ממ"ן 15

# שאלה 1

1. שורש העץ במבנה הנתונים יהיה האיבר בעל מפתח המינימלי בגלל קיום תכונת ערמת המינימום ולכן סדר ההכנסה לא ישפיע על השורש.

כעת נוצרו לנו 2 קבוצות של איברים, קבוצה אחת הכוללת את כל האיברים עם מפתח הגדול מהשורש אשר ישבו בתת עץ מימין(על פי תכונת העץ חיפוש בינארי) וקבוצה הכוללת את כל האיברים עם מפתח הקטן מהשורש והם ישבו בתת עץ משמאל.

2 הקבוצות יהיו זהות לא משנה סדר ההכנסה משום שהשייכות לקבוצה נקבע על ידי השורש ולא על פי סדר ההכנסה.

כללים אלה חלים בצורה רקורסיבית גם על התת עץ הנוצר מהקבוצה ומהקבוצה . לכן מבנה העץ הינו מבנה אחיד ואינו תלוי בסדר ההכנסה.

1. נכתוב שגרת פסידוקוד המתארת פעולת ההכנסה.

נתבסס על השגרות שלמדנו בספר אך עם שינויים קלים, השגרה TREE-INSERT תכניס לפי skey ולא key כמו בספר.

SP-INSERT (T, x)

1. TREE-INSERT (T, x)
2. while parent[x] != null and parent[pkey[x]] > pkey[x]
3. if skey[x] > parent[skey[x]]
4. then left-rotate(T, x)
5. else right-rotate(T, x)

# שאלה 2

1. נפזר את כל הנקודות, סיום והתחלה של קטע, על ציר הX.

נקודות תחילת קטע מסמלת תחילה של קטע הכלה חדש לכן היא מגדילה את מספר ההכלות באחד, נקודת סיום קטע מסמלת סיום של קטע הכלה לכן היא מקטינה את מספר ההכלות באחד.

נגדיר נקודה p הנמצאת על הנקודה הכלה המקסימלית. נזיז אותה ימינה עד שנתקל בנקודת סיום של קטע כלשהו. במקרה ונעבור את נקודת הסיום הערך ירד באחד והיא כבר לא תהיה נקודת ההכלה המקסימלית. לכן בהכרח קיימת נקודת הכלה מקסימלית שהיא נקודת קצה של אחד הקטעים.

1. נמשיך את הרעיון מסעיף א' ונשתמש במבנה נתונים מבוסס עץ א"ש ונרחיב אותו בהתאם למשפט 14.1 על מנת שנוכל לשמור על היעילות.

*כל צומת בעץ תהיה נקודת תחילת קטע או נקודת סוף קטע, סך הכל ל קטעים יהיו צמתים בעץ.*

*כל צומת בעץ יכיל את השדות הבאים:*

* *שדה ערך אם זה הוא סוף קטע() או תחילת קטע().*
* *שדה מקסימום של חיבור הערכיםלכל צומת(אני ארחיב עליו בהמשך)*
* *מצביע לPOM.*

*את שדה המקסימום והמצביע לPOM נבחר לפי הערך המקסימלי מאחת משלושת האפשרויות הבאות:*

* *המקסימום של הבן השמאלי. POM יצביע אל הצומת עם המקסימום.*
* *סכום כל הצמתים של הבן השמאלי + הסימון של הצומת עצמה. הPOM יצביע לצומת עצמה.*
* *סכום כל הצמתים של הבן השמאלי + הסימון של הצומת עצמה + המקסימום של הבן הימני. הPOM יצביע לבן הימני.*

*ניתן לראות שהתנאי במשפט 14.1 מתקיים, השדות תלויים בבן השמאלי ובבן הימני בצורה רקורסיבית לכן יעילות זמן הפעולות נשמרת.*

**פעולת :**

*ניקח את הקטע, נסמן את נקודת תחילת הקטע ב ונכניס למבנה הנתונים. כעת נסמן את נקודת סוף הקטע ב ונכניס גם כן למבנה. נשתמש בפעולת ההכנסה הרגילה של עץ א"ש שכתובה בספר. לכן* סיבוכיות זמן הפעולה תהיה .

