

Lista de exercícios – teste de hipóteses para uma população ou variável.

1. Considere que desejamos decidir entre as hipóteses $H_0 : \mu = 7$ e $H_1 : \mu \neq 7$. Assuma que a normalidade dos dados e que a variância é conhecida. Determine os valores críticos para os seguintes níveis de confiança:
 - (a) $\alpha = 1\%$;
 - (b) $\alpha = 5\%$;
 - (c) $\alpha = 10\%$.
2. Imagine que um pesquisador deseja analisar uma variável aleatória $X \sim N(\mu, 1, 8^2)$. Algumas informações para decidir entre as hipóteses $H_0 : \mu = 35$ e $H_1 : \mu \neq 35$ estão na Tabela 1.
 - (a) Complete as informações da Tabela 1;
 - (b) Construa um intervalo de confiança para μ . Use $\gamma = 99\%$;
 - (c) Qual seria a sua decisão usando o intervalo de confiança do item (b).

Tamanho da amostra	\bar{x}	σ	Z_0	Decisão	valor-p	H_0	H_1
25	35,710	1,8				$\mu = 35$	$\mu \neq 35$

Tabela 1: Algumas informações do experimento.

3. Imagine que um pesquisador deseja analisar uma variável aleatória $X \sim N(\mu, 0, 75^2)$. Algumas informações para decidir entre as hipóteses $H_0 : \mu \leq 20$ e $H_1 : \mu > 20$ estão na Tabela 2.
 - (a) Complete as informações da Tabela 2;
 - (b) Construa um intervalo de confiança para μ . Use $\gamma = 99\%$;
 - (c) Qual seria a sua decisão usando o intervalo de confiança do item (b).

Tamanho da amostra	\bar{x}	σ	Z_0	Decisão	valor-p	H_0	H_1
10	19,889	0,75				$\mu \leq 20$	$\mu > 20$

Tabela 2: Algumas informações do experimento.

4. A temperatura média da água de um tubo de descarga na torre de resfriamento da usina não deve mais de $40^\circ C$. Medições anteriores indicam que o desvio padrão populacional da temperatura é $\sigma = 5^\circ C$. A temperatura da água no tubo foi mensurado em nove dias e obtivemos uma temperatura média de $38,5^\circ C$.
 - (a) Existe evidência de que a temperatura do tubo está aceitável? Use $\alpha = 5\%$;
 - (b) Qual o valor-p?

- (c) Calcule o poder do teste se $\mu = 30^\circ C$. Use $\alpha = 5\%$.
5. Uma indústria fabrica virabrequins usados em motores automotivos e deseja estudar o desgaste do virabrequim depois de $160.000km$, pois impacta nos pedidos de garantia. Uma amostra com 15 virabrequins foi coletada e obtemos uma média de $\bar{x} = 2,78$. Assuma que o desgaste após $160.000km$ tem distribuição normal e desvio padrão populacional $\sigma = 0,9$.
- (a) Decida entre $H_0 : \mu = 3$ e $H_1 : \mu \neq 3$. Use $\alpha = 5\%$;
- (b) Qual o poder do teste se $\mu = 3,5$. Use $\alpha = 5\%$.
- (c) Qual o tamanho da amostra se $\mu = 3,5$ e desejamos ter um poder de pelo menos $1 - \beta = 0,90$?
6. Um teste de ponto de fusão foi realizado em $n = 10$ amostras de um material usado na fabricação de um propelente de foguetes obtendo uma média de $\bar{x} = 67,89^\circ C$. Assuma que o ponto de fusão deste material tem distribuição normal e desvio padrão populacional $\sigma = 1,5^\circ C$.
- (a) Decida para entre as hipóteses: $H_0 : \mu = 155$ e $H_1 : \mu \neq 155$. Use $\alpha = 5\%$;
- (b) Qual o valor-p?
- (c) Qual o poder do teste para $\mu = 150$? Use $\alpha = 5\%$;
- (d) Qual o tamanho da amostra se $\mu = 150$ e o poder do teste é pelo menos $1 - \beta = 0,95$? Use $\alpha = 5\%$.
7. O tempo de vida de uma bateria tem distribuição normal com desvio padrão $\sigma = 1,5$ horas. Uma amostra com dez baterias tem o tempo médio de duração $\bar{x} = 40,5$ horas.
- (a) Existe evidência de que o tempo de bateria dura mais de 40 horas? Use $\alpha = 5\%$;
- (b) Qual o valor-p?
- (c) Qual o poder de teste se o tempo médio populacional é $\mu = 42$ horas e queremos ter um poder do teste é pelo menos 95%?
8. Um engenheiro que está analisando resistência à tração de liga de aço usada em tacos de golf. A resistência à tração de liga de aço tem distribuição normal com desvio padrão populacional $\sigma = 60$ psi. Uma amostra de $n = 12$ ligas de aço teve resistência média à tração $\bar{x} = 3450$ psi.
- (a) Teste as hipóteses: $H_0 : \mu = 3500$ e $H_1 : \mu \neq 3500$. Use $\alpha = 1\%$;
- (b) Qual o valor-p?
- (c) Qual o poder do teste se a resistência média populacional é $\mu = 3470$ psi? Use $\alpha = 5\%$;
- (d) Qual o tamanho da amostra se a resistência média populacional é $\mu = 3470$ e desejamos ter o poder do teste de pelo menos $1 - \beta = 80\%$? Use $\alpha = 5\%$.
- (e) Construa um intervalo de confiança para μ com coeficiente de confiança $\gamma = 99\%$, e use este intervalo de confiança para decidir entre as hipóteses do item (a).
9. Pesquisadores médicos estão desenvolvendo um novo coração artificial com titânio e plástico. Este coração tem um longo tempo de vida, mas a bateria precisa ser recarregada a cada quatro horas. Uma amostra com 50 baterias foram selecionadas e a duração da bateria foi mensurado. O tempo médio de duração da bateria dessas 50 baterias foi $\bar{x} = 4,05$ horas. Assuma que o tempo de duração das baterias tem distribuição normal e desvio padrão populacional $\sigma = 0,2$ horas.
- (a) Existe evidência estatística de que a duração da bateria é maior que quatro horas? Use $\alpha = 5\%$.
- (b) Qual o valor-p?

