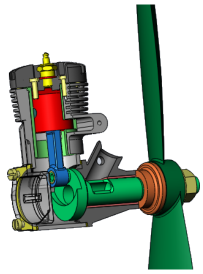
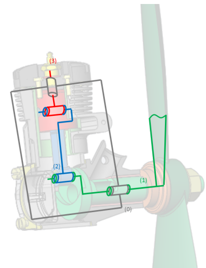
CI 2 – CINÉMATIQUE : MODÉLISATION, PRÉVISION ET VÉRIFICATION DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES

CHAPITRE 3 – CINÉMATIQUE DU POINT DANS UN MÉCANISME EN MOUVEMENT

Trainer Solo Sport [1]



Modèle CAO d'un moteur de modélisme [2]



Modélisation par schéma cinématique

L'étude des vitesses et des accélérations des points d'un solide est utile pour plusieurs raisons. En phase d'avant projet, par exemple, lors de la phase de conception d'un système mécanique de transmission ou de conversion de mouvement, il est indispensable de connaître la vitesse des solides afin de satisfaire à un cahier des charges.

En phase de dimensionnement des produits, certains composants peuvent être dimensionnés en fonction de la vitesse de fonctionnement du système. Dans d'autres cas, la cinématique est un préalable aux études de dynamique.

Problématique

PROBLÉMATIQUE :
– Comment déterminer le mouvement d'un solide dans un mécanisme complexe ?

Savoir

SAVOIRS :
– Connaître les propriétés du champ décrit par le vecteur vitesse
– Déterminer le torseur traduisant le déplacement entre deux solides pour les liaisons connues

Ce document est en évolution permanente. Merci de signaler toutes erreurs ou coquilles.

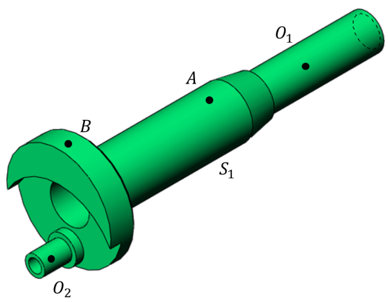
1 Champ décrit par le vecteur vitesse

Dans le cadre de la conception des pièces constituants un mécanisme, il est nécessaire de connaître la vitesse en certains points qui constituent la pièce en plus des centres des liaisons. Cherchons donc la relation existant entre les vitesses de deux points appartenant à un solide en mouvement.

Soit un solide S_1 en mouvement par rapport à un solide S_0. Soient A et B deux points appartenant à S_1.

Calculons la dérivée du vecteur $\overrightarrow{AB}$:

$$\left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0} = \underbrace{\left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_1}}_{\overrightarrow{0}} + \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{AB}$$



Le point O_1 est un point fixe du mécanisme : en effet, $\overrightarrow{V(O_1 \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{0}$.

On a donc :

$$\left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0} = \left[\frac{d\overrightarrow{AO_1}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0} + \left[\frac{d\overrightarrow{O_1B}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0} = -\overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)}$$

En combinant les deux équations précédentes on obtient :

$$\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)}$$

$$\Longleftrightarrow \overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{AB}$$

$$\Longleftrightarrow \overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$$

1.1 Définition

Résultat

Champ du vecteur vitesse dans un solide

Soient A et B deux points appartenant à un solide S_1 en mouvement par rapport à S_0. Le champ des vecteurs vitesses est donc déterminé ainsi :

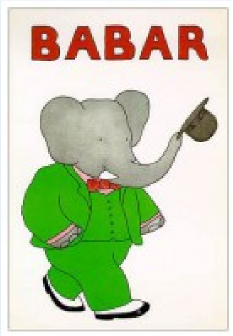
$$\overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$$

Remarque

Moyen mnémotechnique

Comme la dérivée vectorielle, l'utilisation de cette formule est indispensable en mécanique en général et en cinématique en particulier.
On verra par la suite que le vecteur $\overrightarrow{\Omega}$ est appelé **R**ésultante du torseur cinématique.
En conséquence, en utilisant le moyen mnémotechnique on a :

