

TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOL  
Infotehnoloogia teaduskond

Aleksandr Gildi 201362

**VEEBIPÕHINE EHTUSFÜÜSIKA TÖÖRIISTAKAST  
EHITUSINSENERIDELE**

Bakalaureusetöö

Juhendaja: Kalle Tammemäe  
Tehnikateaduste doktor

Tallinn 2024

## **Autorideklaratsioon**

Kinnitan, et olen koostanud antud lõputöö iseseisvalt ning seda ei ole kellegi teise poolt varem kaitsmisele esitatud. Kõik töö koostamisel kasutatud teiste autorite tööd, olulised seisukohad, kirjandusallikatest ja mujalt pärinevad andmed on töös viidatud.

Autor: Aleksandr Gildi

08.02.2024

## **Annotatsioon**

[YOUR TEXT GOES HERE]

Lõputöö on kirjutatud [mis keeles] keeles ning sisaldab teksti [lehekülgede arv] leheküljel, [peatükkide arv] peatükki, [jooniste arv] joonist, [tabelite arv] tabelit.

# **Abstract**

## **Building physics web toolbox for civil engineers**

[YOUR TEXT GOES HERE]

The thesis is written in [language] and is [number of pages in main document] pages long, including [number] chapters, [number] figures and [number] tables.

## Lühendite ja mõistete sõnastik

<i>Demo</i> -versioon	Tarkvara prooviversioon ( <i>Demonstration version</i> )
API	Rakendusliides ( <i>Application Programming Interface</i> )
CPU	Keskseade ( <i>Central Processing Unit</i> )
IDE	Integreeritud programmeerimiskeskkond ( <i>Integrated Development Environment</i> )
IOT	Asjade Internet ( <i>Internet Of Things</i> )
VM	Virtuaalmasin ( <i>Virtual Machine</i> )

# Sisukord

<b>1</b>	<b>Sissejuhatus</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>Probleemi olemus</b>	<b>10</b>
2.1	Probleemi uurimine	10
2.2	Olemasolevad lahendused ja turu analüüs	12
<b>3</b>	<b>Arenduse metoodika</b>	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>Kavandatava veebirakenduse analüüs</b>	<b>17</b>
4.1	Nõuete defineerimine	17
4.2	Tehnoloogiate ja meetodite valik	17
4.3	Veebirakenduse arhitektuur	17
4.4	Andmebaasi projekteerimine	17
4.5	Kasutajaliidese disain	17
<b>5</b>	<b>Veebirakenduse arendus</b>	<b>18</b>
5.1	Andmebaas	18
5.2	Serveriosa	18
5.3	Kasutajaliides	18
<b>6</b>	<b>Kokkuvõte</b>	<b>19</b>
	<b>Kasutatud kirjandus</b>	<b>20</b>
	<b>Lisa 1 – Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks</b>	<b>20</b>
	<b>Lisa 2 – Something</b>	<b>21</b>
	<b>Lisa 3 – Something Else</b>	<b>22</b>

## Jooniste loetelu

1	Mitmest kihist koosneva ehituskonstruksiooni näide . . . . .	10
2	Näide niiskustehnilise analüüsi tulemuste esitamisest tabelis . . . . .	11
3	Näide niiskustehnilise analüüsi tulemuste esitamisest graafikul . . . . .	12
4	Ubakus tarkvara katutajaliides, ekraanitõmmis . . . . .	13
5	Ubakus tarkvara materjalide valik, ekraanitõmmis . . . . .	13
6	Physibel Glasta kasutajaliides, ekraanitõmmis . . . . .	14
7	Physibel Glasta tulemuste esitamine diagrammil, ekraanitõmmis . . . . .	15

## **Tabelite loetelu**



# 1. Sissejuhatus

Ehitusfüüsika on ehitusvaldkonna haru, mis käsitleb hoonet füüsikaliste nähtuste seisukohalt: soojus, niiskus, õhk, heli ja valgus, seetõttu võib väita, et ehitufüüsikaga puutub oma elus kokku igaüks. Ehitusfüüsika valdkonna projekteerimise peamised eesmärgid on:

