CI 3 – CIN : ÉTUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES

CHAPITRE 3 – PARAMÉTRAGE DES SYSTÈMES MÉCANIQUES

La cinématique du solide indéformable fait intervenir des solides en mouvement relatifs les uns avec les autres. Afin de connaître la position d'un point appartenant à un solide ou la position d'un point appartenant à un autre solide, il est nécessaire de réaliser le paramétrage du système, à partir du schéma cinématique.

Savoir

Savoirs :
- Mod - C11.1 Déplacement des points d'un solide : repère lié à un solide, paramètres géométriques linéaires et angulaires définissant la position d'un solide par rapport à un autre, déplacements et petits déplacements d'un solide, torseur des petits déplacements.
  - Mod-C11-S1 : Associer un repère à un solide.
  - Mod-C11-S2 : Identifier les degrés de liberté d'un solide en mouvement par rapport à un repère.
  - Mod-C11-S3 : Réaliser le paramétrage d'un mécanisme simple.

Ce document est en évolution permanente. Merci de signaler toutes erreurs ou coquilles.

1 Paramètres géométriques constants

Définition

Solide indéformable

On considère deux points A et B d'un solide indéformable noté S. On note t le temps.

$$\forall A,B \in S, \forall t \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AB(t)}^2 = \text{constante}$$

Définition

Repère orthonormé direct associé à une pièce (ou à une classe d'équivalence cinématique)

A chacun des solides (S_i) qui constitue un mécanisme on associera une origine O_i ainsi qu'une base orthonormée directe $\left(\overrightarrow{x_i};\overrightarrow{y_i};\overrightarrow{z_i}\right)$. Le point d'origine ainsi que la base forme un repère orthonormé direct nommé $\mathcal{R}_i = \left(O_i;\overrightarrow{x_i};\overrightarrow{y_i};\overrightarrow{z_i}\right)$.

Méthode

Choix d'un repère lié à une pièce (ou à une classe d'équivalence cinématique)

On note $\mathcal{R}_i$ le repère associé à la pièce i.

- L'origine du repère sera choisi au centre d'une liaison ou en un point particulier de la classe d'équivalence cinématique.
- Le premier axe du repère est, en général, l'axe primaire de la base locale ou la normale de la liaison.
- Le deuxième axe est perpendiculaire au premier et orienté suivant une direction particulière du sous-ensemble cinématique ou par une direction privilégiée de la liaison (s'il en existe une).
- Le troisième axe est tel que la base soit orthonormée directe.

Pour choisir un repère lié à une pièce, on choisit un repère dont au moins un vecteur est dans la direction d'un axe d'une des liaisons. On choisir

