



מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

הדבק כאן את מדבקת הנבחן

printed

האוניברסיטה
הפתוחה



כ"ב בסיון תשע"ט

מס' שאלון - 481

25

ביוני 2019

סמסטר 2019 ב

מס' מועד 82

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.
אם תענו על יותר מ-3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.
שימו לב:

- * בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- * מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
- * אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי.
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.
 בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתיים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתיים.

(6 נק') א. את הפסוק

"לכל מספר x ולכל מספר חיובי α קיים קטע פתוח באורך α שמכיל את x "
 ניתן להצריך כך:

$$\forall x \exists \alpha ((\alpha > 0) \wedge \exists y ((y < x) \wedge (x < y + \alpha))) \quad [1]$$

$$\forall x \forall \alpha ((\alpha > 0) \rightarrow \exists y ((y < x) \wedge (x < y + \alpha))) \quad [2]$$

$$\forall x \forall \alpha ((\alpha > 0) \wedge \exists y ((y < x) \wedge (x < y + \alpha))) \quad [3]$$

(7 נק') ב. נתונות קבוצות $A, B \subseteq \mathbf{R}$ שקולה ל- \mathbf{N} ו- B שקולה ל- \mathbf{R} . אז:

$$|A \cap B| = \aleph_0 \quad [1]$$

$$|A \cap B^c| = \aleph_0 \quad [2]$$

$$|A \cap B^c| = \aleph_0 \text{ או } |A \cap B| = \aleph_0 \quad [3]$$

$$|A \cap B| = \aleph_0 \text{ או } |B^c| = \aleph_0 \quad [4]$$

(6 נק') ג. בגרף דו צדדי מלא מישורי ופשוט על 8 צמתים יש לכל היותר:

$$[1] \quad 4 \text{ פאות}$$

$$[2] \quad 6 \text{ פאות}$$

$$[3] \quad 8 \text{ פאות}$$

חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות
משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

שאלה 2

על הקבוצה $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ מגדירים יחסים R, S כך:

$$(a,b)R(c,d) \text{ אם ורק אם } a = c \text{ ו- } (a,b)S(c,d) \text{ אם ורק אם } a < c.$$

(הערה לתלמידים מסמסטרים קודמים בלבד: אתם יכולים להשתמש בהגדרה הבאה עבור S :

$$(a,b)S(c,d) \text{ אם ורק אם } a \leq c. \text{ תלמידי 2019ב, אנא התעלמו מהערה זו.})$$

13 נק') א. הראו שאחד מהיחסים הוא יחס שקילות ומיצאו את מחלקות השקילות שלו.

14 נק') ב. הראו שאחד היחסים הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא ומיצאו בו את כל האיברים המינימליים והמקסימליים.

שאלה 4

נתונה $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. בשאלה זו נתייחס לפונקציות המוגדרות מ- A ל- A .

13 נק') א. מיצאו את מספר הפונקציות $f : A \rightarrow A$ המקיימות $|f[A]| = 2$,

כלומר מספר הפונקציות מ- A ל- A המקבלות שני ערכים בדיוק)

14 נק') ב. מיצאו את מספר הפונקציות $f : A \rightarrow A$ המקיימות

$$\{f(1), f(2), f(3), f(4)\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}.$$

שאלה 4

בשאלה זו נתייחס למשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = n$

כאשר x_4, x_5 מספרים זוגיים ו- $x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10} \in \{0, 1\}$.

9 נק') א. כתבו פונקציה יוצרת עבור מספר הפתרונות בטבעיים של המשוואה.

9 נק') ב. מיצאו את מספר הפתרונות של המשוואה מסעיף א' כאשר $n = 7$.

9 נק') ג. מיצאו את מספר הפתרונות של המשוואה מסעיף א' כאשר $n = 7$ ו- $x_1 + x_2 \neq 3$.

שאלה 5

9 נק') א. רישמו סדרת פרופר שמתאימה לעץ T על 6 צמתים שבו יש צומת בעל דרגה 4.

(מספיק לרשום סדרה אחת, לא את כולן)

18 נק') ב. נחבר כל אחד מן העלים של העץ T מסעיף א' עם כל אחד מהעלים האחרים שלו.

נסמן ב- G את הגרף הפשוט המתקבל בדרך זו.

1. הוכיחו ש- G אוילרי

2. הוכיחו ש- G המילטוני

3. מיצאו את מספר הצביעה של G (ללא הוכחה).

ב ה צ ל ח ה !