# בחינה 2015א מועד א ראשון (מועד 84)

## שאלה 1

1. לפי הגדרת הקשר הלוגי הביטוי מתקיים או כאשר A שקר או כאשר A אמת וגם B אמת

לכך כל האיברים שלא נמצאים בקבוצה A (*) ואלו שנמצאים גם ב A וגם ב B () מקיימים את הביטוי :*

לכך תשובה [5] היא הנכונה.

1. קבוצת כל הסדרות בנות שני איברים של A היא: . קבוצת כל הקבוצות החלקיות לקבוצה היא

לפי משפט 5.23 לפי הגדרה 5.14 (כפל עוצמות) לפי שאלה 5.4

ולכך

לפי טענה 5.15 (*) :*

*לכך תשובה [3] היא הנכונה*

1. *לפי הגדרת יער הרי הוא אוסף של עצים*

*לפי משפט 2.5-4. - בעץ מספר הקשתות() הוא -*

*נגדיר:* , -המצמתים של עץ ביער ו הקשתות של עץ ביער

לכך:

כיוון שמספר העצים ביער הוא 10 כיוון שיער הוא גרף שכל רכיב בו הוא עץ. יש ביער G 10 רכיבי קשירויות

ולכך התשובה היא: [4]

## שאלה 2

1. סדר חלקי הרי הוא: רפלקסיבי, טרנזיטיבי ואנטי סימטרי

לפי הגדרת אנטי סימטרי היא

אפשר למצוא רלציה שהיא גם טרנזיטיבית וגם ישנם איברים כך שלמרות ש*,*

*כדוגמת שהרי היא טרנזיטיבית כיוון ש*

*ולמרות זאת* קיים כך ש*.*

*כל קבוצה K שתכיל את R תכיל גם את*

*ולכך K איננה אנטי סימטרית. ולכך איננה סדר חלקי למרות שR טרנזטיבי*

1. סדר חלקי הרי הוא: רפלקסיבי, טרנזיטיבי ואנטי סימטרי

*קיימת רלציה אנטי סימטרית שאיננה סדר חלקי וכל רלציה K שמכילה אותה איננה סדר חלקי.*

*כדוגמת . שהיא אנטי סימטרית כיוון ש (לפי הגדרת אנטי סימטריות)*

*נניח שקיים כך ש K הוא סדר חלקי כיוון ש K צריך להיות סמטרי לפי הגדרת הסגור של רפלקסיביות*

*כיוון ש K צריך להיות טרנזטיבי לפי הגדרת הסגור הטרנזיטיבי*

*אם כן K מכיל אף ש ולכך איננו אנטי סימטרי*

*ולכך איננו סדר חלקי למרות שהוא טרנזטיבי.*

## שאלה 3

1. על מנת להגיע מstart לend צריך ללכת 9 צעדים ימינה ו9 למעלה

לפי שאלה 2.81 מספר המסלולים השונים הוא

1. נפתור באמצעות עיקרון ההכלה וההפרדה

A-האפשרויות לעבור ב(3,3) B- האפשרויות לעבור ב(6,3) C- האפשרויות לעבור ב(6,6)

: מספר הדרכים ללכת 3 למעלה ו3 ימינה (מstart ל(3,3) ומ(3,3) ל(6,6) ומ(6,6) לend)

*:* מספר הדרכים ללכת 6 למעלה ו6 ימינה (מstart ל(6,6) ומ(3,3) לend)

*:* מספר הדרכים ללכת 3 למעלה ו6 ימינה ומספר האפשרויות 6 למעלה ו3 ימינה (מstart ל(6,3) ומ(6,3) לend)

: מספר האפשריות ללכת 3 ימינה ומספר האפשרויות ל3 שמאלה (מ(3,3) ל(6,3) ומ(6,3) ל(6,6) )

*:לפי הסעיף הקודם*

## שאלה 4

1. מספר הפונקציות עבור הוא כפול מספר האפשרויות לבחירת מ הסכום הוא:
2. עבור כל איבר ב A אפשר לקשר אותו לאחד האיברים בA או שהוא לא קיים בX- לכך יש אפשרויות. וכיוון שלכל איבר בA יש את מספר האפשרויות הללו. סה"כ מספר האפשרויות הוא
3. לפי הבינום של ניוטון

## שאלה 5

1. מספר הצמתים השכנים לכל צומת הם בחירה של שני מקומות שיהיו נבדלים.

מספר האפשרויות לבחירה הם: ולכך מספר הקשתות השכנות הוא 6

ולכך הדרגה של כל צומת היא 6

1. נבחר צומת כל שהיא בגרף. נתייחס לצומת השכנה ל כ הצומת נבדלת מ בשתי מקומות . הצומת נתייחס לצומת השכנה ל כ , נבדל מ בשתי מקומות.

אם שתי המקומות הנבדלים ב הם i,j הרי הוא הצומת .

אם הם שונים מi,j אז נבדל מ ב4 מקומות

אם אחד מהם הוא i אוj מספר המקומות הנבדלים מ עולה באחד ויורד באחד ולכך נשאר 2.

האיבר אם הוא נבדל מ *בשתי מקומות השכנים שלא הרי הם כשכנים של ואם הוא נבדל בארבע מקומות מ השכנים שלו נבדלים בשתי מקומות והשכנים שלהם הרי הם כשכנים של*

*לכך מוכח שיש מסלול מ רק לצמתים שנבדלים ממנו או ב2 מקומות או ב4. אך לנבדלים ב1 או 3 אין ולכך אין מסלול בין כל האיברים וG אינו קשיר.*

1. *ע"פ משפט 1.6 גרף הוא דו"צ רק אם אין בו מעגל אי זוגי. כיוון שקיימים בגרף G מעגלים אי זוגיים כדוגמת: שכל אחד שונה מהבא אחריו בשתי מקומות, מוכח שהגרף אינו דו"צ*
2. *מספר הקשתות בגרף:*

*לפי מסקנה 5.4 מספר* הקשתות המקסימלי בגרף מישורי פשוט הוא

נניח ש G הוא מישורי לפי זה  *כיוון שאין זה נכון מוכח שG אינו מישורי*