Définition

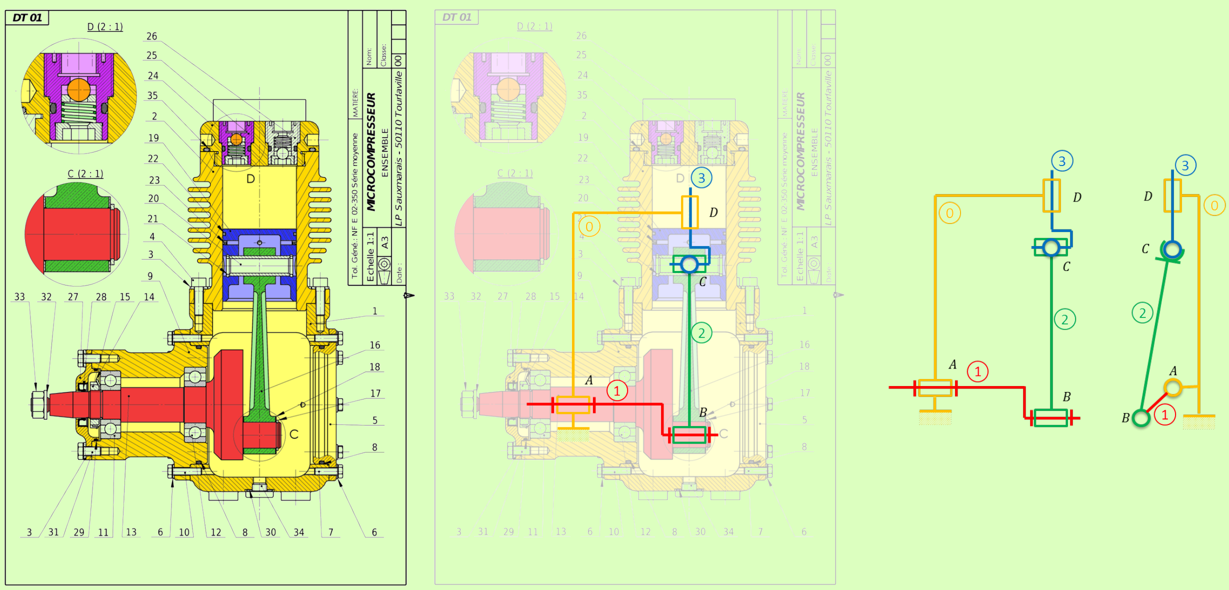
Paramétrage géométrique constant

Soit un solide indéformable auquel on associe un repère $\mathcal{R}$.

Le paramétrage géométrique de ce solide correspond au positionnement des points de ce solide dans le repère $\mathcal{R}$.

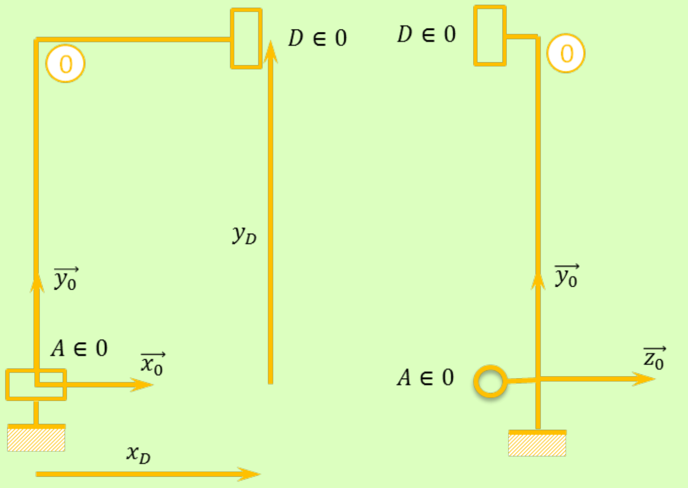
Exemple

Micro compresseur



Exemple

On peut donc au bâti 1 le repère orthonormé direct $\mathcal{R}_0 = \left(A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$. Le paramétrage du point D est donné par le vecteur $\overrightarrow{AD} = x_D \overrightarrow{x_0} + y_D \overrightarrow{y_0}$.



Remarque

Les valeurs des paramètres constants sont constants est positifs. On pourra utiliser des lettres de l'alphabet latin pour désigner les paramètres.

2 Paramètres géométriques variables

2.1 Présentation

Définition

Dans les systèmes mécaniques, les différentes classes d'équivalence cinématique sont reliées par des liaisons. Ces liaisons possèdent des degrés de liberté. Le but du paramétrage est de définir un paramètre géométrique pour chacun des degrés de liberté de chacune des liaisons.

2.2 Paramétrage d'une translation

Méthode

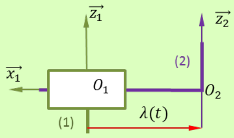
Pour paramétrer un degré de liberté en translation il faut définir un paramètre linéaire orienté exprimé en mètres. Le paramètre est une variable qui, en cinématique, dépendra du temps (noté t).

Exemple

Paramétrage d'une liaison glissière

La liaison glissière possède un degré de liberté, à savoir une translation. Ici la position du solide 2 par rapport au solide 1 est définie par le paramètre $\lambda(t)$. On a :

$$\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda(t)\overrightarrow{x_1}$$



Remarque

– Les paramètres linéaires sont généralement notés par des lettres grecques (λ, μ ...).

Remarque

- Lorsqu'on paramètre la translation entre un repère $\mathscr{R}_0$ et un repère $\mathscr{R}_1$, les bases sont les mêmes.
- Un paramètre linéaire variable changeant de signe au cours du temps sera choisi avec son origine située sur le solide fixe (type bâti) s'il y en a un.

