Estatística descritiva usando **`R`**

bem-vind@ ao **`tidyverse`**

Curso livre de R

Profa Carolina e Prof Gilberto

Parte 2

parte 2

Na aula de hoje

Continuando com o conteúdo do dia 06/11/2021, hoje vamos aprender:

- Estatística descritiva
  - tabebla de distribuição de frequências
  - gráficos
- Probabilidade (bem rapidamente)
- Inferência para uma população (normal ou Bernoulli):
  - Intervalo de confiança para média, desvio padrão e proporção
  - Teste de hipóteses para média, desvio padrão e proporção

Na aula de hoje, usaremos a IDE `RStudio`.

Pacotes da aula de hoje

- `glue`: facilita a manipulação de *string* (caracteres)
- `readxl`: permite a leitura de arquivos `.xlsx`
- `writexl`: permite salvar um `data.frame` (`tibble`) como um arquivo excel
- `statBasics`: pacote criado pela equipe técnica para construir intervalos de confiança e teste de hipóteses
- `ggthemes`: pacote com diversos temas para gráficos no pacote `ggplot2`
- `xtable`: pacote para salvar tabelas html e latex
- `gt`: permite construir e salvar tabelas customizadas e formatadas
- `tidyverse`: framework para simplificar de forma moderna a análise de dados

Para acompanhar a aula de hoje, instale e carregue todos estes pacotes.

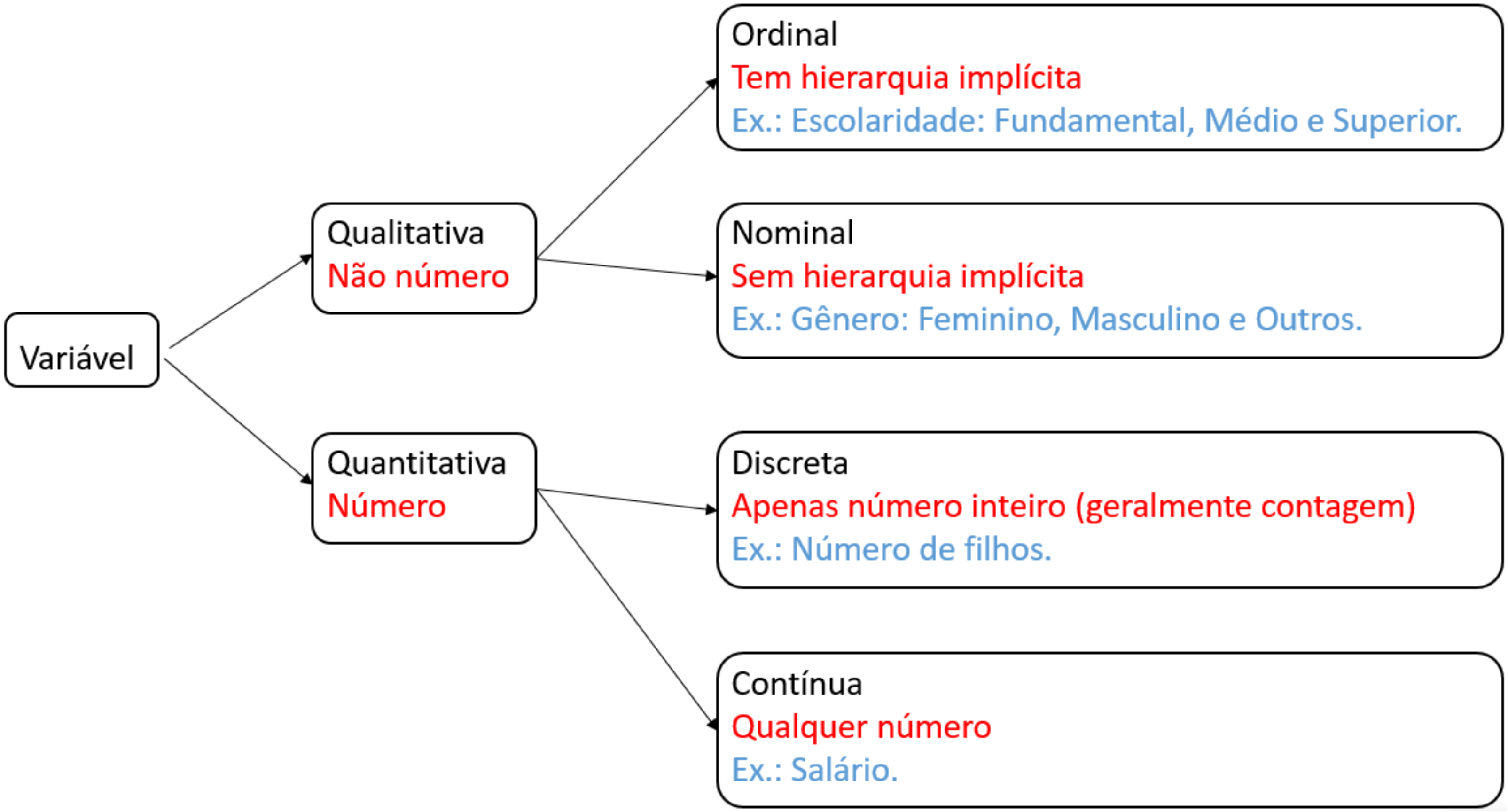
estatística descritiva

Conceitos básicos

Vamos começar com alguns conceitos básicos, que usaremos durante a aula de hoje.

- **População:** Todos os elementos (ou indivíduos) alvos do seu estudo.
- **Amostra:** parte da população.
- **Parâmetro:** característica da população.
- **Amostra:** característica da amostra. (Usamos estimativa para aproximar a população).
- **Variável aleatória:** *característica de um elemento da população*:
  - usamos uma letra maiúscula para denotar ou representar uma variável aleatória;
  - usamos uma letra minúscula para representar coletado ou observado da variável aleatória.

