*מספר חיובי משום שעומק כל עלה חייב להיות מספר טבעי. לכן האי שוויון מתקיים גם כאשר מורידים מעץ שלם עלים.*

*בעזרת האינדוקציה הוכחנו שכל עץ בעל עלים מקיים את האי שוויון .*

*נוכיח מתי מתקיים שוויון:*

*הוכחנו בתחילת השאלה שמתקיים שוויון כאשר העץ הוא עץ מלא. כעת נשים לב שכאשר נוריד 2 עלים בעלי אותו אב, האב יהפוך לעלה ומשקלו יהיה שווה לסכום משקל שני העלים שהורדנו. נוכיח:*

*הוכחנו שסכום שני עלים בעלי עומק m סכום המשקלים שלהם שווה לעלה אחד בעומק m-1.*

*לכן בכל פעם שנוריד שני עלים בעלי אותו אב, משקל האב יהיה שווה לסכום משקל 2 העלים הבנים שלו. מכאן ניתן להסיק כי בכל עץ מלא השוויון מתקיים .*

# שאלה 4

1. בהנחה ופונקציית הגיבוב מתבצעת בזמן קבוע , פיזור איברים הוא . בנוסף ומתקיים עיקרון הגיבוב הפשוט והאחיד ומקדם העומס נישמר בכל תא יהיה איבר אחד, לכן פעולת המיון על כל תא תתבצע בזמן קבוע ובסה"כ על תאים היא תהיה .  
   לאחר מכן שרשור כל האיברים לפי הסדר הוא גם כן .

לכן תוחלת זמן הריצה של השגרה היא .

1. המקרה הגרוע הוא כאשר כל המפתחות מגובבים לאותו התא. זמן הריצה יהיה תלוי בסוג הרשימה המקושרת ובזמן המקרה הגרוע של אותו אלגוריתם מיון שפרופסור כלומסקי יבחר.

לדוגמא נניח שמדובר ברשימה חד-מקושרת ובמיון הכנסה, במקרה הגרוע כל האיברים נמצאים בתא אחד ומסודרים בסדר לא עולה.  
לכן סיבוכיות הזמן במקרה הגרוע פה תהיה .

1. השגרה היא לא שגרת מיון, נוכיח באמצעות דוגמא נגדית. ניקח לדוגמא את פונקציית הגיבוב הבאה:

כעת כאשר נכניס את המפתחות 21 ו16 לטבלת הגיבוב נקבל

ואם נוציא לפי הסדר נקבל . מערך לא ממויין. **מ.ש.ל.**