

## Rapport FEM : Déformation d'un profil d'aile

Nous voulons étudier les déformations d'un profil d'aile face à des forces extérieures, en fonction de sa forme.

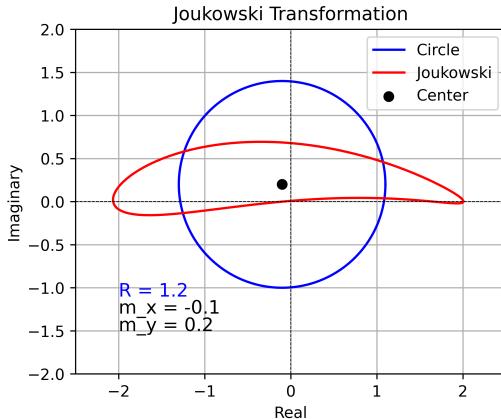
### Définition du problème

#### Type de problème

Nous faisons l'hypothèse que notre profil est en déformations planes car il peut se déformer librement sur son plan, il n'est pas encastré.

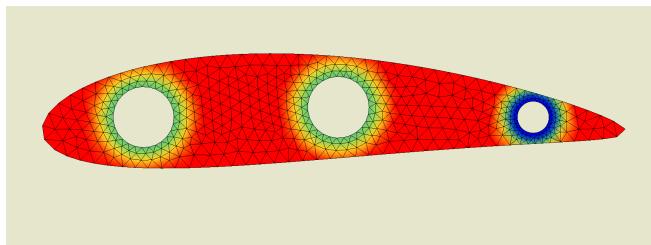
#### Le maillage

Pour obtenir le maillage, nous devons d'abord générer le profil d'aile. Pour ce faire, nous avons utilisé la transformation de **Joukowsky**, une transformation conforme définie comme  $z = \eta + \frac{1}{\eta}$  avec  $z, \eta \in \mathbb{C}$  et  $|\eta - (c_x + c_y j)| = R$  qui permet, à partir d'un cercle de rayon  $R$  et de centre  $(c_x, c_y)$ , d'obtenir un profil d'aile en fonction de ces trois paramètres.



En plus de mailler le profil, nous avons ajouté des trous le long de la ligne de cambrure, représentant les traverses de l'aile.

Une fois notre maillage généré, nous l'avons affiné autour des trois trous en utilisant un polynôme de Hermite, afin d'obtenir une transition douce entre les différentes tailles de mailles.



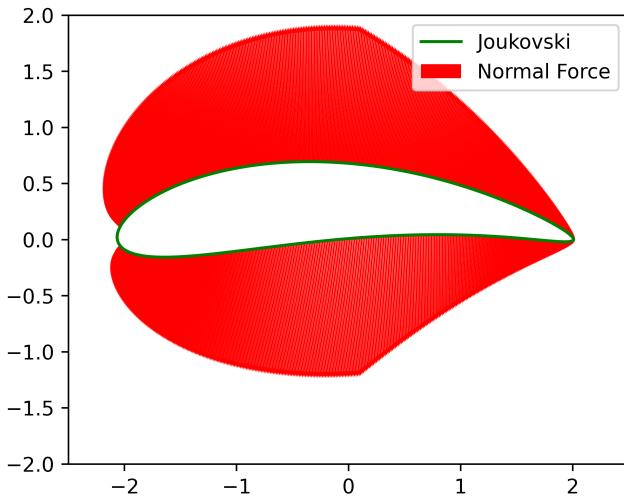
#### Conditions de Dirichlet

Nous considérons que les traverses de l'aile la supportent, nous avons donc imposé un déplacement nul aux trous.

#### Conditions de Neumann

Nous avons modélisé les forces appliquées sur le profil de l'aile par le flux d'air par des forces normales ayant une amplitude de  $f(x) = L \frac{4\pi}{b} \sqrt{1 - (\frac{2x}{b})^2}$  jusqu'au milieu de l'aile et ensuite  $g(x) = f(0) - \frac{f(0)}{\frac{b}{2}} x$  avec  $L$  l'amplitude maximale de la force et  $b$  la longueur du profil.

