

Gilberto Gil Fidelis Gomes Passos

**Um Modelo Baseado em Agentes para um  
Mercado Artificial de Fundos Imobiliários  
Brasileiros**

Rio de Janeiro, Brasil

2025, v-2.0.0

Gilberto Gil Fidelis Gomes Passos

# **Um Modelo Baseado em Agentes para um Mercado Artificial de Fundos Imobiliários Brasileiros**

Qualificação de Doutorado a ser submetida  
à banca de Corpo Docente selecionada pelo  
Programa de Pós-Graduação em Informática.

Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ

Programa de Pós-Graduação em Informática

Orientador: Eber Assis Schmitz, Phd

Coorientador: Sildenir Alves Ribeiro, Dsc

Rio de Janeiro, Brasil

2025, v-2.0.0

## Resumo

Esta pesquisa propõe o desenvolvimento de um mercado artificial de Fundos de Investimento Imobiliário (FIIs) brasileiros utilizando modelagem baseada em agentes. O modelo representa, de modo formal e computacional, a cadeia de valor dos FIIs: desde os imóveis, que geram receitas de aluguel sujeitas à vacância e custos operacionais, passando pela administração dessas receitas e a distribuição de dividendos, até a negociação das cotas pelos investidores, mediada por um mecanismo de formação de preços inspirado no livro de ordens da B3. A proposta incorpora variáveis macroeconômicas, como taxa Selic e inflação, e permite simular o comportamento dos investidores sob diferentes cenários e choques. O modelo é formalizado por meio de descrições matemáticas das dinâmicas entre agentes, variáveis de estado e regras de decisão, servindo como base para a implementação computacional em Python. A simulação opera em passos discretos diários, nos quais agentes heterogêneos atualizam suas expectativas, tomam decisões de compra e venda e interagem por meio de um sistema de negociação com livro de ordens. A arquitetura do sistema é modular e parametrizável, permitindo a incorporação de choques macroeconômicos, a calibração dos comportamentos individuais com dados empíricos e a geração de séries temporais em arquivos CSV para posterior análise estatística e validação do modelo. Resultados preliminares indicam que as séries de preços geradas apresentam caudas pesadas e curtose elevada, replicando parcialmente os fatos estilizados observados no IFIX.

**Palavras-chave:** fundos imobiliários, ABM, Mercado Artificial, Fatos Estilizados

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Mapeamento Sistemático . . . . .	23
Figura 2 – Enter Caption . . . . .	31
Figura 3 – Enter Caption . . . . .	40
Figura 4 – Enter Caption . . . . .	41
Figura 5 – Ambiente de Mercado . . . . .	59
Figura 6 – Enter Caption . . . . .	64
Figura 7 – Retornos das Séries Sintéticas . . . . .	71
Figura 8 – Enter Caption . . . . .	72

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Evolução dos Investidores Pessoas Físicas em FIIs (2020-2024) . . . . .	11
Tabela 2 – Critérios de Inclusão dos Estudos . . . . .	25
Tabela 3 – Critérios de Exclusão dos Estudos . . . . .	26
Tabela 4 – Resultados da Busca Inicial por Base de Dados . . . . .	26
Tabela 5 – Resultados Após os Filtros de Exclusão . . . . .	26
Tabela 6 – Referências de Artigos . . . . .	27
Tabela 7 – Comparação entre Artigos e Proposta do Modelo . . . . .	48
Tabela 8 – Cronograma de Desenvolvimento das Atividades . . . . .	74

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT      Associação Brasileira de Normas Técnicas

abnTeX      ABsurdas Normas para TeX

# LISTA DE SÍMBOLOS

$\Gamma$	Letra grega Gama
$\Lambda$	Lambda
$\zeta$	Letra grega minúscula zeta
$\in$	Pertence

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>10</b>
<b>1.1</b>	<b>Contextualização</b>	<b>10</b>
<b>1.2</b>	<b>Motivação</b>	<b>10</b>
<b>1.3</b>	<b>Problema</b>	<b>11</b>
<b>1.4</b>	<b>Objetivos</b>	<b>11</b>
1.4.1	Objetivo Geral	12
1.4.2	Objetivos Específicos	12
<b>1.5</b>	<b>Relevância</b>	<b>12</b>
<b>1.6</b>	<b>Estrutura e Organização</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>ARCABOUÇO CONCEITUAL</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>B3</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Modelagem Baseada em Agentes</b>	<b>14</b>
<b>2.3</b>	<b>Fundos de Investimentos Imobiliários</b>	<b>15</b>
<b>2.4</b>	<b>Mercados Artificiais</b>	<b>16</b>
<b>2.5</b>	<b>Fatos Estilizados</b>	<b>17</b>
2.5.1	Ausência de Autocorrelação nos Retornos	17
2.5.2	Assimetria entre Ganhos e Perdas	18
2.5.3	Caudas Pesadas ( <i>Heavy Tails</i> )	18
2.5.4	Gaussianidade Agregacional	19
2.5.5	Intermitência	20
2.5.6	Agrupamento de Volatilidade ( <i>Volatility Clustering</i> )	20
2.5.7	Caudas Pesadas Condicionais	21
2.5.8	Decaimento Lento das Autocorrelações dos Retornos Absolutos	21
2.5.9	Efeito Alavancagem (Leverage Effect)	21
<b>3</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>23</b>
<b>3.1</b>	<b>Planejamento</b>	<b>23</b>
<b>3.2</b>	<b>Seleção das Bases de Dados</b>	<b>24</b>
<b>3.3</b>	<b>Strings de Busca</b>	<b>24</b>
<b>3.4</b>	<b>Critérios de Inclusão e Exclusão</b>	<b>25</b>
<b>3.5</b>	<b>Resultados</b>	<b>26</b>
<b>3.6</b>	<b>Artigos da RSL</b>	<b>27</b>
3.6.1	Artigo 01	27
3.6.2	Artigo 02	29



3.6.3	Artigo 03 . . . . .	31
3.6.4	Artigo 04 . . . . .	32
3.6.5	Artigo 05 . . . . .	34
3.6.6	Artigo 06 . . . . .	35
3.6.7	Artigo 07 . . . . .	36
3.6.8	Artigo 08 . . . . .	39
3.6.9	Artigo 09 . . . . .	41
3.6.10	Artigo 10 . . . . .	43
<b>3.7</b>	<b>Discussão Comparativa . . . . .</b>	<b>45</b>
3.7.1	Similaridades . . . . .	45
3.7.2	Diferenças e Inovações . . . . .	46
3.7.3	Originalidade do Modelo Proposto . . . . .	46
<b>4</b>	<b>MODELAGEM COMPUTACIONAL . . . . .</b>	<b>49</b>
<b>4.1</b>	<b>Método . . . . .</b>	<b>49</b>
4.1.1	Especificação Formal do modelo . . . . .	49
4.1.2	Implementação do Modelo Computacional . . . . .	49
4.1.3	Verificação do Modelo . . . . .	50
4.1.4	Validação do Modelo . . . . .	50
4.1.4.1	Método de Calibração . . . . .	50
4.1.4.2	Validação Estatística . . . . .	50
<b>4.2</b>	<b>A Formalização do Modelo . . . . .</b>	<b>50</b>
4.2.1	Imóveis . . . . .	51
4.2.2	O Agente Fundo de Investimento Imobiliário (FII) . . . . .	52
4.2.3	O Agente Mídia . . . . .	53
4.2.4	O Agente Banco Central . . . . .	53
4.2.5	O Agente Investidor . . . . .	54
<b>4.3</b>	<b>Implementação do Modelo Computacional . . . . .</b>	<b>58</b>
4.3.1	Protocolo ODD - EM CONSTRUÇÃO . . . . .	58
4.3.1.1	O Ambiente do Mercado . . . . .	58
4.3.1.2	Mídia . . . . .	59
4.3.1.3	Banco Central . . . . .	60
4.3.1.4	Imóveis . . . . .	61
4.3.1.5	FII . . . . .	62
4.3.1.6	Investidores . . . . .	63
4.3.1.7	O Funcionamento do Mercado . . . . .	66
<b>4.4</b>	<b>Validação do Modelo . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>5</b>	<b>DISCUSSÃO E RESULTADOS . . . . .</b>	<b>70</b>
<b>5.1</b>	<b>Obtenção dos Valores de Referência . . . . .</b>	<b>70</b>

<b>5.2</b>	<b>O Experimento Realizado</b>	<b>70</b>
5.2.1	Resultados Preliminares	71
<b>6</b>	<b>CRONOGRAMA</b>	<b>73</b>
6.1	Descrição das Etapas do Cronograma Final	73
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>75</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>76</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contextualização

A modelagem baseada em agentes tornou-se, ao longo das últimas décadas, uma metodologia amplamente adotada para simular sistemas econômicos compostos por múltiplos agentes com comportamentos heterogêneos (AXTELL; FARMER, 2025). No campo das finanças, sua aplicação permitiu o desenvolvimento dos mercados artificiais, que são ambientes computacionais onde interações entre agentes autônomos geram padrões estatísticos nas séries de retornos, padrões esses conhecidos como fatos estilizados (SEN; SHERKAR, 2023), semelhantes aos observados em dados reais. Os fundos de investimento imobiliário, negociados em bolsa, compartilham diversas características com ativos de renda variável (LOCATELLI et al., 2018). Assim como ações, seus preços refletem expectativas de mercado, reagem a choques macroeconômicos e exibem padrões de precificação marcados por assimetrias, persistência e resposta a eventos externos. No entanto, diferentemente das ações, os FIIs combinam fluxos de renda recorrentes, via distribuição de dividendos (MALACO, 2020), com a possibilidade de valorização patrimonial, o que introduz camadas adicionais de decisão no comportamento dos investidores.

Pesquisas internacionais vêm avançando na construção de modelos mais realistas, incorporando dinâmicas de formação de preços por leilão contínuo (HIRANO et al., 2020), estratégias adaptativas de escolha entre diferentes perfis de agentes (WESTERHOFF; FRANKE, 2012) e mecanismos de reação a informações de mercado (??). Alinhado a esses avanços, o presente trabalho propõe a construção de um mercado artificial de Fundos Imobiliários brasileiros, capaz de representar simultaneamente os fundamentos econômicos que sustentam esses ativos e os fatos estilizados observáveis nas séries históricas de preços.

## 1.2 Motivação

O mercado de fundos de investimento imobiliário (FIIs) consolidou-se como uma alternativa importante para investidores brasileiros, sobretudo pessoas físicas, que buscam renda periódica e diversificação em ativos imobiliários (B3 - Brasil, Bolsa, Balcão, 2024). Dados recentes da B3 (B3, 2024a) revelam um crescimento na base de investidores, atingindo 2,8 milhões de cotistas pessoas físicas em 2024, um aumento de 133% em relação a 2020. Esses investidores detêm 74% do saldo total aplicado em Fundos de Investimentos Imobiliários (FIIs), que correspondem a R\$124,3 bilhões, em um mercado que ultrapassa R\$168 bilhões em patrimônio líquido total distribuído em mais de 500 fundos listados, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 – Evolução dos Investidores Pessoas Físicas em FIIs (2020-2024)

Ano	2020	2021	2022	2023	2024
Investidores (milhões)	1,2	1,5	2,0	2,4	2,8
Saldo (R\$ bi)	77,0	92,2	98,3	118,2	124,3
Participação (%)	74	74	74	75	74

Fonte: (B3, 2024a) - Elaboração própria

Esse crescimento expressivo na base de investidores evidencia a crescente importância dos FIIs como instrumentos de acesso ao mercado imobiliário e de diversificação de portfólio. Contudo, à medida que esse segmento se expande, torna-se cada vez mais necessário compreender as dinâmicas que governam a formação de preços, a liquidez e os padrões de risco dos fundos, aspectos que não são adequadamente capturados pelos modelos analíticos tradicionais.

Modelos baseados em estruturas lineares mostram-se insuficientes para representar a interação entre agentes heterogêneos, a formação de expectativas sob incerteza e os efeitos não lineares de variáveis macroeconômicas e microeconômicas (TESFATSION; JUDD, 2006). Além disso, observa-se a ausência de modelos formalizados e reproduzíveis que considerem simultaneamente o comportamento dos investidores e a cadeia de valor dos FIIs — desde a geração de receitas imobiliárias até a precificação das cotas. Assim, este trabalho busca contribuir para o preenchimento dessa lacuna por meio do desenvolvimento de um modelo artificial de FIIs, fundamentado em modelagem baseada em agentes.

### 1.3 Problema

Diante desse contexto, a presente pesquisa busca responder à seguinte pergunta:

- Como construir um mercado artificial de fundos imobiliários brasileiros, utilizando modelagem baseada em agentes, de forma a incorporar respostas a variáveis macroeconômicas e microeconômicas e gerar séries financeiras sintéticas que reproduzam fatos estilizados observados em mercados reais?

### 1.4 Objetivos

Com base na modelagem baseada em agentes, o trabalho propõe uma representação formal e computacional que incorpora elementos micro e macroeconômicos, com foco na reprodução de padrões estatísticos observados empiricamente. A seguir, apresentam-se o objetivo geral e os objetivos específicos que orientam o desenvolvimento do estudo.

### 1.4.1 Objetivo Geral

- Desenvolver e validar um modelo artificial de mercado de FIIs, baseado em ABM, capaz de simular o comportamento dos investidores e gerar séries de preços que reproduzam propriedades estatísticas observadas em dados empíricos.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Formalizar, de forma matemática e computacional, um mercado artificial de FIIs, especificando os diferentes tipos de agentes, suas estratégias de decisão e as regras de interação no ambiente simulado.
- Incorporar variáveis macroeconômicas (como taxa Selic, inflação e atividade econômica) e microeconômicas (como distribuição de dividendos, vacância e tipo dos imóveis) no processo de tomada de decisão dos agentes.
- Simular, no ambiente computacional, a formação de preços, o volume negociado e a liquidez dos ativos, adotando mecanismos compatíveis com a microestrutura do mercado de FIIs brasileiro.
- Calibrar e validar o modelo com base em fatos estilizados observados nas séries históricas de preços e retornos dos FIIs, por meio de métricas estatísticas como curtose, autocorrelação de volatilidade e distribuição de caudas.
- Analisar o comportamento do modelo sob diferentes cenários macroeconômicos, explorando a resposta dos agentes a choques como variações abruptas na taxa de juros, inflação ou Notícias.

## 1.5 Relevância

Esta pesquisa apresenta relevância ao propor um modelo computacional original, fundamentado em modelagem baseada em agentes, voltado especificamente ao mercado brasileiro de fundos de investimento imobiliário. Embora a literatura em ABM aplicada a ativos como ações esteja consolidada, ainda são escassos os modelos formais e validados que capturem a dinâmica particular dos FIIs brasileiros. Esta pesquisa adotará práticas como a calibração por momentos da média ([WESTERHOFF; FRANKE, 2012](#)) e a validação empírica por meio de fatos estilizados ([HESSARY, 2018](#)), ([FARIA, 2022](#)) contribuindo para o avanço metodológico da ABM financeira. Do ponto de vista aplicado, o modelo permite analisar, em ambiente controlado, os efeitos de choques macroeconômicos — como variações na taxa Selic, inflação ou atividade econômica — sobre os preços, o volume de negociação e o comportamento dos agentes. Além disso, ao incorporar explicitamente a cadeia de valor dos FIIs, desde os imóveis e receitas de aluguel até a precificação das cotas.

## 1.6 Estrutura e Organização

Este trabalho está estruturado em sete capítulos, além das referências bibliográficas, organizados de forma a apresentar progressivamente o problema de pesquisa, os fundamentos teóricos, a construção do modelo computacional e a análise dos resultados.

No Capítulo 2, apresenta-se o arcabouço conceitual necessário à construção do modelo. São discutidos os conceitos centrais relacionados à B3, à modelagem baseada em agentes, aos fundos de investimento imobiliário e aos mercados artificiais. Este capítulo também descreve os fatos estilizados observados nas séries financeiras reais, os quais serão utilizados como referência para validação do modelo.

O Capítulo 3 detalha o processo de revisão da literatura. São apresentados o planejamento da busca, as bases de dados utilizadas, os critérios de inclusão e exclusão dos artigos, os resultados obtidos e a análise comparativa dos estudos selecionados. A discussão final permite identificar as contribuições existentes na literatura e reforça a originalidade da proposta desenvolvida nesta pesquisa.

No Capítulo 4, descreve-se a modelagem computacional. A seção apresenta o método adotado, incluindo a especificação formal do modelo, sua implementação computacional, verificação e validação. Em seguida, detalha-se a formalização dos agentes — imóveis, fundo imobiliário, mídia, Banco Central e investidor — bem como o ambiente do mercado. Este capítulo também aborda o protocolo ODD, os procedimentos de calibração e as estratégias de validação estatística utilizadas.

O Capítulo 5 expõe os resultados do experimento de simulação. Nele, discute-se o desempenho do modelo em um experimento inicial, comparando os fatos estilizados das séries simuladas com os fatos estilizados da série empírica do IFIX.

O Capítulo 6 apresenta o cronograma de execução das etapas restantes do trabalho, com ênfase nas atividades planejadas para a finalização do desenvolvimento, calibração e análise do modelo.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta a conclusão geral do trabalho, até esse momento.

## 2 ARCABOUÇO CONCEITUAL

### 2.1 B3

A Bolsa, Brasil, Balcão (B3) é a principal infraestrutura de mercado financeiro do Brasil, atuando como bolsa de valores, como bolsa de mercados futuros e câmara de liquidação e custódia. Segundo (B3, 2024c), a B3 concentra a formação de preços dos ativos, proporciona uma ampla divulgação de dados ao mercado, estabelece as regras operacionais para os participantes, buscando promover a integridade do mercado.

A B3 também possui a qualidade de câmara de compensação e liquidação, ou seja, é a instituição financeira responsável por garantir que as operações feitas no mercado financeiro sejam concluídas com segurança, pontualidade e sem risco de inadimplência. Segundo os regulamentos de câmara (B3, 2024b) ela atua como contraparte em operações nos mercados de bolsa e balcão, garantindo a aceitação, compensação, liquidação e administração de risco das transações com ativos de renda variável, renda fixa privada, derivativos financeiros e de commodities. Dessa forma, a B3 atua como um agente central de confiança e estabilidade na infraestrutura do mercado de capitais brasileiro.

Nesse contexto da modelagem de mercados financeiros artificiais brasileiros, modelar um agente que se comporta como a B3, é buscar replicar estruturas e regras observadas no ambiente real do mercado financeiro brasileiro como o tempo de liquidação, as margens de garantia, as regras para os *circuit-breakers*, além das características já abordadas na literatura como os mecanismos de leilão duplo e a formação de preços a partir do livro de ordens (MIZUTA, 2016).

### 2.2 Modelagem Baseada em Agentes

A Modelagem Baseada em Agentes (*Agent-Based Modeling* — ABM) é uma técnica de modelagem computacional voltada à simulação de sistemas complexos compostos por múltiplos agentes autônomos que interagem entre si e com o ambiente (MACAL; NORTH, 2009). Cada agente possui um conjunto de regras comportamentais e pode adaptar seu comportamento com base nas interações com os demais agentes (BONABEAU, 2002). Ao incorporar a heterogeneidade do comportamento e as interações locais, o ABM é colocado como uma ferramenta para estudar e simular fenômenos econômicos complexos, como bolhas especulativas, formação de preços e ciclos de mercado (HOMMES, 2006) e (TESFATSION; JUDD, 2006).

Em relação à modelagem econômica, o uso do ABM foi uma mudança de paradigma

uma vez que permitiu a exploração computacional de sistemas mais realistas, ao invés de equações analíticas fundamentadas em premissas simplificadas (AXTELL; FARMER, 2025). Segundo (TURRELL, 2016) o estudo do ABM em Economia ganhou destaque na década de 1980 com o *Santa Fe Institute* desenvolvendo uma abordagem *bottom-up* para revelar fenômenos que emergem a partir de microcomportamentos em sistemas econômicos.

A principal vantagem do ABM está na flexibilidade de representar diferentes tipos de agentes e incorporar no ambiente as regras institucionais específicas de cada mercado. O que, segundo (CHEN; CHANG; DU, 2012) torna o ABM adequado à construção de mercados artificiais que replicam estruturas e comportamentos de mercados reais por meio de uma simulação computacional.

## 2.3 Fundos de Investimentos Imobiliários

Tradicionalmente, o investimento direto em imóveis requer capital elevado e baixa liquidez (AXTELL; FARMER, 2025). Como alternativa, os *Real Estate Investment Trusts* (REITs), originados nos Estados Unidos na década de 1960 e hoje difundidos em dezenas de países, surgem como opções de investimentos imobiliários que são caracterizados por adquirir, administrar e financiar imóveis com potencial de geração de renda (COTTER; STEVENSON, 2006). Esses instrumentos difundiram o acesso ao mercado imobiliário, permitindo que investidores adquirissem cotas negociadas em bolsas de valores (CHAN; ERICKSON; WANG, 2002).

No Brasil, os Fundos de Investimento Imobiliário (FIIs) representam a versão local dos REITs, adaptados à estrutura regulatória nacional. Tratam-se de instrumentos coletivos que destinam recursos não apenas à aquisição de imóveis físicos, mas também a ativos financeiros vinculados ao setor, como Certificados de Recebíveis Imobiliários (CRIs), Letras de Crédito Imobiliário (LCIs) e cotas de outros fundos (CVM, 2015). Criados pela Lei nº 8.668/1993 e regulamentados pela Instrução CVM nº 472/2008 (TAKOI, 2023), os FIIs seguem uma estrutura regulatória específica, diferenciando-se em aspectos operacionais e tributários de seus equivalentes internacionais (OLIVEIRA; MILANI, 2020).

Estruturalmente, FIIs e REITs possuem um gestor que reúne os recursos dos cotistas para administrar um portfólio diversificado de ativos imobiliários, o que proporciona vantagens como maior poder de negociação, diversificação geográfica e setorial, e uma gestão especializada (AMBROSE; HIGHFIELD; LINNEMAN, 2005), embora alguns FIIs sejam especializados em um único ativo.

