**יש חשיבות לסדר = פרמוטציה**

"מחשיבים" שתי קבוצות עם אותם איברים וסדר שונה

2 זוגות סדורים

**תמורה בלי חזרות:**

כמה דרכים יש לסדר n=3 דברים שונים בשורה?

**פרמוטציה בלי חזרות:**

nמספר האפשרויות לבחור איבר אחד מקבוצה בגודל נותר שר בלי-תיק יחיד מחוץ להגרלה

כמה דרכים יש לסדר k אותיות שונות מתוך n בלי החזרה, עם חשיבות לסדר?

לסדר k=2 אותיות שונות מתוך n=3 בלי החזרה, עם חשיבות לסדר:   
 ~~AA~~ AB AC  
 BA ~~BB~~ BC  
 CA CB ~~CC~~

**סידור עם חזרות:**

כמה דרכים יש לסדר n דברים שונים (מובדלים) כשבתוכם אי אפשר להבדיל בין מסוג 1, …, מסוג k?

כמה דרכים אפשריות מקואורדינטה ?

כמה מספרים גדולים מ 5,000,000 אפשר לבנות עם 7 המספרים 3,4,4,5,5,6,7?

**בחירה עם** **חזרות:**

כמה דרכים יש לסדר k עצמים מתוך n עם החזרה, עם חשיבות לסדר?

לסדר k=2 מתוך n=3 אותיות עם החזרה:   
 AA AB AC  
 BA BB BC  
 CA CB CC

סכום מקדמי הפיתוח של

כמה דרכים לחלק k=2 עצמים שונים (מובדלים) בתוך n=3 תאים שונים (מובדלים)?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  | △○ |
| 2 |  | △○ |  |
| 3 | △○ |  |  |
| 4 | ○ | △ |  |
| 5 | △ | ○ |  |
| 6 | ○ |  | △ |
| 7 | △ |  | ○ |
| 8 |  | ○ | △ |
| 9 |  | △ | ○ |

**אין חשיבות לסדר = קומבינציה**

לא "מחשיבים" תוכן זהה עם סדר שונה

רק התוכן משנה. קבוצה אחת:

**קומבינציה בלי חזרות:**

כמה דרכים לבנות וועד של k מתוך n אנשים שונים?

כמה דרכים לבחור 2 אותיות מתוך 3?

כמה תתי-קבוצות בגודל k יש לקבוצה בגודל n? *בגלל*

כמה דרכים לחלק n עצמים שונים (מובדלים) לתוך k תאים שונים (מובדלים) כך ש עצמים בתוך תא 1, עצמים בתוך תא 2, … בתא k?

כמה דרכים לחלק ל שחקנים קלפים: קלפים לשחקן אחד, קלפים לשחקן שני, קלפים לשחקן , מחפיסה של קלפים?

**קומבינציה עם חזרות | פיזור עצמים זהים לקופסאות שונות:**

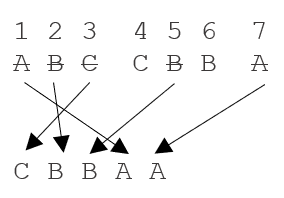
מהו מס' הפתרונות למשוואה בטבעיים כאשר ?

לשים לב: המספר 5 מורכב מחמש אחדות לא מובדלים

מהו מס' הפתרונות למשוואה כאשר ? לשים 5 ספרים על 3 מדפים כשעל מדף אחד יש לפחות 2

כמה דרכים יש לפזר k=5 דברים זהים (לא מובדלים) לתוך n=3 תאים שונים (מובדלים)?

1 2 3 4 5 6 7

כמה דרכים יש לבחור k=5 עצמים שונים מתוך n=3 עם החזרה? 

מספר האיברים בפיתוח של ?

כמה אפשרויות לבחור k עצמים מתוך n קבוצות של עצמים כאשר כל העצמים מקבוצה מסויימת זהים?

