# שאלה 1

כפי שמוכח במשפט 4.1, היא שפה כריעה.

תהי מ"ט המכריעה את .

נבנה מ"ט אשר מכריעה את :

בהנתן קלט ,

1. חשב את מספר המצבים ב- והצב ב-.
2. עבור בסדר מחרוזת על מילות הקלט האפשריות, , ל- באורך עד .
3. דמה את פעולת על , אם הגעת למצב מקבל, דחה, אחרת עבור למילה הבאה.
4. אם סיימת לעבור על כל המילים עבור למצב מקבל.

הוכחת נכונות:

מובן כי מסיימת במצב מקבל או דוחה לכל קלט שכן מספר ההפעלות שלה את הוא סופי, ו- בעצמה מ"ט מכריעה, כלומר עוצרת לכל קלט.

נניח כי נדחית ע"י , אז מובן שקיימת מילה אשר מתקבלת ע"י ואכן .

נניח כי מתקבלת ע"י , אז לא קיימת מילה באורך עד אשר מתקבלת ע"י .

נניח בשלילה כי , אז קיימת מילה באורך מינימאלי, בפרט נובע .

אבל אז בחישוב של על יש מצב שאנו מבקרים בו פעמיים.

לכן אפשר לבטל לולאה במעבר של על ולקבל מילה קצרה יותר בשפה – בסתירה לכך ש- באורך מינימאלי.

# שאלה 2

נגדיר אם . כמו כן לצורך קיצור נכתוב בתור מ"ט שהופכת את התשובה של מ"ט מכריעה לכל קלט.

א.

מגדירים:

המשך ההוכחה לא מתאים, לא נובע ש- שונה מעצמה, אבל,

כדי להמשיך את ההוכחה נגדיר:

נקבל:

סתירה – מש"ל.

ב.

מגדירים:

נניח בה"כ ש- אינה המכונה הראשונה בסדר הסטנדרטי של המכונות.

ההוכחה תקינה, שונה מ- (עבור ) לכל מכונה , בפרט:

ואכן קיבלנו סתירה.

# שאלה 3

א.

נבנה מ"ט שמזהה את :

בהנתן קלט ,

נדמה את על הקלט , נחזיר אותה תוצאה כמו בהדמיה.

ההדמיה של על תגיע למצב מקבל .

ב.

נניח בשלילה ש- כריעה ותהי מ"ט אשר מכריעה אותה.

נבנה מ"ט באופן הבא:

" בהנתן קלט מ"ט,הפעל והחזר תשובה הפוכה ל-".

כלומר מכריעה את שפת מכנות הטיורינג שלא מקבלות את הקידוד של עצמן.

אם אז לא צריכה לקבל את עצמה – זו סתירה.

אם אז צריכה לקבל את עצמה – זו סתירה.

בכל אופן הגענו לסתירה ולכן ההנחה בשלילה שקרית, כלומר אינה כריעה.

# שאלה 4

נניח כי מ"ט מכריעה ל-.

נבנה את המכונה הבאה ל-:

בהנתן קלט , נגדיר מ"ט:

בהנתן קלט ,

1. ודא כי היסטוריה חישובית חוקית של על , שמסתיימת, במצב מקבל או דוחה.
2. אם התשובה חיובית קבל
3. דחה

נפעיל על ונחזיר תשובה הפוכה.

**נכונות:**

קיימת היסטוריה חישובית חוקית של על שמסתיימת, במצב מקבל או דוחה, כלומר (כי מ"ט מכריעה ל-) .

# שאלה 5

נניח בשלילה שהשפה כריעה ותהי מ"ט שמכריעה אותה.

נפתור את בעית :

נניח בה"כ כי הקידוד של היסטורית חישוב הוא יחיד,

נבנה מ"ט :

בהנתן קלט נבנה את ה- הבא (לא"ב הקלט נוסיף את התווים שלא היו בו כבר):

1. אם הקלט אינו מתחיל באות מבין , דחה.
2. התעלם מהתו הראשון בקלט.
3. אם הקלט הוא היסטוריה חישובית חוקית ומקבלת של עבור קלט אזי קבל.
4. אחרת דחה.