As partes envolvidas de acordo com (DIAS; PEREIRA, 2015) incluem:

1. Os cotistas, que são os investidores nas cotas;
2. O administrador, que é a instituição financeira responsável pela gestão administrativa;



3. O gestor, que toma as decisões de investimento do portfolio;
4. O custodiante, que guarda os ativos financeiros do fundo;

De acordo com a Lei nº 8.668/1993, os FIIs no Brasil devem distribuir no mínimo 95% do resultado líquido aos cotistas. Essa obrigatoriedade de distribuição está alinhada ao tratamento fiscal vantajoso: os rendimentos distribuídos, atendidas as condições normativas (fundo com pelo menos 50 cotistas, cotista pessoa física com menos de 10% das cotas, etc.), são isentos de IR para pessoas físicas, enquanto o fundo em si também não paga imposto de renda sobre seus lucros imobiliários.

## 2.4 Mercados Artificiais

Mercados artificiais são simulações computacionais de mercados financeiros cujo propósito é para pesquisa e experimentação (KOPP; WESTPHAL; SORNETTE, 2022). (MIZUTA, 2016) ressalta que um mercado artificial é um tipo de ABM onde os agentes representam os participantes do mercado que negociam ativos virtuais sob determinadas regras, imitando o que ocorre no mercado real. Esses agentes podem atualizar suas estratégias, interagir e reagir a notícias simuladas, inserir ordens de negociação, tudo dentro de uma simulação administrada pelo pesquisador.

O objetivo de um mercado artificial é entender os fenômenos a partir de uma abordagem *bottom-up* como em (PONTA; PASTORE; CINCOTTI, 2011), investigando como episódios coletivos, como bolhas e crashes, manifestam-se a partir das decisões individuais e interações dos agentes (MIZUTA; YAGI, 2023). Essa visão ganha relevância com (PALMER et al., 1999) onde os agentes competiam num mercado simulado, e em (LUX; MARCHESI, 1999) que reproduziu flutuações e agrupamento de volatilidade com grupos distintos de agentes.

Uma das pesquisas pioneiras para o entendimento da microestrutura de mercados financeiros foi realizada por (COHEN et al., 1978), que analisou como a estrutura de mercado, os tipos de participantes e os custos de transação influenciam o desempenho do mercado. Posteriormente, (MENDELSON, 1982) classificou os agentes em dois grupos distintos: aqueles que buscam liquidez e operam sem acesso a informações privilegiadas, e os agentes informados, que atuam com base em assimetrias informacionais. Para estudar a dinâmica da variação de preços, o trabalho de (BAK; PACZUSKI; SHUBIK, 1997) introduziu um modelo composto por dois tipos de agentes: agentes de ruído, que enviam ordens de compra e venda aleatórias, e agentes racionais, que maximizam sua utilidade sob restrições de aversão ao risco. Em linha semelhante, (CINCOTTI et al., 2003) investigou o desempenho de diferentes estratégias em um ambiente com dois ativos, sendo um livre de risco e outro com risco, focando especialmente no impacto dos agentes de ruído.

Seus resultados evidenciaram propriedades empíricas típicas dos mercados reais, como agrupamento de volatilidade e caudas pesadas na distribuição dos retornos. A pesquisa de (RABERTO; CINCOTTI, 2005) avançou ao incorporar explicitamente o mecanismo de formação de preços via book de ordens, em substituição ao tradicional cruzamento entre curvas de oferta e demanda.

A literatura mostra que uma das principais atribuições dos mercados artificiais é reproduzir os fatos estilizados conhecidos (CRAMER; TRIMBORN, 2019). Esses fatos, observados de forma recorrente em séries temporais financeiras (CONT, 2001a), funcionam como critérios de validação empírica para os modelos simulados. Na seção seguinte, será discutido quais os principais fatos estilizados da literatura e como são medidos.

## 2.5 Fatos Estilizados

Segundo (CONT, 2001b), quando os desempenhos dos mercados financeiros são analisados sob uma ótica estatística, os retornos dos ativos compartilham um conjunto de propriedades comuns, independentemente do mercado ou do tipo de ativo. Essas características recorrentes são conhecidas como fatos estilizados (FE).

Esta seção apresenta os principais fatos estilizados da literatura, com o objetivo de aplicá-los ao mercado brasileiro de FIIs, visando à calibração e validação de um mercado artificial de FIIs.

### 2.5.1 Ausência de Autocorrelação nos Retornos

A ausência de autocorrelação nos retornos indica, segundo (CONT, 2001b) que os retornos financeiros não apresentam dependência linear significativa ao longo do tempo, ou seja, os retornos passados não possuem poder preditivo sobre os retornos futuros. Esse fato estilizado tem grande relevância para a teoria dos mercados eficientes (FAMA, 1970), pois sugere que os preços dos ativos seguem um passeio aleatório (*random walk*), onde as novas informações são rapidamente incorporadas e os preços não podem ser previstos com base em retornos passados.

A autocorrelação dos retornos  $r_t$  pode ser medida utilizando a função de autocorrelação (ACF), definida como:

$$ACF(\tau) = \frac{E[(r_t - \bar{r})(r_{t+\tau} - \bar{r})]}{\sigma^2} \quad (2.1)$$

onde:

- $\tau$  representa o defasamento (*lag*);
- $\bar{r}$  é a média dos retornos;

- $\sigma^2$  é a variância dos retornos.

### 2.5.2 Assimetria entre Ganhos e Perdas

A assimetria entre ganhos e perdas é um fato estilizado que descreve a tendência de retornos negativos serem mais abruptos e intensos do que retornos positivos de mesma magnitude (CONT, 2001b). Em outras palavras, as quedas nos preços dos ativos geralmente ocorrem de forma mais rápida e acentuada do que altas equivalentes. Segundo (PARK, 2014), esse comportamento evidencia que os mercados financeiros reagem de maneira assimétrica a choques positivos e negativos, um padrão que pode ser atribuído a fatores comportamentais, como a aversão ao risco dos investidores e o efeito de manada.

Essa assimetria pode ser quantificada por meio do coeficiente de assimetria (*skewness*), que corresponde ao terceiro momento central da distribuição de retornos, modelada por:

$$\text{Skewness} = \frac{E[(r_t - \bar{r})^3]}{\sigma^3} \quad (2.2)$$

onde:

- $r_t$  representa os retornos dos ativos;
- $\bar{r}$  é a média dos retornos;
- $\sigma$  é o desvio padrão dos retornos.

Dessa maneira, a interpretação do coeficiente de assimetria é a seguinte:

- **Skewness** > 0: Distribuição com cauda mais longa à direita, indicando uma ocorrência mais frequente de retornos positivos extremos.
- **Skewness** < 0: Distribuição com cauda mais longa à esquerda, indicando quedas bruscas mais frequentes do que altas.
- **Skewness** = 0: Distribuição simétrica.

### 2.5.3 Caudas Pesadas (*Heavy Tails*)

As caudas pesadas referem-se à ocorrência de retornos extremos com maior frequência do que o previsto por distribuições normais. Em termos matemáticos, probabilidade de ocorrer grandes variações nos retornos financeiros decai de forma polinomial (FARIA, 2022), seguindo uma lei de potência do tipo:

$$\mathbb{P}(|r_t| > x) \approx cx^{-\alpha}, \quad \text{com } \alpha > 0 \text{ e } c > 0, \quad (2.3)$$

onde  $\alpha$  é o índice de cauda. Para distribuições de retornos financeiros, os valores de  $\alpha$  estão na faixa  $2 < \alpha < 5$  (CONT, 2001b).

A estimação do índice de cauda pode ser realizada com o Estimador de Hill (FARIA, 2022), uma ferramenta clássica da análise de valores extremos. Para isso, os log-retornos  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  são ordenados, e selecionam-se os  $k$  maiores (ou menores) valores. O estimador de Hill para o índice de cauda  $\alpha$  é então definido por:

$$\hat{\alpha} = \left[ \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left( \log X_{(n-i)} - \log X_{(n-k)} \right) \right]^{-1}, \quad (2.4)$$

onde  $X_{(j)}$  representa o  $j$ -ésimo maior valor da amostra ordenada, e  $k$  define o número de observações usadas para a estimação da cauda.

Uma outra forma de capturar a presença de caudas pesadas é através da medida da curtose (ANTYPAS; KOUNDOURI; KOUROGENIS, 2013), definido como:

$$Kurtosis = \frac{E[(r_t - \bar{r})^4]}{\sigma^4} \quad (2.5)$$

onde valores maiores do que 3 indicam distribuições com caudas mais pesadas do que a normal, enquanto valores menores do que 3 indicam caudas mais leves.

#### 2.5.4 Gaussianidade Agregacional

A propriedade da Gaussianidade Agregacional refere-se a um fenômeno onde, na medida em que aumentamos o intervalo de tempo para calcular os retornos dos ativos financeiros, a distribuição dos retornos tende a se aproximar de uma distribuição normal. Isso implica que, enquanto os retornos de alta frequência apresentam caudas pesadas e curtose excessiva, retornos relativos a períodos mais longos convergem para um comportamento Gaussiano (CONT, 2001b).

A medição da Gaussianidade Agregacional pode ser feita através de diversas métricas estatísticas, dentre elas:

- **Teste de Kolmogorov-Smirnov (KS):** Este teste não paramétrico avalia a aderência entre a distribuição empírica dos dados e uma distribuição teórica especificada (como a distribuição normal padrão) (BERGER; ZHOU, 2014). Especificamente, ele mede a diferença máxima vertical entre a função de distribuição acumulada (FDA) observada nos dados e a FDA da distribuição teórica de referência.

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)| \quad (2.6)$$

onde  $F_n(x)$  é a função de distribuição empírica e  $F(x)$  é a distribuição teórica.

- **Análise de Quantis (Q-Q Plot):** Um gráfico Q-Q compara os quantis da distribuição empírica dos retornos com os quantis de uma distribuição normal. Se os pontos do gráfico se alinham aproximadamente a uma linha reta, indica conformidade com a normalidade.
- **Curtose e Assimetria:** A diminuição da curtose com o aumento do intervalo de agregação indica que os retornos estão se aproximando de uma distribuição normal. Da mesma forma, se a assimetria converge para zero, reforça-se a tendência dos retornos a exibirem comportamento Gaussiano em horizontes temporais mais longos.

A aplicação dessas métricas em diferentes escalas temporais permite avaliar a evolução da gaussianidade com a agregação temporal.

### 2.5.5 Intermitência

A intermitência é um comportamento dos retornos dos ativos que descreve uma ocorrência irregular de períodos de alta e baixa volatilidade (CONT, 2001b), que são associados a eventos raros e de grande impacto (SAICHEV; SORNETTE, 2006).

A intermitência pode ser quantificada através da análise da curtose da distribuição de retornos (SEN; SHERKAR, 2023), que nos mercados financeiros tem valores significativamente maiores do que 3, o que denota uma não normalidade que caracteriza este fato estilizado.

### 2.5.6 Agrupamento de Volatilidade (*Volatility Clustering*)

O agrupamento de volatilidade (*volatility clustering*) descreve que períodos de alta volatilidade tendem a ser sucedidos por novos períodos igualmente voláteis, enquanto períodos de baixa volatilidade são seguidos por variações menos intensas (CONT, 2001b). Em termos formais, essa característica indica que a série de volatilidade  $\{\sigma_t\}$  apresenta memória ou persistência ao longo do tempo (COTTER; STEVENSON, 2008). Ao usar os retornos quadráticos  $r_t^2$  como fator de volatilidade, observa-se que a autocorrelação pode ser medida por:

$$C(\tau) = \text{corr}(r_t^2, r_{t+\tau}^2), \quad (2.7)$$

onde  $\tau$  representa o *lag*, ou deslocamento temporal, entre dois retornos no cálculo da correlação.

Dessa maneira, se  $C(\tau) > 0$  decai lentamente na medida que  $\tau$  aumenta, então esse comportamento difere do esperado em um passeio aleatório, no qual esta correlação tenderia rapidamente a zero (FARIA, 2022).

### 2.5.7 Caudas Pesadas Condicionais

Seja  $r_t$  o retorno de um ativo financeiro no instante  $t$ , e seja  $\mathcal{F}_{t-1}$  o conjunto de informações disponíveis até o tempo  $t - 1$ . Diz-se que a distribuição condicional dos retornos  $r_t \mid \mathcal{F}_{t-1}$  apresenta caudas pesadas condicionais quando, mesmo após a modelagem da variância condicional — por meio de modelos GARCH — os resíduos padronizados  $z_t = r_t / \hat{\sigma}_t$  continuam exibindo comportamento de cauda pesada. Isso implica que existe uma constante  $c > 0$  e um índice de cauda  $\alpha > 0$  tais que:

$$\mathbb{P}(|z_t| > x \mid \mathcal{F}_{t-1}) \sim cx^{-\alpha}, \quad \text{quando } x \rightarrow \infty. \quad (2.8)$$

Ou seja, mesmo após o ajuste da heterocedasticidade por um modelo condicional da forma do GARCH (FURRIEL, 2011) com:

$$r_t = \mu + \sigma_t z_t, \quad (2.9)$$

onde

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (2.10)$$

a distribuição dos resíduos  $z_t$  não converge para uma normal padrão, mas sim para uma distribuição com excesso de curtose, o que caracteriza um FE conhecido como caudas pesadas condicionais (FARIA, 2022).

### 2.5.8 Decaimento Lento das Autocorrelações dos Retornos Absolutos

Outro fato estilizado documentado é o decaimento lento da autocorrelação dos retornos absolutos, indicando que a volatilidade exibe uma memória longa (CONT, 2001b; ZHENG; SONG; LIANG, 2024).

Em termos matemáticos, a função de autocorrelação dos retornos absolutos, definida como:

$$C(\tau) = \text{corr}(|r_t|, |r_{t+\tau}|) \quad (2.11)$$

e os resultados dessas autocorrelações segundo (CONT, 2001b) seguem um padrão de uma lei de potência  $C(\tau) \sim A \cdot \tau^{-\beta}$  com  $\beta \in [0.2, 0.4]$ .

Esse comportamento, de acordo com (LIU et al., 1997) sugere que o decaimento da autocorrelação ocorre de maneira mais lenta, indicando que choques de volatilidade podem ter impacto prolongado sobre os retornos futuros.

### 2.5.9 Efeito Alavancagem (Leverage Effect)

O *efeito alavancagem* refere-se à correlação negativa entre retornos passados e volatilidade futura de um ativo. Esse FE indica que quedas nos preços estão geralmente

associadas a aumentos subsequentes na volatilidade dos retornos, conforme evidenciado empiricamente por (CONT, 2001b; BOUCHAUD; MATA CZ; POTTERS, 2001; AHLGREN et al., 2007).

Matematicamente, o efeito alavancagem pode ser descrito pela correlação entre os retornos no período  $t$  e a volatilidade futura no período  $t + \tau$ :

$$L(\tau) = \text{corr}(r_t, \sigma_{t+\tau}^2), \quad (2.12)$$

onde  $r_t$  é o retorno no tempo  $t$ , e  $\sigma_{t+\tau}^2$  representa a volatilidade futura condicional.

O efeito alavancagem, também chamado de assimetria da volatilidade descreve a relação inversa entre retornos e volatilidade em mercados financeiros: quedas nos preços de um ativo estão associadas a aumentos na volatilidade. Essa correlação negativa mostrada por (FIGLEWSKI; WANG, 2000) inicia-se com valores significativamente negativos e decai gradualmente para zero ao longo do tempo, indicando conforme (KIM; SHIN, 2023) que retornos negativos desencadeiam elevações imediatas na volatilidade, as quais se dissipam progressivamente após o choque inicial.

O efeito alavancagem também pode ser associado à estrutura financeira das empresas. De acordo com (BOUCHAUD; MATA CZ; POTTERS, 2001), quedas no valor de mercado aumentam o grau de alavancagem financeira, elevando a percepção de risco dos ativos. Por outro lado (AHLGREN et al., 2007) destacam também o papel da dinâmica comportamental dos investidores e das interações de mercado como fatores contribuintes para essa assimetria.

## 3 REVISÃO DE LITERATURA

### 3.1 Planejamento

Esta revisão tem como objetivo identificar pesquisas relacionadas à modelagem de mercados artificiais, com foco na aplicação de Modelagem Baseada em Agentes para simular o comportamento de FIIs. A motivação principal é compreender como modelos computacionais podem reproduzir fatos estilizados observados em mercados reais e quais lacunas de pesquisa existem para aplicação no contexto brasileiro. A [Figura 1](#) apresenta os estágios, as respectivas etapas e o fluxo de execução adotados nesta revisão.

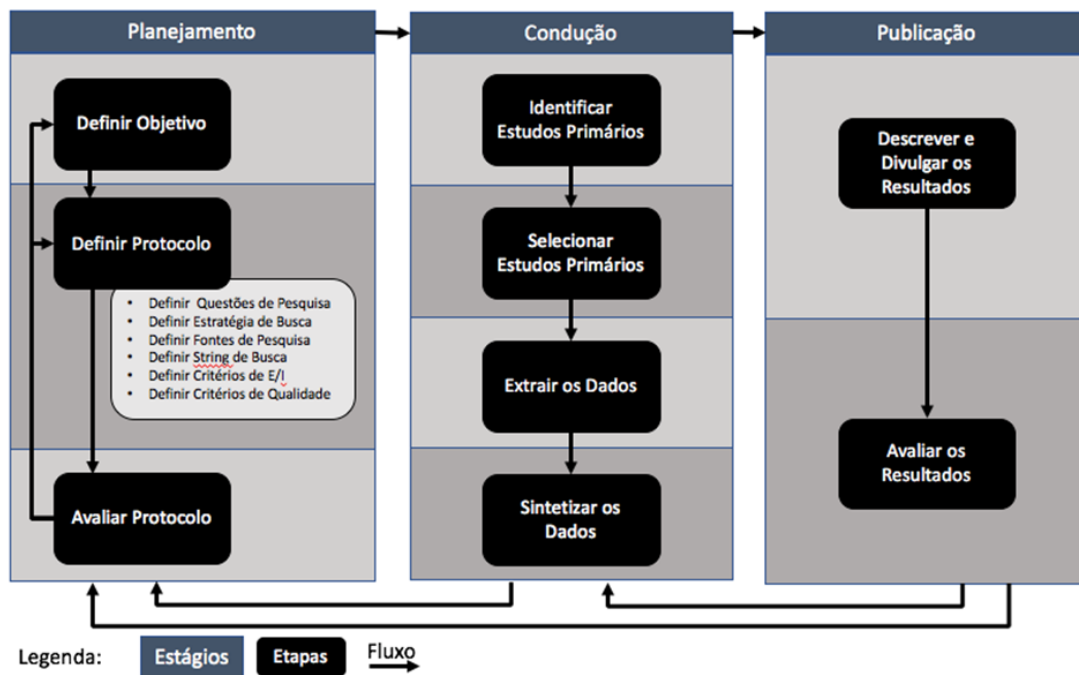


Figura 1 – Mapeamento Sistemático

Dentre os objetivos específicos que norteiam esta revisão, podemos destacar os seguintes:

- Mapear abordagens de ABM aplicadas a mercados financeiros, destacando técnicas de modelagem de agentes heterogêneos.
- Analisar métodos de calibração e validação utilizados em simulações.
- Identificar fatores macro e microeconômicos incorporados em mercados artificiais.
- Avaliar a aplicabilidade de modelos existentes para FIIs, considerando particularidades do mercado brasileiro



Como destacam (KITCHENHAM et al., 2009) e (PETERSEN et al., 2008), a definição clara de questões de pesquisa é fundamental em revisões de literatura, pois servem como diretrizes para todo o processo investigativo. Assim, neste estudo, a questão estabelecida é:

- **Questão de Pesquisa:** *Como desenvolver um mercado artificial de FIIs brasileiros usando ABM, em que agentes reajam a variáveis macroeconômicas e características específicas dos fundos, gerando séries sintéticas que reproduzam fatos estilizados observados no mundo real?*

Essa questão central busca (1) identificar modelos ABM para mercados artificiais que possam ser adaptados às particularidades do mercado brasileiro de FIIs, e (2) estabelecer critérios para a validação de séries sintéticas na replicação dos fatos estilizados dos dados empíricos.

Como delimitação deste estudo, optou-se pelo ABM como framework principal, devido à sua capacidade de simular: (1) comportamentos emergentes e (2) heterogeneidade entre investidores, fatores que são necessários para o entendimento da formação de preços nos mercados financeiros. Além disso, foram priorizados estudos cujos modelos podem ser adaptados ao contexto brasileiro, considerando variáveis macroeconômicas ou regulatórias.

## 3.2 Seleção das Bases de Dados

A seleção das bases de dados foi fundamentada em critérios de relevância acadêmica e abrangência temática, conforme recomendado por (CHEN; BABAR; ZHANG, 2010). Foram priorizadas plataformas reconhecidas nas áreas de tecnologia e ciência da computação, complementadas por bases multidisciplinares, como *ScienceDirect*, *Scopus*, *SpringerLink*, *ACM Digital Library* e *IEEE Xplore*, renomadas por fornecerem acesso a publicações de alta qualidade em tecnologia, ciência da computação e áreas correlatas, e o *Google Scholar* que oferece um alcance mais amplo.

## 3.3 Strings de Busca

Para responder à pergunta de pesquisa, foi definida uma string de busca elaborada em inglês, pois que essa é a língua amplamente aceita na redação de trabalhos científicos. Segundo (KEELE et al., 2007), o processo de criação da string é iterativo, envolvendo múltiplos ciclos de experimentação, verificação dos artigos retornados e ajustes. Assim, esse processo de definição da string de busca foi guiado por uma série de tarefas que aumentam sua eficiência e precisão. Estas etapas incluem:

- Realizar buscas preliminares para identificar tanto revisões ou mapeamentos existentes e/ou avaliar o volume de estudos potencialmente relevantes;
- Realizar buscas preliminares para identificar tanto revisões ou mapeamentos existentes e/ou avaliar o volume de estudos potencialmente relevantes;
- Realizar buscas de teste usando várias combinações dos termos de busca derivados das questões de pesquisa;
- Verificar se artigos primários já conhecidos, e que devem ser incluídos na revisão, foram retornados nas buscas experimentais (esta tarefa ajuda a avaliar a efetividade da string de busca);
- Quebrar as questões de pesquisa em palavras-chave e buscar sinônimos para cada termo que faz parte da string de busca;
- Consultar outros especialistas do tópico de pesquisa para validar a string de busca.