- optimeerida hoone kütte ning jahutuskulud
- tagada hoones soojuslikku mugavust, niiskustingimusi ja sisekliima kvaliteeti terveks
- välistada mikrobioloogilist kasvu konstruktsioonides
- välistada veest ja niiskusest tekkivaid probleeme
- tagada hoonepiirete õhupidavust
- parandada akustilist kvaliteeti

Ehitusfüüsikavaldkond on oluline, sest see suures osas määratleb hoonete sisekliima kvaliteeti, teiste sõnadega tagab inimestele kvaliteetsed elukeskkonda. Valesti projekteeritud hooned võivad muuhulgas avaldada negatiivset mõju inimeste tervisele või olla isegi ohtlikud. Seevastu õigesti projekteeritud hoone tagab kasutajale mugavusetunnet ja ka hoiab raha kokku minimeerides hoone kasutuskulusid.

Ressursside kallinemise olukorras sai ehitusfüüsikast eriti tähtis inseneriteaduse haru, sest muuhulgas see käsitleb hoone soojusliku toimivuse probleemi. See tähendab, et õigesti projekteeritud hoone talvel tarbib vähem energiat küttele ning suvel vastupidi – jahutusele.

Ehitusfüüsikaga peab arvestama hoone elutsükli igal etapil - kavandamine, projekteerimine, ehitamine ja haldamine. Hoone kavandamisel määratakse planeeritavaid energiakulusid ja energiaklassi. Hoone projekteerimise faasis peavad ehitusfüüsikaga arvestama arhitektid, konstruktorid ja ka tehnosüsteemide projekteerijad, kes valivad õigete omadustega materjalid ning hindavad nende materjalide koostõrju konstruktsiooni toimimisele. Ehituse faasis peab ehitusfüüsikaga arvestama ehitusjuhid - kuigi ehitatakse tavaliselt projekti järgi, paraku peab ehituses ka operatiivselt võtta keerulisi otsuseid jooksvatest muudatustest keset ehitusprotsessi. Ja viimaseks peavad ehitusfüüsikat meeles hoidma ka hoone haldamisega tegelevad inimesed.

Probleemi teine külg on ehitusvaldkonna madal digitaliseerumise tase (ja konservatiivsus üldiselt). Viimastel aastatel on arendatud palju professionaalseid tarkvarasid projekteerimise

ja ehitusjuhtimise tarbeks, kuid ehitusfüüsika valdkonna tarkvara arendused on olnud väga tagasihoidlikud. Turul on olemas mõned üksikud tooted, kuid need on liiga keerulised ja võrdlemisi ebamugava kasutajaliidesega - sellise tarkvara sihtgrupp on teadusvaldkond. Ehitusinseneride töö hõlmab väga palju erinevaid asju ning on tavaliselt ajaliselt väga piiratud, mistõttu keerulise kasutajaliidesega ja tööpõhimõttega tarkvara kasutamine ei ole parim variant.

Käesoleva töö eesmärk on välja töötada toodet, mis võimaldaks lahendada ehitusfüüsika valdkonna ülesandeid mugavalt ja operatiivselt. See võiks parandada olukorda, kus probleemide lahendamine jääb üldse erinevatel etapidel tegemata tarkvara või tarkvara kasutamise oskuste tõttu. See võiks olla ehitusinseneridele abivahendiks, mis ei vaja väga sügavat valdkonna tundmist, et teostada piisavas mahus arvutusi tagamaks ehitusprojekti või ehituse kvaliteeti ehitusfüüsika seisukohalt. Ehitusfüüsika valdkond on lai ning lahendusi on tarvis leida väga paljudele probleemidele. Käesoleva töö raames keskendutakse esialgu vaid ühe konkreetse probleemi lahendamisele, mis on ühtlasi ka kõige levinuim probleem - veeauru kondenseerumise riski hindamine ehituskonstruktsioonides.