**פיזור עצמים שונים לקופסאות לא מובדלות:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **קופסאות מובדלות** | **קופסאות לא-מובדלות** |
| **עצמים מובדלים** | |  |  |  | | --- | --- | --- | | AB |  |  | | BA | |  | AB |  | | BA | |  |  | AB | | BA | | A | B |  | | B | A | |  | A | B | | B | A | | A |  | B | | B | A | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | AB |  |  | | BA | |  | AB |  | | BA | |  |  | AB | | BA | | A | B |  | | B | A | |  | A | B | | B | A | | A |  | B | | B | A | |
| **עצמים לא-מובדלים** | OO|| ||OO O|O| |O|O |OO| O||O |  |

**עצמים שונים עצמים לא-מובדלים קופסאות שונות**

יש הבדל בין לבין יש הבדל בין לבין

יש הבדל בין לבין *יש הבדל בין* ◯◯◯ *לבין ◯◯◯*

**מקבילים**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ab ac bc | a b c | ◯◯ | ◯ | aab aba baa |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| abc abd acd bcd | a b c d | ◯◯◯ | ◯ | aa ab ba bb | aaab aaba abaa baaa |
| **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ◯◯◯◯ | ◯ | aaaab aaaba aabaa abaaa baaa |
| **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ab ac ad bc bd cd | a b c d e f | ◯◯ | ◯◯◯◯◯ | ab ba ac ca bc cb | abc acb bac bca cab cba | aabb abab abba baba bbaa baab |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**הבינום של ניוטון**

**עקרון ההכלה וההפרדה**

**פונקציות יוצרות**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | # |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 1 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 2 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 3 |
|  |  |  |  |  | 4 |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  | 5 |
|  |  |  |  |  | 6 |
|  |  |  |  |  | 7 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 9 |
|  |  |  |  |  | *8* |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 10 |
|  |  |  |  |  | 11 |

1. לבטא איברים של משווה כלשהי בעזרת פונקציה יוצרת:
2. להפוך את לצורה סגורה בעזרת טבלה למעלה
3. למצוא את מספר פתרונות המשוואה כאשר : למצוא את המקדם של בפיתוח הפונקציה היוצרת בצורתה הסגורה

**N** = {0*,* 1*,* 2*,* 3*,* …}*,* the set of all **natural numbers   
Z** = {… *,* −2*,* −1*,* 0*,* 1*,* 2*,* …}*,* the set of all **integers**