Após as etapas de (KEELE et al., 2007) destacadas acima, com o intuito de responder à questão apresentada, este estudo definiu a seguinte *strings* de busca:

*("agent-based modeling"OR "ABM"OR "agent-based simulations") AND ("artificial markets"OR "market simulations"OR "simulated markets").*

### 3.4 Critérios de Inclusão e Exclusão

Uma vez construída a *string* de busca, é necessário também delimitar os critérios usados para excluir e incluir os estudos retornados. Assim, adotam-se como critérios de inclusão da [Tabela 2](#):

Tabela 2 – Critérios de Inclusão dos Estudos

ID	Critério de Inclusão
I1	Artigos primários disponíveis em um dos repositórios selecionados
I2	Somente estudos publicados em inglês
I3	Artigos completos (disponibilizados integralmente)
I4	Artigos únicos, sem duplicidade
I5	Relacionados aos temas centrais deste estudo: <ol style="list-style-type: none"> <li>Mercados artificiais</li> <li>Modelagem baseada em agentes (ABM)</li> </ol>
I6	Deve conter no título, palavras-chave e/ou resumo alguma conexão com o tema central

Os estudos que não atendem aos critérios de inclusão foram excluídos conforme os critérios listados na [Tabela 3](#), classificados em três níveis: primário, secundário e terciário.

Tabela 3 – Critérios de Exclusão dos Estudos

ID	Critério de Exclusão
E1	Exclusão automática de estudos com base em critérios formais: <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Livros</li> <li>b. Estudos secundários (revisões, surveys, etc.)</li> <li>c. Resumos ou abstracts não acompanhados do texto completo</li> <li>e. Documentos duplicados</li> </ul>
E2	Exclusão por irrelevância temática: trabalhos sem qualquer relação com mercados artificiais ou ABM
E3	Exclusão por análise crítica: estudos que, mesmo relacionados, carecem de profundidade ou não contribuem diretamente à questão de pesquisa

Assim, a partir da *string* de busca e da definição dos critérios de inclusão e exclusão, o próximo passo é conduzir a busca dos artigos.

### 3.5 Resultados

Aplicando os critérios de inclusão e o critério de exclusão primária (E1), conforme descritos, e detalhando cada uma das bases de conhecimento selecionadas, foram obtidas as quantidades de resultados apresentadas na [Tabela 4](#).

Tabela 4 – Resultados da Busca Inicial por Base de Dados

Consulta	Portal Capes	ACM	IEEE	Scopus	Springer	ScienceDirect
String de busca	70	32	3	86	129	282

Dos artigos obtidos na busca inicial, foram aplicados os critérios de exclusão secundária (E2), resultando nas quantidades finais de artigos de acordo com a [Tabela 5](#).

Tabela 5 – Resultados Após os Filtros de Exclusão

	Portal Capes	ACM	IEEE	Scopus	Springer	ScienceDirect
<b>String de busca</b>	33	17	0	29	45	72

Em seguida, foi realizada uma análise detalhada dos títulos dos artigos, com leitura e avaliação criteriosa, resultando na seleção de 24 artigos cujos resumos foram lidos e classificados. A partir dessa análise, 10 artigos foram selecionados para leitura completa, conforme apresentado na [Tabela 6](#) a seguir.

Tabela 6 – Referências de Artigos

ID	Artigo	Ano	Autor(es)
B1	A calibration procedure for analyzing stock price dynamics in an agent-based framework	2015	Maria Cristina Recchioni, Gabriele Tedeschi, Mauro Gallegati
B2	Agent-Based Simulation and Microstructure Modeling of Immature Stock Markets	2016	Hazem Krichene e Mhamed-Ali El-Aroui
B3	Heterogeneous Trading Agents	2021	L. Neuberger, K. Bertels
B4	Impact analysis of financial regulation on multi-asset markets using artificial market simulations.	2020	Masanori Hirano 1, Kiyoshi Izumi, Takashi Shimada, Hiroyasu Matsushima
B5	Market impact analysis of financial literacy among a-share market investors: An agent-based model	2023	Rongtian Zhou, Xiong Xiong, Bàrbara Llacay, Gilbert Pepper
B6	Expected Utility or Prospect Theory: which better fits agent-based modeling of markets?	2016	Paulo Andre Lima de Castro, Anderson Rodrigo Barreto Teodoro
B7	Stock market information flow: Explanations from market status and information-related behavior	2018	Jingen Lu, Xiaohong Chen, Xiaoxing Liu
B8	Regras comportamentais e a tomada de decisão no mercado financeiro: uma simulação via modelo baseado em agentes	2024	André Correia Bueno, Felipe Pinto da Silva, João Victor Machado, Gustavo Onofre Andreão
B9	Scalable agent-based modeling for complex financial market simulations	2023	Aaron Wheeler, Jeffrey D. Varner
B10	Introducing a multi-asset stock market to test the power of investor networks	2017	Matthew Oldham

## 3.6 Artigos da RSL

Esta seção apresenta e discute os principais trabalhos selecionados nesta revisão de literatura. São analisadas as abordagens adotadas por cada estudo quanto à modelagem baseada em agentes, estrutura dos mercados artificiais simulados, estratégias de calibração e validação, bem como sua aderência à reprodução de fatos estilizados.

### 3.6.1 Artigo 01

([RECCHIONI; TEDESCHI; GALLEGATI, 2015](#)) propõe um modelo de mercado financeiro baseado em agentes inspirado nas abordagens de ([BROCK; HOMMES, 1998](#)) e ([HOMMES, 2006](#)). O objetivo é compreender como interações entre fundamentalistas e seguidores de tendência influenciam a dinâmica de preços. Os fundamentalistas acredi-

tam que o preço converge para um valor fundamental estável ( $p^{\text{fundamental}}$ ), enquanto os seguidores de tendência ajustam suas expectativas com base nas variações dos preços.

Os investidores podem investir num ativo sem risco, que possui um retorno bruto  $R = (1 + r) > 1$ , ou num ativo de risco, que paga um dividendo incerto  $y$  e possui um preço  $\hat{p}_t$  no tempo  $t$ . A dinâmica da riqueza do agente é dada por:

$$W_{t+1} = RW_t + (\hat{p}_{t+1} + y_{t+1} - R\hat{p}_t)z_t$$

onde a riqueza do agente no próximo período ( $W_{t+1}$ ) é calculada com base na riqueza atual ( $W_t$ ), ajustada pelo retorno livre de risco ( $R$ ), mais os lucros obtidos com a variação no preço do ativo ( $\hat{p}_{t+1}$ ) e o dividendo recebido ( $y_{t+1}$ ), ajustado pelo número de ações compradas ( $z_t$ ) e o preço do ativo no período anterior ( $R\hat{p}_t$ ).

O artigo assume que os agentes são heterogêneos na medida que possuem previsões diferentes sobre a expectativa de preço  $E_t$  e a variância  $V_t$ . Cada agente  $h$  é considerado um maximizador de média-variância míope, e assim sua demanda pelo ativo de risco resolve

$$\max_{z_t} \left( E_{h,t}(W_{t+1}) - \frac{\alpha}{2} V_{h,t}(W_{t+1}) \right),$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro de aversão ao risco do agente. Assim é determinada a demanda ( $z_{h,t}$ ) em função das expectativas de retorno, preço atual e aversão ao risco ( $\alpha$ ), considerando também a variância ( $\sigma^2$ ).

$$z_{h,t} = \frac{E_{h,t}(\hat{p}_{t+1} + y_{t+1} - R\hat{p}_t)}{\alpha \sigma^2}$$

No início de cada período de negociação  $t$ , os agentes fazem expectativas sobre preços futuros e dividendos. O artigo segue (BROCK; HOMMES, 1998) e assume que todas as crenças são da forma

$$E_{h,t}(\hat{p}_{t+1} + y_{t+1}) = E_t(p_{t+1}^* + y_{t+1}) + f_h(\hat{x}_{t-1}, \dots, \hat{x}_{t-L}), \quad \forall h, t$$

onde  $p_t^*$  e  $\hat{x}_t$  representam o preço fundamental e o desvio de preço em relação ao preço fundamental, respectivamente, no tempo  $t$ . Ou ainda  $\hat{x}_t = \hat{p}_t - p_t^*$ .

A aptidão  $U_{h,t}$  que mede o desempenho da estratégia fundamentalista e dos traders de tendência, incluindo o custo  $C_h$  e é calculada por:

$$U_{h,t} = (p_t + y_t - Rp_{t-1})z_{h,t} - C_h + \omega U_{h,t-1}$$

onde  $\omega \in [0, 1]$  é um parâmetro de memória.

No modelo são utilizadas duas estratégias (a fundamentalista e a dos seguidores de tendência) onde cada agente reavalia a rentabilidade da sua própria estratégia em relação à outra. A probabilidade de um trader escolher a estratégia  $h$  é dada pela probabilidade de ‘Gibbs’:

$$n_{h,t} = \frac{\exp(\beta U_{h,t})}{\sum_{h=1}^H \exp(\beta U_{h,t})}$$

Neste artigo, a aleatoriedade no modelo garante que os traders não compartilhem a mesma crença. O parâmetro  $\beta$  mede a intensidade da escolha, indicando o nível de confiança dos traders nas expectativas baseadas no desempenho de outros. Quando  $\beta = 0$ , os agentes agem de forma independente. À medida que  $\beta$  aumenta, o comportamento dos agentes torna-se mais homogêneo e racional. Essa intensidade de escolha ( $\beta$ ) e o parâmetro de memória ( $\omega$ ) são ajustados por calibração de mínimos quadrados para reproduzir padrões observados em séries históricas do *S&P500* e Euro Stoxx 50, permitindo a captura de fatos estilizados como volatilidade agrupada e caudas grossas.

### 3.6.2 Artigo 02

O mercado artificial descrito em (KRICHENE; EL-AROUI, 2018) é modelo baseado em agentes que simula características típicas de mercados imaturos, como alto risco e baixa eficiência, e é capaz de replicar fatos estilizados relacionados principalmente à assimetria de informação e ao comportamento de manada. Nesse modelo os agentes heterogêneos negociam um único ativo de risco por meio de um book de ordens e cada agente toma sua decisão de investimento combinando seu comportamento e as informações privadas compartilhadas com seus vizinhos em uma rede comportamental.

Da mesma maneira como em (CHIARELLA; IORI; PERELLÓ, 2009), o agente  $i$  forma seu comportamento de negociação de acordo com uma mistura de pesos aleatórios  $g_i^1 > 0$ ,  $g_i^2 > 0$  e  $n_i > 0$  representando respectivamente seus graus de fundamentalismo, cartismo (ou seguidores de tendência) e de ruído. Esses pesos são gerados aleatoriamente por uma distribuição exponencial de médias  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_n$  respectivamente, e são mantidos constantes ao longo do tempo, ou seja, nesse experimento os agentes não podem mudar ou atualizar seus comportamentos.

A rede direcionada proposta foi feita para que as conexões ponderadas dos agentes pudessem ser simuladas com base em seus comportamentos. Assim, o peso de cada aresta do agente  $i$  para o agente  $j$  depende do comportamento do agente influente, ou seja, quanto mais comportamento fundamentalista o agente tiver, mais importante é a sua influência no mercado financeiro. Esse peso é dado por

$$w_{ij} = \frac{g_i^1}{g_i^1 + g_i^1 + n_i}.$$

O artigo supõe que um agente pode ter múltiplas relações que são refletidas por um número inicial de arestas de entrada-saída escolhido aleatoriamente em  $1, \dots, m$ , refletindo as múltiplas relações sociais feitas por cada agente. Cada agente  $i$  tem o seu próprio comportamento e informação que deriva da sua medida de desempenho  $U_{i,t}$  que é o desempenho do agente  $i$  no tempo  $t$ , medido por:

$$U_{i,t} = \eta_i \cdot U_{i,t-1} + \pi_{i,t}$$

onde  $\pi_{i,t}$  é o retorno obtido no tempo  $t$  e  $\eta_i = \frac{g_i^1}{g_i^1 + g_i^1 + n_i}$ .

Para tomar sua decisão, o agente  $i$  mistura suas próprias informações  $U_{i,t}$  com o feedback de desempenho de seus vizinhos  $U_{s,i,t}$  denotado por:

$$U_{s,i,t} = \frac{\sum_{j \in I(i)} w_{ji} U_{j,t}}{\sum_{j \in I(i)} w_{ji}}$$

para formar seu sentimento em relação ao ativo negociado no momento  $t$ ,  $S_{i,t} \in [-1, 1]$ .

Esse sentimento tem impacto na psicologia do agente através de sua medida de aversão ao risco, que mudará de acordo com sua nova percepção no momento  $t$ . Seguindo a função  $F(x) = \max(\min(x, +1), -1)$  usada para limitar os valores dos sentimentos no intervalo  $[-1, 1]$ , segundo (PASTORE; PONTA; CINCOTTI, 2010). O artigo usa a seguinte função:

$$S_{i,t} = \max(\min(a \cdot U_{i,t} + b \cdot U_{s,i,t}, 1), -1)$$

onde

O design geral do mecanismo de negociação é expresso na figura abaixo.

A formação de preços ocorre em um leilão duplo contínuo, onde ordens de compra e venda são executadas com base na média das melhores ofertas, refletindo tanto o comportamento coletivo quanto as decisões individuais dos agentes. A rede social que conecta esses agentes desempenha um papel central, ajustando o grau de influência entre eles conforme o desempenho relativo de cada um. Agentes bem-sucedidos ganham mais influência sobre os demais, enquanto agentes com baixo desempenho perdem relevância. Esse ajuste dinâmico promove a formação de *clusters* de agentes com comportamentos semelhantes, intensificando o comportamento coletivo e levando a flutuações mais intensas. Como resultado, o modelo reproduz fatos estilizados típicos dos mercados financeiros reais, como caudas pesadas na distribuição de retornos, volatilidade persistente e comportamento de manada.

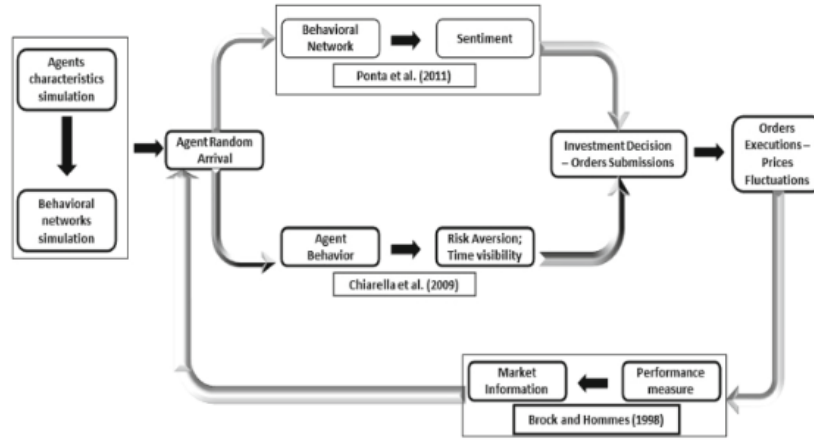


Figura 2 – Enter Caption

### 3.6.3 Artigo 03

No mercado de (NEUBERG; BERTELS, 2003) cada agente toma decisões com bases em elementos individuais e coletivos: individualmente, cada um apresenta aversão ao risco e segue um conjunto de regras de decisão que refletem suas expectativas sobre a evolução futura dos preços e dividendos; coletivamente, são influenciados por informações exógenas ( $I$ ) que variam de -3 (muito negativa) a +3 (muito positiva).

A medida de aversão ao risco é expressa em termos da função de utilidade CARA (*Constant Absolute Risk Aversion*) que é uma função de utilidade amplamente usada em economia e finanças para descrever a relação entre a riqueza de um agente e sua aversão ao risco. Segundo Arthur et al. essa função de utilidade é definida por

$$U(w) = -e^{-\lambda w}$$

onde  $w$  representa a riqueza do trader e  $\lambda$  indica o grau de aversão ao risco que pode ser definido da seguinte forma:

$$\lambda = -\frac{U''(w)}{U'(w)}$$

A formação de preços ocorre pela interação contínua entre oferta e demanda, sendo ajustada por um parâmetro  $\alpha$  que representa a sensibilidade do mercado à informação recebida.

$$P(t) = (1 + \alpha I_{t-1})P_{t-1}$$

onde  $I_{t-1}$  representa a informação,  $P$  é o preço e  $\alpha$  é a sensibilidade às novidades que chegam ao mercado. Os comportamentos dos agentes são identificados por: **agentes racionais**, que seguem regras de decisão racionais aprendidas durante a fase inicial de aprendizado, interpretando as informações de forma lógica para prever preços futuros



e dividendos; os **agentes perturbadores** que desviam-se do comportamento esperado, reagindo às informações de maneiras aleatórias; os **agentes inversos** que deliberadamente tomam decisões opostas às dos agentes racionais, agindo como contrários no mercado e os **agentes filtradores** que atribuem menor importância a valores extremos das informações recebidas, suavizando sua influência em suas decisões. Essa estrutura permite simular comportamentos de mercado reais, como bolhas, crashes e oscilações de preço em resposta a eventos informacionais.

As seis simulações apresentadas em (NEUBERG; BERTELS, 2003) são divididas em três regimes de mercado: normal, crash e bolha especulativa. Em cada regime, é realizada uma simulação com agentes homogêneos e outra com agentes heterogêneos, permitindo comparar os impactos da heterogeneidade nas dinâmicas do mercado. No regime normal, os agentes homogêneos conseguem replicar bem a série temporal de referência, com alta correlação e volatilidade moderada. No entanto, ao introduzir agentes heterogêneos, a volatilidade diminui e o excesso de curtose e skewness positiva aumentam, sugerindo maior complexidade e realismo na distribuição dos retornos.

No regime de crash, informações predominantemente negativas levam o mercado com agentes homogêneos a um colapso de 50% nos preços, com alta volatilidade e skewness negativa. Quando agentes heterogêneos são introduzidos, o crash é suavizado e a skewness se torna positiva, embora a volatilidade permaneça elevada. Já no regime de bolha especulativa, informações consistentemente positivas resultam em um rápido aumento de preços, formando uma bolha com alta volatilidade e skewness positiva. A introdução de heterogeneidade reduz a intensidade da bolha e a volatilidade, mas mantém caudas longas, com excesso de curtose.

#### 3.6.4 Artigo 04

O mercado artificial descrito em (HIRANO et al., 2020) simula um ambiente de múltiplos ativos, onde cada ativo possui um preço fundamental modelado por um movimento browniano geométrico, que serve como referência para as estimativas dos agentes. O modelo utiliza um mecanismo de leilão duplo contínuo para ajustar os preços e permite operações de venda a descoberto e alavancagem, garantindo maior liquidez no mercado. Inspirado em teorias clássicas, o modelo combina a otimização de portfólio de Markowitz com a regulação do Índice de Adequação de Capital (CAR), parte dos Acordos de Basileia. Enquanto a abordagem de Markowitz permite que os agentes otimizem suas alocações buscando maximizar retornos e minimizar riscos, a regulação CAR obriga os agentes regulamentados a ajustarem suas posições sempre que necessário para manter um nível de capital proporcional ao risco de mercado.

Os agentes do artigo são baseados no modelo de (CHIARELLA; IORI, 2002). A cada passo da simulação, esses agentes estimam o preço razoável para cada ativo

utilizando dados históricos e preços fundamentais. Para isso, eles calculam três tipos de índices com base em parâmetros únicos de cada agente:  $F$ , o componente fundamentalista (baseado nos preços fundamentais);  $C$ , o componente chartista (tendências de preços); e  $N$ , o componente de ruído (flutuações aleatórias). Cada agente  $i$  possui pesos exclusivos ( $w_F^i \geq 0$ ,  $w_C^i \geq 0$ ,  $w_N^i \geq 0$ ) associados a esses componentes, com a soma dos pesos sendo maior que zero ( $w_F^i + w_C^i + w_N^i > 0$ ). O retorno logarítmico estimado do ativo  $s$  no tempo  $t$ ,  $r_{i,s}^t$ , é calculado como:

$$r_{i,s}^t = \frac{1}{w_F^i + w_C^i + w_N^i} \left( w_F^i F_{i,s}^t + w_C^i C_{i,s}^t + w_N^i N_{i,s}^t \right).$$

Os agentes estilizados utilizam três fatores principais para estimar seus preços razoáveis: o fator fundamentalista ( $F_{i,s}^t$ ), o fator chartista ( $C_{i,s}^t$ ) e o fator de ruído ( $N_{i,s}^t$ ). O fator fundamentalista é calculado como  $F_{i,s}^t = \frac{1}{\tau_i^r} \ln \left( \frac{p_s^t}{p_s^{*t}} \right)$ , onde  $p_s^t$  é o preço atual do ativo  $s$ ,  $p_s^{*t}$  é o preço fundamental (determinado por um movimento browniano geométrico), e  $\tau_i^r$  é a constante de reversão à média do agente  $i$ , que indica o tempo necessário para o preço retornar ao valor fundamental. O fator chartista é dado por  $C_{i,s}^t = \frac{1}{\tau_i} \sum_{j=1}^{\tau_i} \ln \left( \frac{p_s^{t-j}}{p_s^{t-j-1}} \right)$ , onde  $\tau_i$  representa o tamanho da janela temporal usada pelo agente para capturar tendências históricas. Já o fator de ruído,  $N_{i,s}^t \sim N(0, (\sigma_i^N)^2)$ , segue uma distribuição normal com média zero e variância  $(\sigma_i^N)^2$ . Nos experimentos,  $\tau_i^r$  foi definido como uma distribuição uniforme no intervalo  $[50, 150]$ ,  $\tau_i$  como  $[100, 200]$ , e  $\sigma_i^N$  foi fixado em  $1.0 \times 10^{-3}$ , conforme (TORII; IZUMI; YAMADA, 2015).

Os agentes do tipo Non-Regulated Portfolio Trading Agents utilizam a otimização de portfólio de Markowitz para tomar decisões de compra e venda, mas sem estar sujeitos a regulações como o Índice de Adequação de Capital (CAR). Esses agentes calculam sua alocação ótima de ativos com base na maximização da utilidade esperada, modelada como:

$$EU(x) = P_{rsn}^T x - \frac{1}{2} x^T \Omega x,$$

onde  $x$  representa as quantidades dos ativos no portfólio,  $P_{rsn}$  são os retornos esperados, e  $\Omega$  é a matriz de variância-covariância que mede os riscos. Esses agentes revisam suas alocações periodicamente, ajustando suas posições para maximizar retornos e minimizar riscos, sem limitações impostas por requisitos regulatórios. Eles também estão limitados por um orçamento inicial e podem alavancar suas operações até um determinado limite, aumentando sua exposição ao mercado. A ausência de regulação permite que esses agentes respondam de maneira mais flexível às condições de mercado, contribuindo para a liquidez e a eficiência geral do sistema, sem sofrer os efeitos adversos de restrições regulatórias.

**Falta os agentes regulados** As simulações revelaram que a otimização de portfólio adotada pelos agentes contribui para a estabilização do mercado, reduzindo flutuações extremas nos preços dos ativos. No entanto, a regulação CAR, embora projetada para fortalecer a robustez do sistema bancário, demonstrou um efeito desestabilizador em

mercados financeiros, especialmente em cenários de queda de preços. Isso ocorre porque a obrigatoriedade de ajustes de capital pode desencadear vendas forçadas, exacerbando movimentos de baixa e gerando choques adicionais nos preços dos ativos.

### 3.6.5 Artigo 05

O mercado artificial de (ZHOU et al., 2023) explora como a literacia financeira afeta o comportamento dos investidores e a dinâmica de mercado no contexto do mercado de ações chinês. No modelo, investidores variam de pequenos agentes de varejo a grandes instituições, cada um com uma capacidade diferenciada de interpretar informações de mercado e de reagir a eventos. A formação de preços ocorre em um livro de ordens onde os preços são ajustados continuamente com base nas ordens de compra e venda dos agentes, que refletem tanto fatores fundamentais quanto especulativos. As decisões dos agentes são influenciadas por suas crenças e pelos níveis de literacia financeira, impactando diretamente a volatilidade, liquidez e eficiência de precificação no mercado simulado.

Assim como em (CHIARELLA et al., 2017), este artigo presume que a demanda pelo ativo de risco por cada *trader* compreende três componentes: um componente fundamentalista, um componente especulativo e um componente de ruído. O agente  $i$ , no tempo  $t$  forma uma expectativa de retorno em uma janela de tempo  $\tau_i$  e, com os respectivos pesos especulativo ( $x_i$ ), fundamentalista ( $y_i$ ) e de ruído ( $z_i$ ) que é modelado por:

$$r_{t+\tau_i}^i = x_i r_{i,j}^c + y_i r_{i,j}^f + z_i \varepsilon \quad (3.1)$$

O artigo assume que  $x_i + y_i + z_i = 1$  na medida que  $x_i = \frac{\beta}{e^{L_i}}$  e  $z_i = (1 - \beta)(1 - L_i)$ , onde  $L_i$  é a literacia financeira do agente  $i$  e  $\beta$  a força de conversão da alfabetização financeira dos investidores.

Por outro lado,  $r_i^c$  indica a tendência futura prevista do componente especulativo derivada de observações de retornos passados durante a janela de tempo  $\tau_i$ , modelada por  $r_{i,j}^c = \ln \left( \frac{\bar{p}_{\tau_i/4}}{p_{\tau_i}} \right)$  onde  $\bar{p}_{\tau_i/4}$  é o preço médio de curto prazo e  $\bar{p}_{\tau_i}$  é o preço médio de longo prazo.

Já o retorno previsto pelo agente  $i$ , baseado nas crenças fundamentalistas é expresso por  $r_i^f = \frac{1}{\tau_i} \ln \left( \frac{\hat{f}_i^t}{p_t} \right)$  onde  $\hat{f}_i^t$  é o valor fundamental previsto pelo agente  $i$  e modelado por  $\hat{f}_i^t = L_i \cdot f_t + (1 - L_i) \cdot \bar{p}_{\tau_i}$  que é a média ponderada entre o real valor fundamental no tempo  $t$   $f_t$  e o preço médio de longo prazo  $\bar{p}_{\tau_i}$  estimado pelo agente.

Dessa maneira, o preço futuro estimado pelo agente  $i$  no instante  $t$  é  $p_{f,t} = p_t \cdot e^{r_{t+\tau} \cdot \tau_i}$

O experimento simulou um evento inesperado que alterava o valor fundamental de uma ação (aumentando ou diminuindo) para avaliar como a literacia financeira afeta a capacidade dos investidores de processar informações e ajustar suas previsões. Para isso, os investidores foram divididos em dois grupos — individuais e institucionais —,

modelados com diferentes níveis de literacia financeira definidos por distribuições normais. Assim, o experimento analisou como a literacia financeira influencia a habilidade de obter rapidamente o novo valor fundamental de uma ação e tomar decisões de negociação mais precisas.

Para garantir resultados, o modelo fixou todas as variáveis externas, como condições de mercado, momento de entrada dos investidores e impacto dos eventos, permitindo que apenas a literacia financeira variada fosse analisada. O objetivo foi determinar se investidores com maior literacia apresentam desempenho superior durante eventos inesperados e avaliar os impactos de diferentes níveis de literacia financeira em grupos específicos de investidores. O experimento utilizou a comparação entre grupos equivalentes para garantir que as variações nos resultados fossem exclusivamente decorrentes das diferenças nos níveis de literacia financeira.

### 3.6.6 Artigo 06

Este artigo investiga como a Teoria do Prospecto (TP) pode aprimorar simulações baseadas em agentes (ABM) para modelar mercados financeiros. A TP foi proposta como alternativa à Teoria da Utilidade Esperada (EUT), que apresenta limitações em descrever decisões humanas sob risco. Devido às dificuldades de aplicar a versão original da TP, que se restringe a prospectos simples com no máximo dois resultados não nulos, os autores utilizam a Smooth Prospect Theory (SPT), uma extensão da TP que permite trabalhar com prospectos complexos e distribuições contínuas. A SPT calcula o valor prospectivo (*SPTV*) de cada ação possível com base na percepção subjetiva das probabilidades ( $w(p)$ ) e na assimetria entre ganhos e perdas ( $v(x)$ ).

Na modelagem do agente, cada prospecto é avaliado pelo valor prospectivo:

$$SPTV = \frac{\sum_{i=1}^n w(p_i)v(x_i)}{\sum_{i=1}^n w(p_i)}$$

Onde:

- $p_i$ : Probabilidade do  $i$ -ésimo resultado ocorrer.
- $x_i$ : Resultado  $i$  associado a uma ação.
- $w(p_i)$ : Função de ponderação, que ajusta a percepção subjetiva das probabilidades.
- $v(x_i)$ : Função de valor, que avalia a importância psicológica dos resultados.

A função de valor ( $v(x)$ ) captura a assimetria entre ganhos e perdas:

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{se } x \geq 0, \\ -\lambda(-x)^\beta & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- $\alpha, \beta$ : Parâmetros de sensibilidade ao risco para ganhos e perdas, respectivamente.
- $\lambda > 1$ : Coeficiente de aversão à perda, indicando que perdas têm maior impacto psicológico do que ganhos equivalentes.

A probabilidade percebida ( $w(p)$ ) é ajustada com base na função de ponderação:

$$w(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{1/\gamma}}$$

- $\gamma$ : Parâmetro que reflete a superestimação de eventos raros e a subestimação de eventos prováveis.

Os agentes SPT tomam decisões avaliando prospectos para cada ação possível (comprar, vender ou manter posição). A construção dos prospectos leva em conta o preço atual ( $P_t$ ), a estimativa do preço futuro ( $P_{t+1}$ ) e o impacto financeiro esperado da ação ( $x$ ):

$$x = (P_{t+1} - P_t) \cdot (Q_t + \theta_t)$$

- $P_t$ : Preço do ativo no momento atual.
- $P_{t+1}$ : Preço futuro estimado.
- $Q_t$ : Quantidade de ações detidas pelo agente.
- $\theta_t$ : Volume da ordem (positivo para compra, negativo para venda).

O produto da fase de construção do prospecto é um conjunto de opções avaliadas pelo valor prospectivo. A ação com maior  $SPTV$  é selecionada pelo agente.

Na metodologia, agentes SPT foram testados em mercados artificiais utilizando dados históricos de vinte anos para diversos ativos financeiros. Os resultados mostram que agentes SPT reproduzem o comportamento do mercado real com maior precisão do que agentes tradicionais (TRA), baseados na EUT, especialmente em cenários de alta volatilidade. Esses achados reforçam que a SPT captura melhor os vieses psicológicos envolvidos em decisões sob risco, abrindo caminho para futuras aplicações e melhorias no campo de ABM.

### 3.6.7 Artigo 07

O mercado artificial de (LU; CHEN; LIU, 2018) foi desenvolvido também orientado a ordens, onde agentes heterogêneos constroem seus portfólios com base na maximização da utilidade esperada e nas informações disponíveis. Neste mercado existem  $m$  ações negociadas e seus retornos fundamentais  $r^f$  são compostos por um fator de risco de

mercado  $r_a$ , um fator de risco específico da empresa  $r_{g_i}$  (para  $i = 1, 2, \dots, m$ ) e alguns dos  $n$  fatores de risco comuns  $r^{s_j}$  (para  $j = 1, 2, \dots, n$ ). Assim, o retorno fundamental da  $i$ -ésima ação no período  $t$  é dado por:

$$r_{i,t}^f = r_{a,t} + \sum_{j=1}^n \beta_{ij} r_{s_j,t} + r_{g_i,t},$$

onde  $r_{a,t} \sim N(\mu_{a,t}, \sigma_{a,t}^2)$ ,  $r_t^{s_j} \sim N(\mu_{s_j,t}, \sigma_{s_j,t}^2)$ , e  $r_t^{g_i} \sim N(\mu_{g_i,t}, \sigma_{g_i,t}^2)$  são distribuições normais mutuamente independentes ao longo dos períodos. O coeficiente  $\beta_{ij}$  assume o valor 1 se o retorno da  $i$ -ésima ação for influenciado pelo  $j$ -ésimo fator comum, caso contrário, é 0. Para capturar características dinâmicas do mercado real, as médias e variâncias dessas distribuições normais são extraídas aleatoriamente de distribuições uniformes  $U[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$  e  $U[\sigma_{\min}^2, \sigma_{\max}^2]$ , respectivamente, com probabilidades  $\alpha_a, \alpha_{s_j}$  e  $\alpha_{g_i}$ .

Com um valor inicial dado  $p_{i,0}^f$ , a dinâmica do valor da ação  $i$  é determinada por:

$$p_{i,t}^f = p_{i,t-1}^f \exp(r_{i,t}^f).$$

Esse mercado contém  $N$  traders, cada um com um horizonte de investimento  $l$  e participam do mercado diariamente com probabilidade  $1/l$  ou mantêm dinheiro em caixa aguardando oportunidades de investimento. Assim, a dinâmica da riqueza de um trader típico  $h$  (para  $h = 1, 2, \dots, N$ ) é dada por:

$$W_{t+l}^h = W_t^h + \mathbf{Z}_t^{hT} \mathbf{R}_{t+l}^h,$$

onde  $\mathbf{Z}_t^{hT}$  representa o vetor transposto da alocação de riqueza do trader  $h$  entre as ações no dia  $t$ , e  $\mathbf{R}_{t+l}^h$  é o vetor de retornos esperados ao longo do intervalo de tempo  $[t, t+l]$ .

Com base na função utilidade CARA (aversão absoluta constante ao risco), expressa como  $u(W_{t+l}^h) = -\exp(-a_h W_{t+l}^h)$ , onde  $a_h \sim U[0.01, 0.1]$  é o coeficiente de aversão ao risco do trader  $h$ , o problema de otimização é formulado como:

$$\max_{\mathbf{Z}_t^h} \mathbb{E}_t^h \left[ -\exp(-a_h W_{t+l}^h) \right].$$

Sob a suposição de normalidade dos retornos esperados  $\mathbf{R}_{t+l}^h = \mathbb{E}_t^h(\mathbf{R}_{t+l}^h)$ , obtém-se o portfólio ótimo:

$$\mathbf{Z}_t^h = \frac{1}{a_h} (\mathbf{V}_t^h)^{-1} \mathbf{R}_t^h,$$

onde  $\mathbf{V}_t^h$  é a matriz de covariância dos retornos esperados, aproximadamente calculada como  $r_{i,t+l}^h = \ln(p_{i,t+l}^h) - \ln(p_{i,o}^h)$ , em que  $p_{i,t+l}^h$  é o preço esperado, e  $p_{i,o}^h$  é o preço cotado no qual as ordens de compra ou venda devem ser executadas.

A formação e atualização das crenças dos traders no mercado artificial, se dá entre duas abordagens principais: *fundamentalista* e *grafista* (*chartista*). As crenças são combinadas em proporções definidas por  $\omega_C$  e  $\omega_F$ , tais que  $\omega_C + \omega_F = 1$ , influenciando tanto as variâncias ( $\mathbf{V}_t^h$ ) quanto os preços esperados ( $\hat{p}_{i,t+l}^h$ ) modelados por:

$$\mathbf{V}_t^h = \omega_C \mathbf{V}_t^C + \omega_F \mathbf{V}_t^F, \quad \hat{p}_{i,t+l}^h = \omega_C \hat{p}_{i,t+l}^C + \omega_F \hat{p}_{i,t+l}^F.$$

Os grafistas usam retornos passados para formar suas expectativas, com  $\hat{p}_{i,t+l_C}^C = p_{t-1} \exp(\theta_1 \hat{r}_{i,t+l_C}^C)$ , onde  $\hat{r}_{i,t+l_C}^C$  é uma média geométrica dos retornos históricos. Já os fundamentalistas baseiam suas previsões em fatores de risco fundamentais, calculando  $\hat{p}_{i,t+l_F}^F = p_{i,t-1} \exp(\theta_2 \hat{r}_{i,t+l_F}^F)$ , onde  $\hat{r}_{i,t+l_F}^F$  reflete os retornos esperados com base em dados fundamentalistas.

A atualização das crenças é limitada pela capacidade de processamento de informações dos traders ( $K^h$ ), afetando principalmente os fundamentalistas, que consomem essa capacidade ao extrair sinais de dados ruidosos, modelados por

$$s_{a,t} = r_{a,t+1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2).$$

Usando a regra bayesiana, a crença atualizada é:

$$\mu_{a,t+1} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 \mu_{a,t+1} + \sigma_{a,t+1}^2 s_{a,t}}{\sigma_{a,t+1}^2 + \sigma_\varepsilon^2}.$$

A capacidade consumida é calculada pela redução de entropia:

$$I(r_{a,t+1}; s_{a,t}) = \frac{1}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_{a,t+1}^2}{\sigma_\varepsilon^2} \right).$$

Os traders enfrentam um dilema entre priorizar precisão (horizonte curto com menos fatores) ou mais informações (horizonte longo, mas menos precisas), com a restrição:

$$\sum_{j=1}^{1+m+n} \sum_{l_h=1}^{\tilde{l}_F^j} I(r_{j,t+l_h}; s_{j,t+l_h-1}) \leq K^h.$$

Essa dinâmica reflete as interações entre aprendizado, limitações cognitivas e estratégias de investimento.

As simulações foram realizadas considerando diferentes condições de mercado e comportamentos de negociação relacionados ao uso de informações por investidores explorando como diferentes fatores impactam o fluxo de informações, medido pela Transferência de Entropia (TE). O ruído de mercado ( $\sigma_\varepsilon^2$ ) mostrou ser um fator importante: à medida que aumenta, as expectativas dos traders tornam-se mais divergentes, reduzindo o fluxo total de informações ( $TTE = \sum_{J,I} TE_{J \rightarrow I}$ ). No entanto, traders com capacidade limitada conseguem aprender sobre uma janela de tempo maior, o que pode aumentar a volatilidade dos preços e impactar a dinâmica do fluxo de informações. A qualidade da informação ( $\gamma_1$ ), que representa a proporção de ruído eliminável, mostrou que fluxos mais elevados podem ocorrer mesmo em mercados com informações de alta qualidade, devido à dependência dos traders em preços históricos.

O comportamento dos traders, como o uso de informações privilegiadas ( $\lambda$ ) e estratégias de aprendizado ( $\gamma_2$ ), desempenhou um papel crucial. Uma proporção moderada de insiders ( $\lambda \approx 0.5$ ) foi associada a menores fluxos de informações, sugerindo maior eficiência de mercado. Já proporções muito baixas ou altas aumentaram a interação entre

ações. No aprendizado, traders enfrentaram um dilema entre processar informações de forma mais precisa (horizonte curto) ou adquirir mais informações com menor precisão (horizonte longo). Quando  $\gamma_2$  aumenta, traders escolhem aprender mais informações menos precisas, resultando em maior *TTE*. Finalmente, a uniformidade na distribuição de capacidade de processamento ( $K^h$ ) entre os traders mostrou ser mais eficaz na estabilização do mercado, promovendo interações menos intensas entre os ativos.

### 3.6.8 Artigo 08

A pesquisa de (BUENO et al., 2024) foi conduzida em um mercado artificial com o objetivo de contribuir com um conjunto de regras comportamentais que balizam a tomada de decisão dos agentes em um mercado financeiro de ativo único. A heterogeneidade dos agentes, embutida na forma que os agentes se posicionam a favor ou contra o mercado, foi significativa para explicar a volatilidade no preço dos ativos e no número de transações.

O artigo detalha o funcionamento do modelo de simulação destacando a interação entre agentes e mercado. O comportamento dos agentes no modelo é definido por um espectro regulado pelo parâmetro de antimanada  $\alpha$ , que varia entre 0 e 0,5, determinando o grau de alinhamento ou oposição às tendências de mercado. Agentes com  $\alpha$  próximo de 0 tendem a seguir o comportamento da manada, ajustando suas decisões em conformidade com as tendências coletivas observadas, enquanto aqueles com  $\alpha$  próximo de 0,5 exibem maior independência, contrariando a direção geral do mercado.

Cada agente analisa o desempenho do mercado no período anterior, atualiza seu preço de reserva (valor máximo que está disposto a pagar por um ativo, no caso de compra, ou o valor mínimo pelo qual está disposto a vender, no caso de venda) e decide se emite uma ordem de compra ou venda, com base em sua avaliação. O mercado organiza essas ordens no "livro de ofertas", priorizando os maiores preços de compra e os menores preços de venda, e realiza transações enquanto as condições de preço são atendidas. As ordens não executadas ou expiradas são descartadas ao final de cada período, e o preço médio do ativo é calculado com base nas transações realizadas. Este ciclo se repete, conforme na imagem abaixo.

No artigo, cada agente é caracterizado por seu preço de reserva ( $P_{i,t}^R$ ), que define o valor máximo ou mínimo pelo qual está disposto a negociar um ativo. Esse preço é recalculado a cada período com a seguinte fórmula:

$$P_{i,t}^R = \alpha_i P_{i,t-1}^R \beta \frac{V_{t-1} - C_{t-1}}{C_{t-1} + V_{t-1}} + (1 - \alpha_i) P_{t-1} \beta \frac{C_{t-1} - V_{t-1}}{C_{t-1} + V_{t-1}} \quad (3.2)$$

Onde:





A conclusão do artigo indica que o modelo de simulação baseado em agentes foi eficaz em demonstrar como a heterogeneidade comportamental, especialmente o efeito antimanada ( $\alpha$ ), influencia a volatilidade dos preços e o volume de transações em mercados financeiros. Confirma também que valores intermediários de  $\alpha$  promovem maior estabilidade, enquanto heterogeneidade extrema pode levar à instabilidade e à perda da capacidade de precificação pelos agentes.

### 3.6.9 Artigo 09

O artigo (WHEELER; VARNER, 2023) apresenta uma estrutura computacional para simulação de mercados financeiros complexos, utilizando agentes heterogêneos que tomam decisões em paralelo, integrando um mecanismo de leilão contínuo e realista para processamento de ordens. O estudo demonstra que o modelo reproduz diversas propriedades estatísticas conhecidas como "fatos estilizados", sem a necessidade de ajuste a dados históricos, e oferece aplicações práticas, como aprendizado de máquina com interação humana e análise de microestrutura de mercado.

Nesse modelo, os agentes interagem com o servidor central, que gerencia livros de ordens individuais para cada ativo, utilizando um mecanismo de *matching*. As informações públicas disponíveis para os agentes incluem o melhor preço de compra ( $p_{bid,t}$ ) e de venda ( $p_{ask,t}$ ), bem como o volume total negociado ( $V_{total,t}$ ). A partir desses dados, os agentes podem calcular o preço médio ( $p_{mid,t} = \frac{p_{bid,t} + p_{ask,t}}{2}$ ) e acessar o histórico de preços. As ordens são gerenciadas no servidor, que processa os pedidos de compra e venda sequencialmente, enquanto os agentes tomam decisões em paralelo com base em informações de mercado e características individuais, como patrimônio disponível e composição do portfólio. A figura abaixo ilustra essa arquitetura básica.

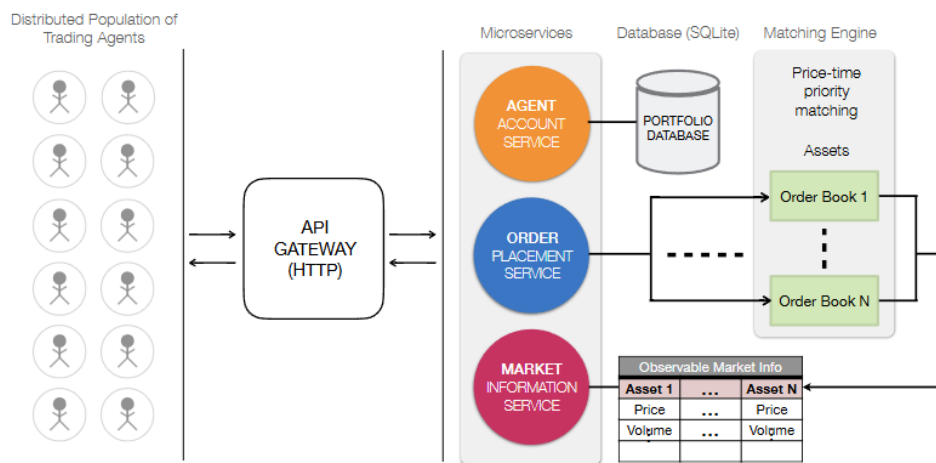


Figura 4 – Enter Caption

O artigo usa quatro grupos de agentes para gerar atividade de negociação: tomadores de liquidez, provedores de liquidez, agentes formadores de mercado e agentes inteligentes.