## 2. Probleemi olemus

### 2.1 Probleemi uurimine

Ehitusfüüsika mõistes ehituskonstruksioon kujutab endast erinevate füüsikaliste omadustega kihtidest koosnevat struktuuri, mis eraldab kaks erinevat keskkonda (näiteks: hoone sees olev õhk ja õues olev õhk). Seejuures kõige olulisemad materjalide omadused on soojuserijuhtivus  $\lambda$  [W/mK] ja veeaurutakistus, mis võib olla väljendatud mitmel viisil (neid viise on palju, aga käesolevas töös keskendutakse ainult järgmistele, kuna need on kõige rohkem kasutatud nii raamatutes, kui ka materjalitootjate dokumentatsioonis):  $\mu$  - diffusioonitakistustegur (materjali omadus),  $S_d$ [m] - suhteline diffusioonitakistus (kindla paksusega toote omadus).

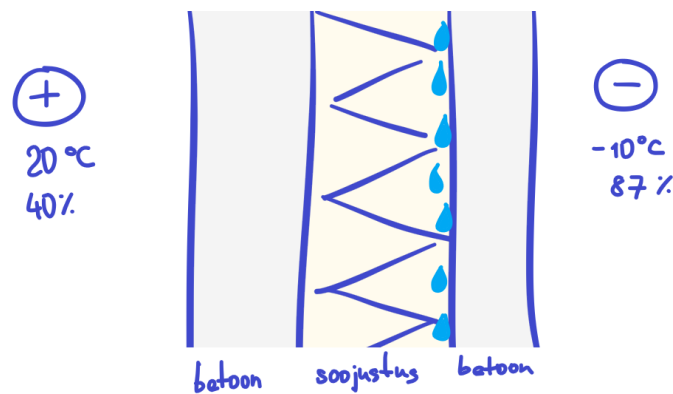


Figure 1. Kihilise konstruktsiooni näide

Teatud tingimustel võib tekkida olukord, kui konstruktsiooni sees on mingis punktis suhteline niiskus nii kõrge, et soodustab bioloogiliste kahjustuste või isegi kondensaadi tekkimist. Nimetatud olukord on ohtlik nii ehituskonstruksioonile, mis pikaajalise niiskuse mõjul lagunevad, kui ka inimese tervisele, sest konstruktsioonide sees olev hallitus on õhku sattuvate bakterite allikaks. Seda, kuidas konstruktsioon töötab soojus- ja niiskuse leviku seisukohalt nimetatakse konstruktsiooni niiskustehniliseks toimivuseks. Arvutust, mille eesmärgiks on hinnata kondenseerumise riski konstruktsioonis, nimetatakse konstruktsiooni niiskustehnilise toimivuse analüüsiks.

Tegemist on klassikalise ehitusfüüsika ülesandega, mille lehandamiseks peab ette võtma järgmiseid samme:

- konstruktsiooni kihtide soojustakistuse ja konstruktsiooni summaarse soojustakistuse

arvtus

- temperatuuri jaotuse määramine kihtides sõltuvalt sise- ja väliskeskkonna temperatuuridest ning soojustakistuste väärtustest
- konstruktsiooni kihtide veeaurutakistuse ja konstruktsiooni summaarse veeaurutakistuse arvutus
- veeauru küllastusrõhu jaotuse määramine lähtuvalt temperatuuri jaotusest
- veeauru osarõhu jaotuse määramine kihides sõltuvalt sise- ja väliskeskkonna parameetritest ning veeaurutakistuse väärtustest
- tulemuste esitamine graafiliselt diagrammil
- arvutuste kordamine erinevate sise- ja väliskeskkonna parameetrite kombinatsioonidega

Ülesande käsitsi lahendades, koostatakse tabelit, mille ridadesse pannakse kirja kihid ja veergudesse arvutatakse väärtused. Kuigi arvutused ise ei ole väga keerulised (tegemist on tavaliste füüsika valemitega), paraku käsitsi arvutamine võtab tohutult palju aega. Microsoft Excel võimaldab teatud määral protessi automatiseerida, kuid siiski mõned tegevused (näiteks uute kihtide lisamine, või kihtide järjekorra muutmine) jäävad suures osas käsitööks, mis võtab palju aega ja ka soodustab vea tegemist. Pildil 2 on toodud sellise tabeli näide.

