

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבדוק לתת לכם נקודה או שתיים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתיים.

2019

printed

א. נתונים פסוקים α, β כך ש- $\alpha \rightarrow \beta \equiv \alpha \vee \beta$ מכאן נובע: (6 נק')

[1] β הוא טאוטולוגיה.

[2] α הוא טאוטולוגיה.

[3] אף אחת מהטענות הקודמות אינה נכונה.

ב. נתונות קבוצות לא ריקות A, B כך ש- $|A \cup B| = |A \setminus B|$ אז: (7 נק')

[1] $|A| > |B|$ X

[2] $|A| \geq |B|$

[3] אם $|B| = \aleph_0$ אז $|A| > \aleph_0$ X

[4] אם B אינסופית אז $|A| = |B|$ X

ג. נניח ש- G הוא גרף פשוט על 6 צמתים שבו הדרגה של כל צומת היא 4. (6 נק')

[1] G הוא בהכרח מישורי.

[2] G הוא בהכרח לא מישורי.

[3] שתי הטענות הקודמות שגויות.

המשך הבחינה בעמוד הבא

שאלה 2

על הקבוצה $P(\{1,2,3,4\})$ נתונים שני יחסים R, S המוגדרים כך: לכל $A, B \in P(\{1,2,3,4\})$
 ARB אם ורק אם $A \setminus \{1,2\} = B \setminus \{1,2\}$ ו- ASB אם ורק אם $A \setminus \{1,2\} \subset B \setminus \{1,2\}$.
 (הערה לתלמידים מסמסטרים קודמים בלבד: אתם יכולים להשתמש בהגדרה הבאה עבור S :
 ASB אם ורק אם $A = B$ או $A \setminus \{1,2\} \subset B \setminus \{1,2\}$). תלמידי 2019, אנא התעלמו מהערה זו)

- (14 נק') א. קבעו (ללא הוכחה) אם אחד מהיחסים הוא יחס שקילות ואם התשובה חיובית, מיצאו את מחלקות השקילות שלו.
 (13 נק') ב. קבעו (ללא הוכחה) אם אחד היחסים הוא יחס סדר חלקי או מלא ואם התשובה חיובית, מיצאו את האיברים המינימליים והמקסימליים בקבוצה הסדורה שגיליתם.

שאלה 3

- בשאלה זו נתייחס למשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = n$ ולפתרונות שלה בטבעיים.
 (14 נק') א. רישמו פונקציה יוצרת המתאימה למציאת מספר פתרונות המשוואה במקרה ש- x_1, x_2, x_3 הם מספרים זוגיים ו- x_4, x_5, x_6, x_7 הם מספרים אי-זוגיים ומיצאו את המקדם של x^n בפונקציה הזו.
 (13 נק') ב. מיצאו את מספר פתרונות המשוואה שבהם בדיוק שלושה מן הנעלמים הם מספרים זוגיים במקרה ש- $n = 14$.

שאלה 4

- נסמן ב- a_n את קבוצת כל המחרוזות באורך n הכתובות רק בספרות 1,2,3,4,5,6,7, שבהן מימין לכל ספרה זוגית מופיעה בהכרח ספרה אי-זוגית. למשל 12345 ו-53321 הן מחרוזות חוקיות, אבל 2, 32 ו-5443 הן מחרוזות פסולות. את a_0 מגדירים כ-1.
 (7 נק') א. מיצאו בעזרת חישוב ישיר את a_1, a_2 .
 (7 נק') ב. מיצאו יחס נסיגה ל- a_n ובדקו שהערכים של a_0, a_1, a_2 מתאימים ליחס הנסיגה.
 (13 נק') ג. פתרו את יחס הנסיגה וקבלו נוסחה מפורשת עבור a_n .

בעץ T יש 5 עלים ולכל צומת שאינו עלה יש דרגה 3.

