# שאלה 1

אלגוריתם ל-SUBSET-SUM:

בהנתן קלט , בצע:

1. אתחל משתנה בינארי בן סיביות ל-0.
2. יהי משתנה בינארי בגודל הקלט
3. כל עוד קטן מ-, בצע:
   1. השם 0 ב-.
   2. עבור מ-1 עד אם הוסף את ל-.
   3. אם , קבל.
   4. הגדל את ב-1.
4. דחה.

נכונות: האלגוריתם עובר על כל תת-קבוצות האפשריות של וסוכם אותן, מובן שאם קיימת תת-קבוצה שסכומה נגיע אליה ונקבל.

גודל המשתנה מספיק גדול כדי להכיל כל סכום של תת-קבוצה של מכיוון שגודלו כגודל כל הקלט ובפרט גדול מכל סכום של תת-קבוצה של .

שימוש בזכרון:

ב- ובפרט ב- ולכן גם זכרון.

ב- זכרון.

*גם ב- ולכן גם זכרון.*

*כלומר האלגוריתם משתמש ב- זכרון.*

*נובע כי*

# שאלה 2

*תהי שפה רגולרית.*

*אז קיים שמכריע את .*

*ניתן לבנות מ"ט בעלת שני סרטים שמכריעה את באופן הבא:*

*לא משתמשים בסרט הכתיבה כלל.*

*א"ב הקלט יהיה .*

*א"ב הסרט, , יהיה ובנוסף תו הרווח.*

*המצבים יהיו .*

*לכל , אם אז בפונקצית המעברים של מכונת הטיורינג נגדיר .*

*בנוסף מכל מצב בהנתן רווח בסרט הקריאה (סוף המילה) עוברים ל- ובכל מצב , בהנתן רווח בסרט הקריאה עוברים למצב .*

*קבוצת המצבים המקבלים .*

*קבוצת המצבים הדוחים .*

*בנינו מ"ט שמכריעה את ב- זכרון ולכן .*

# שאלה 3

*ראשית כל ולכן .*

*נשאר להראות שמכל בעיה ב- יש רדוקצית מקום פולינומיאלי ל-.*

*יהיו שתי המילים: ו-.*

*תהי ותהי מ"ט שמכריעה את בסיבוכיות מקום פולינומיאלית.*

*הרדוקציה שלנו בהנתן קלט ל- תפעיל את על .*

*אם מקבלת תכתוב על הסרט ואחרת תכתוב*

*הרדוקציה שלנו רצה במקום פולינומיאלי בגודל הקלט משום ש- רצה בסיבוכיות מקום פולינומיאלית ו- ו- הן בגודל קבוע.*

*הוכחת נכונות:*

*אם אז ולכן יכתב על הסרט .*

*אם אז ולכן יכתב על הסרט .*

# שאלה 4

***ADD:***

*אלגוריתם מכריע: בהנתן קלט כאשר מספרים חוקיים בייצוג בינארי (לצורך קריאות כאשר כתוב לבדוק האם קיים האם הכוונה האם ).*

1. *נשמור בסרט העבודה משתנים בייצוג בינארי:*
   1. *ששומר את השארית הנוכחית בחיבור, מאותחל כ-0.*
   2. *ששומר את מספר הספרה הנוכחית שמחוברת. מאותחל כ-0.*
   3. *שמאפשר לספור מיקום מסוים במספר או או (כדי להגיע אליו בסרט הקריאה).*
2. *בצע (עד ליצירה בסעיף ):*
   1. *אם לא קיים או לא קיים או לא קיים, עבור לצעד (3).*
   2. *אחרת אם אז דחה.*
   3. *🡨 .*
   4. *🡨 .*
3. *אם קיים או קיים ו לא קיים אז דחה.*
4. *אם קיים אז קבל אם ודחה אחרת.*
5. *אם קיים אז קבל אם ודחה אחרת.*

*האלגוריתם משתמש בשלושה משתנים שערכם לכל היותר אורך הקלט ועוד אחד שערכו לכל היותר 2, לכן סיבוכיות המקום היא לוגריתמית בגודל הקלט.*

