



מספר התלמיד הנבחן  
רשום את כל תשע הספרות

הדבק כאן את  
מדבקת הנבחן

האוניברסיטה  
הפתוחה



כ"ה בשבט תש"ף

מס' שאלון - 485  
20  
בפברואר 2020

סמסטר 2020א

מס' מועד 84

20476 / 4

שאלון בחינת גמר  
20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.  
אם תענו על יותר מ-3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.  
שימו לב:

- \* בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- \* מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
- \* אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- \* בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי.  
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע  
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



## חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

### שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.  
בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתיים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתיים.

א. לכל שלושה פסוקים  $\alpha, \beta, \gamma$  מתקיים: (6 נק')

$$[1] \quad (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma \equiv \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$$

$$[2] \quad \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \text{ גורר טאוטולוגית את } (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma$$

$$[3] \quad \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \text{ גורר טאוטולוגית את } (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma$$

ב. נתונות קבוצות  $A, B$  כך ש-  $|A \cup B| = |A|$ . אז: (7 נק')

$$[1] \quad |A| > |B|$$

$$[2] \quad |A| \leq |\mathcal{P}(B)|$$

$$[3] \quad |B| < |\mathcal{P}(A)|$$

$$[4] \quad \text{אם } A \text{ אינסופית אז } |A \times B| = |A|$$

ג. מספר העצים על 6 צמתים המתויגים ב- 1, 2, 3, 4, 5, 6 שבהם יש צומת בעל דרגה 4 הוא (6 נק')

$$[1] \quad 30$$

$$[2] \quad 15$$

$$[3] \quad 40$$

$$[4] \quad \text{כל התשובות הקודמות שגויות}$$

המשך הבחינה בעמוד הבא

## חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

### שאלה 2

על הקבוצה  $\mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$  נתונים שני יחסים  $R, S$  המוגדרים כך: לכל  $A, B \in \mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$

$ARB$  אם ורק אם  $A \setminus \{1,4\} = B \setminus \{1,4\}$  ו-  $ASB$  אם ורק אם  $A \setminus \{1,4\} \subset B \setminus \{1,4\}$ .

(הערה לתלמידים מסמסטר קודמים בלבד: אתם יכולים להשתמש בהגדרה הבאה עבור  $S$ :  
 $ASB$  אם ורק אם  $A = B$  או  $A \setminus \{1,4\} \subset B \setminus \{1,4\}$ ). תלמידי 2019, אנא התעלמו מהערה זו)

14 נק' א. קבעו (ללא הוכחה) מי מהיחסים הנתונים הוא יחס שקילות. מיצאו את מחלקות השקילות שלו.

13 נק' ב. קבעו (ללא הוכחה) מי מהיחסים הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא (נמקו את התשובה!) ומיצאו את האיברים המינימליים והמקסימליים שלו.

### שאלה 3

בשאלה זו נתייחס לפתרונות המשוואה  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = n$  כאשר  $x_1, x_2, x_3$  מספרים טבעיים שמתחלקים ב-3 ו-  $x_4, x_5, x_6, x_7$  מספרים טבעיים שאינם מתחלקים ב-3.

14 נק' א. מיצאו פונקציה יוצרת המתאימה למציאת מספר פתרונות המשוואה.

13 נק' ב. מיצאו את מספר פתרונות המשוואה כאשר  $n = 13$ .

(הדרכה: אפשר להוציא את  $(x + x^2)^4$  כגורם משותף בפונקציה היוצרת).

### שאלה 4

תהי  $A$  קבוצת כל המחרוזות שבהן מופיעות הספרות 1, 2, 3, 4, 5 בלבד. נסמן:

$a_n$  מספר המחרוזות ב-  $A$  שהן באורך  $n$  וסכום הספרות שלהן זוגי.

$b_n$  מספר המחרוזות ב-  $A$  שהן באורך  $n$  וסכום הספרות שלהן אי-זוגי.

למשל את המחרוזות 152 סופרים כשמחשבים את  $a_3$  ואת המחרוזות 1314 סופרים ב-  $b_4$ .

9 נק' א. עבור כל  $n \geq 2$  הביעו את  $a_n$  בעזרת  $a_{n-1}$  ו-  $b_{n-1}$  וגם את  $b_n$  בעזרת  $a_{n-1}$  ו-  $b_{n-1}$ .

9 נק' ב. מיצאו נוסחת נסיגה עבור  $a_n$ .

הדרכה: השוויון הראשון מסעיף א' מאפשר להביע את  $b_{n-1}$  בעזרת  $a_n$  ו-  $a_{n-1}$  ולכן גם את  $b_n$  בעזרת  $a_{n+1}$  ו-  $a_n$ . הציבו אותם במקום  $b_{n-1}$  ו-  $b_n$  בשוויון השני מסעיף א'.

9 נק' ג. חשבו את  $a_1$  ואת  $a_2$  ומיצאו נוסחה כללית ל-  $a_n$ .

### שאלה 5

נתון גרף מישורי פשוט וקשיר בעל 7 צמתים ו-10 פאות שבו דרגות הצמתים הן  $6, 6, 4, 4, 4, k, k$

9 נק' א. מיצאו את המספר  $k$ . נמקו את התשובה (רמז: משפט אוילר)

9 נק' ב. הוכיחו שהגרף הוא המילטוני. נמקו את התשובה.

9 נק' ג. האם קיים בגרף מעגל אוילר או מסלול אוילר שאינו מעגל? נמקו את התשובה.

**ב ה צ ל ח ה !**