Os tomadores de liquidez movimentam os preços ao remover as melhores ordens do livro por meio de ordens de mercado. Eles determinam sua riqueza de risco disponível,

$$\widehat{W}_t^R = X_t \left( c_t + \sum_{k=1}^K h_t^k \cdot p_{\text{mid},t}^k \right),$$

onde  $X_t \sim U(0, 1)$  define uma proporção aleatória,  $c_t$  é o caixa disponível,  $h_t^k$  são as ações do ativo  $k$ , e  $p_{\text{mid},t}^k$  o preço médio. Os pesos do portfólio  $\widehat{\omega}_{t+1}^k$  são sorteados de uma distribuição de Dirichlet, e os novos valores  $\widehat{h}_{t+1}^k$  são calculados com base no número desejado de ações para cada ativo, resultando em uma ordem de mercado  $\Delta_t^k = \widehat{h}_{t+1}^k - h_t^k$ . Essas ordens são processadas continuamente para ajustar o portfólio com base no mercado.

Os provedores de liquidez adicionam resistência ao movimento de preços ao enviar ordens limitadas. Eles calculam um preço limite  $p_{L,t}^k = p_{\text{mid},t}^k \cdot (1 + X)$ , com  $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{p_{\text{mid}}})$  baseado na volatilidade histórica  $\sigma_{p_{\text{mid}}} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \mu)^2}$ . Se  $p_{L,t}^k > p_{\text{mid},t}^k$ , o agente emite uma ordem limitada de venda; caso contrário, usa o caixa disponível para comprar mais ações do ativo. Esses agentes são ativados periodicamente, mantendo ordens pendentes no livro que ajudam a estabilizar os preços e a fornecer liquidez ao mercado.

Já os formadores de mercado colocam simultaneamente ordens de compra e venda no livro para facilitar a liquidez. Eles ajustam os preços limite usando

$$p_{\text{bid},t} = p_{\text{mid},t} + S_{\text{ref},t}(1 + \epsilon_{\text{buy}}),$$

$$p_{\text{ask},t} = p_{\text{mid},t} - S_{\text{ref},t}(1 + \epsilon_{\text{sell}}),$$

com  $\epsilon_{\text{buy}}, \epsilon_{\text{sell}} \sim U(\epsilon_{\text{min}}, \epsilon_{\text{max}})$ . Adicionalmente, gerenciam riscos de inventário realizando hedges periódicos Ordem de hedge =  $X_t \cdot z$ , onde  $X_t \sim U(0, 1)$  é uma fração aleatória da posição atual  $z$ . Esses agentes aumentam a eficiência do mercado ao criar liquidez bidirecional.

Os agentes inteligentes estabilizam mercados voláteis e maximizam lucros enquanto gerenciam riscos. Eles ajustam preços  $\epsilon_{\text{buy}}, \epsilon_{\text{sell}}$  com base em fluxos de ordens esperados  $E(\nu_\epsilon)$  e lucros normalizados  $E(s_\epsilon)$ , estimados por mínimos quadrados recursivos, e otimizam estratégias de precificação e hedge com funções de custo que minimizam

$$-S_{\text{ref}}E(s_\epsilon) + \gamma \sqrt{S_{\text{ref}}^2 \text{var}(s_\epsilon) + \sigma^2 E((z + \nu_\epsilon)^2)},$$

onde  $\gamma$  é o parâmetro de aversão ao risco do modelo.

O estudo realizou três tipos de simulação para avaliar o desempenho e a escalabilidade do modelo proposto. A simulação de pequena escala foi projetada para gerar séries

temporais univariadas e validar a capacidade do modelo em reproduzir fatos estilizados de um único ativo. Nesse cenário, participaram 70 agentes tomadores de liquidez, 70 provedores de liquidez, 1 formador de mercado e 1 agente inteligente. Os agentes operaram com intervalos de caixa inicial entre \$5.000 e \$15.000, e de 50 a 150 ações disponíveis por ativo, com frequências de negociação variando de 2 a 10 segundos. Essa configuração demonstrou características como caudas pesadas na distribuição de retornos, imprevisibilidade linear e agrupamento de volatilidade.

A simulação de média escala expandiu o modelo para múltiplos ativos, incorporando 650 tomadores de liquidez, 5.850 provedores de liquidez e 200 formadores de mercado, sem agentes inteligentes. Foram simulados 5 ativos, com intervalos de caixa inicial entre \$25.000 e \$75.000.

Na simulação de grande escala, o objetivo foi avaliar a escalabilidade do modelo com populações maiores de agentes e ativos. Esse cenário incluiu 8.000 tomadores de liquidez, 100.000 provedores de liquidez e 500 formadores de mercado, simulando 30 ativos com intervalos de caixa inicial entre \$150.000 e \$450.000. Apesar de o modelo demonstrar flexibilidade para operar em ambientes mais complexos, gargalos computacionais limitaram o volume de transações devido à comunicação centralizada e ao gerenciamento de dados no servidor.

### 3.6.10 Artigo 10

O Mercado Artificial de (OLDHAM, 2017) é baseado em um modelo Ising que incorpora interações entre agentes próximos (no contexto de redes), permitindo estudar como a influência de vizinhos afeta decisões individuais. Assim, o artigo investiga os mecanismos que influenciam os retornos nos mercados financeiros, incluindo períodos de preços elevados e volatilidade excessiva. O estudo revela que a topologia das redes formadas pelos investidores tem um impacto significativo no comportamento do mercado, com a exceção de cenários em que os investidores têm um forte viés para imitar seus vizinhos, tornando a estrutura da rede irrelevante.

Os agentes decidem suas ações (comprar, vender ou manter um ativo de risco) com base em uma pontuação de decisão ( $\omega_{ij}$ ), que considera três fontes de informação: *rede* (interações com vizinhos), *informação pública* e *informação privada*. A equação para a pontuação de decisão é dada por:

$$\omega_{ij} = c_1 \sum_{k=1}^K n t_{jk}(t-1) E_{ij}[a_{ik}(t)] + c_2 p_{ti}(t-1) p_{ii}(t) + c_3 \varepsilon_{ij}(t), \quad (3.4)$$

onde:

- $\omega_{ij}$ : pontuação de decisão do agente  $j$  para o ativo  $i$ ;
- $K$ : número de vizinhos do agente  $j$ ;
- $nt_{jk}(t-1)$ : nível de confiança do agente  $j$  no vizinho  $k$  no tempo  $t-1$ ;
- $E_{ij}[a_{ik}(t)]$ : ação esperada do vizinho  $k$  em relação ao ativo  $i$  no tempo  $t$ ;
- $p_{ti}(t-1)$ : confiança pública acumulada no tempo  $t-1$ ;
- $p_{ii}(t)$ : informação pública diretamente relacionada ao ativo  $i$  no tempo  $t$ , definida por:

$$p_{ii}(t) = \beta \cdot \text{AssetNews}_0(t) + (1 - \beta) \cdot \text{AssetNews}_i(t), \quad (3.5)$$

onde:

- $\beta$ : parâmetro que controla o grau de correlação entre o ativo  $i$  e o ativo base ( $0 \leq \beta \leq 1$ );
- $\text{AssetNews}_0(t)$ : notícia pública do ativo base no tempo  $t$ ;
- $\text{AssetNews}_i(t)$ : notícia pública específica do ativo  $i$  no tempo  $t$ .

O modelo permite ajustar a correlação entre os ativos, variando de completamente correlacionados ( $\beta = 1$ ) a independentes ( $\beta = 0$ ).

Após cada interação, os agentes ajustam seus níveis de confiança nas fontes de informação com base no desempenho passado das decisões tomadas. A confiança em informações públicas ( $p_{ti}$ ) é atualizada como:

$$p_{ti}(t) = \alpha p_{ti}(t-1) + (1 - \alpha) \frac{p_{ii}(t-1) \cdot r_i(t)}{\sigma_{ir}(t)}, \quad (3.6)$$

e a confiança em vizinhos ( $nt_{jk}$ ) é dada por:

$$nt_{jk}(t) = \frac{\sum_{i=1}^I \alpha nt_{jk}(t-1) + (1 - \alpha) E_{ij} \frac{[a_{ik}(t)] \cdot r_i(t)}{\sigma_{ir}(t)}}{I}. \quad (3.7)$$

Aqui,  $\alpha$  representa o fator de memória que controla a persistência da confiança;  $r_i(t)$  é o retorno do ativo  $i$  no tempo  $t$ ;  $\sigma_{ir}(t)$  é a volatilidade do ativo  $i$  no tempo  $t$ ; e  $I$  é o número total de ativos avaliados.

Por fim, os preços dos ativos são ajustados endogenamente em função da demanda e oferta geradas pelas decisões dos agentes, permitindo que o mercado artificial capture dinâmicas complexas, como a formação de bolhas de preços e volatilidade excessiva.

O artigo conclui que a topologia da rede de investidores tem um impacto significativo no comportamento do mercado financeiro, com redes diferentes (como lattice, small-world e scale-free) produzindo dinâmicas distintas. Em particular, redes scale-free mostram maior suscetibilidade a bolhas de preços e volatilidade devido à centralização em hubs altamente conectados. No entanto, quando os investidores apresentam um forte viés para seguir os vizinhos, a influência da topologia da rede se torna irrelevante, levando a comportamentos de manada que resultam em bolhas e oscilações de preços, independentemente da estrutura da rede. Além disso, a correlação entre informações públicas dos ativos afeta diretamente a estabilidade do mercado: correlações mais altas amplificam as oscilações de preços, enquanto correlações mais baixas promovem maior estabilidade, ressaltando a importância de como as informações são disseminadas entre os agentes.

## 3.7 Discussão Comparativa

Os mercados artificiais apresentados nos artigos revisados fornecem uma base sólida de conceitos e técnicas para a modelagem dos comportamentos dos agentes e da dinâmica de um mercado financeiro. Contudo, existem lacunas, em termos das variáveis consideradas, para a modelagem de um mercado de Fundos Imobiliários brasileiro, elementos esses os quais serão abordados pela proposta deste trabalho. Abaixo, destacam-se as principais similaridades e diferenças entre os modelos analisados e o modelo proposto.

### 3.7.1 Similaridades

Os modelos revisados compartilham diversos elementos conceituais que também estão presentes na proposta deste trabalho. São eles:

1. **Heterogeneidade de agentes:** Assim como nos artigos revisados por ([RECCHIONI; TEDESCHI; GALLEGATI, 2015](#); [KRICHENE; EL-AROU, 2018](#); [HIRANO et al., 2020](#)), o modelo proposto adota a heterogeneidade de agentes, incorporando perfis como fundamentalistas, seguidores de tendência e agentes ruidosos.
2. **Formação de preços por leilão duplo contínuo:** Esse mecanismo, amplamente utilizado em modelos anteriores como ([KRICHENE; EL-AROU, 2018](#); [HIRANO et al., 2020](#); [WHEELER; VARNER, 2023](#)), é mantido no modelo proposto, garantindo a replicação de dinâmicas realistas de mercado.
3. **Impacto de variáveis externas:** De forma semelhante a ([NEUBERG; BERTELS, 2003](#)), que considera informações externas para modelar o comportamento dos agentes, o modelo proposto incorpora notícias externas como variáveis que influenciam as decisões de investimento.

4. **Aversão ao risco:** O comportamento dos agentes em todos os artigos revisados considera diferentes níveis de aversão ao risco ([RECCHIONI; TEDESCHI; GALLAGATI, 2015](#); [HIRANO et al., 2020](#)). O modelo proposto adota essa abordagem e expande sua aplicação ao permitir que os agentes ajustem seus portfólios com base em sua tolerância ao risco oriunda de sua Educação financeira como em ([ZHOU et al., 2023](#)), e considerando tanto ativos de risco quanto livres de risco.
5. **Rede de contatos:** Assim como em ([KRICHENE; EL-AROU, 2018](#)) e ([OLDHAM, 2017](#)), o modelo incorpora redes de contato para a disseminação de informações entre agentes.

### 3.7.2 Diferenças e Inovações

O modelo proposto apresenta avanços em relação aos artigos revisados que alinham-se mais ao mercado de Fundos Imobiliários brasileiro, nos seguintes aspectos:

1. **Expectativa de inflação:** Nenhum dos modelos revisados considera a expectativa de inflação como uma variável endógena. A proposta integra essa dinâmica ao mercado, refletindo o impacto direto da expectativa de inflação dos agentes sobre os fundos imobiliários, um atributo importante para sua precificação.
2. **Dividendos:** No modelo proposto, um Fundo de Investimento Imobiliário (FII) é modelado como um agente especial que possui uma carteira de imóveis. Esses imóveis geram receitas de aluguel ajustadas anualmente por um índice de inflação. O fundo retém 5% desses valores para reinvestimentos e distribui 95% como dividendos aos acionistas. Essa dinâmica aproxima o modelo da realidade dos fundos imobiliários no mercado brasileiro.
3. **Eventos relacionados ao fundo imobiliário:** Além da geração de receitas, o modelo incorpora eventos de custos, como vacância dos imóveis, que impactam temporariamente o fluxo de caixa. Simultaneamente, são considerados eventos de reinvestimento, que aumentam o valor patrimonial dos imóveis. Esse aumento patrimonial reflete-se em uma maior capacidade de geração de dividendos, reproduzindo a dinâmica dos FIIs.

### 3.7.3 Originalidade do Modelo Proposto

A originalidade do modelo proposto está na integração de múltiplas variáveis e dinâmicas de mercado em um único sistema, abordando elementos que, em geral, são tratados de forma isolada na literatura. A inclusão de expectativas de inflação, dividendos como variável central, redes de contato e eventos relacionados aos fundos imobiliários confere maior complexidade e realismo à simulação.

A seguir, apresenta-se um quadro resumo que sintetiza as principais características dos modelos de mercados artificiais revisados, destacando aspectos como tipos de comportamento, variáveis consideradas, mecanismos de formação de preços, e outros elementos relevantes. Este quadro também inclui a proposta deste trabalho, evidenciando as similaridades e inovações em relação aos modelos existentes.



Tabela 7 – Comparação entre Artigos e Proposta do Modelo

Artigos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Minha proposta
<b>Tipos de comportamento</b>	2 <sup>(1)</sup>	3 <sup>(2)</sup>	4 <sup>(3)</sup>	3 <sup>(4)</sup>	3 <sup>(2)</sup>	3 <sup>(5)</sup>	2 <sup>(1)</sup>	2 <sup>(6)</sup>	4 <sup>(7)</sup>	2 <sup>(8)</sup>	3 <sup>(2)</sup>
<b>Expectativa de Inflação?</b>	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Sim
<b>Controla o risco</b>	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
<b>Valor Patrimonial</b>	PFC <sup>a</sup>	PFC <sup>a</sup>	Não	PFV	PFV	Não	PFV	Não	Não	PFC <sup>a</sup>	VPT
<b>Formação de preços</b>	EOD <sup>c</sup>	LDC <sup>b</sup>	EOD <sup>c</sup>	LDC <sup>b</sup>	LDC <sup>b</sup>	LDC <sup>b</sup>	LDC <sup>b</sup>	LDC <sup>b</sup>	LDC <sup>b</sup>	EOD <sup>c</sup>	LDC <sup>b</sup>
<b>Rede de contatos</b>	não	sim	não	não	não	não	não	não	não	sim	sim
<b>Notícias externas</b>	não	não	sim	não	Sim	não	sim	não	não	sim	sim
<b>Quem afeta?</b>			Agentes		PFV		Agentes		agentes	agentes	agentes
<b>Quantidade de ativos</b>	1	1	1	10	4	20	3	1	30	10	2
<b>Tipos</b>	risco	risco	risco	risco	risco	risco	risco	risco	risco	risco	risco e sem risco
<b>Paga dividendos?</b>	sim	não	sim	não	não	não	não	não	não	não	sim

<sup>a</sup> PFC: Preço Fundamental Constante.<sup>b</sup> LDC: Leilão Duplo Contínuo.<sup>c</sup> EOD: Preço de Equilíbrio entre Oferta e Demanda<sup>(1)</sup> Fundamentalistas e Seguidores de tendência.<sup>(2)</sup> Fundamentalistas, Seguidores de tendência e Ruído<sup>(3)</sup> Racionais, Perturbadores, Inversos, Filtradores<sup>(4)</sup> agentes Estilizados, Portfólio não regulamentados e Portfólio regulamentados<sup>(5)</sup> agentes Tradicionais, baseados na Smooth Prospect Theory e Market makers.<sup>(6)</sup> Manada e Antimanada<sup>(7)</sup> tomadores de liquidez, provedores de liquidez, formadores de mercado e agentes inteligentes.<sup>(8)</sup> agentes influenciados pela rede e independentes.

## 4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

### 4.1 Método

#### 4.1.1 Especificação Formal do modelo

O modelo é descrito formalmente com base em definições matemáticas que explicitam as relações entre os agentes, as regras de decisão e as interações com o ambiente simulado. Essa formalização tem como objetivo viabilizar a implementação computacional, bem como assegurar a verificação e a reprodutibilidade do modelo.

Cada tipo de agente será caracterizado por um conjunto de atributos e funções que determinam seu estado interno ao longo do tempo, no ambiente simulado. Também serão discriminadas as variáveis estocásticas que introduzem aleatoriedade no sistema, e os parâmetros de entrada definidos pelo usuário do modelo, os quais configuram os cenários simulados e ajustam o comportamento dos agentes.

#### 4.1.2 Implementação do Modelo Computacional

A implementação computacional será conduzida com as definições dos algoritmos que estruturam a rotina de funcionamento do mercado artificial, organizando a sequência de ações dos agentes e a evolução temporal da simulação. Essa implementação será desenvolvida integralmente na linguagem Python, escolhida por sua ampla gama de bibliotecas voltadas à análise estatística, simulação e manipulação de dados. A arquitetura do código define a modelagem de cada tipo de agente e entidade do ambiente como classes distintas, o que possibilita o agrupamento de comportamentos específicos e favorece a realização de experimentos com diferentes configurações e parâmetros.

A manipulação de dados e a execução de procedimentos estocásticos serão realizadas com o suporte das bibliotecas *NumPy* e *Pandas*, amplamente utilizadas em aplicações de análise numérica e tratamento de dados. As etapas de calibração e validação estatística do modelo empregarão funções disponibilizadas pelas bibliotecas *Statsmodels* e *ARCH*, adequadas à modelagem econométrica e à análise de séries temporais. A dinâmica do modelo será estruturada em tempos discretos, nos quais os agentes observam o ambiente, tomam decisões e interagem entre si em uma classe específica responsável pela operacionalização do mercado.

As visualizações da evolução do mercado serão elaboradas com o auxílio da biblioteca *Matplotlib*, permitindo a análise gráfica de variáveis-chaves ao longo do tempo. Os parâmetros de entrada serão inputados pelo usuário previamente, de modo que a simulação ocorra de

modo automatizado, sem a necessidade de alguma intervenção durante a execução.

### 4.1.3 Verificação do Modelo

A verificação do modelo teve como objetivo garantir que a implementação computacional em Python reflita a especificação formal. Para isso, foi realizado um mapeamento entre os elementos teóricos (atributos dos agentes, funções de decisão, variáveis estocásticas e parâmetros de entrada) e as estruturas implementadas no código, com verificação manual e testes unitários para avaliar o funcionamento correto de cada classe e método.

### 4.1.4 Validação do Modelo

#### 4.1.4.1 Método de Calibração

O processo de calibração consiste no ajuste dos parâmetros do modelo de modo que as séries geradas pela simulação apresentem medidas compatíveis com os fatos estilizados observados no IFIX. Essa compatibilidade é avaliada com base em uma distribuição empírica de referência, obtida por meio de procedimentos de bootstrap aplicados aos retornos históricos do IFIX. Durante a calibração, os parâmetros são ajustados iterativamente até que as estatísticas simuladas se mantenham dentro dos intervalos de confiança derivados do bootstrap.

Concluída essa etapa, a validação do modelo busca verificar sua capacidade de reproduzir qualitativamente os principais fatos estilizados do mercado brasileiro de FIIs. Para isso, realiza-se uma comparação entre os padrões empíricos observados no IFIX e aqueles gerados pelo mercado artificial, com o objetivo de avaliar quais características do comportamento dos preços e retornos são efetivamente capturadas pela modelagem.

#### 4.1.4.2 Validação Estatística

(EM CONSTRUÇÃO ....) Dizer o que vai ser feito. "Nessa etapa faremos"

## 4.2 A Formalização do Modelo

Esta seção formaliza matematicamente os principais componentes do mercado artificial, detalhando os atributos e comportamentos de cada agente. São especificadas as estruturas que definem os imóveis, os FIIs, os investidores, as mídias e o Banco Central. Cabe ressaltar que esta seção ainda está em construção e incluirá em breve a formalização do book de ofertas e a microestrutura da B3.