**Z**+ = {1*,* 2*,* 3*,* …}*,* the set of all **positive integers**

**Q** = {*p*∕*q* ∣ *p* ∈ **Z***, q* ∈ **Z***,* and *q* ≠ 0}, the set of all **rational numbers**

**R***,* the set of all **real numbers**

**R**+, the set of all **positive real numbers**

**C***,* the set of all **complex numbers**.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1**: P(**1**,**1**)  **2**: P(**2**,**1**), P(**2**,**2**)  **3**: P(**3**,**1**)  **4**: P(**4**,**1**)  **5**: P(**5**,**1**)  **6**: P(**3**,**2**), P(**3**,**3**), P(**6**,**1**)  **7**: P(**7**,**1**)  **8**: P(**8**,**1**)  **9**: P(**9**,**1**)  **12**: P(**4**,**2**)  **20**: P(**5**,**2**)  **24**: P(**4**,**3**), P(**4**,**4**)  **30**: P(**6**,**2**)  **42**: P(**7**,**2**)  **56**: P(**8**,**2**)  **60**: P(**5**,**3**)  **72**: P(**9**,**2**)  **120**: P(**5**,**4**), P(**5**,**5**), P(**6**,**3**)  **210**: P(**7**,**3**)  **336**: P(**8**,**3**)  **360**: P(**6**,**4**)  **504**: P(**9**,**3**)  **720**: P(**6**,**5**), P(**6**,**6**)  **840**: P(**7**,**4**)  **1680**: P(**8**,**4**)  **2520**: P(**7**,**5**)  **3024**: P(**9**,**4**)  **5040**: P(**7**,**6**), P(**7**,**7**)  **6720**: P(**8**,**5**)  **15120**: P(**9**,**5**)  **20160**: P(**8**,**6**)  **40320**: P(**8**,**7**), P(**8**,**8**)  **60480**: P(**9**,**6**)  **181440**: P(**9**,**7**)  **362880**: P(**9**,**8**), P(**9**,**9**) | P(**1**,**1**): **1**  P(**2**,**1**): **2**  P(**2**,**2**): **2**  P(**3**,**1**): **3**  P(**3**,**2**): **6**  P(**3**,**3**): **6**  P(**4**,**1**): **4**  P(**4**,**2**): **12**  P(**4**,**3**): **24**  P(**4**,**4**): **24**  P(**5**,**1**): **5**  P(**5**,**2**): **20**  P(**5**,**3**): **60**  P(**5**,**4**): **120**  P(**5**,**5**): **120**  P(**6**,**1**): **6**  P(**6**,**2**): **30**  P(**6**,**3**): **120**  P(**6**,**4**): **360**  P(**6**,**5**): **720**  P(**6**,**6**): **720**  P(**7**,**1**): **7**  P(**7**,**2**): **42**  P(**7**,**3**): **210**  P(**7**,**4**): **840**  P(**7**,**5**): **2520**  P(**7**,**6**): **5040**  P(**7**,**7**): **5040**  P(**8**,**1**): **8**  P(**8**,**2**): **56**  P(**8**,**3**): **336**  P(**8**,**4**): **1680**  P(**8**,**5**): **6720**  P(**8**,**6**): **20160**  P(**8**,**7**): **40320**  P(**8**,**8**): **40320**  P(**9**,**1**): **9**  P(**9**,**2**): **72**  P(**9**,**3**): **504**  P(**9**,**4**): **3024**  P(**9**,**5**): **15120**  P(**9**,**6**): **60480**  P(**9**,**7**): **181440**  P(**9**,**8**): **362880**  P(**9**,**9**): **362880** | **1**: C(**1**,**1**), C(**2**,**2**), C(**3**,**3**), …  **2**: C(**2**,**1**)  **3**: C(**3**,**1**), C(**3**,**2**)  **4**: C(**4**,**1**), C(**4**,**3**)  **5**: C(**5**,**1**), C(**5**,**4**)  **6**: C(**4**,**2**), C(**6**,**1**), C(**6**,**5**)  **7**: C(**7**,**1**), C(**7**,**6**)  **8**: C(**8**,**1**), C(**8**,**7**)  **9**: C(**9**,**1**), C(**9**,**8**)  **10**: C(**5**,**2**), C(**5**,**3**), C(**10**,**1**), C(**10**,**9**)  **15**: C(**6**,**2**), C(**6**,**4**)  **20**: C(**6**,**3**)  **21**: C(**7**,**2**), C(**7**,**5**)  **28**: C(**8**,**2**), C(**8**,**6**)  **35**: C(**7**,**3**), C(**7**,**4**)  **36**: C(**9**,**2**), C(**9**,**7**)  **45**: C(**10**,**2**), C(**10**,**8**)  **56**: C(**8**,**3**), C(**8**,**5**)  **70**: C(**8**,**4**)  **84**: C(**9**,**3**), C(**9**,**6**)  **120**: C(**10**,**3**), C(**10**,**7**)  **126**: C(**9**,**4**), C(**9**,**5**)  **210**: C(**10**,**4**), C(**10**,**6**)  **252**: C(**10**,**5**) | C(**1**,**1**): **1**  C(**2**,**1**): **2**  C(**2**,**2**): **1**  C(**3**,**1**): **3**  C(**3**,**2**): **3**  C(**3**,**3**): **1**  C(**4**,**1**): **4**  C(**4**,**2**): **6**  C(**4**,**3**): **4**  C(**4**,**4**): **1**  C(**5**,**1**): **5**  C(**5**,**2**): **10**  C(**5**,**3**): **10**  C(**5**,**4**): **5**  C(**5**,**5**): **1**  C(**6**,**1**): **6**  C(**6**,**2**): **15**  C(**6**,**3**): **20**  C(**6**,**4**): **15**  C(**6**,**5**): **6**  C(**6**,**6**): **1**  C(**7**,**1**): **7**  C(**7**,**2**): **21**  C(**7**,**3**): **35**  C(**7**,**4**): **35**  C(**7**,**5**): **21**  C(**7**,**6**): **7**  C(**7**,**7**): **1**  C(**8**,**1**): **8**  C(**8**,**2**): **28**  C(**8**,**3**): **56**  C(**8**,**4**): **70**  C(**8**,**5**): **56**  C(**8**,**6**): **28**  C(**8**,**7**): **8**  C(**8**,**8**): **1**  C(**9**,**1**): **9**  C(**9**,**2**): **36**  C(**9**,**3**): **84**  C(**9**,**4**): **126**  C(**9**,**5**): **126**  C(**9**,**6**): **84**  C(**9**,**7**): **36**  C(**9**,**8**): **9**  C(**9**,**9**): **1**  C(**10**,**1**): **10**  C(**10**,**2**): **45**  C(**10**,**3**): **120**  C(**10**,**4**): **210**  C(**10**,**5**): **252**  C(**10**,**6**): **210**  C(**10**,**7**): **120**  C(**10**,**8**): **45**  C(**10**,**9**): **10**  C(**10**,**10**): **1** | D(**1**,**1**): **1**  D(**1**,**2**): **1**  D(**1**,**3**): **1**  D(**1**,**4**): **1**  D(**1**,**5**): **1**  D(**1**,**6**): **1**  D(**1**,**7**): **1**  D(**1**,**8**): **1**  D(**1**,**9**): **1**  D(**1**,**10**): **1**  D(**2**,**1**): **2**  D(**2**,**2**): **3**  D(**2**,**3**): **4**  D(**2**,**4**): **5**  D(**2**,**5**): **6**  D(**2**,**6**): **7**  D(**2**,**7**): **8**  D(**2**,**8**): **9**  D(**2**,**9**): **10**  D(**2**,**10**): **11**  D(**3**,**1**): **3**  D(**3**,**2**): **6**  D(**3**,**3**): **10**  D(**3**,**4**): **15**  D(**3**,**5**): **21**  D(**3**,**6**): **28**  D(**3**,**7**): **36**  D(**3**,**8**): **45**  D(**3**,**9**): **55**  D(**3**,**10**): **66**  D(**4**,**1**): **4**  D(**4**,**2**): **10**  D(**4**,**3**): **20**  D(**4**,**4**): **35**  D(**4**,**5**): **56**  D(**4**,**6**): **84**  D(**4**,**7**): **120**  D(**4**,**8**): **165**  D(**4**,**9**): **220**  D(**4**,**10**): **286**  D(**5**,**1**): **5**  D(**5**,**2**): **15**  D(**5**,**3**): **35**  D(**5**,**4**): **70**  D(**5**,**5**): **126**  D(**5**,**6**): **210**  D(**5**,**7**): **330**  D(**5**,**8**): **495**  D(**5**,**9**): **715**  D(**5**,**10**): **1001**  D(**6**,**1**): **6**  D(**6**,**2**): **21**  D(**6**,**3**): **56**  D(**6**,**4**): **126**  D(**6**,**5**): **252**  D(**6**,**6**): **462**  D(**6**,**7**): **792** | D(**6**,**8**): **1287**  