2.3 Paramétrage d'une rotation

Méthode

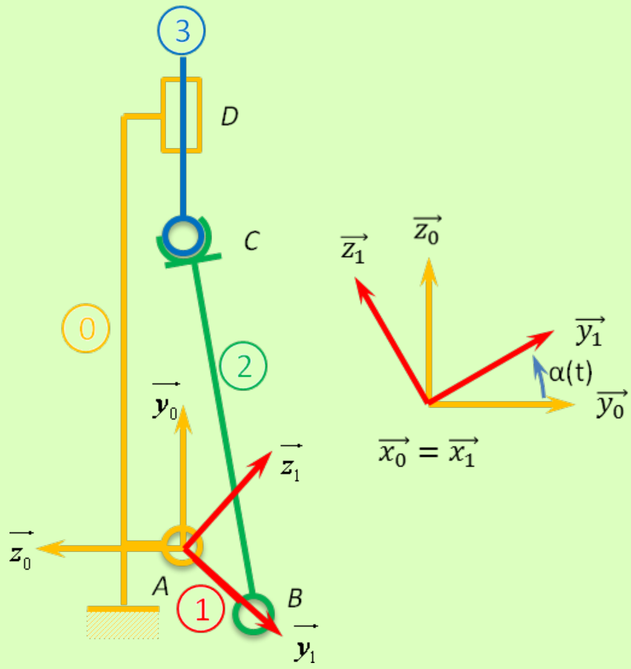
Pour paramétrer un degré de liberté en rotation il faut définir un paramètre angulaire orienté exprimé en radians. Le paramètre est une variable qui, en cinématique, dépendra du temps (noté t).

Pour un paramètre angulaire on donnera toujours une figure plane (géométrale) permettant d'illustrer la rotation entre les deux repères.

Exemple

Paramétrage d'une liaison pivot

La liaison pivot entre les pièces 0 et 1 possède 1 degré de liberté, à savoir une rotation. Ici la position du solide 2 par rapport au solide 1 est définie par le paramètre $\alpha(t)$.



2.4 Utilisation des angles d'Euler

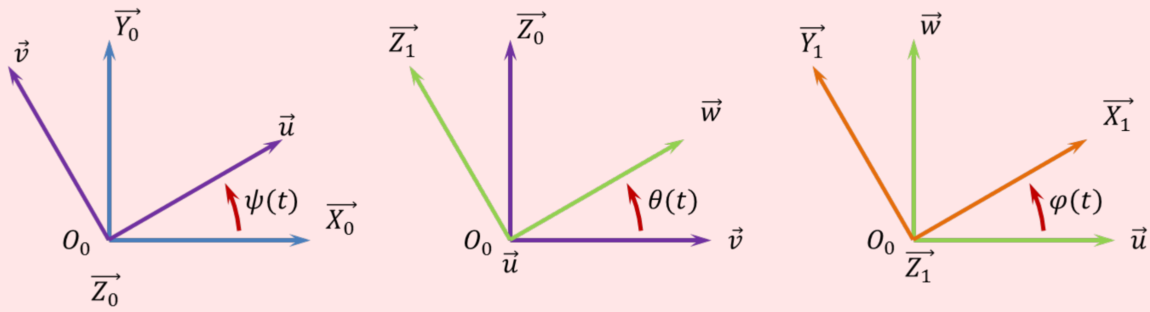
Méthode

Lorsqu'il existe plusieurs rotations entre 2 solides, il faut faire un choix pour paramétrer les 3 rotations (c'est à dire, pour chacune des rotations, on se demande autour de quel axe on doit tourner). Pour paramétrer 3 rotations, on utilise classiquement les angles d'Euler. Ainsi pour passer du repère $\mathscr{R}_0$ au repère $\mathscr{R}_1$ on procède ainsi.

1. La première rotation est appelée précession. Par une rotation d'angle $\psi(t)$ autour de $\overrightarrow{Z_0}$ on passe du repère $\left(\overrightarrow{X_0};\overrightarrow{Y_0};\overrightarrow{Z_0}\right)$ au repère $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v};\overrightarrow{Z_0}\right)$.
2. La seconde rotation est appelée nutation. Par une rotation d'angle $\theta(t)$ autour de $\overrightarrow{u}$ on passe du repère $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v};\overrightarrow{Z_0}\right)$ au repère $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{w};\overrightarrow{Z_1}\right)$.