נפעיל את על .

נחזיר תשובה זהה.

יש היסטוריה חישובית מקבלת (יחידה, ) של על , כלומר ישנם 5 קלטים מקבלים ל-, עבור מקבלת את .

הגענו לסתירה, כלומר אכן השפה לא כריעה.

# שאלה 6

א.

מובן שהשפה של מכונות טיורינג,

כמו כן השפה לא טריוויאלית כי למשל מ"ט של השפה בשפה אך מ"ט של אינה בשפה.

נראה שהתכונה היא תלויה בשפה:

נניח , אז

*כלומר מתקיימים כל התנאים לשימוש במשפט רייס ולכן לא כריעה.*

*ב.*

*לא ניתן להשתמש במשפט רייס מאחר והתכונה לא של השפה של המכונה אלא של המכונה, למשל עבור השפה ניתן לבנות מכונה אחת שעוברת בהנתן על הסרט למצב מקבל, ואז אכן , אבל ניתן לבנות גם את שצועדת צעד קדימה ואחורה בסרט ורק אז בודרת את התו הנוכחי הוא ועוברת למצב מקבל. מקבלת את המילה היחידה בשפה, , אחרי שלושה צעדים, ולכן .*

*ג.*

מובן שהשפה של מכונות טיורינג,

כמו כן השפה לא טריוויאלית כי למשל ייצוג מ"ט של השפה בשפה אך ייצוג מ"ט של אינה בשפה.

נראה שהתכונה היא תלויה בשפה:

נניח , אז

*כלומר מתקיימים כל התנאים לשימוש במשפט רייס ולכן לא כריעה.*

# שאלה 7

א.

נבנה את פונקצית המיפוי כך:

בהנתן קלט , מ"ט ומילה

נבנה מ"ט אשר בהנתן קלט :

1. מדמה את על
2. מחזירה תשובה כמו שהתקבלה מ-.

נחזיר את .

נכונות:

לכל מילת קלט , .

ב.

נבנה את פונקצית המיפוי כך:

בהנתן קלט , מ"ט ומילה

נבנה מ"ט אשר בהנתן קלט :

1. אם לא חוקי, קבל.
2. דמה את על לכל היותר צעדים.
3. אם לא סיימה במצב מקבל, קבל.
4. אחרת, דחה.

נחזיר את .

נכונות:

קיים כך שבחישוב של על מגיעים למצב מקבל לאחר צעדים קיים קלט ל- עבורו דוחה .

ג.

לא קיימת רדוקציה כזו משום ש- לא ניתנת לזיהוי בעוד ש- ניתנת לזיהוי, לו הייתה קיימת רדוקציה כזו אז היה נובע בסתירה ש- ניתנת לזיהוי.

הוכחה ש- לא ניתנת לזיהוי:

נראה רדוקציה מ- ל-, ובפרט נובע כי לא ניתנת לזיהוי מאחר ו- לא ניתנת לזיהוי.

בהנתן קלט , נבנה מ"ט :

בהנתן קלט ,

1. דמה את על לכל היותר צעדים.
2. אם קיבלה, דחה.
3. קבל.

החזר את .

**הוכחת נכונות:**

לא מסיימת במצב מקבל על לכל , לא מסיימת לאחר צעדים במצב מקבל על לכל ,

ד.

לא קיימת רדוקציה כזו משום ש- לא ניתנת לזיהוי בעוד ש- ניתנת לזיהוי, לו הייתה קיימת רדוקציה כזו אז היה נובע בסתירה ש- ניתנת לזיהוי.

הוכחה ש- לא ניתנת לזיהוי:

ראשית מובן ש- לא ניתנת לזיהוי, אחרת מאחר ו- ניתנת לזיהוי היה נובע בסתירה ש- ניתנת להכרעה.

כעת נראה .

בהנתן קלט לבעית , נבנה את מ"ט הבאה:

1. בהנתן קלט , התעלם מהקלט והרץ את על .
2. החזר תשובה זהה לתשובה של .

נחזיר את .

**הוכחת נכונות:**

לא מסיימת במצב מקבל על לכל קלט , לא מקבלת

מ.ש.ל.