Arvutustabel											
	Kihi paksus	Soojus-erijuhtivus	Kihi soojustakistus	Temp. muutmine	Temp. kihi piiril	Küllastusrõhk	Veeauru-erijuhtivus	Veeauru-takistus	Rõhkude erinevus	Veeauru osarõhk	
	d [mm]	$\lambda_d$ [W/(mK)]	R [m <sup>2</sup> K/W]	$\Delta t$ [°C]	t [°C]	$p_{sat}$ [Pa]	$\delta_v$ [kg/msPa]	$Z_d$ [m <sup>2</sup> sPa/kg]	$\Delta P$ [Pa]	P [Pa]	
Siseõhk											
Sisepind			0.13	0.5	23.0	2808					842.3
Krohv	5	0.570	0.01	0.0	22.5	2724	2.0E-11	2.5E+11	2.5E-01		842.3
krohv	5	0.57	0.01	0.0	22.5	2718	2.0E-11	2.5E+11	2.5E-01		842.1
Bauroc	150	0.11	1.36	5.3	22.4	2713	2.6E-11	5.7E+12	5.7E+00		841.8
Kile	1	0.17	0.01	0.0	17.2	1959	2.0E-15	5.1E+14	5.1E+02		836.2
Soojustus	200	0.035	5.71	22.0	17.2	1956	2.0E-10	1.0E+12	1.0E+00		326.1
Tsementkiudplaat	10	0.049	0.20	0.8	-4.8	407	3.7E-12	2.7E+12	2.7E+00		325.1
Krohv	5	1	0.01	0.0	-5.6	380	1.8E-11	2.7E+11	2.7E-01		322.4
Välispind			0.04	0.2	-5.6	380					322.1
Välisõhk					-5.8	375					322.1
Kokku			7.5					5.22776E+14			

Figure 2. Arvutustabeli näide

Analüüsi tulemused esitatakse graafiliselt diagrammi kujul, mille  $x$  telg on punkti asukoht konstruktsioonis ning  $y$  teljel on temperatuuri, veeauru küllastus- ja osarõhu väärtused vastavas punktis – näide on toodud pildil 3.

Graafik annab väga head visuaalset ülevaadet konstruktsiooni kihtides toimuvale. Täpsemalt öeldes peab vaatama veeauru küllastus- ja osarõhkude jaotuste graafikuid. Veeauru osa- ja küllastusrõhu suhe on suhteline niiskus. Mida lähedam osarõhu graafiku joon küllastusrõhu graafiku joonele, seda kõrgem on suhteline niiskus. Punkt, milles need jooned ristuvad on suhteline niiskus 100%, mis tähendab kondensaadi tekkimist – sellist punkti