Pour ce faire, nous avons créé une fonction `foilForces` afin d'approximer la répartition de ces forces. Cette fonction module leur amplitude à l'aide d'un polynôme dépendant de la longueur de l'aile, de la position sur celle-ci, et des coefficients de portance et de traînée.



### Solver

Pour résoudre notre problème, nous avons besoin d'un solveur. Nous avons choisi d'utiliser le solveur itératif du gradient conjugué car il permet d'obtenir une solution rapidement par rapport aux autres solveurs comme la factorisation de Cholevsky ou la factorisation de Gauss. Nous avons préconditionné le problème avec le préconditionnement de Jacobi pour tendre plus rapidement vers une solution.

### Vitesse d'exécution

Nous avons plot le temps d'exécution de notre programme pour chaque solveur ainsi que les courbes de complexité  $O(n^2)$ ,  $O(n^3)$  et  $O(n^4)$  sur un diagramme loglog. On observe que le solveur itératif va plus vite que les solveurs utilisant la factorisation de Cholevsky et la factorisation de Gauss.

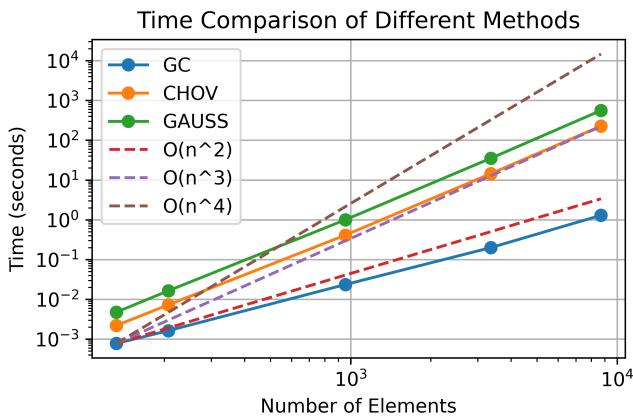
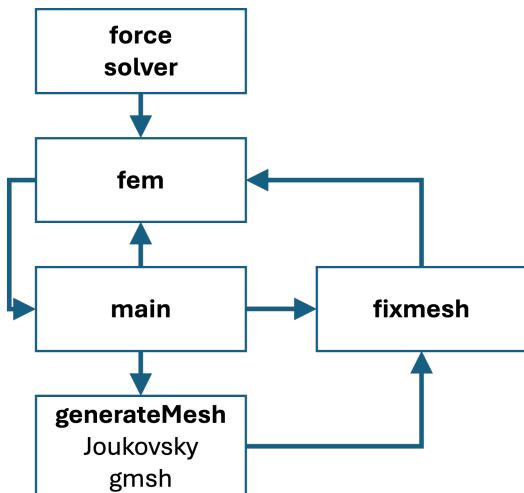


