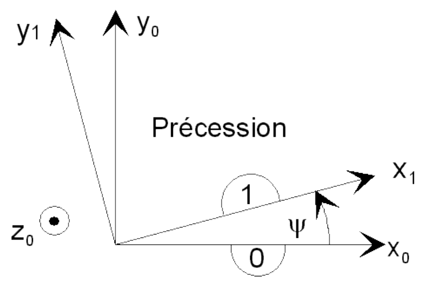
CI 3 – CIN : Étude du comportement cinématique des systèmes

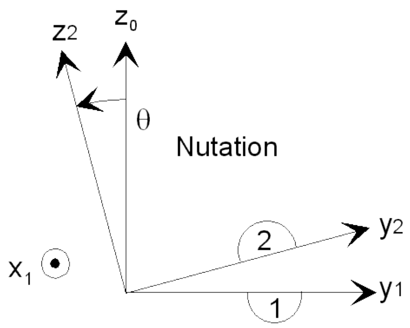
Chapitre 5 – Cinématique du solide indéformable

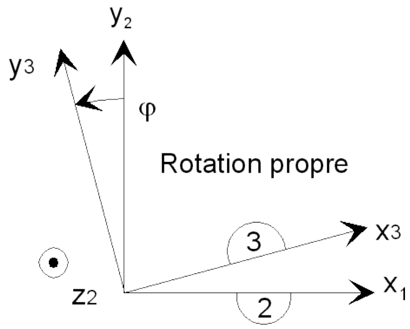
Exercices d'application

D'après ressources de Jean-Pierre Pupier.

Exercice 1 – Dérivation vectorielle







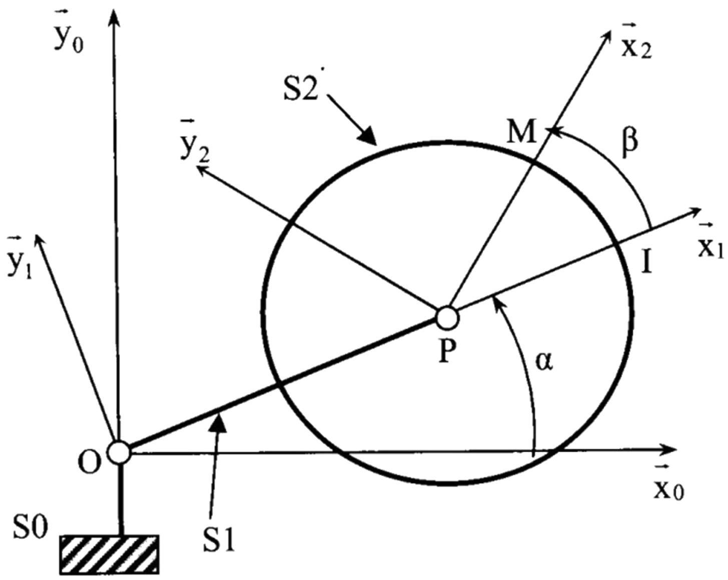
Question 1

Faire les calculs suivants : $\left[\dfrac{d\overrightarrow{y_1}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{x_0}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_1}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{y_1}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_3}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{z_2}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{y_3}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{x_3}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Question 2

Faire les calculs suivants : $\left[\dfrac{d\overrightarrow{V}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{V}=3\cos\alpha(t)\overrightarrow{x_1}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{U}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{U}=-7\sin\alpha(t)\overrightarrow{y_2}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{W}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{W}=-3\alpha(t)^3\overrightarrow{y_1}+6\sin\alpha(t)\overrightarrow{y_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{S}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{S}=4t^3\alpha(t)\cos\alpha(t)\overrightarrow{y_1}$.

Exercice 2



Soit le mécanisme plan constitué par :

- solide S_0 : fixe, repère lié $\mathscr{R}_0=\left(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$;
- solide S_1 : barre OP de longueur L, en liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{z_0})$ par rapport à S_0, repère lié à $\mathscr{R}_1=\left(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$
- solide S_2 : disque de centre P et de rayon R, en liaison pivot d'axe $(P,\overrightarrow{z_0})$ par rapport à S_1, repère lié à $\mathscr{R}_2=\left(P,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_0}\right)$.

On note :

- $\alpha=\left(\overrightarrow{x_0};\overrightarrow{x_1}\right)$;
- $\beta=\left(\overrightarrow{x_1};\overrightarrow{x_2}\right)$.

Question 1

Déterminer la trajectoire du point M dans le repère $\mathscr{R}_0$.

Question 2
Déterminer $\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$, $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)}$, $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_0)}$.

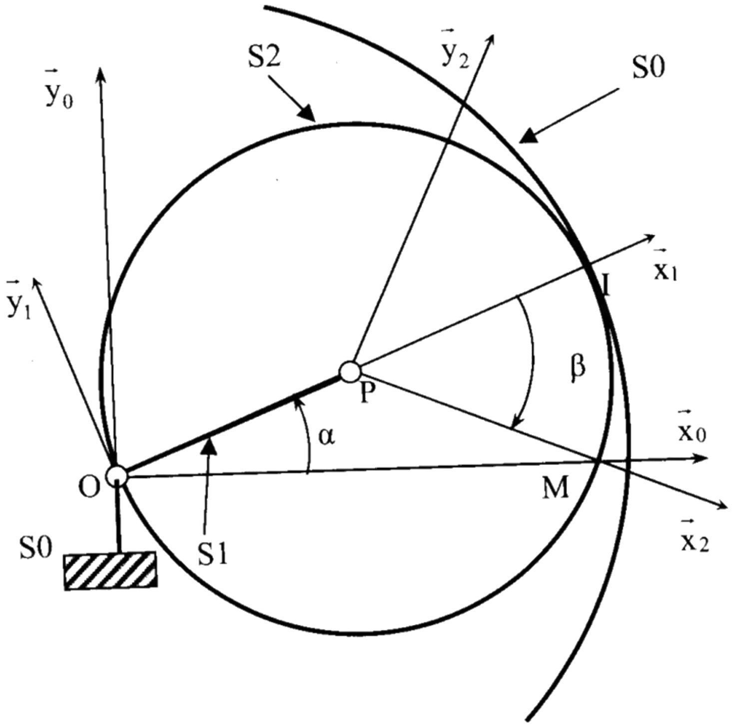
Question 3
Déterminer $\overrightarrow{V(M \in S_2/S_0)}$.

Question 4
Déterminer $\overrightarrow{V(I \in S_2/S_0)}$.

Question 5
Pourquoi ne faut-il absolument pas dériver le vecteur $\overrightarrow{OI}$ *?* .

Question 6
Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(I \in S_2/S_0)}$.

Le mécanisme précédent a été en réalité complété par un cercle de centre O lié à S_0 et de rayon R (voir la figure ci-contre).
Par ailleurs on adopte $L = R$. De plus à $t = 0$, $\alpha = \beta = 0$.
S_1 est un bras porte satellite et S_2 un satellite qui roule sans glisser en I sur S_0. Cette condition se traduit par $\overrightarrow{V(I \in S_2/S_0)}$.



Question 7
Déduire des questions précédentes la relation entre $\dot{\alpha}$ *et* $\dot{\beta}$.

Question 8
Donner l'expression de $\overrightarrow{V(M \in S_2/S_0)}$ *en projection dans* $\mathcal{R}_0 = \left(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Question 9
En déduire la trajectoire du point M *par rapport à* $\mathcal{R}_0$.