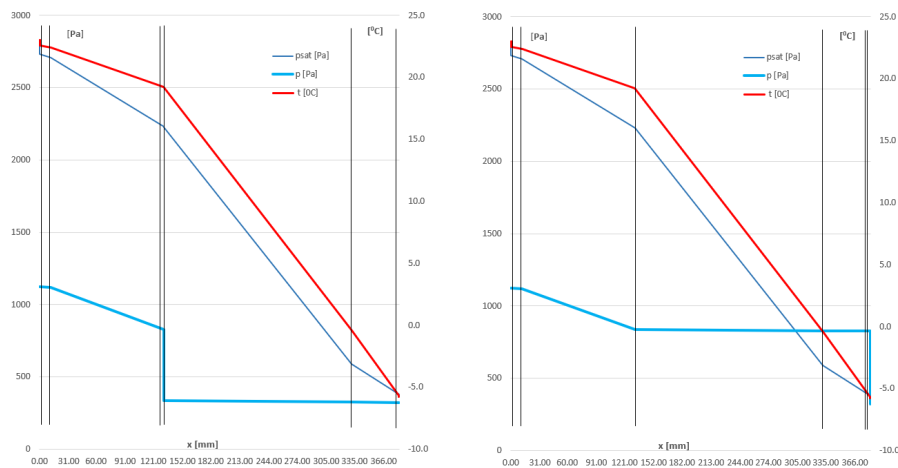


Figure 3. Näide tulemuste esitamisest graafikul

nimetatakse kastepunktiks. Näide on toodud pildil 3: vasakul on niiskustehniline olukord hea, kuna aurutõke asub õiges kohas, ning paremal paiknem konstruksiooni külmemal pool veeaurupidav kiht, mistõttu läheb osarõhk kõrgeks ja ületab küllastusrõhu väärtust.

Kuigi probleem on üldjoontes lahendatav näiteks *Microsoft Excel* vahenditega, paraku pole see kõige mugavam viis mitmel põhjusel. Selline lähenemine vajab palju käsitööd kihtide lisamiseks või ümber paigutamiseks, mis on analüüsi lahutamata osa – proovitakse erinevaid materjale erinevates konstruksiooni kohtades. Samuti materjalide andmeid on siiski vaja otsida ning hallata nende aktuaalsust ja usaldusväärsust – aeganõudev töö, mida võiks elimineerida kasutades valmistoodet.

## 2.2 Olemasolevad lahendused ja turu analüüs

Üks populaarsematest analoogsetest lahendustest, mis on inseneridel kasutusel Euroopas, sealhulgas ka Eestis, on Saksa päritoluga tarkvara **Ubakus**. Tegemist on kommertstarkvaraga, mis töötab veebikenduse kujul. Tarvara *demo*-versioon on saadaval tasuta.

**Ubakus** võimaldab teostada konstruksiooni niiskustehnilist analüüsi. Kasutajaliides võimaldab mudeldada mitmest kihist koosneva konstruksiooni, valides igale kihile paksust ja materjali, millest kiht koosneb. Tugev eelis on see, et tarkvaraga saab analüüsida ka mittehomoogeensete (mitemest erinevast materjalist, nt puitsõrestiksein) kihtidega konstruksioone – pilt 4

Ehitusmaterjalide valik, mida on võimalik konstruksiooni mudeldamisel kasutada, on piisavalt lai (aga tasuta versioonis piiratud). Tasulises versioonis on samuti võimalik ka oma materjalide lisamine ja kasutamine. Osa materjalidest on abstraktsed (näiteks: betoon, puit,

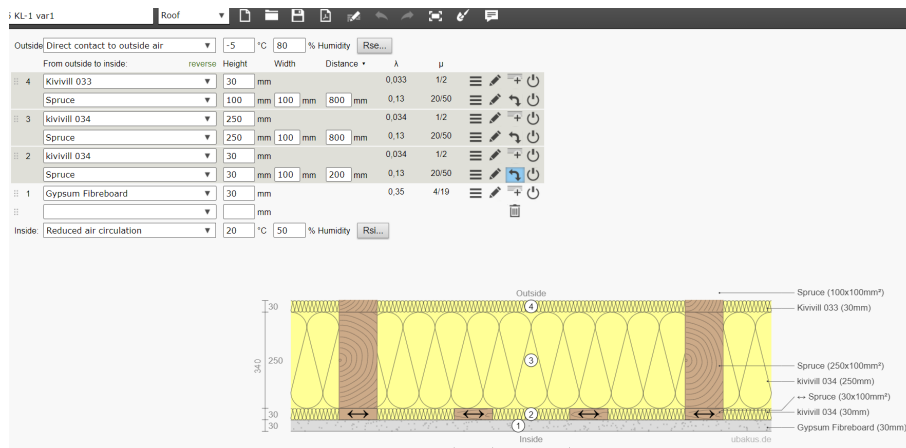


Figure 4. *Ubakus: kasutajaliides, ekraanitõmmis.*

mineraalvill), osa on reaalsed turustatavad tooted (näiteks: Isover soojusisoleerimise valik) – pilt 5. Võib puuduseks pidada seda, et osa materjale (konkreetsed tooted) on Saksamaal ja Kesk-Euroopas turustatavad materjalid, mistõttu selle tarkvara kasutades Eestis peab kas sisestama vajalikud kohalikud materjalid käsitsi, või arvestada Saksa analoogide kasutusest tuleneva arvutuste ebatäpsusega.