- (c) Calcule o poder do teste se $\mu = 4,5$ horas. Use $\alpha = 5\%$;
- (d) Qual o tamanho da amostra se $\mu = 4,5$ horas e se desejamos ter o poder do teste de pelo menos $1 - \beta = 90\%$? Use $\alpha = 5\%$.
10. Imagine que um pesquisador deseja decidir entre as hipóteses: $H_0 : \mu = 7$ e $H_1 : \mu \neq 7$. Assuma a normalidade dos dados. Determine o valores críticos para cada um dos casos a seguir:
- (a) $\alpha = 1\%$ e $n = 20$;
- (b) $\alpha = 5\%$ e $n = 12$;
- (c) $\alpha = 10\%$ e $n = 15$.
11. Imagine que um pesquisador deseja analisar uma variável aleatória $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Algumas informações para decidir entre as hipóteses $H_0 : \mu \leq 91$ e $H_1 : \mu > 91$ estão na Tabela 3. (Dica: o valor-p é calculado usando o R, Python e afins.)
- (a) Complete as informações da Tabela 3.
- (b) E se as hipóteses fossem $H_0 : \mu = 90$ e $H_1 : \mu \neq 90$, qual seria a sua decisão? Use $\alpha = 99\%$.

Tamanho da amostra	\bar{x}	s	T_0	Decisão	valor-p	H_0	H_1
20	92,379	0,717				$\mu = 91$	$\mu \neq 91$

Tabela 3: Algumas informações do experimento.

12. Um estudo analisa as propriedades de inércia térmica do concreto aerado autoclavado usado como material de construção. Cinco amostras deste material foram testadas, e as temperaturas (em graus Celsius) do interior das amostras foram: 23,01; 22,22; 22,04; 22,62 e 22,59. Assuma que a temperatura do interior do material tem distribuição normal.
- (a) Decida entre as hipóteses: $H_0 : \mu = 22,5$ e $H_1 : \mu \neq 22,5$. Use $\alpha = 5\%$;
- (b) Qual o valor-p? (Dica: precisa usar o R, Python e afins.)
- (c) Qual o poder do teste se a temperatura do interior dos materiais é $\mu = 22,75$? (Dica: precisa usar o R, Python ou afins).
- (d) Qual o tamanho da amostra se a temperatura média do interior é $\mu = 22,75$ e desejamos ter o poder do teste de, pelo menos, $1 - \beta = 90\%$? (Dica: precisa usar o R, Python ou afins).
13. A quantidade de sódio nas caixas com 300 gramas de cereais matinais foi analisado. Os dados estão na Tabela 4.
- (a) Os dados suportam a afirmação que quantidade média de sódio dos cereais matinais é diferente de 130 miligramas? Use $\alpha = 5\%$.
- (b) Qual o valor-p? (Dica: precisa usar o R, Python ou afins).
- (c) Qual o poder do teste se a quantidade média de sódio é $\mu = 130,5$ miligramas? Use $\alpha = 5\%$. (Dica: precisa usar o R, Python ou afins).
- (d) Qual o tamanho da amostra se a quantidade média de sódio é $\mu = 130,1$ miligramas e se desejamos ter um poder de teste, pelo menos, $1 - \beta = 75\%$? (Dica: precisa usar o R, Python ou afins).