**פעולת :**

*נשתמש בפעולת המחיקה של עץ א"ש הכתובה בספר, נבצע את הפעולה פעמיים פעם אחת נחפש את הצומת עם נקודת תחילת הקטע ופעם אחת נחפש את הצומת עם נקודת סוף הקטע. סיבוכיות זמן הפעולה תהיה .*

***פעולת :***

*על פי איך שבנינו את העץ שורש העץ מכיל מצביע לנקודה בה נקודת ההכלה היא המקסימלית. לכן כל מה שיש לעשות זה לגשת לשורש העץ וממנו למצביע לנקודת ההכלה המקסימלית ב.*

# שאלה 3

נשלב בין שני מבני נתונים בעזרת מצביעים, עץ אדום שחור כאשר החציון הוא שורש העץ וערמה מסוג תור קדימות מקסימום על פי מפתח המסמל את מספר של אותו איבר בקלט.

**נתאר את פעולת :**

נבנה עץ אדום שחור מסדרה ממוינת של מספרים באורך באופן הבא:

1. נמצא את החציון בזמן , משום שסדרת המספרים ממוינת מספיק לגשת לערך רצפה של . נמקם את החציון כשורש העץ.
2. בצורה רקורסיבית, נגדיר את הבן הימני של השורש להיות חציון של החלק הימני של סדרת המספרים ואת הבן השמאלי של השורש להיות החציון של החלק השמאלי של סדרת המספרים.
3. אם לא קיימים יותר איברים לשלוח לרקורסיה, סימן שהמספר הוא עלה ונצבע אותו באדום, כל השאר נצבע בשחור.

בכל הכנסה של איבר לעץ נבדוק אם האיבר קיים.  
במידה והוא לא קיים בעץ: נכניס את האיבר לערמת מקסימום ביעילות של עם המפתח 1 ונשמור אליו מצביע מהאיבר בעץ.  
במידה והאיבר כבר קיים בעץ: נלך בעזרת המצביע אל האיבר בערמה ונגדיל את המפתח ב1. על פי הספר עמוד 117 פעולה זאת היא בסיבוכיות זמן של . לאחר מכן נמשיך להכניס את האיבר למקומו בעץ.

נוסחת הנסיגה של אלגוריתם זה הוא: . באמצעות שיטת האב מקרה 1 כאשר

נקבל שסיבוכיות הזמן היא . כנדרש.

**פעולת :**

מדובר בפעולת ההכנסה הרגילות של עץ א"ש ובפעולת ההכנסה הרגילה של ערמת מקסימום. לכן על *פי הספר עמודים 117 ו241 פעולה הכנסה מתבצעת בזמן של . כנדרש.*

***פעולת :***

*בעזרת המצביע אל האיבר בעץ א"ש ניגש אל האיבר בערמה ונבצע הפחתה של המפתח ב1, במידה והמפתח הוא 1 סימן שאין יותר הופעות בעץ של האיבר לכן נמחק אותו מהעץ. 2 פעולות אלה, עידכון ומחיקה בערמה הן בסיבוכיות זמן של . כעת נבצע את פעולת המחיקה מהעץ שגם כן היא על פי הספר בסיבוכיות זמן של .*

*לסיכום סיבוכיות הזמן של פעולת המחיקה היא . כנדרש.*

***פעולת :***

*על פי האופן בו בנינו את מבנה הנתונים שורש העץ א"ש הוא החציון. לכן כל מה שנצטרך לעשות זה להפעיל את פעולת המחיקה של שורש העץ. כבר הוכחנו הנ"ל שסיבוכיות הזמן היא כנדרש.*

***פעולת :***

*על פי האופן בו בנינו את מבנה הנתונים שורש הערמה הוא האיבר אשר מופיע הכי הרבה פעמים. לכן כל מה שנצטרך בעזרת המצביע לשורש להחזיר את ערכו. פעולה זאת היא בסיבוכיות של . כנדרש.*

# שאלה 4

נממש את מבנה הנתונים באמצעות 2 עצי ערכי מיקום.

