

# Estruturas de Dados - Pilha

# Tipos abstratos de dados

- Descrevem um conjunto de dados segundo as suas funcionalidades
- Devemos especificar como os dados são manipulados
- Em geral, um tipo abstrato de dados pode usar diferentes estruturas de dados para sua implementação
  - utilizaremos as estruturas de dados já vistas: vetor e lista de nós
- Tipos abstratos:
  - pilha
  - fila
  - heap
  - árvore
  -

# Tipo abstrato de dados: pilha

- Conjunto que permite inclusão e exclusão de elementos com as seguintes propriedades:
  - inclusão de um elemento: o elemento é adicionado ao topo da pilha
  - exclusão de um elemento: o elemento excluído é o que está no topo da pilha
- *last in, first out*
- Exemplos de aplicações:
  - mecanismos de voltar/avançar (ou desfazer/refazer)
  - conversão de decimal para binário
  - análise de expressões matemáticas
  - auxilia em versões iterativas para algumas recorrências

# Pilha sequencial

- Estrutura de dados utilizada: vetor
  - implementação eficiente: preencher o vetor "da esquerda para a direita"
  - elementos "a esquerda" estão na base da pilha
  - elementos "a direita" estão no topo da pilha
- Informações de uma pilha sequencial:
  - *tam*: número máximo de elementos na pilha
  - *topo*: índice para o topo da pilha
- Operações a serem analisadas:
  - CRIAPILHA: criação de uma pilha sequencial
  - TOP: consulta o topo da pilha sequencial
  - EMPILHA: inclusão de um elemento em uma pilha sequencial
  - DESEMPILHA: exclusão de um elemento em uma pilha sequencial

# Pilha sequencial: criar

---

**Algoritmo:** CriaPilhaSequencial( $n$ )

---

**Entrada:** tamanho  $n$  da pilha

**Saída:** pilha sequencial  $P$

- 1 criar nova pilha sequencial  $P$  com um vetor de  $n$  posições
  - 2  $P.tam = n$
  - 3  $P.topo = 0$
  - 4 **retorne**  $P$
- 

Complexidade:  $O(1)$

# Pilha sequencial: checar o topo da pilha

---

**Algoritmo:** TopSequencial( $P$ )

---

**Entrada:** pilha sequencial  $P$

**Saída:** valor no topo da pilha, ou um erro se a pilha estiver vazia

```
1 se  $P.topo == 0$  então
2   |   retorne "Erro: pilha vazia!"
3 retorne  $P[P.topo - 1]$ 
```

---

Complexidade:  $O(1)$

# Pilha sequencial: empilhar

---

**Algoritmo:** EmpilhaSequencial( $P, x$ )

---

**Entrada:** pilha sequencial  $P$ , valor  $x$

```
1 se  $P.topo == P.tam$  então
2   |   retorne "Erro: pilha cheia!"
3  $P[P.topo] = x$ 
4  $P.topo = P.topo + 1$ 
```

---

Complexidade:  $O(1)$

# Pilha sequencial: desempilhar

---

**Algoritmo:** DesempilhaSequencial( $P$ )

---

**Entrada:** pilha sequencial  $P$

**Saída:** valor removido do topo da pilha, ou um erro se a pilha estiver vazia

```
1 se  $P.topo == 0$  então
2   |   retorne "Erro: pilha vazia!"
3  $P.topo = P.topo - 1$ 
4 retorne  $P[P.topo]$ 
```

---

Complexidade:  $O(1)$



# Pilha encadeada

- Estrutura de dados utilizada: lista de nós encadeados
- Para acessar a pilha, basta conhecermos o primeiro nó da pilha
  - primeiro nó da pilha: depende da implementação
  - implementação mais eficiente: primeiro nó está no topo da pilha
  - justificativa: não precisamos acessar a base da pilha
- Informações de um nó:
  - *chave*: guarda o elemento
  - *prox*: indica a localização do nó que o sucede na pilha
- Operações a serem analisadas:
  - CRIAPILHA: criação de uma pilha encadeada
  - TOP: consulta o topo da pilha encadeada
  - EMPILHA: inclusão de um elemento em uma pilha encadeada
  - DESEMPILHA: exclusão de um elemento em uma pilha encadeada

# Pilha encadeada: criar

---

**Algoritmo:** CriaPilhaEncadeada()

---

**Saída:** nó inicial  $v$  da pilha encadeada

---

- 1 criar novo nó  $v$
  - 2  $v \rightarrow prox = \lambda$
  - 3 **retorne**  $v$
- 

Complexidade:  $O(1)$

# Pilha encadeada: checar o topo da pilha

---

**Algoritmo:** TopEncadeada( $v$ )

---

**Entrada:** nó inicial  $v$  da pilha encadeada

**Saída:** nó no topo da pilha, ou  $\lambda$  se a pilha estiver vazia

1 **retorne**  $v \rightarrow prox$

---

Complexidade:  $O(1)$

# Pilha encadeada: empilhar

---

**Algoritmo:** EmpilhaEncadeada( $v, x$ )

---

**Entrada:** nó inicial  $v$  da pilha encadeada, valor  $x$

- 1 criar novo nó  $u$
- 2  $u \rightarrow chave = x$
- 3  $u \rightarrow prox = v \rightarrow prox$
- 4  $v \rightarrow prox = u$

---

Complexidade:  $O(1)$

# Pilha encadeada: desempilhar

---

**Algoritmo:** DesempilhaEncadeada( $v$ )

---

**Entrada:** nó inicial  $v$  da pilha encadeada

**Saída:** nó removido do topo da pilha, ou  $\lambda$  se a pilha estiver vazia

```
1 se  $v \rightarrow prox == \lambda$  então
2   |   retorne  $\lambda$ 
3  $r = v \rightarrow prox$ 
4  $v \rightarrow prox = v \rightarrow prox \rightarrow prox$ 
5 retorne  $r$ 
```

---

Complexidade:  $O(1)$

---

**Algoritmo:** BinarioPilha( $n$ )

---

**Entrada:** número decimal  $n$

**Saída:** representação binária de  $n$

```
1 criar nova pilha  $P$  vazia
2 enquanto  $n \geq 1$  faça
3   | Empilha( $P, n \bmod 2$ )
4   |  $n = n \div 2$ 
5 enquanto  $P$  não estiver vazia faça
6   | imprima Desempilha( $P$ )
```

---

# Pilha: aplicações

---

**Algoritmo:** HanoiPilha( $n, O, D, T$ )

---

**Entrada:** quantidade  $n$  de discos, torres  $O$ ,  $D$  e  $T$

**Saída:** movimentos para a Torre de Hanoi com  $n$  discos

```
1 criar nova pilha  $P$  vazia
2 Empilha( $P$ , "Hanoi( $n, O, D, T$ )")
3 enquanto  $P$  não estiver vazia faça
4      $x =$  Desempilha( $P$ )
5     se  $x ==$  "Hanoi( $k, A, B, C$ )" então
6         se  $k == 1$  então
7             | imprima "mover o disco  $k$  de  $A$  para  $B$ "
8         senão
9             | Empilha( $P$ , "Hanoi( $k - 1, C, B, A$ )")
10            | Empilha( $P$ , "Mover( $k, A, B$ )")
11            | Empilha( $P$ , "Hanoi( $k - 1, A, C, B$ )")
12     se  $x ==$  "Mover( $k, A, B$ )" então
13         | imprima "mover o disco  $k$  de  $A$  para  $B$ "
```

---