Classificação de variáveis aleatórias



Classificação de variáveis aleatórias.

tabelas

Tabelas da distribuição de frequências variável qualitativa

A primeira coisa que podemos fazer é contar!

Seja X uma variável qualitativa com valores possíveis $B_1, \ldots, B_k$.

Tabela de distribuição de frequências.

X	Frequência	Frequência Relativa	Porcentagem
B_1	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
B_2	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
B_k	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$

Tabelas da distribuição de frequências variável qualitativa

Vamos usar a variável `escolaridade` o conjunto de dados `empresa.xlsx`.

```
df_empresa <- read_xlsx("../data/raw/empresa.xlsx")
tab <- df_empresa |>
  group_by(escolaridade) |>
  summarise(frequencia = n()) |>
  mutate(fr = frequencia / sum(frequencia), p = 100 * fr)
tab
```

```
## # A tibble: 3 × 4
##   escolaridade       frequencia    fr     p
##   <chr>                   <int> <dbl> <dbl>
## 1 ensino fundamental         12 0.333  33.3
## 2 ensino médio               18 0.5    50  
## 3 superior                    6 0.167  16.7
```

Como podemos salvar uma tabela

Exportar como `latex`

```
xtable(tab) |>
  print.xtable(digits = 2, include.rownames = F,
               booktabs = T, format.args = list(decimal.mark = ","))
```

```
## % latex table generated in R 4.1.2 by xtable 1.8-4 package
## % Fri Nov 19 13:24:12 2021
## \begin{table}[ht]
## \centering
## \begin{tabular}{lrrr}
##   \toprule
## escolaridade & frequencia & fr & p \\
##   \midrule
## ensino fundamental &  12 & 0,33 & 33,33 \\
##   ensino médio &  18 & 0,50 & 50,00 \\
##   superior &   6 & 0,17 & 16,67 \\
##    \bottomrule
## \end{tabular}
## \end{table}
```

Como podemos salvar uma tabela

Exportar como `html`

```r
xtable(tab) |>
  print.xtable(digits = 2, include.rownames = F,
               booktabs = T, format.args = list(decimal.mark = ","),
               type = "html")
```

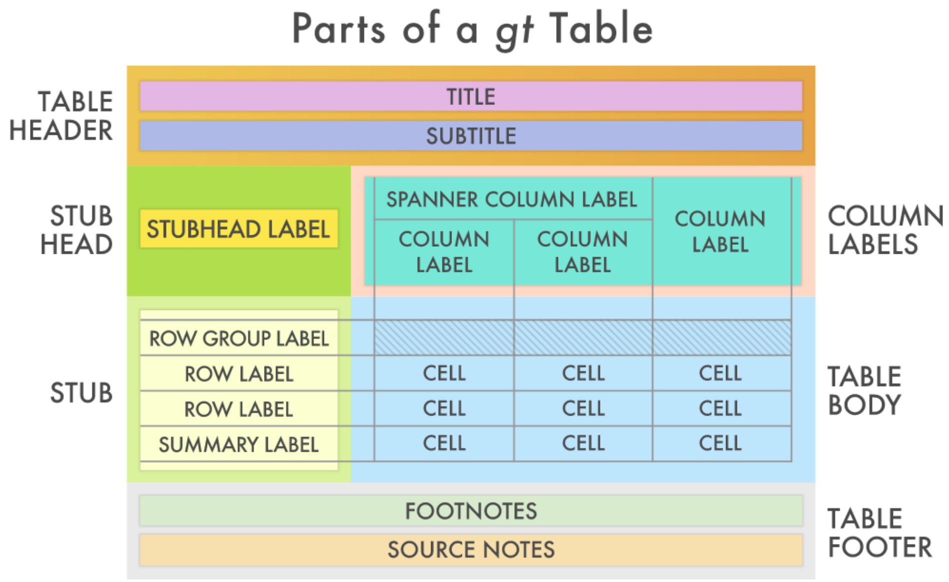
```
## <!-- html table generated in R 4.1.2 by xtable 1.8-4 package -->
## <!-- Fri Nov 19 13:24:12 2021 -->
## <table border=1>
## <tr> <th> escolaridade </th> <th> frequencia </th> <th> fr </th> <th> p </th>  </tr>
##   <tr> <td> ensino fundamental </td> <td align="right">  12 </td> <td align="right"> 0,33 </t
##    <tr> <td> ensino médio </td> <td align="right">  18 </td> <td align="right"> 0,50 </td> <t
##    <tr> <td> superior </td> <td align="right">   6 </td> <td align="right"> 0,17 </td> <td al
##    </table>
```

Customizando tabelas

Vamos usar o pacote `gt` para customizar a apresentação de uma tabela.

A ideia do pacote `gt` é melhorar apresentação por camadas.

```r
knitr::include_graphics("../figures/gt-table.png")
```



Customizando tabelas usando o pacote `gt`.

Customizando tabelas

Incluindo cabeçalho e sub-cabeçalho

```
gt_tab <- gt(tab) |>
  tab_header(
    title = md("**Escolaridade dos funcionário:** _Empresa tal_ "),
    subtitle = md("**Criado por:** _Gilberto Sassi_")
  )
gtsave(gt_tab, filename = "../output/gt_tab.html")
gtsave(gt_tab, filename = "../output/gt_tab.tex")
gtsave(gt_tab, filename = "../output/gt_tab.rtf")
```

Customizando tabelas

Incluindo fonte

```
gt_tab <- gt_tab |>
  tab_source_note(
    source_note = md("Exemplo didático.")
  ) |>
  tab_source_note(
    source_note = md("BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica.**")
  )
gt_tab
```

Escolaridade dos funcionário: ***Empresa tal***

Criado por: *Gilberto Sassi*

escolaridade	frequencia	fr	p
ensino fundamental	12	0.3333333	33.33333
ensino médio	18	0.5000000	50.00000
superior	6	0.1666667	16.66667

Exemplo didático.

BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica.**

Customizando tabelas

Agrupando linhas

- Usamos a função `tab_row_group` para agrupar linhas.

```
gt_tab <- gt_tab |>
  tab_row_group(
    label = "Ensino básico",
    rows = 1:2
  ) |>
  tab_row_group(
    label = "Ensino superior",
    row = 3
  )
gt_tab
```

Escolaridade dos funcionário: *Empresa tal*			
Criado por: *Gilberto Sassi*			
escolaridade	frequencia	fr	p
Ensino superior			
superior	6	0.1666667	16.66667
Ensino básico			
ensino fundamental	12	0.3333333	33.33333
ensino médio	18	0.5000000	50.00000
Exemplo didático.			
BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica.**			

Customizando tabelas

Agrupando colunas

- Usamos a função `tab_spanner` para agrupar linhas.

```
gt_tab <- gt_tab |>
  tab_spanner(
    label = md("_Variável aleatória_"),
    columns = "escolaridade"
  ) |>
  tab_spanner(
    label = md("**Informações numéricas**"),
    columns = c(frequencia, fr, p)
  )
gt_tab
```

Escolaridade dos funcionário: *Empresa tal*

Criado por: *Gilberto Sassi*

Variável aleatória	**Informações numéricas**		
escolaridade	frequencia	fr	p
Ensino superior			
superior	6	0.1666667	16.66667
Ensino básico			
ensino fundamental	12	0.3333333	33.33333
ensino médio	18	0.5000000	50.00000

Exemplo didático.

BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica.**

Customizando tabelas

Modificando os rótulos da coluna

Podemos:

- Mudar a ordem das colunas usando a função `cols_move_to_start`
- Mudar o nome das colunas usando a função `cols_label`

```
gt_tab <- gt_tab |>
  cols_move_to_start(
    columns = c(escolaridade, frequencia)
  ) |>
  cols_label(
    escolaridade = md("**Grau de Escolaridade**"),
    frequencia = md("**Frequência**"),
    fr = md("**Frequência relativa**"),
    p = md("**Porcentagem**")
  )
gt_tab
```

Escolaridade dos funcionário: *Empresa tal* **Criado por:** *Gilberto Sassi*			
Variável aleatória	**Informações numéricas**		
Grau de Escolaridade	**Frequência**	**Frequência relativa**	**Porcentagem**
Ensino superior			
superior	6	0.1666667	16.66667
Ensino básico			
ensino fundamental	12	0.3333333	33.33333
ensino médio	18	0.5000000	50.00000

Exemplo didático.

BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica.**

Customizando tabelas

Modificando o formato numérico dos valores

```r
gt_tab <- gt_tab |>
  fmt_number(
    columns = c(fr),
    decimals = 2,
    dec_mark = ",",
    big_mark = "."
  ) |>
  fmt_number(
    columns = p,
    decimals = 2,
    dec_mark = ",",
    big_mark = ".",
    pattern = "{x}%"
  )
gt_tab
```

Escolaridade dos funcionário: *Empresa tal*			
Criado por: *Gilberto Sassi*			
Variável aleatória	**Informações numéricas**		
Grau de Escolaridade	**Frequência**	**Frequência relativa**	**Porcentagem**
Ensino superior			
superior	6	0,17	16,67%
Ensino básico			
ensino fundamental	12	0,33	33,33%
ensino médio	18	0,50	50,00%
Exemplo didático.			
BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica.**			

gráficos

Gráficos no **R**

- **Pacote:** `ggplot2`
- Permite gráficos personalizados com uma sintaxe simples e rápida, e iterativa *por camadas*
- Começamos com um camada com os dados `ggplot(dados)`, e vamos adicionando as camadas de anotações, e sumários estatísticos
- Usa a *gramática de gráficos* proposta por Leland Wilkinson: Grammar of Graphics
- Ideia desta gramática: delinear os atributos estéticos das figuras geométricas (incluindo transformações nos dados e mudança no sistema de coordenadas)
- Para mais detalhes, você pode consultar `ggplot2`: elegant graphics for data analysis e documentação do `ggplot2`

Gráficos no **R**

Estrutura básica de `ggplot2`

```
ggplot(data = <data possible tibble>) +
  <Geom functions>(mapping = aes(<MAPPINGS>)) +
  <outras camadas>
```

Você pode usar diversos temas e extensões que a comunidade cria e criou para melhorar a aparência e facilitar a construção de `ggplot2`.

- Lista com extensões do `ggplot`: [extensões do `ggplots`]

Indicação de extensões:

- Temas adicionais para o pacote `ggplot2`: `ggthemes`
- Gráfico de matriz de correlação: `ggcorrplot`
- Gráfico quantil-quantil: `qqplotr`

Gráficos no **R**

Gráfico de Barras no `ggplot2`

- **função:** `geom_bar()`. Para porcentagem: `geom_bar(x = <variável no eixo x>, y = ..prop.. * 100)`.
- Argumentos adicionais:
  - **`fill`**: mudar a cor do preenchimento das figuras geométricas
  - **`color`**: mudar a cor da figura geométrica

Rótulos dos eixos

- **Mudar os rótulos:** `labs(x = <rótulo do eixo x>, y = <rótulo do eixo y>)`
- **Trocar o eixo-x pelo eixo-y:** `coord_flip()`

```r
library(ggthemes)
ggplot(df_empresa) +
  geom_bar(mapping = aes(x = escolaridade, y = ..prop.. * 100, group = 1),
  fill = "blue", color = "red") +
  labs(x = "Espécies", y = "Porcentagem") +
  theme_gdocs()
```

