**c) Transformée de Fourier**

Le domaine temporel est parfait pour l’acquisition et la restitution de l’audio, car il représente fidèlement la vibration de la membrane d’un micro ou d’une enceinte. L’oreille humaine base sa perception et sa reconnaissance sur le domaine fréquentiel. Il faut donc passer de l’un à l’autre, et ce grâce à l’utilisation de la transformation de Fourier. L’algorithme "intuitif" de calcul ayant, pour trouver le spectre d’un unique échantillon, une complexité en O(N²)  (avec N le nombre de points par échantillons), il est nécessaire de trouver d’autres méthodes si l’on envisage des applications proches du temps réel. Heureusement, plusieurs approches se sont ouvertes à nous pour l’optimisation du temps de calcul.

Le calcul de la transformée de Fourier est incontournable en analyse du signal, et il a donné lieu à de nombreuses études. Des algorithmes optimisés pour diverses utilisations sont disponibles, et notre travail a surtout été d’identifier lequel s’adapterait à notre projet. Notre fonction se base sur l’algorithme de Cooley-Tukey, qui permet de réduire la complexité à O(Nlog2(N)), et qui repose sur le fonctionnement *diviser pour régner*. Le principe est dans un premier temps de diviser le signal à analyser en sous-tableaux de mêmes tailles, de manière croisée (par exemple deux sous-tableaux, pour les indices pairs et impairs). On calcule ensuite les transformées de Fourier de ce sous-tableaux, en opérant récursivement, jusqu’à obtenir des sous-tableaux dont la taille est un entier. On calcule leur transformée de Fourier, et on recombine les résultats obtenus. Cette méthode a l’avantage de pouvoir être couplée à d’autres algorithmes pour calculer les spectres des sous-tableaux dont la taille n’est pas un produit d’entier. Le meilleur cas est alors instinctivement un signal initial dont la longueur est une puissance de deux. Il est même intéressant d’utiliser la technique du bourrage de zéros (*zero padding*), qui consiste à rajouter des zéros à la suite du signal pour atteindre la puissance de deux la plus proche. Cela ne change pas le spectre obtenu et augmente les performances. Dans notre cas, nous avons eu la possibilité d’ajuster la taille des échantillons. Nous avons ainsi choisi des échantillons de 1024 points, ce qui correspond, avec notre fréquence d’échantillonnage de 44100Hz, à une durée d’environ 23ms. Seul le dernier échantillon du signal est complété par des zéros.

De plus, comme les données sur lesquelles nous travaillons sont réelles, et que les calculs de la Transformée de Fourier Rapide (Fast Fourier Transform, ou FFT) s’effectuent avec des complexes, la première idée d’optimisation que nous avons eu est de calculer le spectre de deux échantillons à la fois, en créant des complexes à partir des deux signaux réels (l’un représente la partie représente la partie réelle, l’autre imaginaire). On obtient rapidement les coefficients respectifs des deux échantillons par une simple opération sur le spectre résultant. Cependant, cette méthode ne divise le temps de calcul que par deux, et notre FFT demeure trop lente (plusieurs secondes pour un signal d’environ une seconde), surtout au regard du temps de calcul total de la reconnaissance en elle-même. La deuxième optimisation que nous avons donc appliqué est de passer le code de Python à C++, langage compilé beaucoup plus rapide. De plus, nous avons repensé les fonctions, de façon à éviter les appels récursifs. En effet, le travail sur des tableaux force une recopie à chaque appel de fonction, ce qui démultiplie la complexité du calcul. Le résultat est un algorithme qui s’effectue en moins d’une seconde, et qui peut s’inscrire dans un contexte d’exploitation en temps réel.