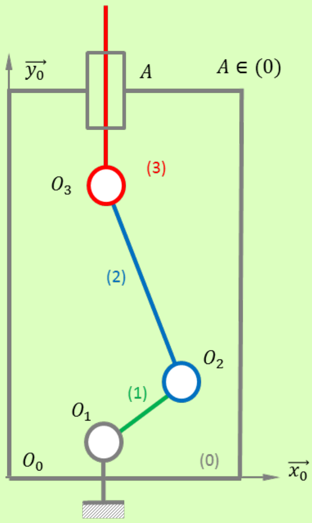
$$\overrightarrow{V(\mathbf{B} \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{V(\mathbf{A} \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{\mathbf{BA}} \wedge \underbrace{\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}}_{\mathbf{R}}$$

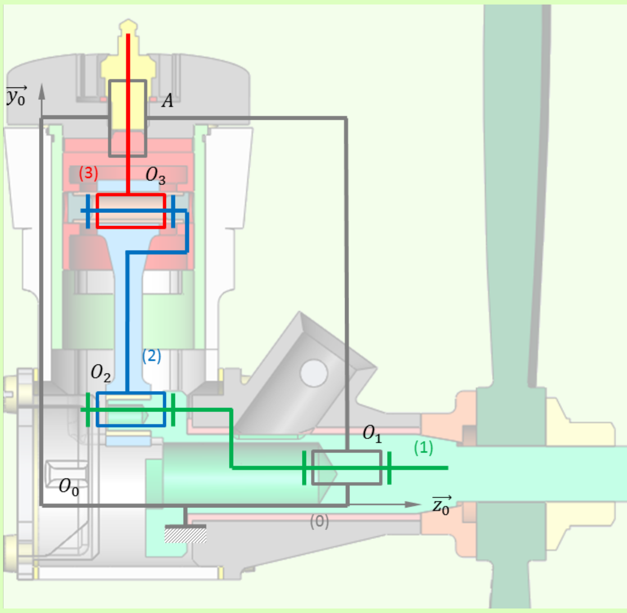


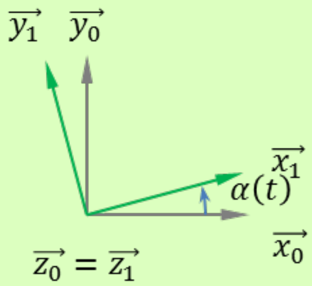
Remarque

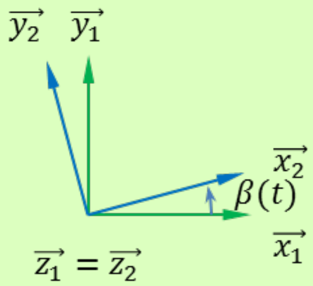
Utilisation du champ de vecteur

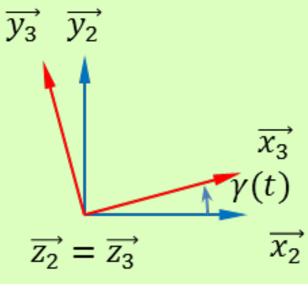
La formule du champ de vecteur est utilisée à chaque fois que la vitesse est connue en un point d'un solide et qu'on veut la calculer en un point appartenant à un autre point d'un même solide.

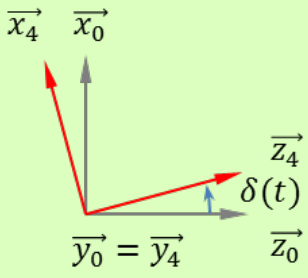












$\overrightarrow{O_3A} = \lambda(t)\,\overrightarrow{y_0}$

Calculer $\overrightarrow{V(O_2 \in S_2/S_0)}$

Exemple

1.2 Equiprojectivité du champ des vecteurs vitesses

Résultat

Equiprojectivité

Soit un solide S_1 en mouvement par rapport à un repère fixe $\mathcal{R}_0$. Soient deux points A et B appartenant

Résultat

au solide S_1. On démontre qu'à chaque instant t :

$$\overrightarrow{V(A\in S_1/\mathscr{R}_0)}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{V(B\in S_1/\mathscr{R}_0)}\cdot\overrightarrow{AB}$$

Remarque

Cette propriété sera très utilisée en cinématique graphique lors de l'étude des mouvements plans.

