

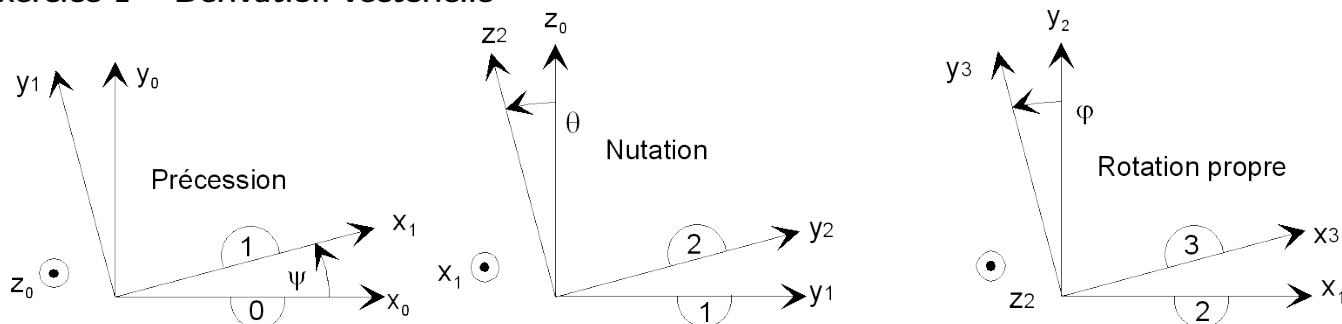
## CI 3 – CIN : ÉTUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES

### CHAPITRE 5 – CINÉMATIQUE DU SOLIDE INDÉFORMABLE

#### EXERCICES D'APPLICATION

D'après ressources de Jean-Pierre Pupier.

#### Exercice 1 – Dérivation vectorielle



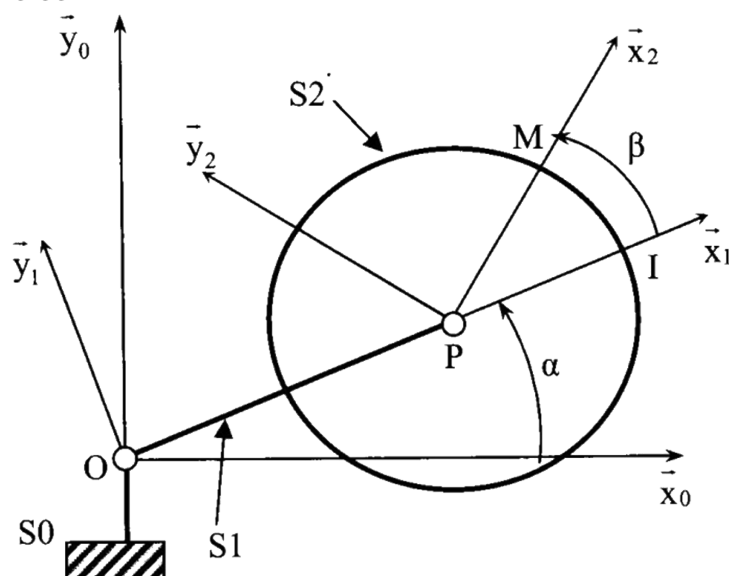
##### Question 1

Faire les calculs suivants :  $\left[ \frac{d\vec{y}_1}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$ ,  $\left[ \frac{d\vec{x}_0}{dt} \right]_{\mathcal{R}_1}$ ,  $\left[ \frac{d\vec{y}_1}{dt} \right]_{\mathcal{R}_3}$ ,  $\left[ \frac{d\vec{z}_2}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$ ,  $\left[ \frac{d\vec{y}_3}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$ ,  $\left[ \frac{d\vec{x}_3}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$ .

##### Question 2

Faire les calculs suivants :  $\left[ \frac{d\vec{V}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$  avec  $\vec{V} = 3\cos\alpha(t)\vec{x}_1$ ,  $\left[ \frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$  avec  $\vec{U} = -7\sin\alpha(t)\vec{y}_2$ ,  $\left[ \frac{d\vec{W}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$  avec  $\vec{W} = -3\alpha(t)^3\vec{y}_1 + 6\sin\alpha(t)\vec{y}_0$ ,  $\left[ \frac{d\vec{S}}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$  avec  $\vec{S} = 4t^3\alpha(t)\cos\alpha(t)\vec{y}_1$ .