### 4.2.1 Imóveis

Seja o conjunto de imóveis dado por:

$$I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$$

Cada imóvel  $I_j$ , com  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ , possui os seguintes atributos, atualizados em intervalos discretos de tempo  $\tau$ :

1. **Valor inicial** ( $Vm_j(0)$ ): Valor inicial do imóvel  $I_j$  no início da simulação.
2. **Valor de mercado** ( $Vm_j(t)$ ): Valor econômico atualizado periodicamente, a partir do valor anterior reajustado pela inflação acumulada no período  $\tau$  e acrescido dos investimentos realizados:

$$Vm_j(t) = Vm_j(t - \tau) \times (1 + \pi_t) + Inv_j(t - \tau)$$

onde:

- $\pi_t$  é a inflação acumulada no período anterior de duração  $\tau$ ;
  - $Inv_j(t - \tau)$  é o valor investido no imóvel no período anterior.
3. **Percentual do aluguel** ( $Pa_j(t)$ ): Fração do valor do imóvel que corresponde ao aluguel mensal. Este percentual é ajustado periodicamente a cada intervalo  $\tau$ , seguindo uma dinâmica estocástica dada por:

$$Pa_j(t) \sim N(\mu_{pa,j}, \sigma_{pa,j}^2)$$

4. **Vacância** ( $v_j(t)$ ): Taxa do imóvel não ocupada, com comportamento estocástico em cada período:

$$v_j(t) \sim N(\mu_{v,j}, \sigma_{v,j}^2) \quad \text{com truncamento em } [0, 1]$$

5. **Aluguel** ( $AL_j(t)$ ): Receita mensal obtida pelo aluguel do imóvel, definida pelo produto entre o valor de mercado do imóvel, o percentual do aluguel e a taxa de ocupação:

$$AL_j(t) = Vm_j(t) \times Pa_j(t) \times (1 - v_j(t))$$

6. **Custo de manutenção** ( $Cm_j(t)$ ): Despesas operacionais periódicas para manutenção do imóvel, com comportamento estocástico:

$$Cm_j(t) \sim N(\mu_{cm,j}, \sigma_{cm,j}^2)$$

### 4.2.2 O Agente Fundo de Investimento Imobiliário (FII)

Definimos o conjunto de Fundos de Investimento Imobiliários como:

$$F = \{F_1, F_2, \dots, F_k\}$$

Cada Fundo de Investimento Imobiliário (FII),  $F_j$ , com  $j \in \{1, 2, \dots, k\}$ , possui os seguintes atributos, atualizados em intervalos discretos de tempo  $t$ :

1. **Número total de cotas emitidas** ( $N_j$ ): Quantidade total fixa de cotas emitidas pelo fundo.
2. **Carteira de imóveis** ( $CI_j$ ): Conjunto de imóveis pertencentes ao fundo:

$$CI_j = \{I_{j,1}, I_{j,2}, \dots, I_{j,p}\}$$

3. **Taxa de administração** ( $i_{adm}$ ): Percentual fixo (5%) da receita proveniente dos aluguéis, retida para despesas administrativas.
4. **Taxa de distribuição dos lucros** ( $i_{dist}$ ): Percentual fixo (95%) do lucro para distribuição periódica aos cotistas.
5. **Taxa de retenção dos lucros** ( $taxa_{ret}$ ): Percentual do lucro retido no caixa do fundo para futuros reinvestimentos, definido como:

$$i_{ret} = 1 - i_{dist}$$

6. **Caixa do FII** ( $Cx_j(t)$ ): Recursos financeiros disponíveis para cobrir despesas, realizar investimentos e distribuir dividendos.
7. **Preço da cota** ( $P_j(t)$ ): Valor de mercado de cada cota do fundo no tempo  $t$ , determinado pelas negociações realizadas no mercado artificial.
8. **Dividendos distribuídos** ( $d_j(t)$ ): Valor periódico distribuído aos cotistas do fundo, determinado pelo fluxo de caixa líquido recebido dos imóveis da carteira, após custos de manutenção, vacância e despesas administrativas.

$$d_j(t) = \frac{\sum_{i \in CI_j} (AL_i(t) - Cm_i(t)) \cdot (1 - i_{adm}) \cdot i_{dist}}{N_j}$$

onde:

- $AL_{j,p}(t)$  é o aluguel ajustado pela vacância do imóvel  $I_{j,p}$ ;
- $Cm_{j,p}(t)$  é o custo operacional do imóvel  $I_{j,p}$ .

### 4.2.3 O Agente Mídia

Definimos o agente Mídia como responsável por fornecer informações externas ao mercado, influenciando diretamente as expectativas e percepções dos investidores. O comportamento desse agente é modelado como um passeio aleatório limitado entre os valores  $-3$  e  $+3$ .

Formalmente, temos:

$$N(t) = \max\{-3, \min\{3, N(t-1) + \epsilon_t\}\}$$

em que:

$$\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$

onde:

- $N(t)$  é a notícia gerada pela mídia no período  $t$ ;
- $\epsilon_t$  é um termo aleatório, seguindo uma distribuição normal com média zero e variância  $\sigma_\epsilon^2$ , que representa a volatilidade das notícias.

O impacto dessa informação pública (news) afeta diretamente o sentimento e as decisões de investimento dos agentes investidores, alterando suas expectativas futuras.

### 4.2.4 O Agente Banco Central

Definimos o agente Banco Central como responsável pela definição e atualização de variáveis macroeconômicas essenciais que afetam diretamente o mercado artificial. O agente Banco Central possui os seguintes atributos e responsabilidades:

1. **Taxa básica de juros (SELIC)**  $Selic(t)$ : Representa a taxa de juros básica da economia, atualizada periodicamente a cada 30 dias úteis pelo agente Banco Central. Essa taxa influencia diretamente os retornos sobre os investimentos livres de risco e os custos financeiros no mercado artificial.
2. **Inflação passada**  $\pi(t)$ : Valor divulgado periodicamente a cada 126 dias úteis pelo agente Banco Central, representando a inflação acumulada observada no período anterior. Este dado afeta diretamente a precificação dos imóveis e dos ativos negociados.
3. **Prêmio de risco esperado**  $PR_{merc}(t)$ : Informação pública sobre o prêmio de risco médio esperado pelo mercado, divulgado periodicamente pelo Banco Central. Este

dado influencia as decisões dos investidores sobre a alocação entre ativos livres de risco e ativos de risco.

Essas variáveis são atualizadas periodicamente conforme definido acima e podem ser ajustadas estocasticamente ou através de um processo determinístico, conforme definido pelo modelo específico da simulação.

#### 4.2.5 O Agente Investidor

Definimos o conjunto de investidores participantes do mercado artificial como:

$$INV = \{inv_1, inv_2, \dots, inv_n\}$$

Cada investidor  $inv_i$ , com  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , possui os seguintes atributos, atualizados em intervalos discretos de tempo  $t$ :

1. **Caixa disponível** ( $Cx_i(t)$ ): Montante de recursos financeiros disponíveis para transações e investimentos.
2. **Carteira** ( $CI_i(t)$ ): Conjunto dos Fundos Imobiliários (FIIs) detidos pelo investidor:

$$CI_i(t) = \{fii_{i,1}, fii_{i,2}, \dots, fii_{i,p}\}$$

3. **Quantidade de cotas detidas** ( $Q_i(t) = \{q_{i,1}, q_{i,2}, \dots, q_{i,p}\}$ ): Número de cotas detidas pelo investidor em cada FII.
4. **Literacia financeira** ( $LF_i$ ): Capacidade do investidor em entender e utilizar informações financeiras para tomar decisões conscientes, variando entre 0 (baixa literacia) e 1 (alta literacia).
5. **Memória financeira** ( $\omega_i$ ): Intervalo temporal, em dias úteis, definido com base no nível de literacia financeira, representando o horizonte temporal utilizado pelo investidor para avaliar a evolução recente da sua riqueza:

$$\omega_i = \text{int}(LF_i \times 252)$$

6. **Expectativas individuais** ( $\mathbb{E}_i$ ): Representam as projeções do investidor sobre variáveis macroeconômicas futuras, que influenciam suas decisões de investimento. São definidas por:

$$\mathbb{E}_i(t) = \{\pi_i^e(t), pr_i^e(t)\}$$

onde:

- $\pi_i^e(t)$  é a expectativa do investidor  $i$  sobre a inflação futura no período  $t$ .

- $pr_i^e(t)$  é a expectativa do investidor  $i$  sobre o prêmio de risco do mercado no período  $t$ .

Ambas as expectativas são atualizadas periodicamente com base em informações públicas (como notícias e dados macroeconômicos) e privadas (experiência passada do investidor e sua percepção do mercado).

## 7. Componentes comportamentais:

- **Componente Fundamentalista** ( $C_{F,i}$ ): Representa o peso atribuído pelo investidor às informações fundamentalistas (valor justo, dividendos, fundamentos econômicos), diretamente proporcional ao nível de literacia financeira, ponderado pela sensibilidade  $\beta$ .

$$C_{F,i} = \frac{LF_i}{\exp(\beta)}$$

- **Componente especulador** ( $C_{E,i}$ ): Representa o peso dado pelo investidor à análise técnica ou tendência recente dos preços, complementando o componente fundamentalista e o de ruído.

$$C_{E,i} = 1 - C_{F,i} - C_{R,i}$$

- **Componente ruído** ( $C_{R,i}$ ): Peso atribuído ao comportamento aleatório, característico de investidores com menor literacia financeira e maior propensão a ruídos de mercado.

$$C_{R,i} = (1 - \beta)(1 - LF_i)$$

O parâmetro  $\beta$ , representa a aderência da literacia financeira nos investidores. Ele define a intensidade com que a literacia financeira influencia suas decisões. Um valor alto para  $\beta$  representa uma baixa aderência da literacia financeira, enquanto um valor baixo representa alta aderência, indicando que investidores com elevada literacia financeira baseiam suas decisões em fundamentos econômicos e financeiros.

- ## 8. Preço e Retorno Esperado ( $P_i^e(t)$ e $r_i^e(t)$ ):
- Cada investidor forma expectativas sobre o preço futuro do ativo e seu retorno esperado com base em sua expectativa individual, ponderada pelos componentes comportamentais. O retorno esperado e o preço esperado são dados, respectivamente, por:

$$r_i^e(t) = C_{F,i} \cdot r_{fund,i}(t) + C_{E,i} \cdot r_{esp,i}(t) + C_{R,i} \cdot r_{ruído,i}(t)$$

$$P_i^e(t) = P(t-1) \cdot e^{r_i^e(t)}$$

onde os componentes de retorno são definidos como:



**Preço Fundamentalista:** O investidor fundamentalista estima o valor do ativo com base na fórmula de Gordon, assumindo crescimento constante de sua expectativa de inflação ( $\pi_i^e(t)$ ) e considerando o prêmio de risco esperado ( $pr_i^e(t)$ ) como o percentual adicional que o fundo pagará acima da inflação. Assim, o preço fundamentalista é dado por:

$$P_i^f(t) = \frac{D_i(t) \cdot 12 \cdot (1 + \pi_i^e(t))}{pr_i^e(t)}$$

onde:

- $D_i(t)$  representa os dividendos mensais projetados para o próximo ano;
- 12 multiplica o valor mensal para obter o fluxo anual;
- $\pi_i^e(t)$  é a expectativa de inflação do investidor no período  $t$ ;
- $pr_i^e(t)$  representa o prêmio de risco esperado pelo investidor, ou seja, o retorno acima da inflação que ele exige para investir no fundo.

Assim, o retorno fundamentalista é dado por:

$$r_{fund,i}(t) = \ln \left( \frac{P_i^f(t)}{P(t-1)} \right)$$

**Retorno Especulador:** O investidor especulador estima o retorno do ativo com base em padrões históricos de preços, utilizando médias móveis exponenciais (EMA). Para capturar tendências de curto e longo prazo, as janelas das médias são definidas dinamicamente com base na memória financeira  $\omega$ , onde:

- **Curto prazo:**  $EMA_{curta}(t)$  com janela  $\tau = \lfloor \omega/4 \rfloor$ ;
- **Longo prazo:**  $EMA_{longa}(t)$  com janela  $\tau = \omega$ .

A Média Móvel Exponencial (EMA) é calculada de forma recursiva por:

$$EMA_{\tau}(t) = \alpha_{\tau} P(t) + (1 - \alpha_{\tau}) EMA_{\tau}(t-1)$$

onde:

$$\alpha_{\tau} = \frac{2}{\tau + 1}$$

O retorno especulador é então definido como:

$$r_{esp,i}(t) = \ln \left( \frac{EMA_{curta}(t)}{EMA_{longa}(t)} \right)$$

**Retorno de Ruído:** Componente aleatório que captura incertezas e flutuações inesperadas do investidor:

$$r_{ruído,i}(t) \sim N(0, \sigma_{ruído,i}^2)$$

A partir do preço esperado, o retorno esperado do investidor é definido como:

$$r_i^e(t) = \ln \left( \frac{P_i^e(t)}{P(t-1)} \right)$$

que representa a variação percentual esperada do preço em termos logarítmicos.

9. **Rede de contatos ( $V_i$ ):** Definimos a rede de contatos do investidor  $inv_i$  como o conjunto dos investidores com os quais ele interage diretamente no mercado artificial:

$$V_i = \{inv_j \in INV \mid inv_j \text{ interage diretamente com } inv_i, j \neq i\}$$

Essa interação ocorre por meio da troca de informações e da observação dos sentimentos históricos dos vizinhos, influenciando diretamente a Informação social ( $I_{soc,i}(t)$ ) do investidor.

10. **Sentimento  $S_i(t)$ :** Representa o estado emocional e psicológico do investidor, variando em  $[-1, 1]$ , onde:

$$S_i(t) = \max\{-1, \min\{1, a_i \cdot I_{priv,i}(t) + b_i \cdot I_{soc,i}(t) + c_i \cdot N(t)\}\},$$

com:

$$-1 \leq S_i(t) \leq +1,$$

indicando extremo pessimismo ( $S_i(t) = -1$ ) ou extremo otimismo ( $S_i(t) = +1$ ), respectivamente.

O sentimento do investidor é atualizado dinamicamente a cada período  $t$ , a partir da combinação de três componentes:

- a) **Informação Privada  $I_{priv,i}(t)$ :**

$$I_{priv,i}(t) = peso_{retorno} \cdot r_i^e(t) + peso_{riq} \cdot \frac{Riq_i(t-1) - Riq_i(t-\omega)}{Riq_i(t-\omega)},$$

onde:

- $r_i^e(t)$  é o retorno esperado do investidor  $i$  no período  $t$ ;
- $Riq_i(t)$  é a riqueza do investidor no período  $t$ ;
- $\omega = \lfloor LF_i \times 252 \rfloor$  é a memória financeira do investidor em dias úteis;
- $peso_{retorno}$  e  $peso_{riq}$  são parâmetros que ponderam a importância das expectativas de retorno e da variação da riqueza, respectivamente.

- b) **Informação Social  $I_{soc,i}(t)$ :**

$$I_{soc,i}(t) = \frac{1}{|G_i|} \sum_{j \in G_i} \left( \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 S_j(t-k) \right),$$

onde:

- $G_i$  é o conjunto de vizinhos (rede de contatos) do investidor  $i$ ;
  - $S_j(t - k)$  é o sentimento do vizinho  $inv_j$  no período  $t - k$ , para  $k = 1, 2, 3$ .
- c) **Notícias do Mercado  $N(t)$** : Informação pública gerada pelo agente Mídia no período  $t$ , variando em  $[-3, +3]$ .

Os coeficientes  $a_i, b_i, c_i$  representam a sensibilidade do investidor  $i$  a cada componente (privado, social e notícias), enquanto as funções  $\max\{-1, \cdot\}$  e  $\min\{\cdot, 1\}$  asseguram que  $S_i(t)$  permaneça no intervalo  $[-1, 1]$ .

## 4.3 Implementação do Modelo Computacional

### 4.3.1 Protocolo ODD - EM CONSTRUÇÃO

Esta seção apresenta a descrição do modelo de um Mercado Artificial de FIIs segundo o protocolo ODD (*Overview, Design concepts, Details*). A estrutura apresenta os aspectos comportamentais dos agentes, a dinâmica do mecanismo de formação de preços, as características dos imóveis e dos FIIs, bem como os fatores macroeconômicos e informacionais representados pelos agentes Banco Central e Mídia.

#### 4.3.1.1 O Ambiente do Mercado

O modelo simula um mercado artificial composto por três tipos principais de agentes: Imóveis, Fundos de Investimento Imobiliário (FIIs) e Investidores, cujos atributos definem seu comportamento e suas interações ao longo do tempo. A estrutura das relações entre esses agentes é ilustrada na [Figura 5](#), onde o ambiente atua como fonte de notícias e de variáveis macroeconômicas que influenciam diretamente as decisões dos agentes. Os imóveis são ativos reais que geram receitas de aluguel e compõem as carteiras dos FIIs, que, por sua vez, emitem cotas negociadas na B3 e distribuem dividendos aos investidores. A B3 funciona como o espaço de negociação, no qual os investidores realizam transações com base em expectativas formadas a partir das condições do ambiente e do fluxo de informações.

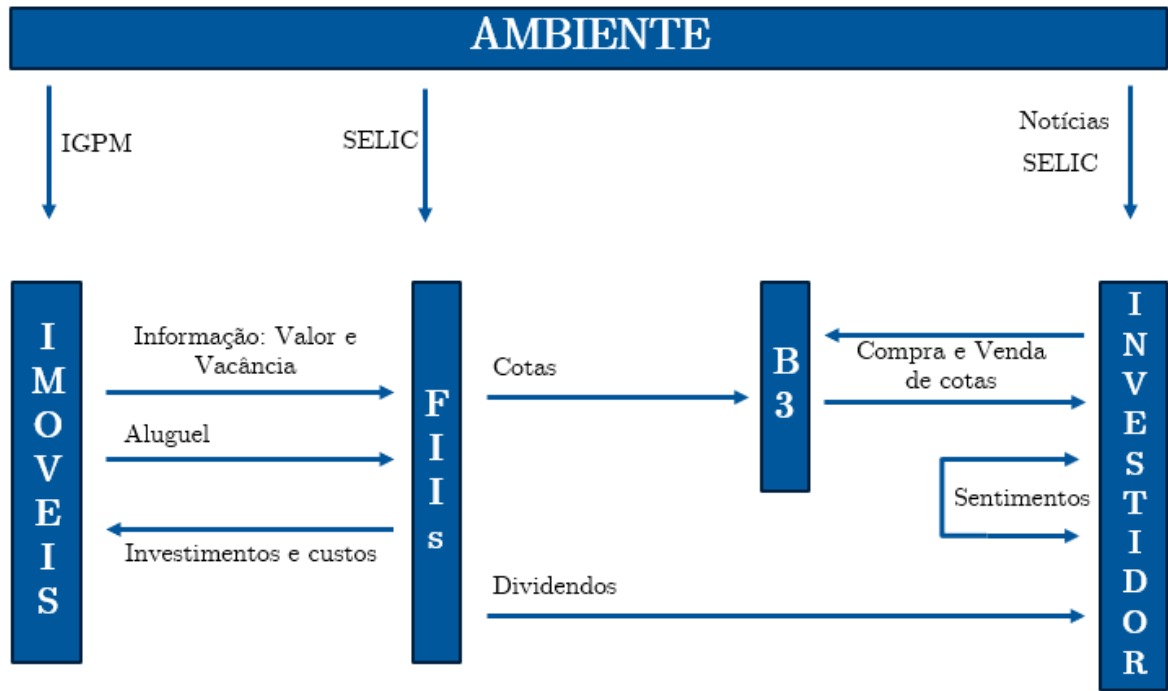


Figura 5 – Ambiente de Mercado

#### 4.3.1.2 Mídia

A mídia é modelada como uma fonte externa de informações exógenas que influencia as percepções dos investidores. A cada dia, o agente mídia emite uma notícia ou sinal de mercado ( $N(t)$ ), representado por um índice entre -3 e +3. Este sinal é gerado como um passeio aleatório limitado dentro do intervalo  $[-3,3]$ , representando a evolução do noticiário diário, conforme o [algorithm 1](#).

---

##### Algorithm 1 : Geração da Notícia pelo Agente Mídia

---

**Result** : Notícia do dia  $N(t)$  gerada pelo agente Mídia

```

// 1. Receber o valor da notícia anterior
 $N(t-1) \leftarrow$  valor anterior da notícia ;
// 2. Sortear ruído gaussiano com média zero e desvio padrão  $\sigma$ 
 $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  ;
// 3. Realizar o passeio aleatório
 $N_{\text{bruto}} \leftarrow N(t-1) + \epsilon_t$  ;
// 4. Aplicar os limites do índice de humor  $[-3, 3]$ 
 $N(t) \leftarrow \max(-3, \min(3, N_{\text{bruto}}))$  ;
// 5. Retornar a notícia do dia
return  $N(t)$  ;

```

---

#### 4.3.1.3 Banco Central

Representa a autoridade macroeconômica que define o ambiente econômico desse mercado. O Banco Central ajusta e divulga variáveis macroeconômicas ao longo do tempo, que são também informações públicas percebidas pelos investidores. Este agente expõe para o mercado:

1. a taxa básica de juros (SELIC) da economia, que é atualizada periodicamente a cada 30 dias úteis de simulação, correspondendo aproximadamente a cada mês e meio que é o período entre as reuniões do COPOM – essa taxa serve como referência de retorno livre de risco e influencia diretamente o rendimento do caixa mantido pelos investidores e pelos FIIs.
2. a inflação realizada ( $\pi(t)$ ), que é divulgada a intervalos maiores, a cada 126 dias, equivalente a 6 meses da simulação e este valor de inflação passada reajusta o valor dos imóveis, o aluguel e impacta as expectativas futuras dos investidores.
3. prêmio de risco mediano exigido pelos investidores, que serve como guia para os investidores formarem suas próprias expectativas.

A rotina está descrita no [algorithme 2](#).

---

**Algoritmo 2** : Algoritmo do Banco Central – Atualização Macroeconômica

---

**Result** : Variáveis macroeconômicas: taxa SELIC  $r(t)$ , inflação  $\pi(t)$  e prêmio de risco  $\rho(t)$

```

// 1. Verificar se é dia de atualização da taxa SELIC (a cada 30
    dias úteis)
if  $t \bmod 30 = 0$  then
    |  $r(t) \leftarrow \text{AtualizarSELIC}(t)$  ;
end
else
    |  $r(t) \leftarrow r(t - 1)$  ;
end
// 2. Verificar se é dia de divulgação da inflação (a cada 126 dias
    úteis)
if  $t \bmod 126 = 0$  then
    |  $\pi(t) \leftarrow \text{AtualizarInflacao}(t)$  ;
end
else
    |  $\pi(t) \leftarrow \pi(t - 1)$  ;
end
// 3. Atualizar o prêmio de risco (sempre)
 $\rho(t) \leftarrow \text{CalcularPremioRisco}(t)$  ;
// 4. Retornar as variáveis públicas para o mercado
return  $r(t), \pi(t), \rho(t)$  ;

```

---

**4.3.1.4 Imóveis**

Cada imóvel representa um ativo imobiliário pertencente a algum FII. Os imóveis não agem de forma autônoma, mas possuem atributos que afetam indiretamente os retornos dos FIIs. Entre seus atributos de estado estão:

1. valor de mercado do imóvel, que pode evoluir ao longo do tempo – inicialmente definido por um valor inicial e ajustado periodicamente pela inflação e por investimentos realizados pelo FII (melhorias ou expansões aumentam esse valor)
2. percentual de aluguel ( $Pa_j$ ) que indica a fração do valor do imóvel pago mensalmente como aluguel – este percentual pode variar estocasticamente ao longo do tempo conforme condições de mercado.
3. taxa de vacância que representa a proporção do imóvel não alugado em determinado momento – modelada como um processo estocástico variando entre 0 e 1 (vacância alta significa menor receita de aluguel).

4. custos de manutenção operacionais, também tratados estocasticamente, consumindo parte da receita do aluguel.