131,15	130,91	129,64	130,72	128,24	130,14	128,71	129,39	129,53	129,78
130,69	129,54	128,77	128,33	129,65	129,29	129,00	130,42	130,12	130,92

Tabela 4: Quantidade de sódio nos cereais matinais em miligramas.

14. Acredita-se a temperatura oral humana normal é aproximadamente $37,06^{\circ}C$, mas alguns estudos mais recentes indicam que a temperatura oral humana pode ser $36,78^{\circ}C$. Um pesquisador selecionou 52 seres humanos adultos, e a temperatura média oral foi $\bar{x} = 36,825^{\circ}C$ e o desvio padrão tem $s = 0,625^{\circ}C$.
 - (a) Quais são as hipóteses deste estudo?
 - (b) Temos evidência estatística para rejeitar H_0 ? Use $\alpha = 5\%$.
15. Considere o teste de hipóteses: $H_0 : \sigma^2 = 7$ e $H_1 : \sigma^2 \neq 7$. Assuma a normalidade dos dados. Encontre os valores críticos para os seguintes casos:
 - (a) $\alpha = 1\%$ e $n = 20$;
 - (b) $\alpha = 5\%$ e $n = 12$;
 - (c) $\alpha = 10\%$ e $n = 15$.
16. Um teste de impacto Izod foi realizado para 51 espécimes de canos de PVC. O desvio padrão foi $s = 0,37$. Assuma a normalidade dos dados.
 - (a) Teste as hipóteses: $H_0 : \sigma^2 = 0,25$ e $H_1 : \sigma^2 \neq 0,25$. Use $\alpha = 5\%$.
 - (b) Encontre o valor-p. (Dica: Use o R, Python e afins.)
 - (c) Explique o intervalo de confiança para σ^2 com coeficiente de confiança $\gamma = 95\%$.
17. Um engenheiro para fabricante de pneus está investigando a vida útil dos pneus para um novo composto de borracha e construiu $n = 16$ pneus e mediu o tempo de vida em teste de estrada. O desvio padrão foi $s = 3645,94km$. Assuma a normalidade dos dados.
 - (a) O desvio padrão do tempo de vida dos pneus é menor que $4000km$? Use $\alpha = 5\%$.
 - (b) Encontre o valor-p. (Dica: Use o R, Python e afins.)
 - (c) Construa o intervalo de confiança para σ com coeficiente de confiança $\gamma = 95\%$. Qual a sua decisão usando este intervalo de confiança?
18. O teor de açúcares da calda dos pêssegos enlatados tem distribuição normal. Acredita-se que a variância é $\sigma^2 = 18(miligramas)^2$. Uma amostra com $n = 10$ foi coletada e obtivemos um desvio padrão $s = 4,8$ miligramas.
 - (a) Decida entre as seguintes hipóteses: $H_0 : \sigma^2 = 18$ e $H_1 : \sigma^2 \neq 18$. Use $\alpha = 5\%$.
 - (b) Encontre o valor-p. (Dica: Use o R, Python e afins.)
 - (c) Suponha que o desvio padrão é o dobro do valor imaginado. Qual o poder do teste? Use $\alpha = 5\%$. (Dica: Use o R, Python e afins.)
 - (d) Suponha que $\sigma^2 = 40$. Quantas latas precisam ser analisadas para termos um poder de teste de, pelo menos, $1 - \beta = 90\%$? (Dica: Use o R, Python e afins.)
19. Imagine que um pesquisador deseja analisar uma variável aleatória $X \sim Bernoulli(p)$. Algumas informações para decidir entre as hipóteses $H_0 : p = 0,4$ e $H_1 : p \neq 0,4$ estão na Tabela 5.
 - (a) Complete a Tabela 5.