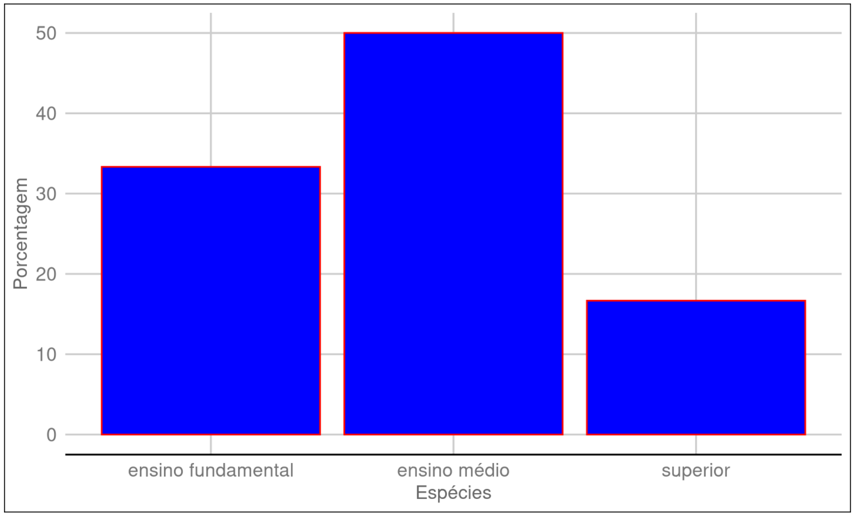


Gráfico de barras para escolaridade.

Tabela de distribuição de frequência – Variável quantitativa discreta

A primeira coisa que fazemos é contar!

X	frequência	frequência relativa	porcentagem
x_1	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
x_2	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
x_3	n_3	f_3	$100 \cdot f_3\%$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$
Total	n	1	100%

Em que n é o tamanho da amostra.

Tabela de distribuição de frequência – Variável quantitativa discreta

A primeira coisa que podemos fazer é construir a tabela de distribuição de frequência.

```
tab <- df_empresa |>
  group_by(n_filhos = as.character(numero_filhos)) |>
  summarise(frequencia = n()) |>
  mutate(fr = frequencia / sum(frequencia),
         porcentagem = 100 * fr)
tab <- tab |>
  add_case(n_filhos = "Total",
           frequencia = sum(tab$frequencia),
           fr = sum(tab$fr),
           porcentagem = sum(tab$porcentagem))
tab
```

n_filhos	frequencia	fr	porcentagem
0	20	0,56	55,56
1	5	0,14	13,89
2	7	0,19	19,44
3	3	0,08	8,33
5	1	0,03	2,78
Total	36	1,00	100,00

Gráfico de barras no **R**

```r
ggplot(df_empresa) +
  geom_bar(aes(x = numero_filhos, y = ..prop.., group = 1)) +
  labs(x = "Número de filhos", y = "Frequência relativa") +
  theme_calc()
```

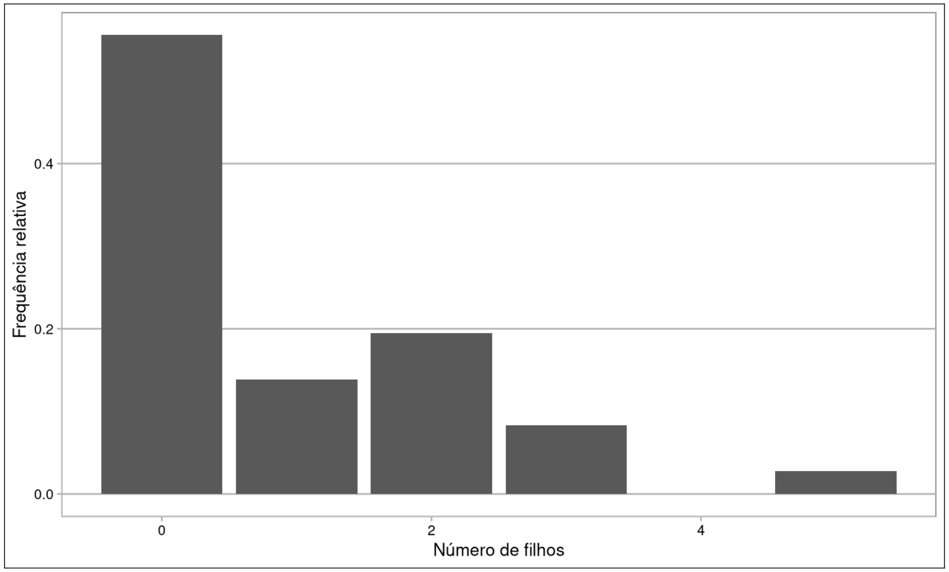


Tabela de distribuição de frequência – Variável quantitativa contínua

- X: variável quantitativa contínua

Tabela de Distribuição de Frequências para a variável quantitativa contínua.

X	Frequência	Frequência relativa	Porcentagem
$[l_0, l_1)$	n_1	$f_1 = \frac{n_1}{n_1+\cdots+n_k}$	$p_1 = f_1 \cdot 100$
$[l_1, l_2)$	n_2	$f_2 = \frac{n_2}{n_1+\cdots+n_k}$	$p_2 = f_2 \cdot 100$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$[l_{k-1}, l_k]$	n_k	$f_k = \frac{n_k}{n_1+\cdots+n_k}$	$p_k = f_k \cdot 100$

Em que $\min = l_0 \leq l_1 \leq \cdots \leq l_{k-1} \leq l_k = \max$ ($\min$ é o menor valor do suporte da variável X e $\max$ é o maior valor do suporte da variável X), n_i é número de valores de X entre l_{i-1} e l_i, e $l_0, l_1, \ldots, l_k$ quebram o suporte da variável X (*breakpoints*).

$l_0, l_1, \cdots, l_k$ são escolhidos de acordo com a teoria por trás da análise de dados (ou pelo regulador). Se você está em uma nova área, use $l_0, l_1, \cdots, l_k$ igualmente espaçados, e use a regra de Sturges para determinar o valor de k: $k = 1 + \log 2(n)$ onde n é tamanho da amostra. Se $1 + \log 2(n)$ não é um número inteiro, usamos $k = \lceil 1 + \log 2(n) \rceil$.

Tabela de distribuição de frequência – Variável quantitativa contínua

```r
df_iris <- read_xlsx("../data/raw/iris.xlsx")

k <- round(1 + log2(nrow(df_iris)))
tab <- df_iris |>
  group_by(sepal_length_intervalo = cut(Sepal.Length, breaks = k,
                                        include.lowest = T, right = F)) |>
  summarise(freq = n()) |>
  mutate(fr = freq / sum(freq), p = fr * 100)
tab <- tab |>
  add_case(
    sepal_length_intervalo = "Total",
    freq = sum(tab$freq),
    fr = sum(tab$fr),
    p = sum(tab$p)
  )
tab
```

sepal_length_intervalo	freq	fr	p
[4.3,4.75)	11	0,07	7,33
[4.75,5.2)	30	0,20	20,00
[5.2,5.65)	24	0,16	16,00
[5.65,6.1)	24	0,16	16,00
[6.1,6.55)	31	0,21	20,67
[6.55,7)	17	0,11	11,33
[7,7.45)	7	0,05	4,67
[7.45,7.9]	6	0,04	4,00
Total	150	1,00	100,00

Histograma

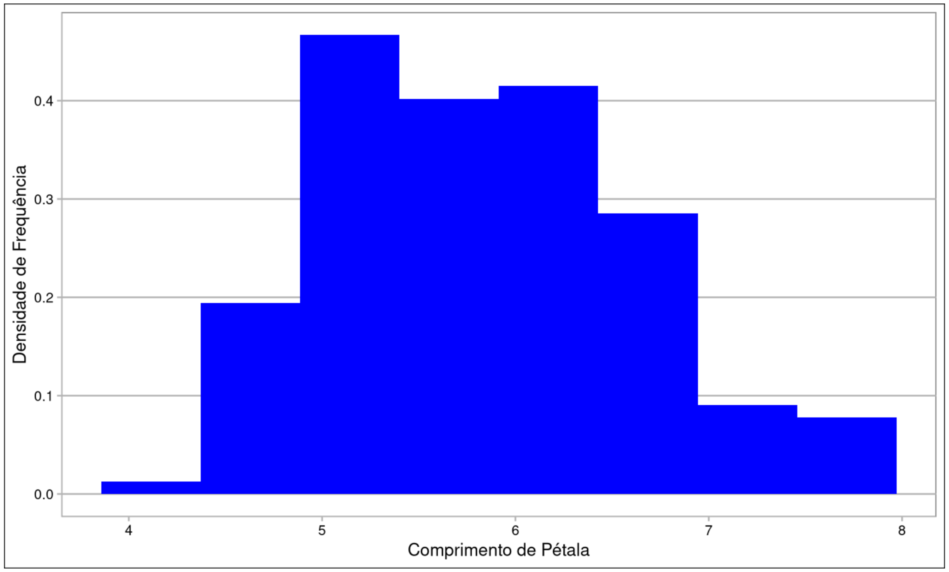
Para variávieis quantitativas contínuas, geralmente não construímos gráficos de barras, e usamos uma figura geométrica chamada de *histograma*.

- O histograma é um gráfico de barras contíguas em que a área de cada barra é igual à frequência relativa.
- Cada faixa de valor $[l_{i-1}, l_i), i = 1, \ldots, n,$ será representada por um barra com área $f_i, i = 1, \ldots, n$.
- Como cada barra terá área igual a f_i e base $l_i - l_{i-1}$, e a altura de cada barra será $\frac{f_i}{l_i - l_{i-1}}$.
- $\frac{f_i}{l_i - l_{i-1}}$ é denominada de densidade de frequência.

Histograma

```
df_iris <- read_xlsx("../data/raw/iris.xlsx")
k <- round(1 + log2(nrow(df_iris)))

ggplot(df_iris) +
  geom_histogram(aes(x = Sepal.Length, y = ..density..),
                 bins = k, fill = "blue") +
  theme_calc() +
  labs(x = "Comprimento de Pétala", y = "Densidade de Frequência")
```



Medidas Resumo (variável quantitativa)

A ideia é encontrar um ou alguns valores que sintetizem todos os valores.

Medidas de posição (tendência central)

A ideia é encontrar um valor que representa *bem* todos os valores.

- **Média:** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$
- **Mediana:** valor que divide a sequência ordenada de valores em duas partes iguais.

Medidas de dispersão

A ideia é medir a homogeneidade dos valores.

- **Variância:** $s^2 = \dfrac{(x_1 - \overline{X})^2 + \cdots + (x_n - \overline{X})^2}{n-1}$;
- **Desvio padrão:** $s = \sqrt{s^2}$ (mesma unidade dos dados);
- **coeficiente de variação** $cv = \dfrac{s}{\overline{x}} \cdot 100\%$ (adimensional, ou seja, “sem unidade”)

Medidas de Resumo: exemplo

Podemos usar a função `summarise` do pacote `dplyr` (incluso no pacote `tidyverse`).

```r
tab <- df_empresa |>
  summarise(media = mean(salario), dp = sd(salario), mediana = median(salario),
            cv = dp / media) |>
  gt() |>
  tab_header(title = "Medidas de resumo para salário.",
             subtitle = "Média, mediana, desvio padrão e coeficiente de variação") |>
  cols_label(
    media = md("**Média salarial**"),
    dp = md("**Desvio padrão do salário**"),
    mediana = md("**Salário mediano**"),
    cv = md("**Coeficiente de variação**")) |>
  fmt_number(
    columns = everything(),
    decimals = 2,
    dec_mark = ",",
    sep_mark = "."
  )
tab
```

Medidas de resumo para salário.

Média, mediana, desvio padrão e coeficiente de variação em salários mínimos.

Média salarial	Desvio padrão do salário	Salário mediano	Coeficiente de variação
11,12	4,59	10,16	0,41

Medidas de Resumo: exemplo

Podemos usar a função `group_by` para calcular medidas de resumo por categorias de uma variável qualitativa.

```
df_empresa |>
  group_by(escolaridade) |>
  summarise(media = mean(salario), dp = sd(salario), md = median(salario), cv = dp / media) |>
  gt() |>
  tab_header(
    title = "Medidas de resumo por escolaridade.",
    subtitle = "Média, desvio padrão, mediana e coeficiente de variação em salários mínimos."
  ) |>
  cols_label(
    escolaridade = "Escolaridade",
    media = "Média salarial",
    dp = "Desvio padrão de salário",
    md = "Salário mediano",
    cv = "Coeficiente de variação"
  ) |>
  fmt_number(
    columns = c(media, dp, md, cv),
    decimals = 2,
    dec_mark = ",",
    sep_mark = "."
  )
```

Medidas de resumo por escolaridade.

Média, desvio padrão, mediana e coeficiente de variação em salários mínimos.

Escolaridade	Média salarial	Desvio padrão de salário	Salário mediano	Coeficiente de variação
ensino fundamental	7,84	2,96	7,12	0,38
ensino médio	11,53	3,72	10,91	0,32
superior	16,48	4,50	16,74	0,27

Inferência Estatística

O processo da inferência estatística

- Usando as técnicas de Estatística Descritiva, podemos fazer afirmações válidas para uma amostra.
- Já em Inferência Estatística, queremos fazer afirmações válidas para toda a população. Isto é, queremos fazer generalizações para a população a partir da amostra, conforme ilustrado na Figura abaixo.

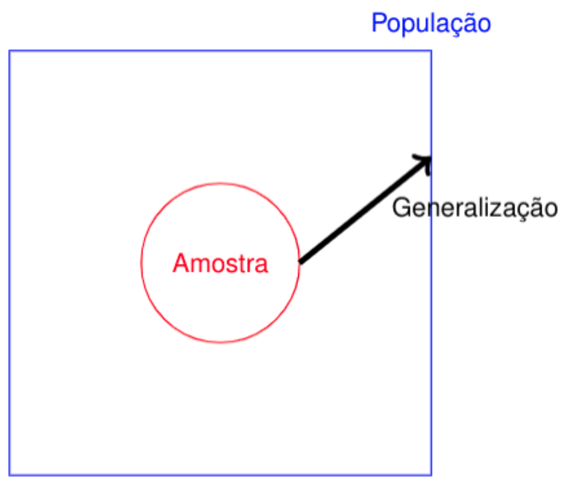


Ilustração da inferência estatística.

O que queremos?

- **Estimação pontual:** Aproximar um parâmetro usando a estimativa. Usamos estimativa para aproximar o parâmetro.

Exemplo: Média salarial dos funcionários.

- **Intervalo de confiança:** Encontrar a e b tal que $a <$ parâmetro $< b$ com alguma *confiança* fixada pelo pesquisador.

Exemplo: Encontrar $a <$ parâmetro $< b$ com alguma *confiança* pré-estabelecida.

- **Teste de hipóteses:** Decidir entre duas hipóteses científicas H_0 e H_1, onde H_1 é negação de H_0.

Exemplo: Queremos decidir entre

$$\begin{cases} H_0 : \text{a média salarial é no máximo 3 salários mínimos} \\ H_1 : \text{a média salarial é maior que 3 salários mínimos} \end{cases}$$

Intervalo de confiança

Intervalo de confiança para proporção

Usamos quando temos apenas duas opções (`sucesso` e `fracasso`). Seja p proporção de sucesso na população, e queremos encontrar a e b tal que $a < p < b$ com coeficiente de confiança γ.

Intervalo de confiança para média

Seja μ a média na população, e queremos encontrar a e b tal que $a < \mu < b$ com coeficiente de confiança γ.

Intervalo de confiança para a média

Considere a variável `salario` do conjunto de dados `empresa.xlsx`, e suponha que desejamos construir um intervalo de confiança para a média salarial com coeficiente de confiança $\gamma = 98\%$.

```
dados <- read_xlsx("../data/raw/empresa.xlsx")
ci_general(dados$salario, conf_level = 0.98)
```

```
## # A tibble: 1 × 3
##   lower_ci upper_ci conf_level
##      <dbl>    <dbl>      <dbl>
## 1     9.26     13.0       0.98
```

Interpretação do intervalo de confiança

Para cada amostra (ou estudo), o intervalo de confiança pode estar correto ($a < \mu < b$) ou pode estar incorreto ($\mu < a$ ou $b < \mu$).

