|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| מתמטיקה דיסקרטית 20283 | פתרון ממ"ן 15 | סתיו 2009א |

תשובה 1

א. לפי שאלה 3.19 בעמ' 91 בכרך "תורת הקבוצות": כמספר הדרכים לסדר 8 עצמים שונים בשורה. לפי "קומבינטוריקה", בראש עמ' 23 , מספר זה הוא  .

ב. כמספר הדרכים לבחור 3 מתוך 8 עצמים שונים, ללא חזרות וללא חשיבות לסדר:



ג. ב.ה.כ. (בלי הגבלת כלליוּת) נניח ש-  .

בחירת פונקציה מ- B הזו ל- A שקולה לבחירת **סדרה** של 3 איברים מתוך A (מדוע?).

פונקציה מ- B ל- A היא חד-חד-ערכית אםם כל איברי הסדרה המתאימה שונים זה מזה.

לכן מספר הפונקציות החד-חד-ערכיות של B ל- A הוא כמספר הדרכים לבחור 3 מתוך 8 עצמים שונים, **ללא חזרות ועם חשיבות לסדר**:  .

ד. : ר' "קומבינטוריקה" שאלה 1.32 בעמ' 17.

ה.  . הסבר למכנה: חילקנו בסידורים הפנימיים בכל אחת מהמחלקות, וכן בהחלפה בין שתי המחלקות בגודל 3. ראו שאלה 2.28 בעמ' 37 בספר (הנוסחה השניה בשאלה - ר' ההסבר עבורה בעמ' 157) ושאלה 2.29 באותם עמודים.

תשובה 2

א. : ר' שאלה 2.41 בעמ' 43 בספר, והדיון הכללי שבעקבותיה.

ב. אם שתי הספרות הללו חייבות להופיע צמודות, **נתייחס אליהן כאל תו בודד**.

בנוסף, מכיון שהן זהות, אין משמעות להחלפת הסדר בין שתי ההופעות של 2.

יש לנו אפוא 9 תוים, מ- 4 סוגים שונים, כשהכמויות מהסוגים השונים הן: 4+3+1+1 .

מכאן, בדומה לגמרי לסעיף הקודם, מספר הסידורים הוא  .

ג. נוריד מתוצאת הסעיף הקודם את הסידורים בהם מופיע הרצף 333 .

אם **מופיע** הרצף 333, נראה אותו כתו בודד. בהנחה שגם 22 מופיע, יש לנו 7 תוים שונים,

מהם 4 זהים ועוד 3 שונים.   
לכן מספר הסידורים בהם **מופיע** הרצף 22 **ומופיע** גם 333 הוא:  .

מספר הסידורים בהם **מופיע** הרצף 22 **ולא מופיע** 333 הוא אפוא:  
 .

תשובה 3

א. מדובר בבחירה של 10 עצמים מתוך 3 סוגים, כאשר עצמים מאותו סוג נחשבים זהים

(עמ' 49 בספר). מספר האפשרויות לכך הוא .

ב. עלינו להוריד מתוצאת הסעיף הקודם את הבחירות שאינן אפשריות כעת עקב הגבלת

מספר הכדורים:

כל הכדורים אדומים (אפשרות אחת), 9 כדורים אדומים (2 אפשרויות לכדור הנותר),

כל הכדורים סגולים (אפשרות אחת), 9 כדורים סגולים (2 אפשרויות לכדור הנותר),

כל הכדורים לבנים (אפשרות אחת), 9 כדורים לבנים (2 אפשרויות לכדור הנותר),

8 כדורים לבנים (3 אפשרויות לשני הכדורים הנותרים: אדום-אדום, סגול-סגול, אדום-סגול). סך האפשרויות הפסולות: 12.

מכאן, מספר הדרכים המותרות: .

ג. אם כל צבע צריך להיבחר לפחות פעם אחת, נקח כדור אחד מכל צבע.

נותר לנו לבחור 7 כדורים מתוך 7 אדומים, 7 סגולים, 6 לבנים.

החישוב דומה לסעיפים א, ב, כאשר הפעם יש רק אפשרות אחת פסולה: בחירת 7 כדורים לבנים. מספר הדרכים:  .

תשובה 4

אף אחד מהמשתנים אינו שווה 0 ואינו שווה 1 , כלומר במלים אחרות:

כל המשתנים גדולים/ שווים 2. לכן נציב  (),

ונקבל  ,

כלומר  , כאשר  הם טבעיים כלשהם, שהתנאי היחיד לגביהם הוא התנאי על הזוגיוּת, בו נטפל כעת.

בדיוק 3 מהמשתנים המקוריים היו זוגיים, ולכן בדיוק 3 מהמשתנים החדשים הם זוגיים (חיסור 2 ממספר אינו משנה את הזוגיות שלו). יש  דרכים לבחור את 3 המשתנים הזוגיים מתוך 6 המשתנים.

לאחר שבחרנו אותם, נניח ב.ה.כ. (בלי הגבלת כלליות) שאֵלה הם 3 המשתנים הראשונים.

נסמן אפוא:  (),  ().

נקבל  ,

כלומר  , כאשר  הם טבעיים **ללא כל הגבלה**.

מספר הפתרונות של משוואה כזו חושב בסעיף 2.4 , והוא  .

את זה עלינו לכפול במספר הדרכים לבחור מי יהיו המשתנים הזוגיים, שהוא כאמור 20.

תשובה סופית:  .

איתי הראבן