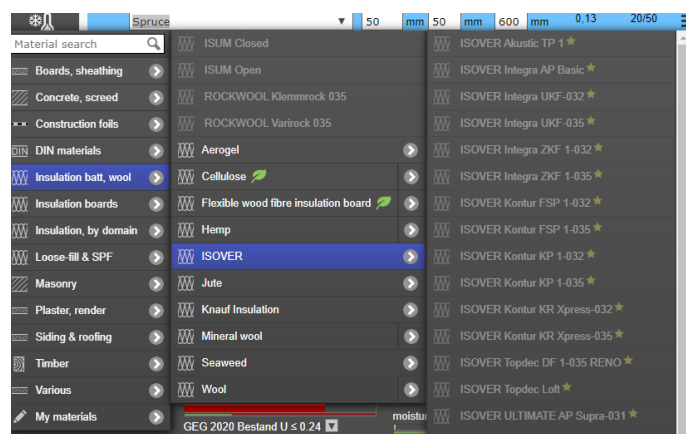


Figure 5. *Ubakus: ehitusmaterjalide valik baasis, ekraanitõmmis.*

Keskkonnatingimused valitakse manuaalselt sisestades õhutemperatuuri ja -niiskuse väärtused. Rakendus võimaldab arvutuste tulemust vaadata erineval viisil, alates lihtsamast 3D visualiseeringust kuni värvilise temperatuurikaardini. Tarkvara saab osa aastase tellimusega, mille maksumus on alates 50 kuni 120 eurot sõltuvalt valitud paketist. Objektiivselt vaadates on tarkvara hea nii funktsionaalsuse kui ka hinna seisukohalt. Lisaks sellele on ka kasutajaliides piisavalt mugav ja intuitiivselt arusaadav, et seda saaks kasutada ka inimene, kellel puuduvad sügavad teadmised valdkonnast. Nagu varem oli mainitud, tarkvara on suunatud eelkõige Kesk-Euroopa ja Kanada turgudele, Balti ja Skandinaavia riigidele lokaliseerimine puudub. Kokkuvõttes antud lahendust võib kindlasti võtta arvesse toote funktsionaalsuse kavandamisel.

**Physibel Glasta** on üks analoogne lahendus veel, mis on samuti kommertstarkvara. Tegemist on samuti arvutile paigaldatava tarkvaraga, mille kasutajaliides on veidi keerulisem ja ka disain on oluliselt konservatiivsem (pilt 6).

