האוניברסיטה

כ"ז בתשרי תשפ"א

מס' שאלון - 492

באוקטובר 2020

מס' מועד 85

סמסטר 2020ג 20476 / 4

שאלון בחינת גמר

15

20476 - מתמטיקה בדידה

שעות משך בחינה: 4

> בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות. אם תענו על יותר מ- 3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות

הראשונות.

שימו לב:

- * בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- * מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
 - * אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

בהצלחה !!!

חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה.

מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתים.

- . $p \geq 2$ א. להלן האותיות a,b,p מסמנות מספרים טבעיים חיוביים כאשר a,b,p אל, להלן האותיות a,b,p מסמנות a,b,p את הפסוק a,b,p את הפסוק a,b,p מספר ראשוני a,b,p מספר מספרים טבעיים חיוביים כאשר a,b,p את הפסוק a,b,p מספר ראשוני a,b,p מוני a,b,p מוני
- 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, $\forall a \forall b ((p = ab) \land ((a = 1) \lor (b = 1)))$ [1]

157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199

$$\forall a \forall b ((a = 1) \lor (b = 1) \lor (p \neq ab))$$
 [2]

- $\forall a \forall b (((a \neq 1) \lor (b \neq 1)) \rightarrow (p \neq ab))$ [3] false because p=2, a=2, b=1
- $\forall a \forall b (((a=1) \lor (b=1)) \rightarrow (p \neq ab))$ [4] false because p=2, a=2, b=1
- . היא קבוצת המספרים הממשיים, ${f Q}$ קבוצת הרציונליים. ${f R}$ היא קבוצת היא קבוצת המספרים הממשיים, ${f Q}$

אז $|A\cap (a,b)|=\aleph_0$ מתקיים a< b כך ש- $a,b\in \mathbf{R}$ אז $A\subseteq \mathbf{R}$ אם $A\subseteq \mathbf{R}$

$$|A| > \aleph_0$$
 [1]

$$|\mathcal{P}(A)| = |\mathbf{R}|$$
 [2]

$$|(\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}) \cap A| \ge \aleph_0$$
 [3]

$$|A \cap \mathbf{Q}| \ge \aleph_0$$
 [4]

- (6 נקי) ג. לאחר מחיקת כמה קשתות (בלי למחוק צמתים) בגרף **פשוט לא מישורי ומתוייג**
 - . (2,3,4,3) התקבל עץ עם סדרת פרופר G
 - .3 הדרגה של כל צומת ב-G היא [1]
 - .4 הדרגה של כל צומת ב-G היא (21
 - .הוא המילטוני G [3]
 - אינו אוילרי. G [4]
 - אף אחת מהתשובות הקודמות אינה נכונה.

חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב׳ כולו: 81 נקודות

2 שאלה 12: 36-13: 37

R,S כך: מגדירים יחסים A מגדירים מגדירים A כך: $A=\{(x,y)\mid x,y\in \mathbf{N},\ 0\leq x\leq y\leq 5\}$ נתונה at 13: 34 (proof that

R is ref, sym and

 $(x_1, y_1) R(x_2, y_2), (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$ לכל trans)

, $x_1+y_1 < x_2+y_2$ אם ורק אם $(x_1,y_1)S(x_2,y_2)$, $(x_1,y_1),(x_2,y_2) \in A$ לכל finished equive classes of at

. א מחלקות השקילות ורשמו באופן מפורט את הראו ש- R הוא יחס שקילות ורשמו באופן (נקי) א. הראו ש- R הוא יחס שקילות ורשמו באופן 15: 45 (learning

(14 נקי) ב. הראו ש- S הוא יחס סדר. קבעו אם הוא סדר חלקי או מלא ומיצאו בו

את כל האיברים המינימליים והמקסימליים.

שאלה 3

(14 נקי) א. חשבו את מספר הפתרונות בשלמים של המשוואה

 $1 \le x_i \le 7$ לכל $x_i \ne 3$ המקיימים $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 13$

הסבירו את התשובה.

.
$$\left(\frac{1}{1-x}-x^3\right)^7(1+x^{12})$$
 ב. מיצאו את המקדם של x^{13} בפיתוח לטור ב. מיצאו את מיצאו את בפיתוח לטור בי

נמקו את התשובה

שאלה 4

- מיצאו את מספר המספרים בעלי 5 ספרות שבהם מכפלת הספרות היא 180. .א (13 נקי) (למשל 19451 ו- 22335 הם מספרים כאלה) נמקו את התשובה.
- נתונה קבוצות מספר הקבוצות מיצאו את מספר הקבוצות מהצורה A = 10(14 נקי) ב. $|B \cap C| = 1$ -1 |B| = 5, $B, C \subseteq A$ כאשר $\{B, C\}$

שאלה 5

.2 - על G = (V, E) על הדרגות שבו ממוצע הדרגות של G = (V, E) נתון גרף קשיר ופשוט

- |E| > n -א. הוכיחו ש (9 נקי)
- הוכיחו שקיימים ב- G לפחות שני מעגלים שונים. (9 נקי)
- G -ם שונים שונים מעגלים יותר הוכיחו שלא חייבים להיות יותר (9 נקי)

בהצלחה!