**ממ"ן 14 – מתמטיקה בדידה סמסטר קיץ 2016ג**

משה חמיאל  
ת"ז 308238716

**שאלה 1**

ע"פ הגדרת דיאגרמת הסה – עבור כל 2 איברים ביחס אחד עם השני (במקרה שלנו יחס הכלה ), יופיע בדיאגרמה קטע, אם לא קיים כך ש-C ביחס ביניהם. ז"א – לא קיים מצב תמיד קיים לדוגמא אם C=B בו . צריך מוכלת ממש

מאחר ובמקרה שלנו מדובר על קבוצת החזקה של A – יופיע בדיאגרמה קטען בין 2 קבוצות רק עבור תתי קבוצות בגודל הקטן ב-1 מהקבוצה השנייה (מאחר ועבור כל מקרה אחר בו ההפרש בין מס' האיברים בין הקבוצות הוא גדול מ-1 בהכרח יש תת-קבוצה הקטנה ב-1 שתיכנס ביחס ביניהם).

לדוגמא עבור , אמנם אבל קיימת כך ש- , זאת אומרת תמיד יהיה אפשר להוסיף איבר שחסר בין 2 הקבוצות ולכן אין קו ישיר בדיאגרמה בין 2 קבוצות אלא אם ההפרש בגודל הקבוצות הוא 1.

לכל קבוצה בגודל k יש k תתי קבוצות בגודל k-1 (בכל פעם נחסיר איבר אחר).  
כמו שכבר הסברנו - בכל קומה בדיאגרמה יופיעו קבוצות בגודל זהה. מס' הקבוצות בכל "קומה" הוא כאשר k הוא גודל הקבוצות באותה "קומה" ו-n הוא גודל הקבוצה A.  
לכל קבוצה ב"קומה" יוצאים קטעים בדיאגרמה כמס' תתי-הקבוצה, ז"א – k קטעים.

לכן אפשר לומר שמכל "קומה" בדיאגרמה יוצאים קטעים.  
או – מכל תתי הקבוצות באורך k השייכות לP(A) יוצאים קטעים בדיאגרמת הסה.

מס' הקטעים הכולל בדיאגרמה הוא מס' הקטעים היוצאים מכל תתי הקבוצות של P(A):

ע"פ שאלה 3.9 בעמ' 71 בספר:

**שאלה 2**

המחלקים הראשוניים של 600 הם: 2,3,5

נסמן: P1=2, P2=3, P3=5

ע"פ הנוסחה:

נחשב בעזרת הכלה והפרדה:

נסמן ב- A2, A3, A5 את קבוצות השלמים בין 1 ל-600 המתחלקים ב-2, ב-3 וב-5 בהתאמה:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

היא קבוצת השלמים בין 1 ל-600 המתחלקים גם ב-2 וגם ב-3, ז"א ב-6 (מאחר והמספרים ראשוניים), מכאן:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

באותו אופן:

שווה לכמות המספרים בין 1 ל-600 שאינם מתחלקים ב-2, ב-3 או ב-5, לכן נמצא את לפי עקרון ההכלה וההפרדה (|U|=600):

**שאלה 3**

א.

ע"פ שאלה 1.32 בספר - מס' כל הפונקציות של A ל-B הוא kn כאשר |A|=n, |B|=k.

בלי הגבלת הכלליות נניח כי B={1,2,…,k}. עבור i=1,…,k תהי Fi קבוצת כל הפונקציות של A ל-B אשר המספר i אינו נמצא בתמונתן.

לכל i, לפי אותה נוסחה - .

יש k קבוצות .

באופן דומה, עבור עבור כל זוג i,j*, יש אפשרויות לבחור זוג כזה.*

*באופן כללי – עלינו לבחון בחיתוכים של כל h קבוצות שונות. חיתוך של כל h קבוצות כאלו מכיל ע"פ אותה נוסחה פונקציות. עבור כל h איברים, יש אפשרויות לבחור קבוצות שונות.*

מכאן, לפי עקרון ההכלה וההפרדה, מספר כל הפונקציות של A על B הוא:

לפי זה – בשאלה שלנו אנחנו רואים שמדובר על מספר הפונקציות של קבוצה בת 2 איברים על קבוצה בת 5 איברים. כמובן שאין פונקציות כאלו מאחר ומס' האיברים בטווח גדול ממס' האיברים בתחום ולכן הביטוי שווה ל-0.

ב.

באופן כללי, אם n<k אז

**שאלה 4**

א.

הסכום המינימאלי של קבוצה חלקית ל-A הוא 4 (כמספר הכי קטן האפשר, במקרה בו נבחר איבר אחד בלבד לקבוצה החלקית). הסכום המקסימאלי הוא 61+60+59+58+57+56+55+54+53 = 513

מכאן – מס' הסכומים האפשריים לתתי-קבוצות של A הוא לכל היותר   
513-(4-1)=510. נוסיף את הסכום של הקבוצה הריקה ונקבל כי מס' הסכומים האפשריים לתתי-קבוצות של A (כולל הקבוצה הריקה) הוא 511.

מס' תתי-הקבוצות של A הוא: 29=512.

אנו רואים כי יש יותר קבוצות מסכומים אפשריים ולכן, לפי עקרון שובך היונים, יש לפחות שתי תתי-קבוצות שעלות אותו הסכום.

מש"ל.

ב.

בסעיף הקודם הוכחנו שקיימות שתי קבוצות שונות בעלות אותו הסכום.

אם נחסיר מ-2 הקבוצות את האיברים המשותפים השייכים לחיתוך שלהן, ממילא נקבל 2 קבוצות זרות בעלות אותו הסכום (הוצאנו את אותם איברים בשני הצדדים).