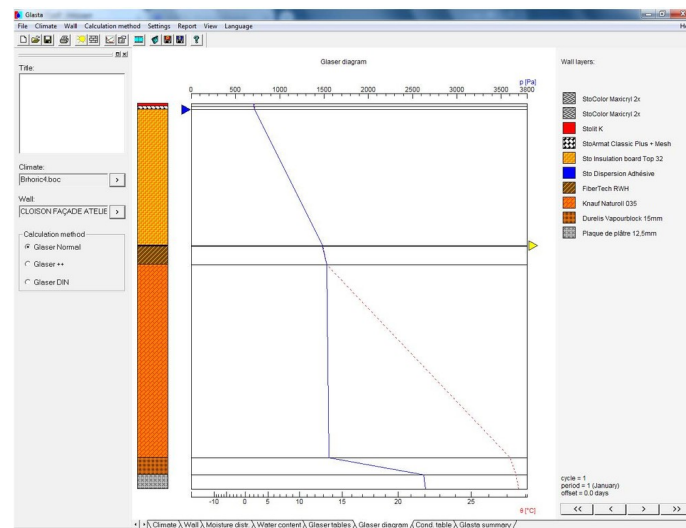


Figure 6. *Glasta: kasutajaliides, ekraanitõmmis.*

Selle tarkvara funktsionaalsuse tugev eelis on võimalus teostada analüüsi aasta lõikes - väga tihti kondenseerumise probleem esineb vaid teatud perioodil (tavaliselt külmal hooajal), ülejäänud ajal toimub kuivamine. See, et ühel või kahel talvisel kuul esineb konstruktsioonis kondenseerumise oht ei pruugi olla probleemiks, kui ülejäänud ajal jõuab konstruktsioon täielikult kuivada. Antud asjaolu Glasta tarkvara analüüsib ning tulemust esitatakse ka graafikul (pilt 7). Antud funktsionaalsus on äärmiselt oluline ja selle vajadusega peab toote planeerimisel arvestama. Tarkvara hind on suurusjärgus 500 eurot aastas, mis on päris kõrge, ning lisaks ka alla laadimise ja paigaldamise vajadus teeb antud lahendust ebamugavaks ja paljudel juhtudel ebaotstarbekaks.

Valdkonnas on olemas ka oma lipulaev – **Delphin** on professionaalne tarkvara, mille hind on suurusjärgus 1000-1500 eurot aastas. Eelisteks on väga lai funktsionaalsus ning ka täielik vabadus konstruktsiooni ja keskkonna mudeldamisel. Viimane on ühtlasi ka puuduseks, sest kliimatingimuste mudeldamine eeldab ilmingimuste (sealhulgas ka andmed päikesekiirgusest, sademetest) andmebaasi olemasolu. Samuti vajab tarkvara ka kasutaja koolitust, mida tootja pakub ka pakub hinnaga 800 eurot. Eeltoodud asjaolud teevad antud tarkvara sobilikuks ja otstarbekaks vaid nendele, kellel ehitusfüüsika arvutused on põhitegevuseks.

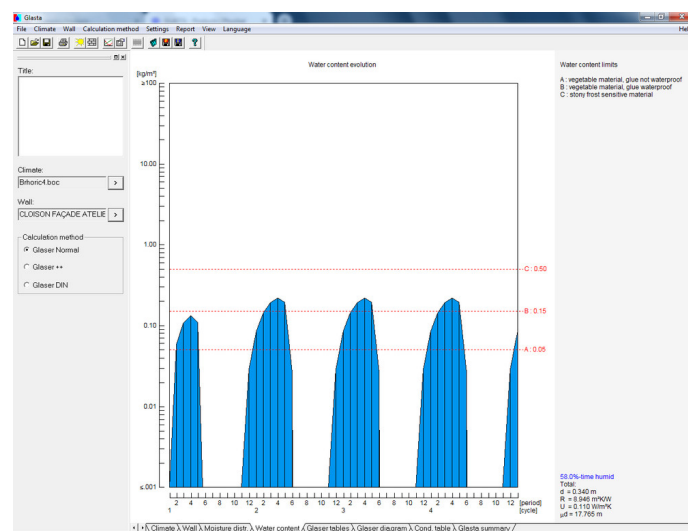


Figure 7. *Glasta: tulemuste esineamine diagrammil, ekraanitõmmis.*



### **3. Arenduse metoodika**

*TODO: Metoodika on protseduur, kuidas jõutakse probleemist probleemi lahenduseni. Näiteks meil on probleem, millised sammud peab ette võtma, et probleem saaks lahendatud: probleemi olemuse analüüs, nõuete defineerimine, probleemi lahenduseks vajalike töövahendite valik (programmeerimisvahendid). Vt ka analoogsed tööd Digikogust.*

## **4. Kavandatava veebirakenduse analüüs**

Lõputöö analüütiline osa peab sisaldama visiooni kirjeldust ja skoobi määramist põhjendusega. Metoodikat, kuidas kõige edukamalt lõpptulemuseni jõuda. Missuguseid võimalusi on teada selle probleemi lahendamiseks. Määrata funktsionaalsed ja mitte-funktsionaalsed tingimused. Selle alusel kirjeldada kasutajalood või siis teha tegevuse plokkskeem. Leida töövahendid põhjendatult: milliste kriteeriumite alusel tuleb valik teha, milline lahendus valitakse selle töö puhul, kindlasti põhjendada.