1.3 Cas particuliers de mouvements élémentaires

1.3.1 Solide en rotation autour d'un axe fixe

Soit S un solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ) par rapport à $\mathscr{R}$. Δ est appelé axe instantané de rotations. Pour tout point P appartenant à Δ, on a :

$$\overrightarrow{V(P\in S/\mathscr{R})}=\overrightarrow{0}$$

1.3.2 Solide en translation – Liaison glissière

Soit S un solide en translation suivant un axe fixe (axe dirigé par $\overrightarrow{u}$) par rapport à $\mathscr{R}$. Pour tout point P_1 et P_2 appartenant à S, on a :

$$\overrightarrow{V(P_1\in S/\mathscr{R}_0)}=\overrightarrow{V(P_2\in S/\mathscr{R}_0)}$$

2 Torseur cinématique entre deux solides

2.1 Définition

La vitesse d'un solide par rapport à un autre solide peut être exprimée par
- le vecteur vitesse en un point qui traduit la vitesse de translation du solide ;
- le vecteur instantané de rotation qui traduit la vitesse de rotation du solide.

Définition

Torseur cinématique

Le torseur permet d'écrire sous forme réduite les vecteurs vitesses d'un solide. Ainsi le torseur cinématique entre les solides S_1 et S_0 s'exprime ainsi :

$$\{\mathscr{V}(S_1/S_0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}\\\overrightarrow{V(A\in S_1/S_0)}\end{array}\right\}_A$$

Remarque

- Lors de l'écriture en ligne d'un torseur, il est obligatoire de préciser le point d'application.
- $\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$ est appelé résultante du torseur cinématique. La résultante est indépendante du point d'application.
- $\overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)}$ est appelé le moment du torseur cinématique. Il dépend du point d'application.
- Un torseur est un objet mathématique que l'on peut noter :

$$\{\mathcal{T}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(A)} \end{array} \right\}_A$$

2.2 Propriétés

Propriété

Égalité entre torseurs

Deux torseurs $\{\mathcal{T}_1\}$ et $\{\mathcal{T}_2\}$ sont égaux si et seulement si :
- $\overrightarrow{R_1} = \overrightarrow{R_2}$
- il existe un point A tel que $\overrightarrow{\mathcal{M}_1(A)} = \overrightarrow{\mathcal{M}_2(A)}$

Propriété

Égalité entre torseurs

Deux torseurs $\{\mathcal{T}_1\}$ et $\{\mathcal{T}_2\}$ sont égaux si et seulement si :
- $\overrightarrow{R_1} = \overrightarrow{R_2}$
- il existe un point A tel que $\overrightarrow{\mathcal{M}_1(A)} = \overrightarrow{\mathcal{M}_2(A)}$

Définition

Co moment de torseurs

Le co moment de deux torseurs $\{\mathcal{T}_1\}$ et $\{\mathcal{T}_2\}$ est défini par :

$$\{\mathcal{T}_1\} \otimes \{\mathcal{T}_2\} = \overrightarrow{R_1} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}_2(A)} + \overrightarrow{R_2} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}_1(A)}$$

- Le résultat de cette opération est un nombre réel.
- L'opération doit être réalisée lorsque les deux torseurs sont au même point.
- Le résultat de l'opération est indépendant du point d'application.
- Le co moment du torseur cinématique et du torseur statique exprime la puissance.

Définition

Point central

Le point central d'un torseur est un point pour lequel la résultante et le moment sont colinéaires.

Résultat

Axe central

L'axe central Δ d'un torseur est la droite sur laquelle sont situés tous les points centraux.

On montre que :
- la direction de l'axe central a la même direction que la résultante du torseur ;
- si on note H le projeté orthogonal de A sur Δ, alors $\overrightarrow{AH} = \dfrac{\overrightarrow{R} \wedge \overrightarrow{\mathscr{M}(A)}}{\overrightarrow{R}^2}$;
- le moment en tout point de l'axe central est minimal et vaut : $\overrightarrow{\mathscr{M}(H)} = \dfrac{\overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{\mathscr{M}(A)}}{\overrightarrow{R}^2} \cdot \overrightarrow{R}$.

2.3 Torseur remarquables

Définition

Torseur couple

Un torseur est dit "torseur couple" lorsque la résultante du torseur est nulle et lorsque le moment est non nul :

$$\{\mathscr{T}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathscr{M}(A)} \end{array} \right\}_A$$

L'axe central d'un torseur couple n'existe pas.

