**ממ"ן 11 – מתמטיקה בדידה סמסטר קיץ 2016ג**

משה חמיאל  
ת"ז 308238716

**שאלה 1**

1. וגם

**שאלה 2**

1. נוכיח את הטענה

נשתמש בזהות שבעמוד 23 בספר:

ושוב באותה זהות:

לפי אסוציאטיביות החיתוך:

לפי אידמפוטנטיות החיתוך (עמ' 15 בספר) :

ושוב לפי הזהות :

מה שהיה להוכיח.

1. נוכיח :

נשתמש בזהות שבעמוד 23 בספר:

לפי כלל דה-מורגן שבעמ' 23 בספר :

לפי הגדרת , , ולכן:

לפי האסוציאטיביות של האיחוד:

ולפי חוקי הספיגה (עמ' 19 בספר), ולכן:

מה שהיה להוכיח

1. הטענה אינה נכונה.

נוכיח לפי הדוגמא הבאה:

לעומת זאת:

**שאלה 3**

1. נוכיח את הטענה הבאה:

אם אז

נבצע בשני האגפים הפרש סימטרי עם A:

לפי האסוציאטיביות של ההפרש הסימטרי  
שהוכחנו בספר בשאלה 1.22 שבעמ' 27:

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי בין קבוצה  
לעצמה שבאותה שאלה הנ"ל שבעמ' 27:

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי עם הקבוצה  
הריקה שבאותה שאלה הנ"ל שבעמ' 27:

מה שהיה להוכיח

1. נוכיח את הטענה הבאה:

אם ורק אם

*צד א'*

נבצע בשני האגפים הפרש סימטרי עם A:

לפי לא רק אלא גם קומוטטיביות = חילופיות האסוציאטיביות של הפרש הסימטרי:

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי בין קבוצה  
לעצמה :

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי עם הקבוצה  
הריקה :

צד ב':

נבצע בשני האגפים הפרש סימטרי עם B:

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי בין קבוצה  
לעצמה :

מה שהיה להוכיח

1. נוכיח את הטענה הבאה:

אם ורק אם

צד א':

נבצע בשני האגפים הפרש סימטרי עם B:

*לפי הגדרת ההפרש הסימטרי* ,

, ולכן:

לפי הזהות :

לפי הגדרת המשלים,  *ולכן   
מכאן:*

*מתכונות האיחוד, איחוד עם הקבוצה הריקה  
, ולכן:*

*חיתוך עם הקבוצה האוניברסלית*

*ולכן:*

לפי האסוציאטיביות של הפרש הסימטרי:

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי בין קבוצה  
לעצמה :

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי עם הקבוצה  
הריקה :

צד ב':

נבצע בשני האגפים הפרש סימטרי עם B:

*לפי הגדרת ההפרש הסימטרי ,  
ולכן:*

לפי הזהות :

לפי הגדרת , , ולכן:

לפי תכונות החיתוך ,

ולפי הגדרת ה-U, נקבל:

מה שהיה להוכיח

1. נוכיח את הטענה הבאה:

אם ורק אם

צד א':

נבצע בשני האגפים הפרש סימטרי עם A:

לפי האסוציאטיביות לא רק של ההפרש המשלים  
והזהות לגבי הפרש סימטרי בין קבוצה  
לעצמה :

צד ב':

נבצע בשני האגפים הפרש סימטרי עם A:

לפי הזהות לגבי הפרש סימטרי עם הקבוצה  
הריקה :

מה שהיה להוכיח

**שאלה 4**

משמע – היא קבוצת כל המכפלות של n עם מספרים טבעיים הגדולים מ-0

1. נוכיח כי

צד א':

יהי , נראה כי

ולכן, לפי הגדרת B -> x מתחלק ב-m וגם x מתחלק ב-n -> x כפולה משותפת של m ו-n.

לפי הטענה שכל כפולה משותפת של m ו-n מתחלקת בכפולה המינימלית המשותפת שלהם ->

צד ב:

יהי , נראה כי

לפי הגדרת B, x מתחלק ב c(m,n).

מאחר ו-c(m,n) הוא הכפולה המשותפת המינימאלית של m ו-n -> אז c(m,n) מתחלק ב-m וגם ב-n.

מאחר ויחס החלוקה הוא טרנזיטיבי -> x מתחלק ב-m וגם ב-n

מכאן: וגם

ולכן:

מה שהיה להוכיח

1. נראה כי

נניח בשלילה כי

לפיכך קיים x כך ש-

לכל מספר טבעי ניתן למצוא מספר גדול ממנו כך ש- ע"פ הגדרת B.

ומאחר ועל פי הגדרת החיתוך

הגענו לסתירה אל מול ההנחה שלנו.

ולכן

מה שהיה להוכיח

1. אם ורק אם n הוא מספר ראשוני

נוכיח שעבור n מספר ראשוני ושעבור n מספר לא ראשוני .

צד א:

יהי n מספר לא ראשוני, לפיכך קיים m כך ש- ו-m מחלק את n ללא שארית.

לכן, ע"פ הגדרת B:

מכאן,

ולכן: כאשר n מספר לא ראשוני

צד ב:

יהי n מספר ראשוני, לפיכך עבור כל , n לא מתחלק ב-m.

לכן, ע"פ הגדרת B: עבור כל m. שכך

מכאן:

בנוסף, מתוך הגדרת B: .

*ולכן:*

*כלומר:*

כלומר: עבור n מספר ראשוני.

משתי ההוכחות נובע כי אם ורק אם n מספר ראשוני.

מה שהיה להוכיח