Tamanho da amostra	\hat{p}	$IC(p, 95\%)$	α	Z_0	valor-p	H_0	H_1
		(0,350086; 0,463247)				$p = 0,4$	$p \neq 0,4$

Tabela 5: Algumas informações do experimento.

(b) Construa o intervalo de confiança para p . Use $\gamma = 99\%$.

20. Imagine que um pesquisador deseja analisar uma variável aleatória $X \sim \text{Bernoulli}(p)$. Algumas informações para decidir entre as hipóteses $H_0 : p \geq 0,6$ e $H_1 : p < 0,6$ estão na Tabela 6.

(a) Complete a Tabela 6.

(b) Construa o intervalo de confiança para p . Use $\gamma = 95\%$.

Tamanho da amostra	Número de sucessos	\hat{p}	α	Z_0	valor-p	H_0	H_1
500	287					$p \geq 0,6$	$p < 0,6$

Tabela 6: Algumas informações do experimento.

21. Suponha que 500 peças foram testadas em uma linha de produção e 10 foram rejeitadas por não cumprirem as especificações técnicas.

(a) Decida entre as hipóteses $H_0 : p = 0,03$ e $H_1 : p \neq 0,03$, em que p é a proporção de peças defeituosas desta linha de produção. Use $\alpha = 5\%$.

(b) Encontre o valor-p.

(c) Construa um intervalo de confiança para p com coeficiente de confiança $\gamma = 95\%$. Qual a sua decisão no item (a) usando este intervalo de confiança?

22. Em uma amostra aleatória de 300 circuitos, 13 eram defeituosos.

(a) Decida entre as hipóteses $H_0 : p = 0,05$ e $H_1 : p \neq 0,05$, em que p é a proporção de circuitos defeituosos. Use $\alpha = 5\%$.

(b) Calcule o valor-p.

(c) Construa um intervalo de confiança para p com coeficiente de confiança $\gamma = 99\%$. Qual a sua decisão no item (a) usando este intervalo de confiança?

23. Um anúncio publicitário afirma que a bateria para celular de uma certa companhia duram 48 horas. Um órgão de defesa do consumidor coletou 5000 baterias e 15 baterias se esgotaram antes de 48 horas. Existe evidência estatística de que a proporção das baterias que duram menos que 48 é menor que 2% para as baterias dessa companhia? Use $\alpha = 1\%$. Encontre o valor-p.

24. Uma amostra com 500 eleitores em Phoenix foram questionados se são favoráveis ao uso de combustíveis oxigenados por um ano para reduzir a emissão de poluentes. Um legislador irá propor o uso de combustíveis oxigenados se mais de 60% dos eleitores apoiarem a iniciativa.

(a) Se a proporção de eleitores favoráveis é $p = 0,6$, qual o probabilidade do erro do tipo I?

(b) Se a proporção de eleitores favoráveis é $p = 0,75$, qual o probabilidade do erro do tipo II?

25. Em uma amostra aleatória de 85 rolamentos de virabrequim de automóvel, 10 têm uma rugosidade de acabamento de superfície que excede as especificações.

- (a) Existe evidência que a proporção de rolamentos de virabrequins de automóvel com excesso de rugosidade é maior que 10%? Use $\alpha = 5\%$.
 - (b) Se $p = 0,15$, qual o poder do teste? Use $\alpha = 5\%$.
 - (c) Se $p = 0,15$, quantos rolamentos de virabrequins precisamos analisar para termos poder de teste de, pelo menos, $1 - \beta = 95\%$?
26. Um fabricante de notebook envia os computadores completamente carregados para o uso imediato dos clientes. Devido a demora para entrega, alguns computadores podem chegar descarregados. De 105 notebooks enviados, 96 chegaram ao destino completamente carregados. Existe evidência que pelo menos 85% dos notebooks chegam ao destino completamente carregados? Use $\alpha = 5\%$. Calcule o valor-p.
27. Em uma amostra aleatória de 500 CEP escritos à mão, 466 foi lido corretamente por um sistema de reconhecimento óptico de caracteres (OCR) usado pelo Serviço Postal dos Estados Unidos (USPS). Este sistema tem uma taxa de acertos no CEP de pelo menos 90%? Use $\alpha = 5\%$. Calcule o valor-p.