Définition

Torseur glisseur

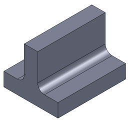
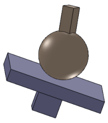
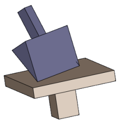
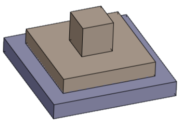
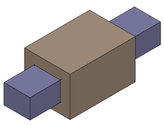
Un torseur est dit "glisseur" lorsque la résultante du torseur est non nulle et lorsque l'automoment est nul :

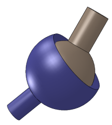
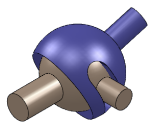
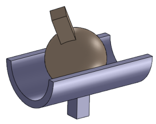
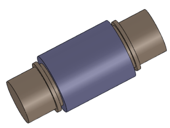
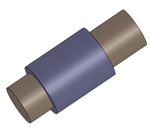
$$\{\mathscr{T}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R} \\ \overrightarrow{\mathscr{M}(A)} \end{array} \right\}_A \text{ avec } \forall A,\ \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{\mathscr{M}(A)} = 0$$

On montre alors que sur tout point K de l'axe central,

$$\{\mathscr{T}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_K$$

2.4 Torseur cinématique des liaisons usuelles

	Schémas plans	Schéma spatial	DDL	Torseur cinématique
				$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathcal{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$

	Schémas plans	Schéma spatial	DDL	Torseur cinématique
				$\{\mathscr{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathscr{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathscr{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathscr{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
				$\{\mathscr{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$
Liaison glissière hélicoïdale				$\{\mathscr{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \quad \right\}_{-}$

2.5 Exemple

Exemple

Donner le torseur associé à chacune des liaisons :

$$\{\mathscr{V}(S_1/S_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} = \\ \overrightarrow{V(O_1 \in S_1/S_0)} = \end{array} \right\}_{O_1}$$

$$\{\mathscr{V}(S_1/S_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} = \\ \overrightarrow{V(O_2 \in S_1/S_0)} = \end{array} \right\}_{O_2}$$

$$\{\mathscr{V}(S_2/S_1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} = \\ \overrightarrow{V(O_2 \in S_2/S_1)} = \end{array} \right\}_{O_2}$$

$$\{\mathscr{V}(S_3/S_2)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_3/S_2)} = \\ \overrightarrow{V(O_3 \in S_3/S_2)} = \end{array} \right\}_{O_3}$$

$$\{\mathscr{V}(S_3/S_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(S_3/S_0)} = \\ \overrightarrow{V(A \in S_3/S_0)} = \end{array} \right\}_{A}$$

3 Composition des mouvements

3.1 Composition du vecteur vitesse

Résultat

Composition du vecteur vitesse Soit un solide S_1 en mouvement par rapport à un repère $\mathscr{R}_0$ et un solide S_2 par rapport au solide S_1. Pour chacun des points A appartenant au solide S_2, on a :

$$\overrightarrow{V(A \in S_2/\mathscr{R}_0)} = \overrightarrow{V(A \in S_2/S_1)} + \overrightarrow{V(A \in S_1/\mathscr{R}_0)}$$

Démontrons ce résultat. O_1 est le centre de la liaison entre $\mathscr{R}_0$ et S_1. O_1 est donc fixe dans le repère $\mathscr{R}_0$. O_2 est le centre de la liaison entre S_1 et S_2. A appartient à S_2.

$$\overrightarrow{V(A \in S_2/\mathscr{R}_0)} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_1A}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0} + \left[\frac{d\overrightarrow{O_2A}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{V(O_2 \in S_1/\mathscr{R}_0)} + \left[\frac{d\overrightarrow{O_2A}}{dt}\right]_{S_1} + \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)} \wedge \overrightarrow{O_2A}$$

$$\overrightarrow{V(A\in S_2/\mathcal{R}_0)} = \underbrace{\left[\frac{d\overrightarrow{O_2A}}{dt}\right]_{S_1}}_{\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}} + \underbrace{\overrightarrow{V(O_2\in S_1/\mathcal{R}_0)} + \overrightarrow{AO_2}\wedge\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathcal{R}_0)}}_{\overrightarrow{V(A\in S_1/\mathcal{R}_0)}}$$

On a donc bien :

$$\overrightarrow{V(A\in S_2/\mathcal{R}_0)} = \overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)} + \overrightarrow{V(A\in S_1/\mathcal{R}_0)}$$

Remarque

- $\overrightarrow{V(A\in S_2/\mathcal{R}_0)}$ est appelé vecteur vitesse absolu ;
- $\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}$ est appelé vecteur vitesse relatif ;
- $\overrightarrow{V(A\in S_1/\mathcal{R}_0)}$ est appelé vecteur vitesse d'entraînement.