Com base nesses atributos, calcula-se a renda de aluguel gerada por cada imóvel a cada período, conforme o [algorithm 3](#).

---

**Algorithm 3 :** Algoritmo do Imóvel  $I_j$  – Atualização de Estado e Cálculo do Aluguel

---

**Result :** Atualização do valor de mercado  $Vm_j(t)$ , percentual de aluguel  $Pa_j(t)$ , vacância  $v_j(t)$ , custo de manutenção  $Cm_j(t)$  e cálculo do aluguel  $AL_j(t)$  para o imóvel  $I_j$

```
// 1. Atualizar valor de mercado do imóvel com inflação e
    investimento
 $Vm_j(t) \leftarrow Vm_j(t - \tau) \cdot (1 + \pi_t) + Inv_j(t - \tau) ;$ 
// 2. Sortear novo percentual de aluguel
 $Pa_j(t) \sim \mathcal{N}(\mu_{pa,j}, \sigma_{pa,j}^2) ;$ 
// 3. Sortear taxa de vacância com truncamento em  $[0, 1]$ 
 $v_j(t) \sim \text{TruncNormal}(0, 1, \mu_{v,j}, \sigma_{v,j}^2) ;$ 
// 4. Sortear custo de manutenção
 $Cm_j(t) \sim \mathcal{N}(\mu_{cm,j}, \sigma_{cm,j}^2) ;$ 
// 5. Calcular o valor do aluguel líquido recebido
 $AL_j(t) \leftarrow Vm_j(t) \cdot Pa_j(t) \cdot (1 - v_j(t)) ;$ 
return  $Vm_j(t), Pa_j(t), v_j(t), Cm_j(t), AL_j(t) ;$ 
```

---

#### 4.3.1.5 FII

A notação adotada neste algoritmo segue a formalização dos Fundos de Investimento Imobiliário definidos no modelo. O índice  $j$  identifica o fundo  $F_j$ , enquanto  $p$  indexa os imóveis pertencentes à sua carteira  $CI_j = \{I_{j,1}, I_{j,2}, \dots, I_{j,p}\}$ . Cada imóvel  $I_{j,p}$  possui atributos fundamentais: o valor de mercado  $Vm_{j,p}(t)$ , o percentual de aluguel  $Pa_{j,p}(t)$ , a taxa de vacância  $Vac_{j,p}(t)$  e os custos operacionais  $Cm_{j,p}(t)$ .

A receita líquida do fundo no período  $t$  é obtida pela soma do fluxo de caixa de cada imóvel, já descontados os custos, e ajustada pela taxa de administração  $i_{adm}$ . A partir disso, calcula-se o valor distribuído como dividendos conforme a taxa de distribuição  $i_{dist}$ , e o valor retido no caixa do fundo segue a taxa  $i_{ret} = 1 - i_{dist}$ . Por fim, os dividendos por cota  $d_j(t)$  são obtidos pela divisão do valor total distribuído pelo número fixo de cotas  $N_j$ , conforme o [algorithm 4](#).

**Algorithm 4 :** Cálculo da Receita, Dividendos e Atualização do Caixa dos FIIs

---

**Result :** Cálculo dos dividendos  $d_j(t)$  e atualização do caixa  $Cx_j(t)$  do fundo  $F_j$

**// 1. Inicializar receita líquida do fundo  $F_j$**   
 $RL_j(t) \leftarrow 0$  ;

**// 2. Agregar receitas dos imóveis da carteira  $CI_j$**   
**foreach**  $I_{j,p} \in CI_j$  **do**  
     $AL_{j,p}(t) \leftarrow V_{m_{j,p}}(t) \cdot Pa_{j,p}(t) \cdot (1 - Vac_{j,p}(t))$  ;  
     $RL_j(t) \leftarrow RL_j(t) + [AL_{j,p}(t) - Cm_{j,p}(t)]$  ;  
**end**

**// 3. Deduzir taxa de administração**  
 $RL_{j,\text{líquido}}(t) \leftarrow RL_j(t) \cdot (1 - i_{adm})$  ;

**// 4. Calcular dividendos a distribuir**  
 $Div_j(t) \leftarrow RL_{j,\text{líquido}}(t) \cdot i_{dist}$  ;

**// 5. Calcular valor retido para reinvestimento**  
 $Ret_j(t) \leftarrow RL_{j,\text{líquido}}(t) \cdot i_{ret}$  ;

**// 6. Atualizar caixa do fundo**  
 $Cx_j(t) \leftarrow Cx_j(t - 1) + Ret_j(t)$  ;

**// 7. Calcular dividendos por cota**  
 $d_j(t) \leftarrow \frac{Div_j(t)}{N_j}$  ;

**return**  $d_j(t), Cx_j(t)$  ;

---

## 4.3.1.6 Investidores

Estes são quem representam os agentes heterogêneos que negociam cotas de FIIs. Cada investidor possui variáveis de estado individuais, incluindo:

1. riqueza: dividida em caixa disponível e participações em cotas de FIIs;
2. uma carteira de investimentos: quantidade de cotas de cada FII que detém;
3. literacia financeira (LF) que varia de 0 a 1, indicando sua capacidade de compreender informações financeiras de modo que agentes com LF alta tendem a decisões mais fundamentadas;
4. um horizonte de memória  $\omega_i$ , proporcional à sua LF;
5. expectativas individuais de variáveis macroeconômicas, principalmente inflação futura e prêmio de risco de mercado, que são periodicamente atualizadas com base em informações públicas e experiências passadas;



6. componentes comportamentais: cada investidor pondera de forma diferente informações fundamentalistas, especulativas e ruidosas ao formar expectativas de preço;
7. um sentimento ( $S_i$ ) atual que varia em uma escala de -1 a +1, representando o estado de confiança investidor;
8. uma rede de contatos ( $V_i$ ) definida como um conjunto de outros investidores vizinhos com os quais ele troca informações.

A [Figura 6](#) representa o fluxo da rotina dos investidores no mercado artificial, destacando como informações do ambiente influenciam sentimentos, expectativas e decisões. Os investidores formam percepções com base em variáveis macroeconômicas e no comportamento de seus vizinhos, atualizando sua aversão ao risco e estimativas de preço e inflação. A partir disso, determinam ordens de compra ou venda, que são processadas pela B3.

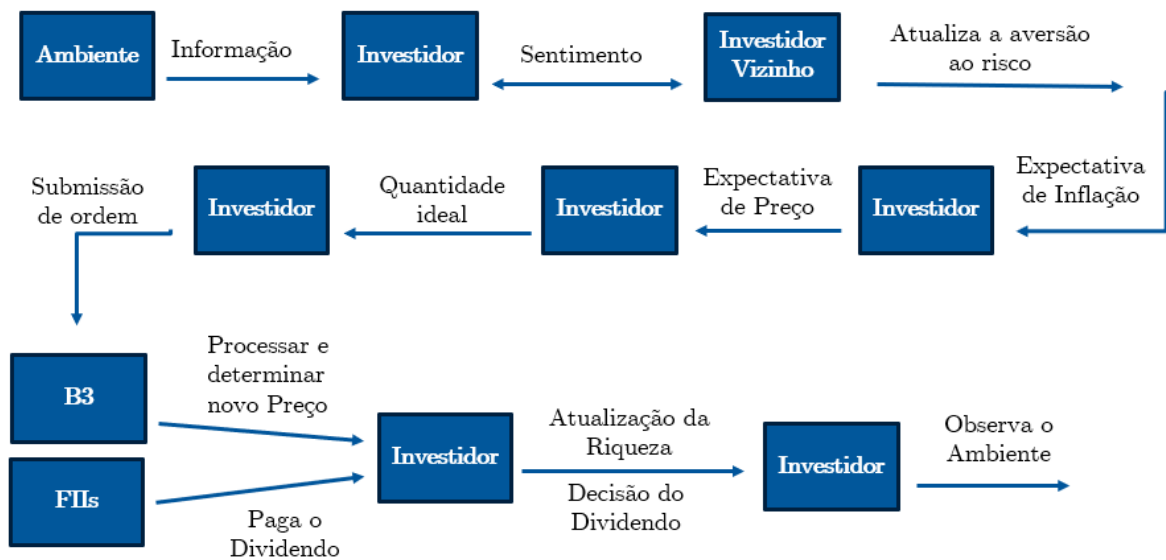


Figura 6 – Enter Caption

A formação das expectativas dos investidores e dos seus sentimentos pode ser obtida a partir das rotinas definidas em [algorithme 5](#) e [algorithme 6](#).

**Algorithm 5 :** Algoritmo do Investidor  $inv_i$  – Formação de Expectativas**Result :** Atualização do investidor  $inv_i$  no tempo  $t$ : formação de expectativas $P_i^e(t)$  e retorno  $r_i^e(t)$ // **Parâmetros do modelo** $\beta \leftarrow$  parâmetro fixo do modelo que define a aderência da literacia financeira ; $LF_i \leftarrow$  literacia financeira atribuída ao investidor  $inv_i$  no nascimento ;// **1. Calcular componentes comportamentais do investidor**Calcula-se a influência da literacia financeira sobre a decisão, com pesos para comportamento fundamentalista ( $C_{F,i}$ ), especulativo ( $C_{E,i}$ ) e ruidoso ( $C_{R,i}$ ) ;

$$C_{F,i} \leftarrow \frac{LF_i}{\exp(\beta)} ;$$

$$C_{R,i} \leftarrow (1 - \beta)(1 - LF_i) ;$$

$$C_{E,i} \leftarrow 1 - C_{F,i} - C_{R,i} ;$$

// **2. Calcular o preço e retorno fundamentalista**

Utiliza-se a fórmula de Gordon baseada em dividendos projetados e expectativas individuais de inflação e prêmio de risco ;

$$P_i^f(t) \leftarrow \frac{D_i(t) \cdot 12 \cdot (1 + \pi_i^e(t))}{pr_i^e(t)} ;$$

$$r_{fund,i}(t) \leftarrow \ln \left( \frac{P_i^f(t)}{P(t-1)} \right) ;$$

// **3. Calcular o retorno especulador com EMAs**

Define-se o horizonte de memória com base na literacia e aplica-se EMA de curto e longo prazo para identificar tendências ;

$$\omega_i \leftarrow \lfloor LF_i \cdot 252 \rfloor ;$$

$$EMA_{curta}(t) \leftarrow \text{EMA com janela } \lfloor \omega_i/4 \rfloor ;$$

$$EMA_{longa}(t) \leftarrow \text{EMA com janela } \omega_i ;$$

$$r_{esp,i}(t) \leftarrow \ln \left( \frac{EMA_{curta}(t)}{EMA_{longa}(t)} \right) ;$$

// **4. Sortear retorno de ruído**

Simula a aleatoriedade no comportamento do investidor ;

$$r_{ruído,i}(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{ruído,i}^2) ;$$

// **5. Calcular preço e retorno esperado do investidor**

Pondera os componentes comportamentais sobre os retornos para formar o preço esperado e o retorno esperado associado ;

$$P_i^e(t) \leftarrow P(t-1) \cdot \exp(C_{F,i} \cdot r_{fund,i}(t) + C_{E,i} \cdot r_{esp,i}(t) + C_{R,i} \cdot r_{ruído,i}(t)) ;$$

$$r_i^e(t) \leftarrow \ln \left( \frac{P_i^e(t)}{P(t-1)} \right) ;$$

**return**  $P_i^e(t), r_i^e(t)$  ;

**Algorithme 6 :** Algoritmo do Investidor  $inv_i$  – Atualização de Sentimento

---

**Result :** Atualização do sentimento  $S_i(t)$  do investidor  $inv_i$  no tempo  $t$

**// 1. Calcular informação privada**  $I_{priv,i}(t)$

Combina expectativa de retorno com variação da riqueza passada do investidor, ajustada por sua memória financeira ;

$$I_{priv,i}(t) \leftarrow peso_{retorno} \cdot r_i^e(t) + peso_{riq} \cdot \frac{Riq_i(t-1) - Riq_i(t-\omega_i)}{Riq_i(t-\omega_i)} ;$$

**// 2. Calcular informação social**  $I_{soc,i}(t)$

Baseia-se nos sentimentos recentes dos vizinhos da rede de contatos  $G_i$  ;

$$I_{soc,i}(t) \leftarrow \frac{1}{|G_i|} \sum_{j \in G_i} \left( \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 S_j(t-k) \right) ;$$

**// 3. Atualizar sentimento do investidor com base nos 3 componentes**

Agrega informação privada, social e notícias ponderadas por sensibilidades individuais, com limites entre -1 e 1 ;

$$S_i(t) \leftarrow \max\{-1, \min\{1, a_i \cdot I_{priv,i}(t) + b_i \cdot I_{soc,i}(t) + c_i \cdot N(t)\}\} ;$$

**return**  $S_i(t)$  ;

---

## 4.3.1.7 O Funcionamento do Mercado

A simulação desenvolve-se em passos discretos diários, nos quais os agentes executam, em ordem aleatória, uma sequência estruturada de percepção, avaliação e ação. Em cada período, os agentes atualizam seu sentimento individual com base na integração de informações privadas (como desempenho próprio), sociais (percepções oriundas da rede de contatos) e externas (notícias e indicadores macroeconômicos). A partir dessas informações, elaboram expectativas de retorno para o ativo e, com base nelas, decidem por enviar ordens de compra ou venda ao sistema de negociação.

As ordens emitidas são processadas por um mecanismo central de mercado, que organiza os livros de compra e venda, emparelha ofertas compatíveis e determina, para cada tick, o preço e a quantidade efetivamente negociados. O [algorithme 7](#) mostra esse ciclo que se repete de forma iterativa, estruturando a dinâmica temporal do mercado.

O sistema de negociação recebe todas as ordens limitadas submetidas pelos agentes, organiza-as em livros de compra e venda e executa o casamento de ordens, emparelhando o maior preço de compra disponível com o menor preço de venda compatível conforme o [algorithme 8](#). O preço de negociação efetivo é determinado como a média aritmética entre esses dois preços-limite, refletindo um ponto de equilíbrio entre as intenções de compra e venda no mercado naquele período.

---

**Algorithme 7** : Algoritmo do Funcionamento do Mercado

---

**Data** : Lista de dias  $N = [1, 2, \dots, n]$ **SETUP**: Inicialize o ambiente;**for** *cada*  $n \in N$  **do**    **for** *cada* *agente* **do**

Consulta as news;

Consulta os vizinhos;

Cria um sentimento, uma Aversão ao risco e um risco desejado;

Cria uma expectativa de inflação;

Precifica o ativo;

Estabelece uma quantidade ideal;

Envia Ordem

**end**    **for** *ordem recebida na B3* **do**

Organiza o book de ofertas;

Executa as ordens;

Determina o novo preço de mercado

**end**    **for** *cada* *agente* **do**

Atualiza a Riqueza

**end**    // **Imóveis**    **if** *tempo de aluguel* **then**

Paga aos FIIs;

**end**    **if** *tempo de reajuste* **then**

Atualiza o Aluguel

**end**    // **FIIs**    **if** *tempo de recebimento de aluguel* **then**

Distribui os dividendos;

**end**    **if** *tempo de reinvestimento* **then**

Investe em imóveis

**end****end**

---

**Algorithme 8** : Algoritmo para Execução de Ordens em um Mercado**Data** : Lista de ordens de compra  $C$ , lista de ordens de venda  $V$ **Result** : Execução de transações e atualização dos livros de ordens**while** *há novas ordens de compra ou venda* **do**    Receba uma nova ordem  $O$ ;    **if**  $O$  *é de compra* **then**        **if** *comprador tem recursos suficientes* **then**            Insira  $O$  no livro de ordens de compra  $C$ ;        **end**        **else**

Rejeite a ordem;

**end**    **else**        **if** *vendedor tem estoque suficiente* **then**            Insira  $O$  no livro de ordens de venda  $V$ ;        **end**        **else**

Rejeite a ordem;

**end**    **end**    Ordene  $C$  por preço-limite em ordem decrescente;    Ordene  $V$  por preço-limite em ordem crescente;    **while** *o melhor preço de compra  $P_C \geq$  o melhor preço de venda  $P_V$*  **do**        Defina o preço da negociação como  $P_T = \frac{P_C + P_V}{2}$ ;

Execute a transação;;

Ajuste o dinheiro e o estoque dos traders envolvidos;

        Atualize ou remova as ordens correspondentes de  $C$  e  $V$ ;    **end****end**

## 4.4 Validação do Modelo

Para validar o modelo de um FII, adotou-se o IFIX como referência empírica. O IFIX representa o desempenho dos principais FIIs negociados na B3 e serve como *benchmark* para analisar a dinâmica de preços, volatilidade e demais fatos estilizados desse mercado. Os dados históricos foram coletados na base da B3, abrangendo um período de 10 anos. A partir desses dados, calcularam-se estatísticas descritivas dos retornos diários — como média, desvio padrão, curtose e assimetria — para comparar com os resultados produzidos pelo modelo artificial.

Neste experimento inicial, a simulação foi executada com uma configuração padrão de parâmetros, definida com base em valores extraídos da literatura e em testes preliminares, sem passar por um processo formal de calibração. O objetivo principal foi avaliar a capacidade do modelo de reproduzir os fatos estilizados do IFIX, mesmo sem ajustes finos nos parâmetros.

## 5 DISCUSSÃO E RESULTADOS

### 5.1 Obtenção dos Valores de Referência

Foi realizado um bootstrap por reamostragem simples com reposição dos retornos logarítmicos diários do IFIX, gerando 1 000 trajetórias sintéticas de preços para o período de 2 janeiro 2015 a 28 fevereiro 2025. Cada réplica foi armazenada em uma coluna de um DataFrame consolidado, estruturando os dados em formato de painel para permitir análises estatísticas em larga escala. A partir dessas trajetórias, foram extraídas as métricas: assimetria (skewness), curtose e autocorrelações dos retornos até 20 defasagens, nos agrupamentos semanal e mensal. Estas medidas servirão como alvos empíricos no processo de calibração do mercado artificial.

### 5.2 O Experimento Realizado

A simulação realizada como um primeiro experimento, contém 1.260 períodos diários (aproximadamente cinco anos), considerando a interação entre 100 investidores, 1 fundo imobiliário, 2 imóveis subjacentes, 1 Banco Central e 1 entidade de mídia.

O FII é composto por 100.000 cotas, inicia com R\$50.000,00 em caixa e o preço inicial da cota é calculado com base no valor patrimonial dos ativos sob gestão, dividido pelo número de cotas emitidas.

O portfólio desse FII é composto por dois imóveis com os seguintes atributos:

- Imóvel 1: Valor de R\$ 1.000.000, taxa de vacância de 10% e custo mensal de manutenção de R\$ 200.
- Imóvel 2: Valor de R\$ 2.000.000, taxa de vacância de 20% e custo mensal de manutenção de R\$ 500.

Cada imóvel gera receita de aluguel proporcional ao seu valor de mercado, ajustada pela taxa de vacância e deduzida do custo de manutenção.

O Banco Central inicia com uma taxa SELIC de 15%, expectativa de inflação de 7% e prêmio de risco de 8%, que permanecem constantes ao longo do experimento. A Mídia, por sua vez, atua como uma fonte de informação com valores previamente inseridos em momentos específicos da simulação para representar choques informacionais — positivos ou negativos. Esses choques são sobrepostos a um processo estocástico com ruído gaussiano de desvio padrão  $\sigma = 0,18$ .

Foram criados 100 agentes investidores que recebem 100 cotas cada um. Cada agente possui uma literacia financeira heterogênea, sorteada a partir de duas faixas de distribuição:

- 70% dos agentes têm literacia entre 0,2 e 0,4;
- 30% restantes entre 0,4 e 0,95.

Todos os agentes iniciam com R\$ 10.000,00 em caixa e definem aleatoriamente conexões com 7 vizinhos para troca de informações. Eles iniciam com expectativas iniciais de inflação e prêmio de risco iguais (3,5% e 8%, respectivamente), mas são posteriormente recalculadas ao longo da simulação. A expectativa de prêmio de risco, por exemplo, é ajustada com base no sentimento individual: quanto mais otimista for o agente, menor será o prêmio exigido; quanto mais pessimista, maior será a exigência de retorno adicional para compensar o risco percebido.

### 5.2.1 Resultados Preliminares

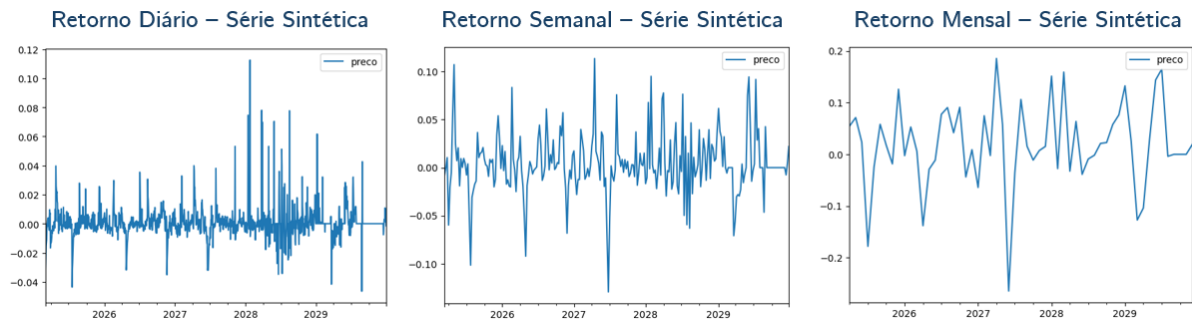


Figura 7 – Retornos das Séries Sintéticas

A comparação das propriedades estatísticas revela diferenças relevantes entre o IFIX real e o Mercado Artificial em relação à assimetria e à curtose dos retornos. O IFIX apresenta assimetria negativa consistente nos retornos diários, semanais e mensais, refletindo a maior probabilidade de eventos extremos negativos, um padrão típico de séries financeiras. Em contraste, o Mercado Artificial exibe assimetria positiva nos retornos diários e semanais, divergindo da dinâmica observada no mercado real. Apesar dessa discrepância, ambas as séries convergem para assimetria negativa no horizonte mensal, e demonstram a esperada atenuação da assimetria com a agregação temporal.