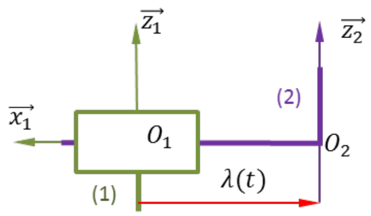
Méthode

3. La dernière rotation est appelée rotation propre. Par une rotation d'angle $\varphi(t)$ autour de $\overrightarrow{Z_1}$ on passe du repère $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{w};\overrightarrow{Z_1}\right)$ au repère $\left(\overrightarrow{X_1};\overrightarrow{Y_1};\overrightarrow{Z_1}\right)$.



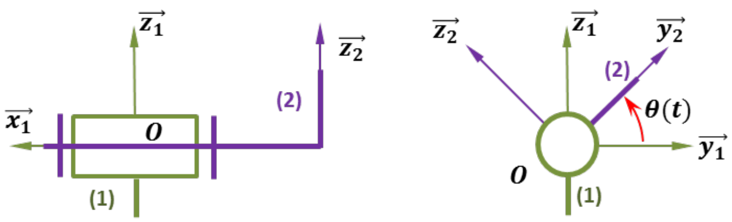
2.5 Paramétrage des liaisons cinématique

2.5.1 Paramétrage de la liaison glissière

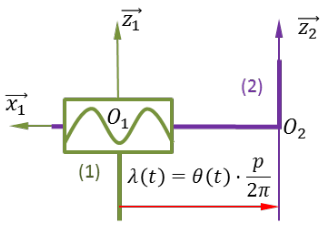


$$\overrightarrow{O_1O_2}=\lambda(t)\overrightarrow{x_1}$$

2.5.2 Paramétrage de la liaison pivot

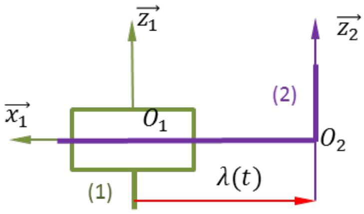


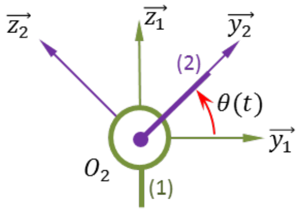
2.5.3 Paramétrage de la liaison glissière hélicoïdale



$$\overrightarrow{O_1O_2}=\lambda(t)\overrightarrow{x_1}$$

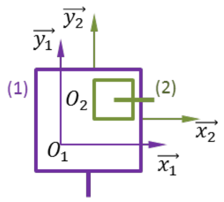
2.5.4 Paramétrage de la liaison pivot glissant

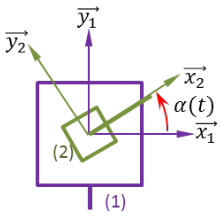




2.5.5 Paramétrage de la liaison rotule à doigt

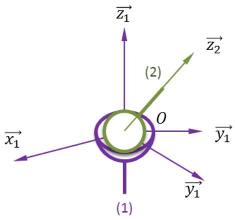
2.5.6 Paramétrage de la liaison appui plan





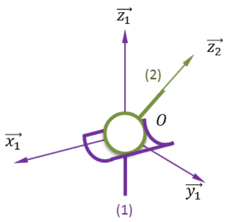
$$\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda(t)\overrightarrow{x_1} + \mu(t)\overrightarrow{x_1}$$

2.5.7 Paramétrage de la liaison sphérique (rotule)

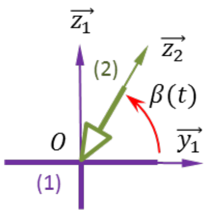


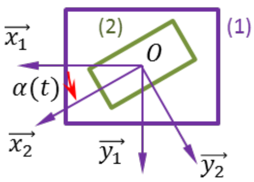
$$\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda(t)\overrightarrow{x_1}$$

2.5.8 Paramétrage de la liaison sphère – cylindre (linéaire annulaire)



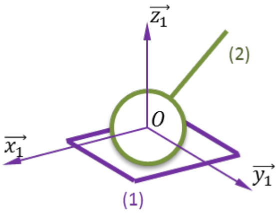
2.5.9 Paramétrage de la liaison cylindre – plan





$$\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda(t)\overrightarrow{x_1} + \mu(t)\overrightarrow{x_1}$$

2.5.10 Paramétrage de la liaison sphère – plan (ponctuelle)



$$\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda(t)\overrightarrow{x_1} + \mu(t)\overrightarrow{x_1}$$

Références

[1] Jean-Pierre Pupier – Paramétrage – PTSI – Lycée Rouvière Toulon.