Résultat

Généralisation

La décomposition du vecteur vitesse peut se généraliser avec n solides :

$$\overrightarrow{V(A\in S_n/S_0)} = \overrightarrow{V(A\in S_n/S_{n-1})} + \ldots + \overrightarrow{V(A\in S_1/S_0)}$$

3.2 Composition du vecteur instantané de rotation

Résultat

Composition du vecteur vitesse

Soit un solide S_1 en mouvement par rapport à un repère $\mathcal{R}_0$ et un solide S_2 par rapport au solide S_1. On a :

$$\overrightarrow{\Omega(S_2/\mathcal{R}_0)} = \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathcal{R}_0)}$$

Pour démontrer ce résultat, prenons un vecteur $\overrightarrow{v}$:

$$\left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_1} = \left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_2} + \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)}\wedge\overrightarrow{v}$$

$$\left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_1} = \left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0} + \overrightarrow{\Omega(\mathcal{R}_0/S_1)}\wedge\overrightarrow{v}$$

$$\left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0} = \left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_2} + \overrightarrow{\Omega(S_2/\mathcal{R}_0)}\wedge\overrightarrow{v} \iff \left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0} - \left[\frac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_2} = \overrightarrow{\Omega(S_2/\mathcal{R}_0)}\wedge\overrightarrow{v}$$

En faisant la soustraction des deux premières expressions on obtient :

$$\overrightarrow{0} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_2} - \left[\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0} + \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} \wedge \overrightarrow{v} - \overrightarrow{\Omega(\mathcal{R}_0/S_1)} \wedge \overrightarrow{v} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_2} - \left[\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0} + \left(\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} - \overrightarrow{\Omega(\mathcal{R}_0/S_1)}\right) \wedge \overrightarrow{v}$$

$$\Longleftrightarrow \left[\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0} - \left[\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt}\right]_{S_2} = \left(\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathcal{R}_0)}\right) \wedge \overrightarrow{v}$$

En utilisant la dernière relation on a donc :

$$\overrightarrow{\Omega(S_2/\mathcal{R}_0)} \wedge \overrightarrow{v} = \left(\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathcal{R}_0)}\right) \wedge \overrightarrow{v} \Longleftrightarrow \overrightarrow{\Omega(S_2/\mathcal{R}_0)} = \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathcal{R}_0)}$$

Résultat

Généralisation

La décomposition du vecteur instantané de rotation peut se généraliser avec n solides :

$$\overrightarrow{\Omega(S_n/S_0)} = \overrightarrow{\Omega(S_n/S_{n-1})} + \ldots + \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$$

3.3 Composition du torseur cinématique

Résultat

Décomposition du torseur cinématique

Des parties précédentes, on peut conclure qu'on peut décomposer le torseur cinématique :

$$\{\mathcal{V}(S_n/S_0)\} = \{\mathcal{V}(S_n/S_{n-1})\} + \ldots + \{\mathcal{V}(S_1/S_0)\}$$

Ou encore :

$$\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(S_n/S_0)} \\ \overrightarrow{V(A\in S_n/S_0)}\end{array}\right\}_A = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(S_n/S_{n-1})} \\ \overrightarrow{V(A\in S_n/S_{n-1})}\end{array}\right\}_A + \ldots + \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \\ \overrightarrow{V(A\in S_1/S_0)}\end{array}\right\}_A$$

Exemple

Donner le torseur $\{\mathcal{V}(S_2/S_0)\}$.

4 Accélération d'un solide

4.1 Champ d'accélération d'un solide en mouvement

On a vu que $\overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{V(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$. En dérivant cette expression on a donc :

$$\overrightarrow{\Gamma(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{\Gamma(A \in S_1/S_0)} + \left[\frac{d\overrightarrow{BA}}{dt}\right]_{S_0} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \left[\frac{d\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}}{dt}\right]_{S_0}$$

B et A sont des points du solide S_1. On a donc :

$$\left[\frac{d\overrightarrow{BA}}{dt}\right]_{S_0} = \underbrace{\left[\frac{d\overrightarrow{BA}}{dt}\right]_{S_1}}_{\overrightarrow{0}} + \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{\Gamma(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{\Gamma(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \left[\frac{d\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}}{dt}\right]_{S_0}$$

$$\overrightarrow{\Gamma(B \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{\Gamma(A \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)} \wedge \overrightarrow{AB} + \left[\frac{d\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}}{dt}\right]_{S_0} \wedge \overrightarrow{AB}$$

Résultat

Le champ des accélérations n'est donc pas un champ de moment.