Analüüs peab sisaldama vastuseid küsimustele:

1. visiooni kirjeldust ja skoobi määramist põhjendusega
2. missuguseid lahendusi te teate oma probleemi lahendamiseks
3. milliste kriteeriumite alusel tuleb valik teha
4. millise lahenduse valisite teie ja põhjendage seda

### **4.1 Nõute defineerimine**

Nõute määramine rakendusele.

### **4.2 Tehnoloogiate ja meetodite valik**

Osa, kus käsitletakse tehnoloogiaid ja arendusmetoodikate valikut.

### **4.3 Veebirakenduse arhitektuur**

Osa, kus käsitletakse kavandatava rakenduse arhitektuuri planeerimist.

### **4.4 Andmebaasi projekteerimine**

Osa, kus käsitletakse andmebaasi projekteerimist.

### **4.5 Kasutajaliidese disain**

Osa, kus käsitletakse kasutajaliidest ja selle kavandamist

## **5. Veebirakenduse arendus**

Veebirakenduse arendamise osa

### **5.1 Andmebaas**

Andmebaasi tehnoloogia valik, projekt, püstipanek ja seadistamine

### **5.2 Serveriosa**

Rakenduse serveriosa tehnoloogia valik, arhitektuur, koodi näited, deployment protsess, SSL

### **5.3 Kasutajaliides**

Kasutajaliidese tehnoloogia valik, arhitektuur, koodi näited, deployment (Apache, proxy requests to backend)

## **6. Kokkuvõte**

# **Lisa 1 – Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks<sup>1</sup>**

Mina, Aleksandr Gildi

1. Annan Tallinna Tehnikaülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose “Veebipõhine ehitusfüüsika tööriistakast ehitusinseneridele”, mille juhendaja on Kalle Tammemäe
  - 1.1. reprodutseerimiseks lõputöö säilitamise ja elektroonse avaldamise eesmärgil, sh Tallinna Tehnikaülikooli raamatukogu digikogusse lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
  - 1.2. üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tallinna Tehnikaülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas Tallinna Tehnikaülikooli raamatukogu digikogu kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. Olen teadlik, et käesoleva lihtlitsentsi punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
3. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest ning muudest õigusaktidest tulenevaid õigusi.

08.02.2024

---

<sup>1</sup>Lihtlitsents ei kehti juurdepääsupiirangu kehtivuse ajal vastavalt üliõpilase taotlusele lõputööle juurdepääsupiirangu kehtestamiseks, mis on allkirjastatud teaduskonna dekaani poolt, välja arvatud ülikooli õigus lõputööd reprodutseerida üksnes säilitamise eesmärgil. Kui lõputöö on loonud kaks või enam isikut oma ühise loomingulise tegevusega ning lõputöö kaas- või ühisautor(id) ei ole andnud lõputööd kaitsvale üliõpilasele kindlaksmääratud tähtjaks nõusolekut lõputöö reprodutseerimiseks ja avalikustamiseks vastavalt lihtlitsentsi punktidele 1.1. ja 1.2, siis lihtlitsents nimetatud tähtaja jooksul ei kehti.

## Lisa 2 - Something

```
<!DOCTYPE html>
<html>
<body>

<h1>Example Title </h1>

<p>Some text here </p>

</body>
</html>
```

## **Lisa 3 – Something Else**

**Pythagorean theorem**

$$x^n + y^n = z^n \quad (1)$$

**Normal distribution**

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (2)$$