A análise da curtose indica que ambas as séries apresentam distribuições leptocúrticas em todos os horizontes temporais, evidenciando a presença de caudas pesadas. No entanto, a magnitude da curtose no Mercado Artificial é substancialmente inferior à



observada no IFIX, especialmente nos retornos diários. Enquanto o IFIX registra curtose diária superior a 200, o Mercado Artificial apresenta valores próximos de 24, ainda acima do valor de referência normal, mas incapaz de replicar a intensidade dos eventos extremos do mercado real. A redução da curtose com o aumento do horizonte temporal é consistente em ambas as séries, ainda que mais acentuada no IFIX.

A análise visual dos Q-Q plots e histogramas confirma que tanto o IFIX quanto o Mercado Artificial exibem desvios da normalidade e evidências de caudas pesadas. No entanto, o IFIX apresenta caudas negativas mais pesadas, em consonância com fatos estilizados bem documentados para mercados financeiros, enquanto o Mercado Artificial mostra um padrão inverso nos retornos diários, com caudas positivas mais acentuadas. Além disso, o Mercado Artificial subestima a frequência e a magnitude dos eventos extremos, particularmente nos retornos de alta frequência. A convergência entre as séries melhora em horizontes mais longos, indicando que o Mercado Artificial reproduz parcialmente os fatos estilizados, mas com limitações relevantes em escalas temporais curtas.

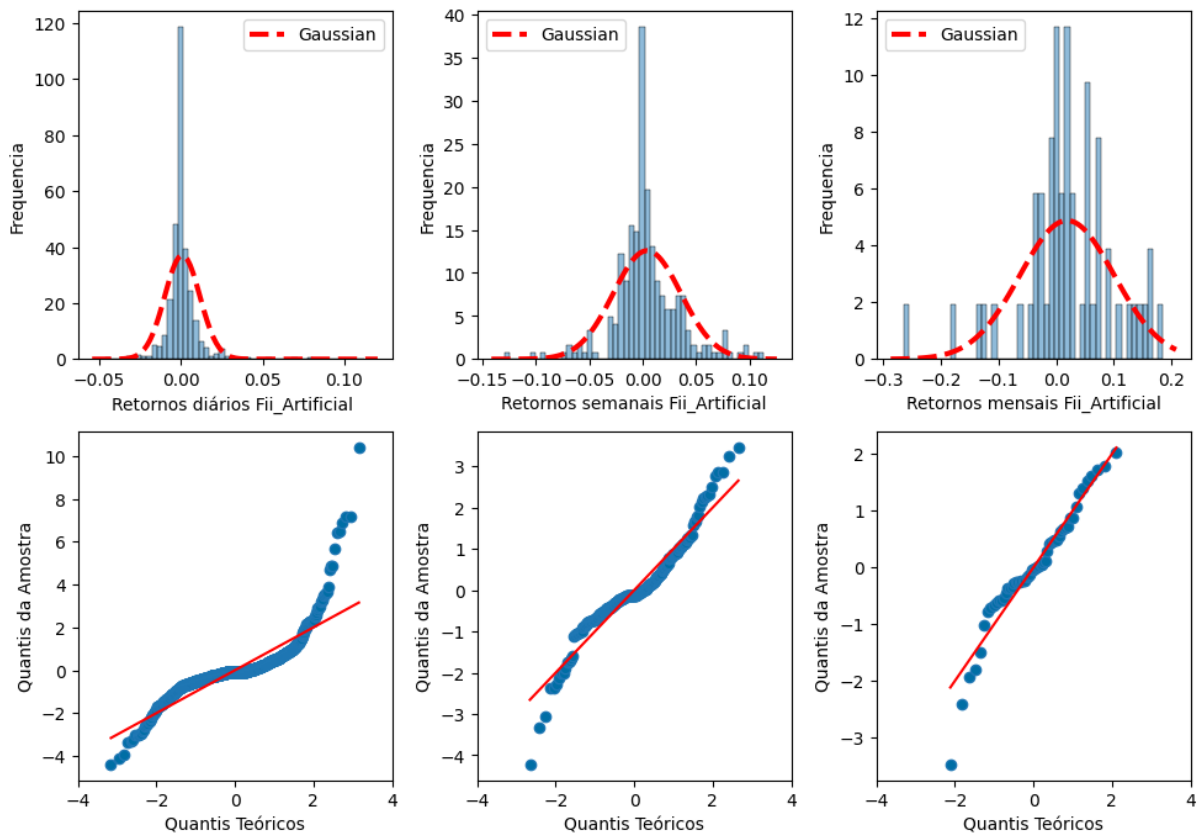


Figura 8 – Enter Caption

## 6 CRONOGRAMA

### 6.1 Descrição das Etapas do Cronograma Final

A seguir, apresentam-se as etapas previstas para a conclusão do doutorado, com ênfase na finalização do modelo computacional, análise dos resultados e redação da tese.

- **Consolidação da Revisão de Literatura:** Revisão contínua dos estudos que fundamentam a modelagem baseada em agentes no contexto de mercados artificiais, com destaque para os fundos de investimento imobiliário.
- **Formalização do Modelo:** Término e revisão da formalização dos elementos do mercado artificial, incluindo as negociações, o book de ofertas e as transações realizadas.
- **Ajustes do Modelo Computacional:** São realizados testes e ajustes estruturais no modelo.
- **Calibração e Validação do Modelo:** Aplicação de métodos de calibração com base em momentos estatísticos e dados históricos dos FIIs. Em seguida, são conduzidos testes de validação para verificar a aderência do modelo aos fatos estilizados observados empiricamente.
- **Simulações Finais e Análise dos Resultados:** Execução de simulações em larga escala com o modelo calibrado. Essa etapa inclui a geração de gráficos, tabelas e testes estatísticos para sustentar as análises da tese.
- **Submissão e Escrita de Artigos Científicos:** Redação de artigos científicos com base nos resultados obtidos, visando submissão a congressos e periódicos da área de Finanças Computacionais. Inclui a revisão dos textos conforme os pareceres recebidos e a integração dos aprimoramentos sugeridos.
- **Redação e Revisão da Tese:** Elaboração dos capítulos da tese como introdução, metodologia, resultados, discussão e resultados. Após a primeira versão integral, seguem-se rodadas de revisão e ajustes com o orientador.
- **Preparação para a Defesa:** Organização da documentação institucional, elaboração da apresentação e preparação para a defesa oral.
- **Defesa da Tese:** Apresentação final perante a banca examinadora.

O cronograma de desenvolvimento da pesquisa está organizado conforme as datas apresentadas na [Tabela 8](#).

<b>Etapas</b>	<b>Mai</b>	<b>Jun</b>	<b>Jul</b>	<b>Ago</b>	<b>Set</b>	<b>Out</b>	<b>Nov</b>	<b>Dez</b>	<b>Jan</b>	<b>Fev</b>	<b>Mar</b>	<b>Abr</b>
<b>Ano</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>26</b>	<b>26</b>	<b>26</b>
Consolidação da Revisão de Literatura												
Implementação e Ajustes do Modelo Computacional												
Calibração e Validação do Modelo												
Simulações Finais e Análise dos Resultados												
Submissão e Escrita de Artigos Científicos												
Redação e Revisão da Tese												
Preparação para Defesa												
Defesa da Tese												

Tabela 8 – Cronograma de Desenvolvimento das Atividades

## 7 CONCLUSÃO

A construção de um mercado artificial de fundos de investimento imobiliário, fundamentado em modelagem baseada em agentes, visa não apenas reproduzir fatos estilizados observados empiricamente, mas também oferecer subsídios para a compreensão das dinâmicas de mercado sob diferentes condições econômicas. Com a consolidação do modelo, a calibração e a validação dos resultados, espera-se que a pesquisa contribua de forma relevante para os estudos em finanças computacionais e para o avanço do uso de métodos baseados em simulação na análise de mercados financeiros.

## REFERÊNCIAS

- AHLGREN, P. T. H. et al. Frustration driven stock market dynamics: Leverage effect and asymmetry. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 383, n. 1, p. 1–4, 2007. Citado na página 22.
- AMBROSE, B. W.; HIGHFIELD, M. J.; LINNEMAN, P. D. Real estate and economies of scale: the case of reits. *Real Estate Economics*, Wiley Online Library, v. 33, n. 2, p. 323–350, 2005. Citado na página 15.
- ANTYPAS, A.; KOUNDOURI, P.; KOUROGENIS, N. Aggregational gaussianity and barely infinite variance in financial returns. *Journal of Empirical Finance*, Elsevier, v. 20, p. 102–108, 2013. Citado na página 19.
- AXTELL, R. L.; FARMER, J. D. Agent-based modeling in economics and finance: Past, present, and future. *Journal of Economic Literature*, American Economic Association 2014 Broadway, Suite 305, Nashville, TN 37203-2425, v. 63, n. 1, p. 197–287, 2025. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 15.
- B3. *Perfil da Pessoa Física no Mercado a Vista*. 2024. Disponível em: <[https://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/perfil-pessoas-fisicas/perfil-pessoa-fisica/](https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/perfil-pessoas-fisicas/perfil-pessoa-fisica/)>. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 11.
- B3. *Regulamento da Câmara B3*. 2024. <[https://www.b3.com.br/pt\\_br/regulacao/estrutura-normativa/estrutura-normativa/pos-negociacao/](https://www.b3.com.br/pt_br/regulacao/estrutura-normativa/estrutura-normativa/pos-negociacao/)>. Versão de 28 de outubro de 2024. Acesso em: 11 abr. 2025. Citado na página 14.
- B3. *Regulamento de Negociação da B3*. 2024. <[https://www.b3.com.br/pt\\_br/regulacao/estrutura-normativa/operacoes/](https://www.b3.com.br/pt_br/regulacao/estrutura-normativa/operacoes/)>. Acesso em: 11 abr. 2025. Citado na página 14.
- B3 - Brasil, Bolsa, Balcão. *Perfil de Investidores Pessoa Física - 2º Trimestre de 2024*. São Paulo, Brasil, 2024. Análise trimestral sobre o perfil de investidores pessoa física na B3, abrangendo dados de renda fixa, variável, diversificação, entre outros aspectos. Disponível em: <[https://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/perfil-pessoas-fisicas/perfil-pessoa-fisica/](https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/perfil-pessoas-fisicas/perfil-pessoa-fisica/)>. Citado na página 10.
- BAK, P.; PACZUSKI, M.; SHUBIK, M. Price variations in a stock market with many agents. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 246, n. 3-4, p. 430–453, 1997. Citado na página 16.
- BERGER, V. W.; ZHOU, Y. Kolmogorov–smirnov test: Overview. *Wiley statsref: Statistics reference online*, Wiley Online Library, 2014. Citado na página 19.
- BONABEAU, E. Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. *Proceedings of the national academy of sciences*, National Academy of Sciences, v. 99, n. suppl\_3, p. 7280–7287, 2002. Citado na página 14.

- BOUCHAUD, J.; MATACZ, A.; POTTERS, M. The leverage effect in financial markets: retarded volatility and market panic. science and finance (cfm) working paper archive 0101120. *Science and Finance, Capital Fund Management*, 2001. Citado na página 22.
- BROCK, W. A.; HOMMES, C. H. Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model. *Journal of Economic dynamics and Control*, v. 22, n. 8, p. 1235–1274, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- BUENO, A. C. et al. Regras comportamentais e a tomada de decisão no mercado financeiro: uma simulação via modelo baseado em agentes. *RBEMF: Revista Brasileira de Economia Monetária e Financeira*, v. 2, 2024. Citado na página 39.
- CHAN, S. H.; ERICKSON, J.; WANG, K. Real estate investment trusts: Structure: Structure, performance, and investment opportunities. *OUP Catalogue*, 2002. Citado na página 15.
- CHEN, L.; BABAR, M. A.; ZHANG, H. Towards an evidence-based understanding of electronic data sources. In: BCS LEARNING & DEVELOPMENT. *14th International conference on evaluation and assessment in software engineering (EASE)*. [S.l.], 2010. Citado na página 24.
- CHEN, S.-H.; CHANG, C.-L.; DU, Y.-R. Agent-based economic models and econometrics. *The Knowledge Engineering Review*, v. 27, n. 02, p. 187–219, 2012. Citado na página 15.
- CHIARELLA, C. et al. A behavioural model of investor sentiment in limit order markets. *Quantitative Finance*, Taylor & Francis, v. 17, n. 1, p. 71–86, 2017. Citado na página 34.
- CHIARELLA, C.; IORI, G. A simulation analysis of the microstructure of double auction markets. *Quantitative finance*, IOP Publishing, v. 2, n. 5, p. 346, 2002. Citado na página 32.
- CHIARELLA, C.; IORI, G.; PERELLÓ, J. The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 33, n. 3, p. 525–537, 2009. Citado na página 29.
- CINCOTTI, S. et al. Who wins? study of long-run trader survival in an artificial stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 324, n. 1-2, p. 227–233, 2003. Citado na página 16.
- COHEN, K. J. et al. Limit orders, market structure, and the returns generation process. *The Journal of Finance*, JSTOR, v. 33, n. 3, p. 723–736, 1978. Citado na página 16.
- CONT, R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 2001. Citado na página 17.
- CONT, R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative finance*, IOP Publishing, v. 1, n. 2, p. 223, 2001. Citado 6 vezes nas páginas 17, 18, 19, 20, 21 e 22.
- COTTER, J.; STEVENSON, S. Multivariate modeling of daily reit volatility. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Springer, v. 32, p. 305–325, 2006. Citado na página 15.

COTTER, J.; STEVENSON, S. Modeling long memory in reits. *Real Estate Economics*, Wiley Online Library, v. 36, n. 3, p. 533–554, 2008. Citado na página 20.

CRAMER, S.; TRIMBORN, T. Stylized facts and agent-based modeling. *arXiv preprint arXiv:1912.02684*, 2019. Citado na página 17.

CVM. *Guia CVM do Investidor: Fundos de Investimento Imobiliário*. 2. ed. Comissão de Valores Mobiliários (CVM), 2015. 20 p. (Guia CVM, 1). Disponível em: <<https://www.investidor.gov.br>>. Acesso em: [data]. ISBN Não aplicável. Disponível em: <<https://www.investidor.gov.br>>. Citado na página 15.

DIAS, P. R.; PEREIRA, C. F. P. A aplicabilidade dos fundos de investimentos nos planejamentos empresariais: fip, fii e fidc. *Conhecimento Interativo*, v. 1, p. 94–106, 2015. Citado na página 15.

FAMA, E. F. Efficient capital markets. *Journal of finance*, v. 25, n. 2, p. 383–417, 1970. Citado na página 17.

FARIA, L. G. de. An agent-based model with realistic financial time series: A method for agent-based models validation. *arXiv preprint arXiv:2206.09772*, 2022. Citado 5 vezes nas páginas 12, 18, 19, 20 e 21.

FIGLEWSKI, S.; WANG, X. Is the "leverage effect" a leverage effect? 2000. Citado na página 22.

FURRIEL, A. M. Q. S. *Modelos heterocedásticos—ARCH e GARCH*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Porto (Portugal), 2011. Citado na página 21.

HESSARY, Y. K. *Artificial Financial Market: An Agent-Based Approach to Modeling the Influence of Traders Characteristics on Emergent Market Phenomena*. Tese (Doutorado) — The University of North Carolina at Charlotte, 2018. Citado na página 12.

HIRANO, M. et al. Impact analysis of financial regulation on multi-asset markets using artificial market simulations. *Journal of Risk and Financial Management*, MDPI, v. 13, n. 4, p. 75, 2020. Citado 4 vezes nas páginas 10, 32, 45 e 46.

HOMMES, C. H. Heterogeneous agent models in economics and finance. In: *Handbook of computational economics*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 2, p. 1109–1186. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 27.

KEELE, S. et al. *Guidelines for performing systematic literature reviews in software engineering*. [S.l.], 2007. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.

KIM, D.; SHIN, M. Volatility models for stylized facts of high-frequency financial data. *Journal of Time Series Analysis*, Wiley Online Library, v. 44, n. 3, p. 262–279, 2023. Citado na página 22.

KITCHENHAM, B. et al. Systematic literature reviews in software engineering—a systematic literature review. *Information and software technology*, Elsevier, v. 51, n. 1, p. 7–15, 2009. Citado na página 24.

KOPP, A.; WESTPHAL, R.; SORNETTE, D. Agent-based model generating stylized facts of fixed income markets. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, Springer, v. 17, n. 4, p. 947–992, 2022. Citado na página 16.

- KRICHENE, H.; EL-AROU, M.-A. Agent-based simulation and microstructure modeling of immature stock markets: case of a single risky asset. *Computational Economics*, Springer, v. 51, p. 493–511, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 29, 45 e 46.
- LIU, Y. et al. Correlations in economic time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 245, n. 3-4, p. 437–440, 1997. Citado na página 21.
- LOCATELLI, R. L. et al. Análise da eficiência dos fundos de investimento imobiliário em um período de crise econômica. *Revista Ibero Americana de Estratégia*, Universidade Nove de Julho, v. 17, n. 2, p. 78–92, 2018. Citado na página 10.
- LU, J.; CHEN, X.; LIU, X. Stock market information flow: Explanations from market status and information-related behavior. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 512, p. 837–848, 2018. Citado na página 36.
- LUX, T.; MARCHESI, M. Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market. *Nature*, Nature Publishing Group UK London, v. 397, n. 6719, p. 498–500, 1999. Citado na página 16.
- MACAL, C. M.; NORTH, M. J. Agent-based modeling and simulation. In: IEEE. *Proceedings of the 2009 winter simulation conference (WSC)*. [S.l.], 2009. p. 86–98. Citado na página 14.
- MALACO, A. S. Uma análise da relação do desempenho de fundos imobiliários lastreados em shopping centers com variáveis macro e microeconômicas. 2020. Citado na página 10.
- MENDELSON, H. Market behavior in a clearing house. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 1505–1524, 1982. Citado na página 16.
- MIZUTA, T. A brief review of recent artificial market simulation (agent-based model, abm) studies for financial market regulations and/or rules. *Available at SSRN 2710495*, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 16.
- MIZUTA, T.; YAGI, I. Comparing Effects of Price Limit and Circuit Breaker in Stock Exchanges by an Agent-Based Model. In: *2023 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*. Mexico City, Mexico: IEEE, 2023. p. 75–82. ISBN 978-1-66543-065-4. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/10371874/>>. Citado na página 16.
- NEUBERG, L.; BERTELS, K. Heterogeneous trading agents. *Complexity*, Wiley Online Library, v. 8, n. 5, p. 28–35, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 45.
- OLDHAM, M. Introducing a multi-asset stock market to test the power of investor networks. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, JASSS, v. 20, n. 4, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 46.
- OLIVEIRA, J. M. de; MILANI, B. Variáveis que explicam o retorno dos fundos imobiliários brasileiros. *Revista Visão: Gestão Organizacional*, v. 9, n. 1, p. 17–33, 2020. Citado na página 15.
- PALMER, R. G. et al. An artificial stock market. *Artificial Life and Robotics*, Springer, v. 3, p. 27–31, 1999. Citado na página 16.



- PARK, B.-J. Time-varying, heterogeneous risk aversion and dynamics of asset prices among boundedly rational agents. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 43, p. 150–159, 2014. Citado na página [18](#).
- PASTORE, S.; PONTA, L.; CINCOTTI, S. Heterogeneous information-based artificial stock market. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 12, n. 5, p. 053035, 2010. Citado na página [30](#).
- PETERSEN, K. et al. Systematic mapping studies in software engineering. In: BCS LEARNING & DEVELOPMENT. *12th international conference on evaluation and assessment in software engineering (EASE)*. [S.l.], 2008. Citado na página [24](#).
- PONTA, L.; PASTORE, S.; CINCOTTI, S. Information-based multi-assets artificial stock market with heterogeneous agents. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Elsevier, v. 12, n. 2, p. 1235–1242, 2011. Citado na página [16](#).
- RABERTO, M.; CINCOTTI, S. Modeling and simulation of a double auction artificial financial market. *Physica A: Statistical Mechanics and its applications*, Elsevier, v. 355, n. 1, p. 34–45, 2005. Citado na página [17](#).
- RECCHIONI, M. C.; TEDESCHI, G.; GALLEGATI, M. A calibration procedure for analyzing stock price dynamics in an agent-based framework. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 60, p. 1–25, 2015. Citado 3 vezes nas páginas [27](#), [45](#) e [46](#).
- SAICHEV, A.; SORNETTE, D. Generic multifractality in exponentials of long memory processes. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 74, p. 011111, Jul 2006. Citado na página [20](#).
- SEN, R.; SHERKAR, V. Study of stylized facts in stock market data. *Available at SSRN 4844406*, 2023. Citado 2 vezes nas páginas [10](#) e [20](#).
- TAKOI, S. M. Breves comentários sobre fundos de investimento imobiliário e o fiagro (fundos de investimento nas cadeias produtivas agroindustriais) e seu tratamento tributário. *Revista Tributária e de Finanças Públicas*, v. 152, p. 275–290, 2023. Citado na página [15](#).
- TESFATSION, L.; JUDD, K. L. *Handbook of computational economics: agent-based computational economics*. [S.l.]: Elsevier, 2006. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas [11](#) e [14](#).
- TORII, T.; IZUMI, K.; YAMADA, K. Shock transfer by arbitrage trading: analysis using multi-asset artificial market. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Springer, v. 12, p. 395–412, 2015. Citado na página [33](#).
- TURRELL, A. Agent-based models: understanding the economy from the bottom up. *Bank of England Quarterly Bulletin*, p. Q4, 2016. Citado na página [15](#).
- WESTERHOFF, F.; FRANKE, R. Converse trading strategies, intrinsic noise and the stylized facts of financial markets. *Quantitative Finance*, Taylor & Francis, v. 12, n. 3, p. 425–436, 2012. Citado 2 vezes nas páginas [10](#) e [12](#).
- WHEELER, A.; VARNER, J. D. Scalable agent-based modeling for complex financial market simulations. *arXiv preprint arXiv:2312.14903*, 2023. Citado 2 vezes nas páginas [41](#) e [45](#).

ZHENG, M.; SONG, H.-S.; LIANG, J. Modeling the volatility of daily listed real estate returns during economic crises: Evidence from generalized autoregressive conditional heteroscedasticity models. *Buildings*, MDPI, v. 14, n. 1, p. 182, 2024. Citado na página [21](#).

ZHOU, R. et al. Market impact analysis of financial literacy among a-share market investors: An agent-based model. *Entropy*, MDPI, v. 25, n. 12, p. 1602, 2023. Citado 2 vezes nas páginas [34](#) e [46](#).