1)א)



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| -i | 1- | i | 1 |  |
| 3- | 1 | 3- | 1 |  |
| 4- | 2- | 4- | 2- |  |
|  | 3 |  | 1- |  |

ב)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| -i | 1- | i | 1 |  |
| 8i | 6- | 8i | 6- |  |
| 4 | 2 | 4 | 2 |  |
| i4- | 2- | i4 | 2 |  |
| i4 | 8- | i12 | 4- |  |



2)

**האלגוריתם**:

נציג את המספרים כפולינום בבסיס בינארי, נפעיל את האלגוריתם להכפלת 2 פולינומים עם FFT הפעלת FFT על כל אחת מהפולינומים, הכפלת 2 הוקטורים שקיבלנו מה FFT הפעלת FFT Inverse כעת יש לנו את התוצאה בתצוגת פולינום בבסיס בינארי כעת נמיר את הפולינום בבסיס בינארי למספר שלם וסימנו.

**נכונות האלגוריתם** נובעת מנכונות המרת מספרים לבסיס בינארי ובחזרה, ומנכונות אלגוריתם להכפלת 2 פולינומים בעזרת FFT

**יעילות**

הצגת מספרים כפולינום בבסיס בינארי 

הפעלת FFT על n/k בלוקים + הכפלת בעלות של  עולה 

אם k=logn נקבל 

המרת הפולינום בבסיס בינארי למספר שלם 

לכן סה"כ זמן ריצת אלגוריתם היא 

3)

**האלגוריתם**:

*נגדיר את הוקטורים A,B כך:*

נבצע FFT מסדר על A ועל B עם , *ונכפיל את הוקטורים שיתקבלו איבר-איבר כעת נמיר את הוקטור החדש בצורת DFT לוקטור מקדמים בעזרת הרצת FFT מסדר על עם , ולאחר מכן חלוקה ב-.*

*כעת לכל נגדיר:*

ונחזיר את , שהיא פונקציה שמקבלת את ומחזירה את ערך הנגזרת ה- בנקודה .

**נכונות האלגוריתם** – נובעת משימוש בהכפלת וקטורים שתוצאתם מציגה מבטאת את הנגזרת ה k של f

**יעילות –** ליצירת A ו B נדרש זמן ריצה לינארי ולאחר מכן שימוש בהכפלת וקטורים בעזרת FFT זמן ריזה nlogn

לכן סה"כ 

4)

לצורך השלמות, נציג את האלגוריתם לפונקציה הרקורסיבית שמקבלת כקלט 2 מטריצות A,B בגודל :

אם גודל A וB הוא 1, נחזיר את מכפלתם .

אחרת, נחלק את A ו-B כל אחד ל-4 תתי-מטריצות מסדר . *נקבל 8 תתי מטריצות a,b,c,d,e,f,g,h כאשר . נגדיר:*

*נחזיר .*

*נבחין שכל קריאה רקורסיבית (חוץ מכאשר ) קוראת ל7 קריאות אחרות, כאשר לכל קריאה רקורסיבית היא שולחת 2 מטריצות בגודל , ואז היא מבצעת מספר קבוע של חישובים אריתמטיים על המטריצות שחוזרות מכל הקריאות הרקורסיביות הללו, בעלות של .*

לכן, ניתן לבטא את נוסחת סיבוכיות זמן הריצה בעזרת נוסחת הנסיגה הבאה:

נעזר בשיטת האב מהקורס "מבנה נתונים ומבוא לאלגוריתמים" (עמוד 63 בספר הקורס "מבוא לאלגוריתמים").

יהי הקבוע החבוי בביטוי . עבור מתקיים:

ולכן, לפי משפט האב מקרה 1, מתקיים , כנדרש.