### בבחינה שני חלקים:

חלק א': 5 שאלות במשקל של 20 נקודות כל אחת

חלק ב': 4 שאלות במשקל של 5 נקודות כל אחת

עליך לענות על **ארבע** שאלות בחלק א'

ועל **כל** השאלות בחלק ב'.

**יש לכתוב את הבחינה בעט**.

**ב ה צ ל ח ה !**

### **חלק א'**

### שאלה 1 (20 נקודות: סעיף א' - 15 נק'**;** **סעיף ב' - 5 נק'**)

גנב פורץ לחנות של חפצי אמנות ומוצא בה את הפריטים הבאים:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| פריט | משקל (בק"ג) | ערך (באלפי ש"ח) |
| 1 | 5 | 30 |
| 2 | 8 | 40 |
| 3 | 3 | 20 |
| 4 | 7 | 25 |
| 5 | 4 | 35 |

הגנב רוצה להביא למקסימום את שווי השלל, אך הוא יכול לסחוב לכל היותר 15 ק"ג.

אילו פריטים הגנב צריך לקחת ?

א. פתור את הבעיה באמצעות אלגוריתם תכנון דינמי.

שרטט את הטבלה המתקבלת והראה איך ניתן למצוא מתוך הטבלה את הפריטים שהגנב   
 ייקח.

הערה: אין צורך לכתוב את האלגוריתם.

ב. הראה שאלגוריתם חמדני לא יצליח למצוא במקרה זה את הפתרון האופטימלי.

### שאלה 2 (20 נקודות: סעיף א' - 10 נק'; סעיפים ב', ג' - 5 נק' לכל אחד)

מספר שלם x נקרא **מספר מושלם**,אם סכום המחלקים של x שווה ל-x.

למשל, 28 הוא מספר מושלם, מפני שהמספרים המחלקים את 28 הם 1, 2, 4, 7, 14

ו- 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28 .

נדון בבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: מספר שלם x.

השאלה: האם x הוא מספר מושלם?

א. כתוב אלגוריתם לפתרון הבעיה.

ב. מהי סיבוכיות הזמן של האלגוריתם?

האם סיבוכיות הזמן היא פולינומיאלית בגודל הקלט? הסבר את תשובתך.

ג. בהינתן רשימת מספרים - האם ניתן לבדוק בזמן קצר שרשימה זו היא רשימת כל המחלקים   
 של מספר x ? הסבר את תשובתך.

**שאלה 3 (20 נקודות: סעיף א' - 4 נק' ;סעיף ב' - 16 נק')**

**קליק** (clique) בגרף G = (V, E) הוא תת-קבוצה V' של V, כך שכל שני צמתים ב-V' מחוברים

על-ידי קשת ב-E.

**בעיית הקליק** היא הבעיה הבאה:

הקלט לבעיה: גרף בלתי מכוון G = (V, E) ומספר חיובי שלם k k ≤ V) (.

השאלה: האם יש ב-G קליק בגודל k ?

נגדיר את הבעיה המשלימה לבעיית הקליק (להלן - בעיית ה-):

הקלט לבעיה: גרף בלתי מכוון G = (V, E) ומספר חיובי שלם k k ≤ V) (.

השאלה: האם **אין** ב-G קליק בגודל k ?

א. ציין לפחות שתי מחלקות סיבוכיות, שבעיית ה- שייכת אליהן.

ב. סטודנט למדעי המחשב (שנה א') הציע את הרדוקציה הבאה מהבעיה של צביעת גרף בשלושה   
 צבעים לבעיית ה-: בהינתן גרף G שהוא הקלט לבעיה של צביעת גרף בשלושה צבעים,   
 הקלט המתאים לבעיית ה- יהיה אותו גרף G והמספר 4.

האם הרדוקציה נכונה? הוכח את תשובתך.

### שאלה 4 (20 נקודות: 10 נק' לכל סעיף)

א. נתונה בעיית הכרעה Q*, שקלטיה הם מספרים שלמים חיוביים.*

*בידנו אלגוריתם* A *לפתרון הבעיה, ואנו רוצים להוכיח את נכונותו. ידוע שהאלגוריתם נכון*

*חלקית לכל קלט חוקי. כמו-כן, בידנו הוכחה שהאלגוריתם עוצר על כל הקלטים הגדולים או*

*שווים ל- 1000, אך לא הצלחנו להרחיב את ההוכחה גם לקלטים הקטנים מ- 1000.*

*האם ניתן להוכיח את נכונותו המלאה של האלגוריתם באמצעות הרצות של האלגוריתם על*

*הקלטים הקטנים מ- 1000 ? הסבר את תשובתך.*

*ב. האם הבעיה* Q *היא בהכרח כריעה? נמק.*

### שאלה 5 (20 נקודות: סעיפים א', ב' - 4 נק' לכל אחד**;** סעיף ג' - 12 נק')

א. הסבר מדוע האלגוריתם לבדיקת ראשוניות המתואר בספר הוא אלגוריתם מונטה-קרלו.

ב. ידוע שקיים אלגוריתם מהיר לבדיקת ראשוניות בעל התכונה הבאה:

אם התשובה שהאלגוריתם מחזיר היא "כן" (כלומר, המספר הנבדק הוא ראשוני), אז זו בטוח

התשובה הנכונה; אם התשובה שהאלגוריתם מחזיר היא "לא" (כלומר, המספר הנבדק איננו

ראשוני), אז זו התשובה הנכונה בהסתברות 1 − 1/2200.

מהו ההבדל בין אלגוריתם זה לאלגוריתם המתואר בספר? האם אלגוריתם זה הוא גם כן מסוג

מונטה-קרלו?

ג. תאר אלגוריתם לאס-וגאס לפתרון בעיית הראשוניות

(הנח שעומד לרשותך האלגוריתם מסעיף ב').

**חלק ב'**

סמן בכל אחת מהשאלות הבאות את התשובה שנראית לך הנכונה ביותר.

הוסף נימוק קצר של **שורה אחת לכל היותר**:

**שאלה 1 (5 נקודות)**

איזו מהבעיות הבאות היא יוצאת דופן?

א. מציאת עץ פורש מינימלי

ב. מיון רשימת מספרים

ג. חיפוש ברשימה ממוינת

ד. חיפוש ברשימה לא ממוינת

**שאלה 2 (5 נקודות)**

איזו מהטענות הבאות היא יוצאת דופן?

א. P = NP

ב. NP = co-NP

ג. IP = PSPACE

ד. RP = NP

**שאלה 3 (5 נקודות)**

איזו מהבעיות הבאות היא יוצאת דופן?

א. בעיית התאמת המילים

ב. בעיית נחש הדומינו במחצית המישור העליונה

ג. בעיית העצירה

ד. בעיית האימות

**שאלה 4 (5 נקודות)**

איזה מהמודלים החישוביים הבאים הוא יוצא דופן?

א. מכונת טיורינג בעלת סרט אינסופי חד-כיווני

ב. מכונת טיורינג שבה הראש הקורא-כותב יכול לנוע רק לכיוון אחד

ג. מכונת טיורינג בעלת שני סרטים

ד. מכונת טיורינג אי-דטרמיניסטית