



מספר התלמיד הנבחן
רשום את כל תשע הספרות

הדבק כאן את
מדבקת הנבחן

האוניברסיטה
הפתוחה



כ"ד בשבט תשע"ט

מס' שאלון - 493

30

בינואר 2019

סמסטר 2019 א

מס' מועד 83

20476 / 4

שאלון בחינת גמר

20476 - מתמטיקה בדידה

משך בחינה: 3 שעות

בשאלון זה 3 עמודים

מבנה הבחינה:

בבחינה שני חלקים:

חלק א: שאלת חובה. את התשובה לכל סעיף כתבו במחברת בלבד.

חלק ב: עליכם לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות.
אם תענו על יותר מ-3 שאלות, יחושב הציון לפי 3 התשובות הראשונות.
שימו לב:

- * בחלק ב יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה.
- * מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד, וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים". אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
- * אם ברצונכם להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליכם לחזור ולהוכיחן.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים של אותה שאלה, גם אם לא פתרתם אותם.

חומר עזר:

כל חומר עזר מותר בשימוש. אפשר להשתמש במחשבון מדעי.
אסור בשימוש כל מכשיר אלקטרוני שבאמצעותו ניתן לאצור מידע
לרבות מכשיר טלפון נייד, מחשב נישא, שעון חכם וכד'.

בהצלחה !!!

אינכם חייבים

להחזיר את השאלון לאוניברסיטה הפתוחה



חלק א': שאלת חובה (19 נקודות)

שאלה 1

בחרו את התשובה הנכונה בכל סעיף. רשמו את התשובות בתוך המחברת.

בשאלה זו בלבד אין צורך בהוכחה. אפשר (לא חובה) לתת הסבר קצר: כמה מלים, לא יותר משתי שורות. הסבר עשוי לאפשר לבודק לתת לכם נקודה או שתיים גם אם בחרתם תשובה לא נכונה. מצד שני, הסבר שגוי בצורה קיצונית עלול להביא להורדה של נקודה או שתיים. (6 נק') א. את הפסוק "לכל מספר שגדול או שווה 0 קיים שורש ריבועי" ניתן להצדיק כך:

$$\forall x((x \geq 0) \wedge \exists y(y^2 = x)) \quad [1]$$

$$\forall x((x < 0) \rightarrow \forall y(y^2 \neq x)) \quad [2]$$

$$\forall x((x < 0) \vee (\neg \forall y(y^2 \neq x))) \quad [3]$$

ב. מסמנים ב- \mathbb{N} את קבוצת המספרים הטבעיים ב- \mathbb{Q} את קבוצת המספרים

הרציונליים וב- \mathbb{R} היא קבוצת המספרים הממשיים.

נתונה סדרה של קבוצות **בנות מניה וזרות זו לזו** של מספרים ממשיים $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$. אז:

$$\mathbb{N} \subseteq \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \quad [1]$$

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \neq \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\} \quad [2]$$

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\} - \mathbb{Q} \quad \text{ייתכן ש-} \mathbb{Q} \quad [3]$$

$$\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) \cap \mathbb{Q} \neq \emptyset \quad [4]$$

ג. G הוא גרף **מישורי פשוט** על 5 צמתים שבו הדרגה של כל צומת היא גדולה מ-2. (6 נק')

אז:

[1] קיים גרף G המקיים את נתוני השאלה שהוא דו-צדדי

[2] קיימים לפחות שני צמתים שהם בעלי דרגה 3

[3] קיים ב- G מסלול אוילר שאינו מעגל

חלק ב': ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות

משקל כל שאלה 27 נקודות. משקל חלק ב' כולו: 81 נקודות

שאלה 2

- נתונה $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. על הקבוצה $B = A \times A$ מגדירים יחס R כך:
- (a,b)R(c,d) אם ורק אם $a \leq c$ ו- $b|d$ (כלומר b מחלק את d ללא שארית)
- 6 נק' א. הוכיחו ש- R הוא סדר חלקי מעל $B = A \times A$.
- 7 נק' ב. מיצאו את האיבר הקטן ביותר ב- B לגבי הסדר החלקי R (יש כזה!). ומיצאו את כל האיברים של B המכסים את האיבר הקטן ביותר.
- 7 נק' ג. מיצאו את כל האיברים $(a,b) \in B$ כך ש- $(a,b)R(3,3)$.
- 7 נק' ד. מיצאו את כל האיברים המקסימליים ב- B לגבי הסדר החלקי R .

שאלה 3

- מפזרים 13 כדורים זהים ב- 6 תאים שונים.
- 13 נק' א. מיצאו את מספר הפיזורים שבהם שלושת התאים הראשונים מכילים ביחד לפחות 10 כדורים.
- 14 נק' ב. מיצאו את מספר הפיזורים שבהם אין אף תא שבו 3 כדורים בדיוק.

שאלה 4

- נתונה $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. בשאלה זו נתייחס לפונקציות המוגדרות על A (כל הפונקציות בשאלה הן פונקציות מלאות כלומר מוגדרות על כל איברי התחום A).
- 9 נק' א. מיצאו את מספר הפונקציות $f : A \rightarrow \{2, 3, 4\}$ המקבלות כל ערך $i \in \{2, 3, 4\}$ בדיוק i פעמים.
- 9 נק' ב. מיצאו את מספר הפונקציות $f : A \rightarrow \{2, 3, 4, 5, 6\}$ המקבלות כל אחד מהערכים 2, 3, 4 בדיוק פעמיים.
- 9 נק' ג. מיצאו את מספר הפונקציות החד-חד-ערכיות $f : A \rightarrow A$ המקיימות את התנאי: $\{f(1), f(2), f(3)\} \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$

שאלה 5

- בשאלה זו נתייחס לכל העצים בעלי 7 צמתים המתוייגים במספרים 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- 9 נק' א. מיצאו את העץ בעל סדרת פרופר (2, 2, 3, 4, 4).
- 9 נק' ב. האם העץ שמצאתם בסעיף א' והעץ בעל סדרת פרופר (2, 2, 2, 3, 4) הם איזומורפיים כגרפים לא מתוייגים? נמקו את התשובה.
- (הערה: כדי להשיב על השאלה אין הכרח למצוא את העץ בעל סדרת פרופר (2, 2, 2, 3, 4))
- 9 נק' ג. מיצאו את מספר העצים שבהם העלים הם 1, 2, 3 בלבד.