FIGURE 1 – Time Loglog Graphic

## Programme



## Résultats

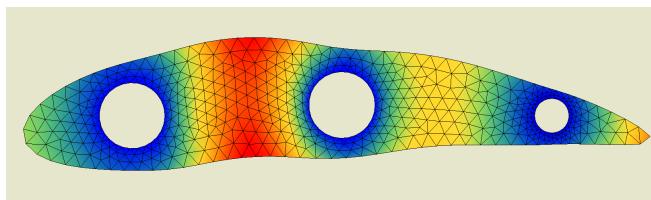


FIGURE 2 – Déplacement pour Rayon = 1,2,  $g = 1,0$ ,  $f = 10^4$

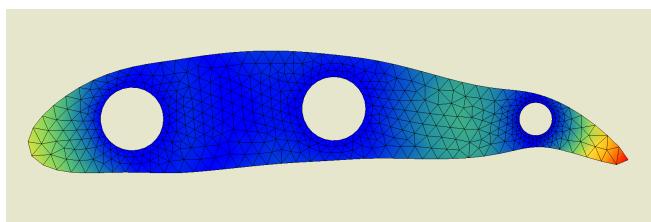


FIGURE 3 – Déplacement pour Rayon = 1,2,  $g = 4,0$ ,  $f = 10^4$

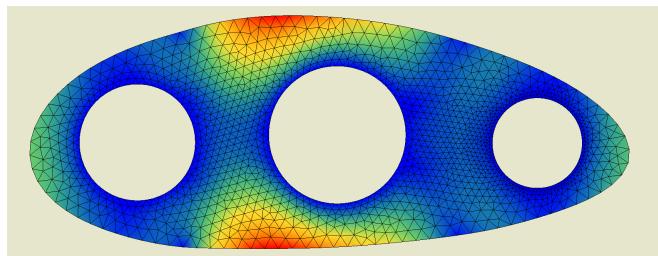


FIGURE 4 – Déplacement pour Rayon = 1,5,  $g = 1,0$ ,  $f = 10^4$

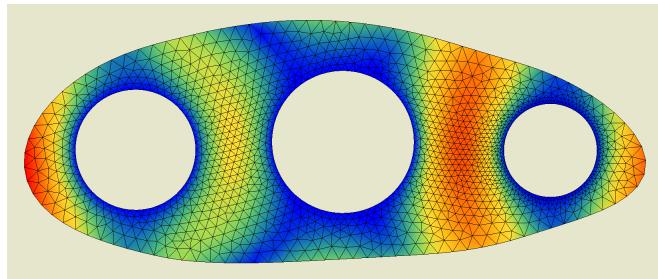


FIGURE 5 – Déplacement pour Rayon = 1,5,  $g = 4,0$ ,  $f = 10^4$

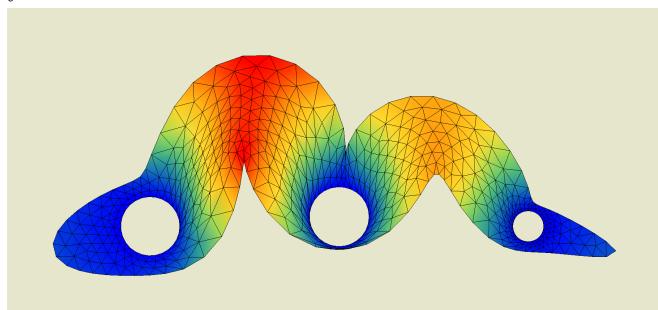


FIGURE 6 – Déplacement pour Rayon = 1,2,  $g = 1,0$ ,  $f = 10^5$

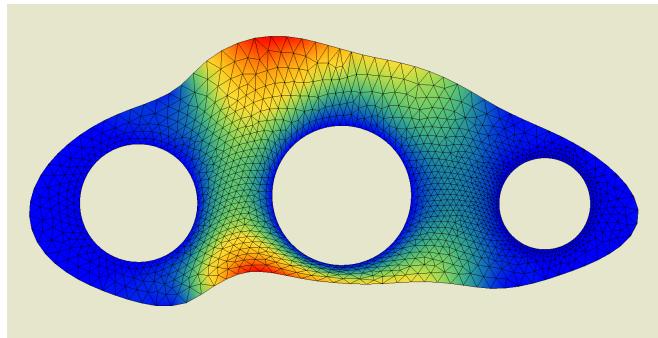


FIGURE 7 – Déplacement pour Rayon = 1,5,  $g = 1,0$ ,  $f = 10^5$

## Critiques

Nous avons fait des hypothèses simplistes sur la répartition des forces autour du profil d'aile qui ne fournissent qu'une approximation de la réalité. Il aurait fallu utiliser les propriétés de la transformation de Joukovsky pour calculer la force en tout point en fonction de la vitesse relative du vent et de l'angle d'attaque de l'aile. Les résultats de notre analyse pourraient être poussés plus loin en calculant la contrainte à chaque noeud et en la comparant avec le critère de Von Mises pour étudier la plasticité.