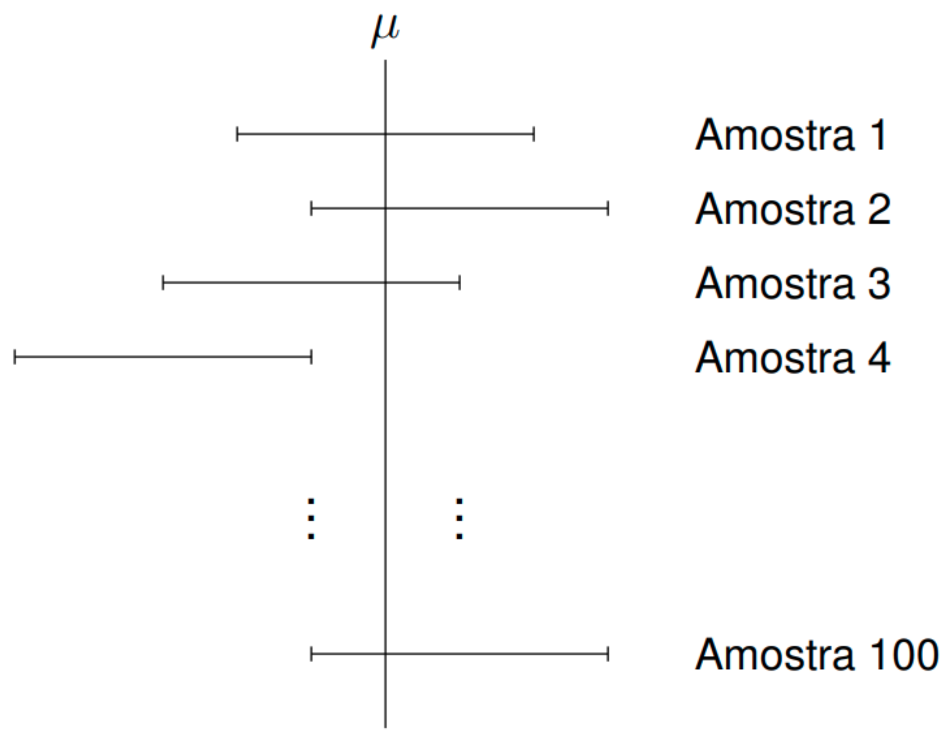
No conjunto de dados `amostras.xlsx`, temos seis amostras de uma população com média 25, e vamos calcular o intervalo de confiança para cada amostra.

```
dados <- read_xlsx("../data/raw/amostras.xlsx")
intervalos <- dados |>
  group_by(amostra) |>
  summarise(li = ci_general(valores)$lower_ci, ls = ci_general(valores)$upper_ci)
gt(intervalos) |>
  fmt_number(
    columns = c(li, ls),
    decimals = 2,
    dec_mark = ",",
    sep_mark = "."
  ) |>
  cols_label(
    amostra = md("**amostras**"),
    li = md("**Limite inferior**"),
    ls = md("**Limite superior**")
  )
```

amostras	Limite inferior	Limite superior
amostra_1	24,33	26,00
amostra_2	24,24	26,01
amostra_3	24,33	25,75
amostra_4	23,02	24,51
amostra_5	25,13	25,94
amostra_6	24,16	24,89

Interpretação do intervalo de confiança

Importante: $\gamma\%$ dos intervalos de confiança estão corretos e contêm o parâmetro da população.



Interpretação do intervalo de confiança: $\gamma\%$ dos intervalos estão corretos.

Intervalo de confiança para proporção

Considere a variável `procedencia` do conjunto de dados `empresa.xlsx`, e suponha que desejamos construir um intervalo de confiança para a proporção de pessoas que vieram da capital com coeficiente de confiança $\gamma = 99\%$.

Nesse caso, temos

- `sucesso`: funcionário nasceu na capital;
- `fracasso`: funcionário não nasceu na capital.

```
dados <- read_xlsx("../data/raw/empresa.xlsx")
ci_bern(dados$procedencia == 'capital', conf_level = 0.99)
```

```
## # A tibble: 1 × 3
##   lower_ci upper_ci conf_level
##      <dbl>    <dbl>      <dbl>
## 1   0.0909    0.520       0.99
```

Teste de hipóteses

Objetivo: decidir entre duas hipóteses científicas H_0 e H_1, onde H_0 é chamada de hipótese nula e H_1 é chamada de hipótese alternativa.

Como estabelecer H_0 e H_1

- Valor padrão (*benchmark* do mercado ou *benchmark* do regulador) ou especificação do cliente vai sempre no H_0.
- Hipótese científica ou pergunta vai sempre no H_1.

Ao decidirmos, podemos errar de duas formas:

		Situação na população	
		H_0	H_1 (Negação de H_0)
Decisão	H_0	Sem erro (verdadeiro negativo)	Erro tipo II (Falso negativo)
	H_1 (Negação de H_0)	Erro tipo I (Falso positivo)	Sem erro (Verdadeiro positivo)

Tipos de erros que um analista pode cometer ao decidir usando as informações (*evidências estatísticas*) de uma amostra.

Teste de hipóteses

Usamos probabilidade para controlar os *falsos positivos* ou *falsos negativos*:

- $\alpha = P(\text{falso positivo}) = P(\text{Erro tipo I})$ – nível de significância.
- $\beta = P(\text{falso negativo}) = P(\text{Erro tipo II})$.
- $1 - \beta = P(\text{verdadeiro negativo})$ – poder do teste.

Impossível estabelecer uma decisão que miniza, simultaneamente, α e β (ou minimiza α e maximiza $1 - \beta$).

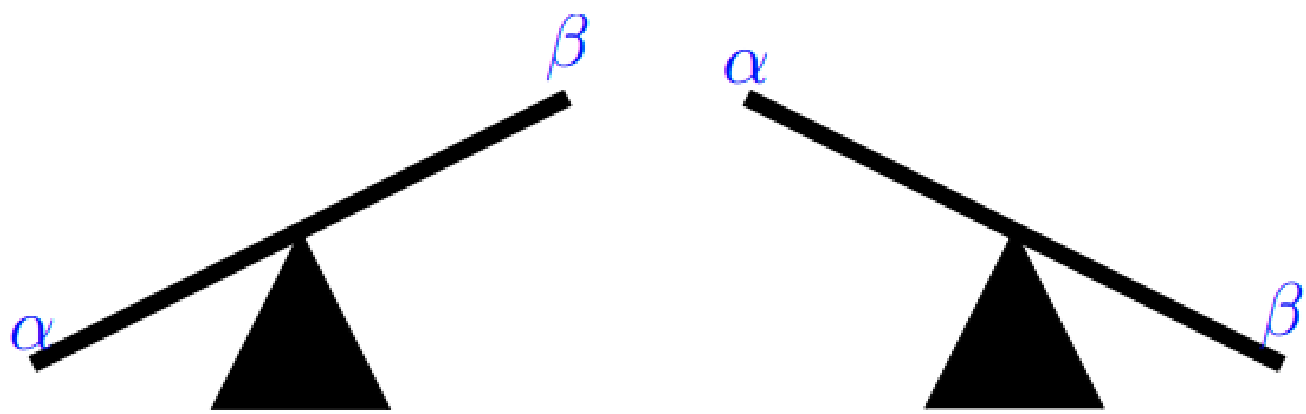


Ilustração dos erros tipos I e II. Impossível minimizar, simultaneamente, α e β.

Teste de hipóteses

Falso positivo: é o erro mais grave!

Estratégia para especificar H_0 e H_1:

1. Determinar o erro mais grave que será o falso positivo;
2. Determino H_0 e H_1 a partir do falso positivo.

Exemplo (Ilustração do falso positivo)

Em um julgamento precisamos decidir se um *réu* é: **inocente** ou **culpado**.

Temos dois erros possíveis:

- Culpar um inocente;
- Inocentar um culpado.

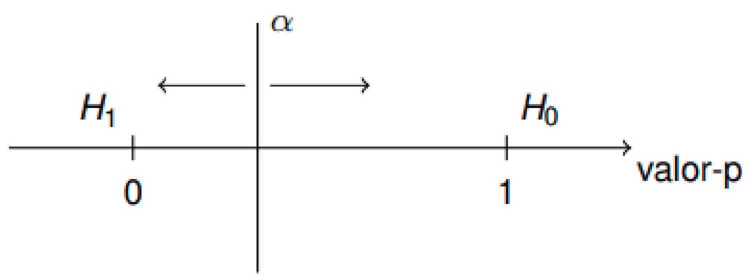
Determinando as hipóteses nulas e alternativas:

1. O erro mais grave é **culpar um inocente**;
2. **Falso positivo** é culpar um inocente;
3. $\begin{cases} H_0 : \text{o réu é inocente} \\ H_1 : \text{o réu é culpado} \end{cases}.$

Valor-p

Descrição intuitiva

- `estatística teste`: quantidade que indica a *evidência* contra H_0. Quanto mais *extrema* (muito pequeno ou muito grande), mais *evidência* temos contra H_0.
- O valor-p, ou *p-value* em inglês, é a probabilidade de coletar uma outra amostra com **estatística teste** igual ou mais extrema do que a amostra observada coletada quando H_0 é verdadeira. Lembre que o erro tipo I ou falso positivo é o mais grave.
- Rejeitamos H_0 quando o valor-p é pequeno, e usamos como valor de referência o nível de significância α. Ilustramos essa ideia na Figura abaixo.



Decisão usando o valor-p.

Valor-p

Interpretação

Imagine um contexto em que H_0 é verdade. Neste contexto, o valor-p pode ser pequeno ou grande, ou seja, podemos rejeitar ou não a hipótese nula.

O importante é que para $\alpha \cdot 100\%$ das amostras rejeitaremos H_0.

```r
dados <- read_xlsx("../data/raw/amostras.xlsx")
dados |>
  group_by(amostra) |>
  summarise(valor_p = ht_1pop_mean(valores, mu = 25)$p_value) |>
  gt() |>
  fmt_number(
    columns = valor_p,
    decimals = 2,
    sep_mark = ".",
    dec_mark = ","
  ) |>
  cols_label(
    amostra = md("**Amostras**"),
    valor_p = md("**Valor-p**")
  )
```

Amostras	Valor-p
amostra_1	0,68
amostra_2	0,77
amostra_3	0,91
amostra_4	0,00
amostra_5	0,01
amostra_6	0,01

Teste de hipóteses para média

A média salarial dos funcionários é maior que 5 salários mínimos ao nível de significância 5%?

$$\begin{cases} H_0 : \text{a média salarial é no máximo 5 salários mínimos,} \\ H_1 : \text{a média salarial é mario que 5 salários mínimos.} \end{cases}$$

```
dados <- read_xlsx("../data/raw/empresa.xlsx")
t.test(dados$salario, mu = 5, alternative = "greater")
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  dados$salario
## t = 8.0073, df = 35, p-value = 1.006e-09
## alternative hypothesis: true mean is greater than 5
## 95 percent confidence interval:
##  9.830415      Inf
## sample estimates:
## mean of x
##  11.12222
```

Teste de hipóteses para proporção

Os funcionários com origem na capital são maioria ao nível de significância 1%?

$$\begin{cases} H_0: \text{a porcentagem de funcionários com origem na capital é no máximo } 50\%, \\ H_1: \text{a porcentagem de funcionários com origem na capital é maior que } 50\%. \end{cases}$$

```
dados <- read_xlsx("../data/raw/empresa.xlsx")
num_sucessos <- sum(sum(dados$procedencia == 'capital'))
tamanho_amostra <- nrow(dados)
prop.test(num_sucessos, tamanho_amostra, p = 0.5, alternative = "greater")
```

```
## 
##  1-sample proportions test with continuity correction
## 
## data:  num_sucessos out of tamanho_amostra, null probability 0.5
## X-squared = 4.6944, df = 1, p-value = 0.9849
## alternative hypothesis: true p is greater than 0.5
## 95 percent confidence interval:
##  0.1851783 1.0000000
## sample estimates:
##         p 
## 0.3055556
```