***PAL-ADD:***

*אלגוריתם מכריע בהנתן קלט :*

1. *נשמור בסרט העבודה משתנים בייצוג בינארי:*
   1. *מיקום LSB בסכום , מאותחל ל-.*
   2. *מיקום בסכום , מאותחל ל-.*
   3. *מספר סופי של אינדקסים נוספים לצורך מעבר על המספרים.*
   4. *מספר סופי של משתנים בינארי כדי לזכור שאריות וכו'.*
2. *כל עוד בצע 🡨 .*
3. *כל עוד בצע:*
   1. *אם דחה.*
   2. *🡨 .*
   3. *🡨 .*
4. *קבל.*

*האלגוריתם משתמש במספר סופי של משתנים שערכם לכל היותר אורך הקלט ועוד מספר סופי של משתנים שערכם לכל היותר 2, לכן סיבוכיות המקום היא לוגריתמית בגודל הקלט.*

# שאלה 5

*הרדוקציה בהנתן קלט כותבת לסרט הפלט .*

1. *אתחל ל-0 מספרים בינאריים על סרט העבודה.*
2. *עבור כל קודקוד הגדל את ב-1.*
3. *🡨*
4. *עבור עד בירידה בצע 🡨*
5. *כתוב לסרט הפלט את קודקודי .*
6. *עבור מ-1 עד ועבור מ-1 עד* 
   1. *כתוב קשת לסרט הפלט אם"ם היא אינה קיימת ב-.*
7. *כתוב לסרט הפלט .*

*סיבוכיות מקום:*

*השתמשנו במספר סופי של משתנים בינאריים שערכם לכל היותר בגודל הקלט (כי חסום ב-) ולכן גודלו לוגריתמי בגודל הקלט.*

*כלומר סיבוכיות המקום מתאימה.*

*הוכחת נכונות:*

*קיימת קבוצת קודקודים שבין כל זוג קודקודים שלה יש קשת ב-.*

*קיימת קבוצת קודקודים שבין כל זוג קודקודים שלה אין קשת ב-.*

*קבוצת הקודקודים שגודלה שהיא כיסוי בקשתות של .*

*.*

# שאלה 6

*נוכיח בכך שנתאר מטל"ד בעלת שני סרטים המכריעה את השפה.*

*בהנתן קלט ,*

*בסרט הכתיבה נאחסן שני משתנים: שמייצג את המצב הנוכחי בריצת , תחילה יקבל את ו- שמאותחל ל- (כאשר ) ומייצג את המשך אורל הקלט שמותר.*

1. *כל עוד :*
   1. *אם , קבל.*
   2. *בחר באופן לא דטרמיניסטי את אות הקלט הבאה ועדכן 🡨 .*
   3. *🡨 .*
2. *דחה.*

*הוכחת נכונות:*

*קיימת כך ש- קיימת כך ש- (למת הניפוח לשפות רגולריות) קיים מסלול מקבל ב- בו בחירת תווי הקלט מתאימה ל-. .*

*כעת נוכיח ש- בכך שנראה .*

*תהי מ"ט בעלת שלושה סרטים. בהנתן קלט ל-, כותבת , , לסרט הפלט באופן הבא:  
( משתנים בינאריים בסרט העבודה)*

1. מחשבת לסרט העבודה.
2. כותבת לסרט הפלט.
3. כותבת לסרט הפלט.
4. כותבת לסרט הפלט.
5. לכל בצע:
   * 1. אם אזי כתוב לסרט הפלט .
6. כותבת לסרט הפלט
7. כותבת לסרט הפלט .

*ניתוח מקום: משתמשת בשני (או בכל מקרה מספר סופי כלשהו של) משתנים בינאריים שערכם לכל היותר ובפרט קטנים מגודל הקלט, לכן רץ בסיבוכיות מקום לוגריתמית.*

*נכונות:*

*קיים מסלול ב-. קיימת מילה שהריצה שלה ב- ב- .*