4.2 Composition des accélérations

On a vu que la vitesse d'un solide S_2 par rapport à $\mathcal{R}_0$ au point A pouvait s'exprimer ainsi (paragraphe 3.1, page 10) :

$$\overrightarrow{V(A \in S_2/\mathcal{R}_0)} = \underbrace{\left[\frac{d\overrightarrow{O_2A}}{dt}\right]_{S_1}}_{\overrightarrow{V(A \in S_2/S_1)}} + \underbrace{\overrightarrow{V(O_2 \in S_1/\mathcal{R}_0)} + \overrightarrow{AO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathcal{R}_0)}}_{\overrightarrow{V(A \in S_1/\mathcal{R}_0)}}$$

$$\iff \overrightarrow{V(A \in S_2/\mathcal{R}_0)} = \overrightarrow{V(A \in S_2/S_1)} + \overrightarrow{V(O_2 \in S_1/\mathcal{R}_0)} + \overrightarrow{AO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathcal{R}_0)}$$

Calculons l'accélération du point :

$$\overrightarrow{\Gamma(A \in S_2/\mathcal{R}_0)} = \left[\frac{d\overrightarrow{V(A \in S_2/\mathcal{R}_0)}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$\overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/\mathscr{R}_0)}=\left[\frac{d\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}+\left[\frac{d\overrightarrow{V(O_2\in S_1/\mathscr{R}_0)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}+\left[\frac{d\overrightarrow{AO_2}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}\wedge\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}+\overrightarrow{AO_2}\wedge\left[\frac{d\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

$$\left[\frac{d\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}=\left[\frac{d\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}}{dt}\right]_{S_1}+\overrightarrow{\Omega(S_2/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}$$

$$\Longleftrightarrow\left[\frac{d\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}=\overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/S_1)}+\overrightarrow{\Omega(S_2/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}$$

$$\left[\frac{d\overrightarrow{V(O_2\in S_1/\mathscr{R}_0)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}=\overrightarrow{\Gamma(O_2\in S_1/\mathscr{R}_0)}$$

$$\left[\frac{d\overrightarrow{AO_2}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}=\left[\frac{d\overrightarrow{AO_2}}{dt}\right]_{S_1}+\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{AO_2}=\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}+\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{AO_2}$$

On a donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/\mathscr{R}_0)} &= \overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/S_1)}+\overrightarrow{\Omega(S_2/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}+\overrightarrow{\Gamma(O_2\in S_1/\mathscr{R}_0)}+\overrightarrow{V\left(A\in S_2/S_1\wedge\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}\right)}\\ &+ \overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{O_2A}+\left[\frac{d\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}\wedge\overrightarrow{O_2A}\end{aligned}$$

Par ailleurs d'après le paragraphe précédent,

$$\overrightarrow{\Gamma(A\in S_1/\mathscr{R}_0)}=\overrightarrow{\Gamma(O_2\in S_1/\mathscr{R}_0)}+\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{O_2A}+\left[\frac{d\overrightarrow{\Omega(S_1/\mathscr{R}_0)}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}\wedge\overrightarrow{O_2A}$$

Au final,

$$\overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/\mathscr{R}_0)}=\overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/S_1)}+\underbrace{2\overrightarrow{\Omega(S_2/\mathscr{R}_0)}\wedge\overrightarrow{V(A\in S_2/S_1)}}_{\overrightarrow{\Gamma(A\in S_1/\mathscr{R}_0)}_{Cor}}+\overrightarrow{\Gamma(A\in S_1/\mathscr{R}_0)}$$

Résultat

On ne peut donc pas composer les vitesses. On appelle :
- $\overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/\mathscr{R}_0)}$: accélération absolue ;
- $\overrightarrow{\Gamma(A\in S_2/S_1)}$: accélération relative ;
- $\overrightarrow{\Gamma(A\in S_1/\mathscr{R}_0)}$: accélération absolue ;
- $\overrightarrow{\Gamma(A\in S_1/\mathscr{R}_0)}_{Cor}$: accélération de Coriolis.

Références

[1] Trainer Solo Sport, *Avio et Tiger*, http://www.net-loisirs.com/trainer-solo-sport-p1155.html.

[2] Université Bretagne Sud, *Moteur de modélisme* http://foad.univ-ubs.fr/file.php/1355/TP_meca3d/Moteur_modelisme.zip

[3] http://www.aquadesign.be/actu/article-2535.php