D(**6**,**9**): **2002**  D(**6**,**10**): **3003**  D(**7**,**1**): **7**  D(**7**,**2**): **28**  D(**7**,**3**): **84**  D(**7**,**4**): **210**  D(**7**,**5**): **462**  D(**7**,**6**): **924**  D(**7**,**7**): **1716**  D(**7**,**8**): **3003**  D(**7**,**9**): **5005**  D(**7**,**10**): **8008**  D(**8**,**1**): **8**  D(**8**,**2**): **36**  D(**8**,**3**): **120**  D(**8**,**4**): **330**  D(**8**,**5**): **792**  D(**8**,**6**): **1716**  D(**8**,**7**): **3432**  D(**8**,**8**): **6435**  D(**8**,**9**): **11440**  D(**8**,**10**): **19448**  D(**9**,**1**): **9**  D(**9**,**2**): **45**  D(**9**,**3**): **165**  D(**9**,**4**): **495**  D(**9**,**5**): **1287**  D(**9**,**6**): **3003**  D(**9**,**7**): **6435**  D(**9**,**8**): **12870**  D(**9**,**9**): **24310**  D(**9**,**10**): **43758**  D(**10**,**1**): **10**  D(**10**,**2**): **55**  D(**10**,**3**): **220**  D(**10**,**4**): **715**  D(**10**,**5**): **2002**  D(**10**,**6**): **5005**  D(**10**,**7**): **11440**  D(**10**,**8**): **24310**  D(**10**,**9**): **48620**  D(**10**,**10**): **92378** | **1**: D(**1**,**1**), D(**1**,**2**), D(**1**,**3**), …  **2**: D(**2**,**1**)  **3**: D(**2**,**2**), D(**3**,**1**)  **4**: D(**2**,**3**), D(**4**,**1**)  **5**: D(**2**,**4**), D(**5**,**1**)  **6**: D(**2**,**5**), D(**3**,**2**), D(**6**,**1**)  **7**: D(**2**,**6**), D(**7**,**1**)  **8**: D(**2**,**7**), D(**8**,**1**)  **9**: D(**2**,**8**), D(**9**,**1**)  **10**: D(**2**,**9**), D(**3**,**3**), D(**4**,**2**), D(**10**,**1**)  **11**: D(**2**,**10**)  **15**: D(**3**,**4**), D(**5**,**2**)  **20**: D(**4**,**3**)  **21**: D(**3**,**5**), D(**6**,**2**)  **28**: D(**3**,**6**), D(**7**,**2**)  **35**: D(**4**,**4**), D(**5**,**3**)  **36**: D(**3**,**7**), D(**8**,**2**)  **45**: D(**3**,**8**), D(**9**,**2**)  **55**: D(**3**,**9**), D(**10**,**2**)  **56**: D(**4**,**5**), D(**6**,**3**)  **66**: D(**3**,**10**)  **70**: D(**5**,**4**)  **84**: D(**4**,**6**), D(**7**,**3**)  **120**: D(**4**,**7**), D(**8**,**3**)  **126**: D(**5**,**5**), D(**6**,**4**)  **165**: D(**4**,**8**), D(**9**,**3**)  **210**: D(**5**,**6**), D(**7**,**4**)  **220**: D(**4**,**9**), D(**10**,**3**)  **252**: D(**6**,**5**)  **286**: D(**4**,**10**)  **330**: D(**5**,**7**), D(**8**,**4**)  **462**: D(**6**,**6**), D(**7**,**5**)  **495**: D(**5**,**8**), D(**9**,**4**)  **715**: D(**5**,**9**), D(**10**,**4**)  **792**: D(**6**,**7**), D(**8**,**5**)  **924**: D(**7**,**6**)  **1001**: D(**5**,**10**)  **1287**: D(**6**,**8**), D(**9**,**5**)  **1716**: D(**7**,**7**), D(**8**,**6**)  **2002**: D(**6**,**9**), D(**10**,**5**)  **3003**: D(**6**,**10**), D(**7**,**8**), D(**9**,**6**)  **3432**: D(**8**,**7**)  **5005**: D(**7**,**9**), D(**10**,**6**)  **6435**: D(**8**,**8**), D(**9**,**7**)  **8008**: D(**7**,**10**)  **11440**: D(**8**,**9**), D(**10**,**7**)  **12870**: D(**9**,**8**)  **19448**: D(**8**,**10**)  **24310**: D(**9**,**9**), D(**10**,**8**)  **43758**: D(**9**,**10**)  **48620**: D(**10**,**9**)  **92378**: D(**10**,**10**) |