עץ אחד יהיה על פי מפתח הערך של הקלט, לכל איבר בעץ יהיה שדה לסכום בניו מצד שמאל ושדה של סכום בניו מצד ימין. תנאי זה מקיים את משפט 14.1.

העץ שני יהיה על פי מפתח שיסמל את זמן הכנסת האיבר למבני הנתונים, לכל איבר בעץ יהיה שדה עם סכום מספר הבנים בצד שמאל ושדה של סכום הבנים מצד ימין. תנאי זה גם כן מקיים את משפט 14.1.

**פעולת :**

*נבצע את הפעולה הסטנדרטית של הכנסה לעץ א"ש פעמיים לשני העצים שהגדרנו הנ"ל. על פי הספר ומשפט 14.1 בספר פעולת ההכנסה תשאר למרות השדות שהוספנו. כנדרש.*

***פעולת :***

*נתבסס גם כן על פעולת המחיקה הסטנדרטית בעץ א"ש. כמו כן נבצע אותה פעמיים על שני העצים. על פי הספר פעולת ההכנסה הינה . כנדרש.*

***פעולת :***

*נבצע סריקה תוכית על העץ אשר מסודר על פי ערך האיברים, במהלך הסריקה ניצור רשימה מקושרת. סריקה תוכית על העץ תספק לנו רשימה ממוינת של איברי העץ.*

*סיבוכיות זמן סריקה תוכית על פי הספר היא , חיבור איבר לרשימה מקושרת הוא בסיבוכיות זמן של לכן סיבוכיות הזמן של יצירת רשימה מקושרת ממוינת מעץ א"ש הוא .*

*כעת נשתמש ב2 מצביעים, מצביע אחד יצביע על ראש הרשימה ומצביע שני יצביע על האיבר השני ברשימה. נחסר בין שני האברים ונבדוק את ההפרש.  
במקרה וההפרש קטן מ: נקדם את המצביע ונבצע את הבדיקה שוב.  
במקרה וההפרש גדול מ: נקדם את המצביע , אם ו עוקבים נקדם גם את המצביע ונבצע את הבדיקה שוב.*

*בצורה זאת נעבור על כל האיברים במערך פעם אחת לכן פעולה זאת היא בעלת סיבוכיות זמן .*

*אנחנו מבצעים 2 פעולות בעלות סיבוכיות זמן לינארית כל אחת לכן סך סיבוכיות הזמן של הפעולה כולה הוא גם כן . כנדרש.*

***פעולת :***

*ניגש לשורש העץ המסודר על פי ערך האיברים, באמצעות השגרה הממומשת בספר בעמוד 218 נבדוק האם העוקב של השורש גדול מ והאם השורש קטן מ במידה ותנאי זה מתקיים נחזיר באמצעות השדה שהגדרנו בתחילת השאלה את סכום הבנים השמאליים.*

*במקרה והעוקב קטן מ ניגש לבן הימני של השורש ונבצע את אותה הבדיקה בצורה רקורסיבית.*

*במקרה והשורש גדול מ ניגש לבן השמאלי שלו ונבצע את אותה הבדיקה בצורה רקורסיבית.*

*סיבוכיות הזמן של היא כאשר הוא גובה העץ. גובה עץ א"ש על פי למה 13.1 הוא לכן* סיבוכיות זמן השגרה סה"כ הוא . כנדרש.

**פעולת :**

ניגש לעץ המסודר על פי זמן ההכנסה, נבצע את הפעולה הממומשת בספר בעמוד 254 ונחפש את האיבר במיקום ה. סיבוכיות הזמן הינה על פי הספר. כנדרש בשאלה.