**ממ"ן 15 – מתמטיקה בדידה סמסטר קיץ 2016ג**

משה חמיאל  
ת"ז 308238716

**שאלה 1**

א.

an הוא מס' הסדרות האפשריות בעלות n איברים שאיבריהן שייכים לקבוצה {1,2,3…,8} כך שבסדרה לא מופיעים מספרים זוגיים זה ליד זה.

נמצא יחס נסיגה עבור an:

עבור a1 - a1 הוא מספר הסדרות האפשריות בעלות איבר 1. לכן:

a1 = 8

האיבר הבא בסדרה יכול להיות זוגי או אי-זוגי, נחלק בין המקרים:  
- אי-זוגי: במקרה זה אין הגבלה והאיבר יכול להיות כל אחד מארבעת האיברים האי-זוגיים בקבוצה האמורה ולכן במקרה זה מס' הסדרות האפשריות הוא 8\*4  
-זוגי: מקרה זה יכול להתקיים רק בתנאי שהאיבר שלפניו הוא אי-זוגי, ולכן מספר האפשרויות במקרה זה הוא: 4\*4  
ע"פ עקרון הסכום:

באופן כללי, עבור כל סדרה בעלת n איברים נסתכל על האיבר האחרון (ה-n):

* אם הוא אי-זוגי אז לפניו באה סדרה כלשהי חוקית של n-1 איברים ולכן במקרה כזה מספר האפשרויות הוא: .
* אם האיבר האחרון הוא זוגי אז לפניו יבוא איבר אי-זוגי כלשהו (4 אפשרויות) ולפניו תבוא סדרה חוקית כלשהי בעלת n-2 איברים. במקרה כזה מספר האפשרויות הוא:

לכן, ע"פ עקרון הסכום:

נוודא כי a0=1, נציב ביחס הנסיגה בעזרת a1 ו- a2:

להלן יחס הנסיגה יחד עם תנאים ההתחלתיים:

ב.

נציב ביחס הנסיגה:

נחלק את שני האגפים ב :

ולכן ל-יש 2 פתרונות:

*נציב ב- בשביל לקבל את הפתרון הכללי:*

*נמצא את הפתרון של המקרה שלנו בעזרת הצבה באיברים הידועים לנו ו- :*

*קיבלנו 2 משוואת עם 2 נעלמים:*

*לפי המשוואה הראשונה:*

*נציב במשוואה השנייה ונמשיך עד לפתרון של Xו-Y:*

*פתרון יחס הנסיגה הוא:*

**שאלה 2**

א.

ע"פ נוסחת סכום טור הנדסי אינסופי ((i)! בממ"ן):

*ולכן:*

*נתון*

*נציב:*

*נתון בנוסף כי*

*מכאן –*

*ע"פ נוסחה (ii) שבממ"ן:*

***ב.***

*שווה לסכום*

*שווה לסכום*

*אם נחסר נקבל: . ומה לגבי ?*

**שאלה 3**

נפתח לטורים את שני אגפי הזהות הנתונה הבאה:

נתחיל באגף שמאל – אגף שמאל מורכב ממכפלה של שני גורמים. נפתח כל אחד מהם, נתחיל בשמאלי:

נוסחה (iii) בממ"ן אומרת:

נחזור למקרה שלנו:

נסמן את המקדם של -

הגורם השני באגף השמאלי הוא

ע"פ נוסחת הבינום:

נסמן את המקדם של - :

*ע"פ נוסחה (ii) בממ"ן:*

*,כאשר הוא המקדם של xk בצד שמאל של השוויון.*

נפתח את אגף ימין של המשוואה:

ע"פ נוסחת הבינום:

אנחנו מסתכלים על המקדם של ולכן נוכל לרשום את הסכום עד אינסוף מבלי שזה יפריע לחישוב (אבל יאפשר לנו להשוות בין המקדמים של 2 הצדדים במשוואה בהמשך):

מכאן, המקדם של הוא .

*מתוך השוויון בין שני האגפים בזהות הנתונה - המקדמים של xk בכל צד בפיתוח של השוויון בנתון צריכים להיות שווים, ולכן נוכל להשוות בין תוצאת המקדמים של 2 הצדדים:*

*קיבלנו זהות כמתבקש.*

*נבדוק את הזהות עבור n=6, k=4:*

**שאלה 4**

1. *הפונקציה היוצרת היא:*
2. *מס' הדרכים לחלק 70 מחשבים הוא המקדם של .*

*נפתח את הפונקציה בהתאם לנוסחת סכום טור הנדסי סופי (i) בתחתית הממ"ן:*

*נשתמש בנוסחת הבינום לפתיחת :*

*נשתמש בנוסחה (iii) מהממ"ן לפתיחה של :*

*נחבר את המקדמים של , נוכל להתעלם ממקדמים של מחוברים בעלי חזקה גדולה מ-70:*