(14 נק') א. מיצאו את מספר הצמתים של T . 8

8-2
8 (13 נק') ב. מיצאו את מספר העצים המתוייגים המקיימים את תנאי השאלה.

בהצלחה!

α	β	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \vee \beta$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	F

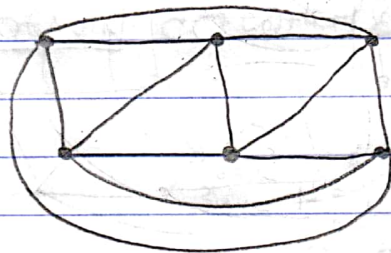
א. [1] אם סביר את

ב. [2] הקובץ שיהיה יכול להיות קוצמית שונה,

וההחלטה שלם לא תהיה, והן יכולה להיות קוצמית שונה

(הקוצמית לא תהיה)

ג. [1] אם יש שם של כל משהי שיש י צומת שמה קצם שונה 5



ד. [2] R. אם יש קצם. נמצא את מחלקי הקולות

$$\Phi = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$$

$$\bar{3} = \{A \setminus \{1,2\} = \{3\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$$

$$\bar{4} = \{A \setminus \{1,2\} = \{4\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{1,2,4\}\}$$

$$\bar{5} = \{A \setminus \{1,2\} = \{3,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}\}$$

ה. S. יחס סדר טבעי. הוא משהו כי ניתן להשוות בין שני איברים, שני איברים יסודיים זהו

$$\{\{1\}, \{2\}, \emptyset, \{1,2\}\}$$

משווים. האיברים המנותלים: כל האיברים

לא יבאו שגם כיום $A \setminus \{1,2\}$ קבוצה ריקה.

האיברים המנותלים: כל האיברים שיתנו לנו אחרי ההחלטה נקבל $\{3,4\}$

$$\{\{3,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}\}$$

הנני מנסה להבין את הבעיה הזו

הבעיה הזו היא בעיה של

$$(1+x^2+x^4+\dots)^3 (1+x^3+x^6+\dots)^4 =$$

$$(1+x^2+x^4+\dots)^3 x^4 (1+x^2+x^4+\dots)^4 =$$

$$\frac{1}{(1-x^2)^3} \cdot \frac{1}{(1-x^2)^4} \cdot x^4 = \frac{1}{(1-x^2)^7} \cdot x^4 = x^4 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \binom{6+k}{k} x^{2k}$$

$$x^4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \binom{6+n}{n} x^{2n}$$

המקרה הראשון

הבעיה הזו היא בעיה של חזרה על עצמה, כלומר x^4 חוזר על עצמו, כלומר $(4-4=0)$, כלומר

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots = 10$$

הבעיה הזו היא בעיה של חזרה על עצמה, כלומר x^4 חוזר על עצמו, כלומר $(4-4=0)$, כלומר $462 \cdot \binom{7}{3} = 462 \cdot 35 = 16170$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \binom{1}{1} = 1$$

$$a_2 = \binom{3}{2} = 3$$

$$a_2 = 28$$

$$a_n = \binom{3}{n} = 12(a_{n-2})$$

$$a_n = \binom{4}{n} = 4 \cdot (a_{n-1})$$

$$a_n = 4(a_{n-1}) + 12(a_{n-2})$$

$$4 \cdot 4 + 12 \cdot 1 = 28$$

הבעיה הזו היא בעיה של חזרה על עצמה

$$x^2 = 4x + 12 = x^2 - 4x - 12$$

$$(x+2)(x-6) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ or } x = 6$$

$$a_n = -2^n A + 6^n B$$

$$1 = A + B$$

$$4 = -2A + 6B$$

$$2 = 2A + 2B$$

$$4 = -2A + 6B$$

$$6 = 8B \Rightarrow B = \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{3}{4}$$

$$1 = A + \frac{3}{4} \Rightarrow A = \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1}{4}$$

$$a_n = (-2)^n \cdot \frac{1}{4} + 6^n \cdot \frac{3}{4}$$