#### Exercice 2



Soit le mécanisme plan constitué par :

- solide  $S_0$  : fixe, repère lié  $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  ;
- solide  $S_1$  : barre  $OP$  de longueur  $L$ , en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  par rapport à  $S_0$ , repère lié à  $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  ;
- solide  $S_2$  : disque de centre  $P$  et de rayon  $R$ , en liaison pivot d'axe  $(P, \vec{z}_0)$  par rapport à  $S_1$ , repère lié à  $\mathcal{R}_2 = (P, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ .

On note :

- $\alpha = (\vec{x}_0; \vec{x}_1)$  ;
- $\beta = (\vec{x}_1; \vec{x}_2)$ .

##### Question 1

Déterminer la trajectoire du point  $M$  dans le repère  $\mathcal{R}_0$ .

**Question 2**

Déterminer  $\overrightarrow{\Omega}(S_1/S_0)$ ,  $\overrightarrow{\Omega}(S_2/S_1)$ ,  $\overrightarrow{\Omega}(S_2/S_0)$ .

**Question 3**

Déterminer  $\overrightarrow{V}(M \in S_2/S_0)$ .

**Question 4**

Déterminer  $\overrightarrow{V}(I \in S_2/S_0)$ .

**Question 5**

Pourquoi ne faut-il absolument pas dériver le vecteur  $\overrightarrow{OI}$  ?

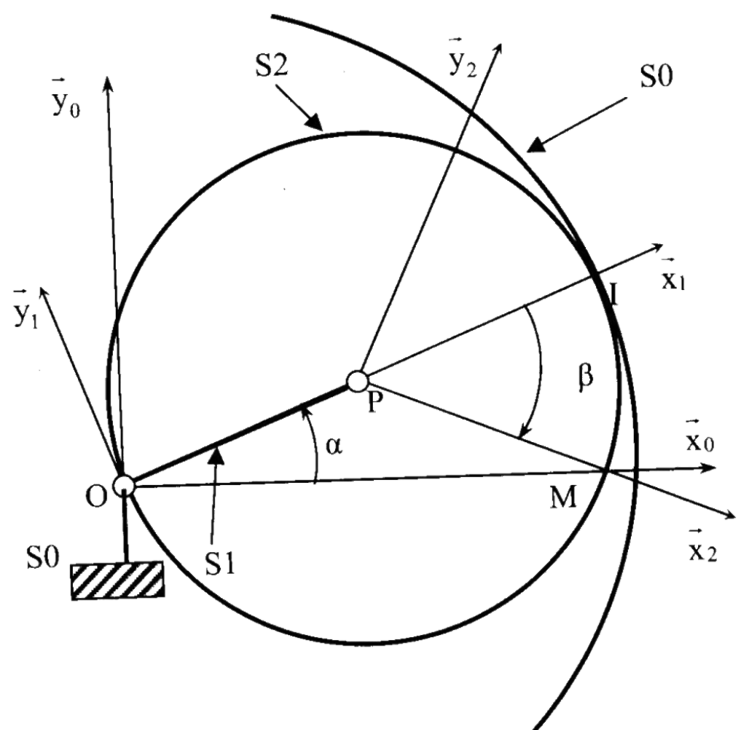
**Question 6**

Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma}(M \in S_2/S_0)$ .

Le mécanisme précédent a été en réalité complété par un cercle de centre  $O$  lié à  $S_0$  et de rayon  $R$  (voir la figure ci-contre).

Par ailleurs on adopte  $L = R$ . De plus à  $t = 0$ ,  $\alpha = \beta = 0$ .

$S_1$  est un bras porte satellite et  $S_2$  un satellite qui roule sans glisser en  $I$  sur  $S_0$ . Cette condition se traduit par  $\overrightarrow{V}(I \in S_2/S_0)$ .



**Question 7**

Déduire des questions précédentes la relation entre  $\dot{\alpha}$  et  $\dot{\beta}$ .

**Question 8**

Donner l'expression de  $\overrightarrow{V}(M \in S_2/S_0)$  en projection dans  $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

**Question 9**

En déduire la trajectoire du point  $M$  par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .