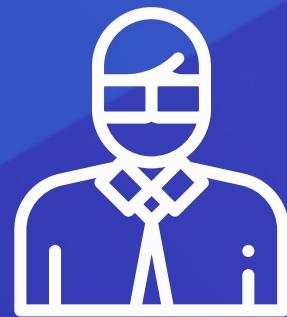




Day 73 Gradient Descent

梯度下降

Gradient Descent 簡介



陳宇春

出題教練

知識地圖 深度學習簡介

深度學習體驗 - 啟動函數與正規化

深度神經網路

Supervised Learning Deep Neural Network (DNN)

簡介 Introduction

套件介紹 Tools: Keras

組成概念 Concept

訓練技巧 Training Skill

應用案例 Application

卷積神經網路

Convolutional Neural Network (CNN)

簡介 introduction

套件練習 Practice with Keras

訓練技巧 Training Skill

電腦視覺 Computer Vision

深度學習組成概念
Concept of DNN

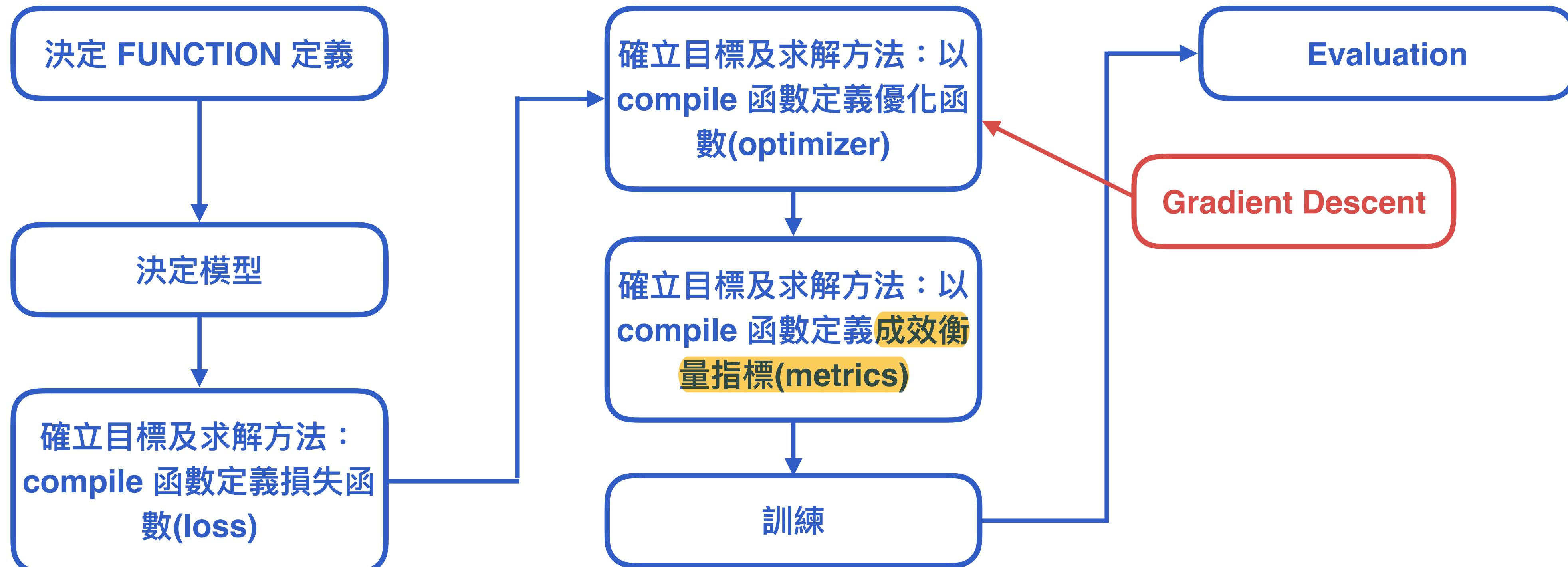
感知器概念簡介



本日知識點目標

- 了解梯度下降 (Gradient Descent) 的定義與程式樣貌
- 初步理解梯度下降 (Gradient Descent) 的概念
- 能從程式中微調 (Fine Tune) 相關的參數

梯度下降用在哪裡？



最常用的優化算法 - 梯度下降

- 機器學習算法當中，優化算法的功能，是通過改善訓練方式，來最小化(或最大化)損失函數
- 最常用的優化算法是梯度下降
 - 通過尋找最小值，控制方差，更新模型參數，最終使模型收斂
 - $w_{i+1} = w_i - d_i \cdot \eta i, i=0,1,\dots$
 - 參數 η 是學習率。這個參數既可以設置為固定值，也可以用一維優化方法沿著訓練的方向逐步更新計算
 - 參數的更新分為兩步：第一步計算梯度下降的方向，第二步計算合適的學習

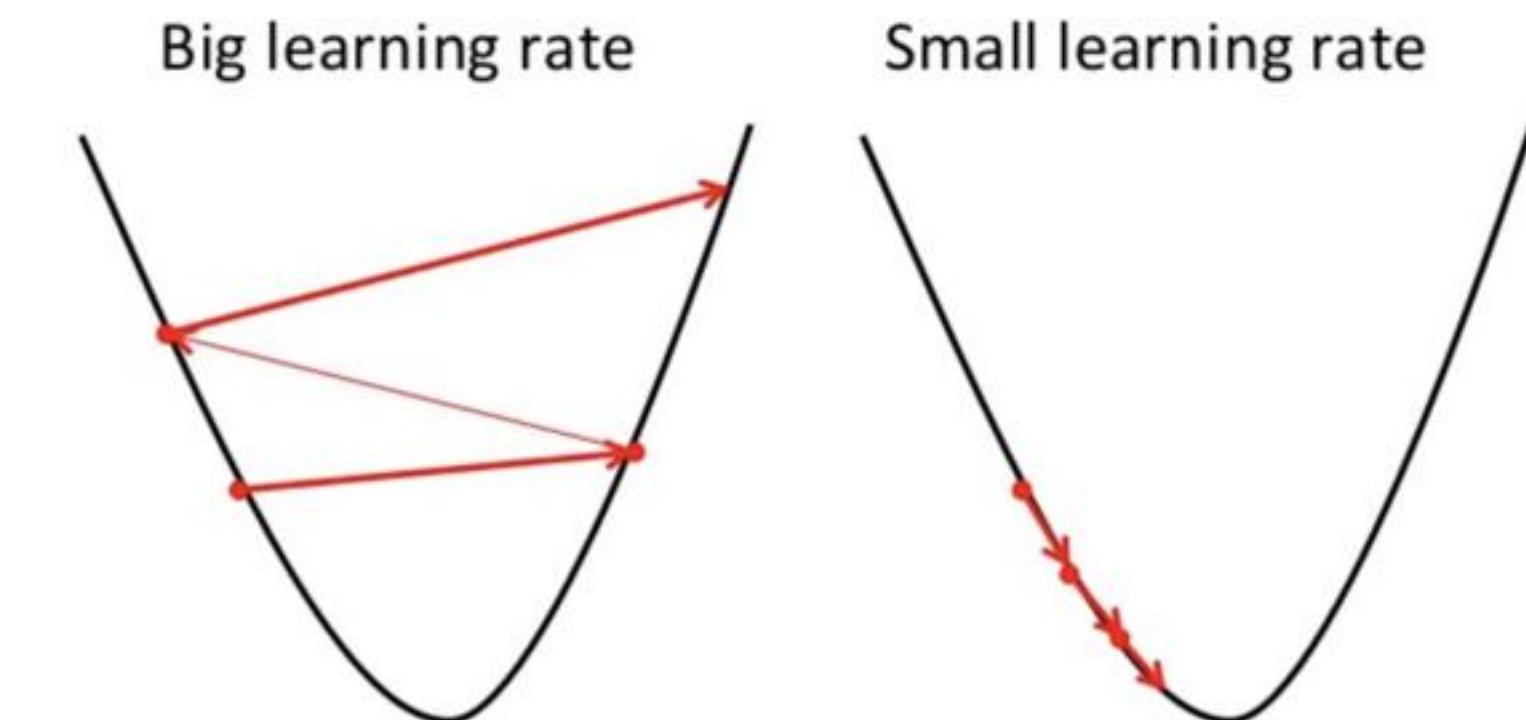
學習率對梯度下降的影響

- 學習率定義了每次疊代中應該更改的參數量。換句話說，它控制我們應該收斂到最低的速度或速度。
- 小學習率可以使迭代收斂，大學習率可能超過最小值

Compute $\partial L/\partial w$

$$w \leftarrow w - \eta \partial L / \partial w$$

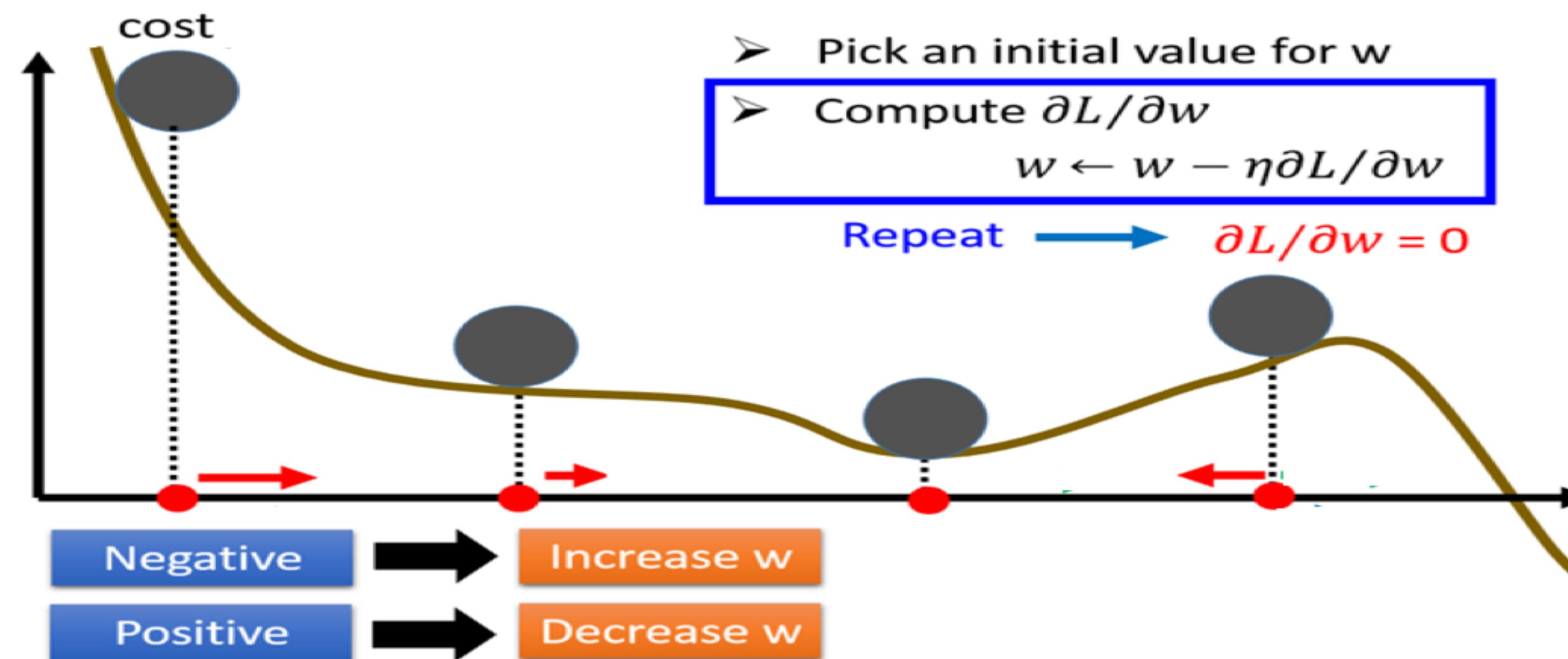
Learning rate
學習率



圖片來源：kknews.cc

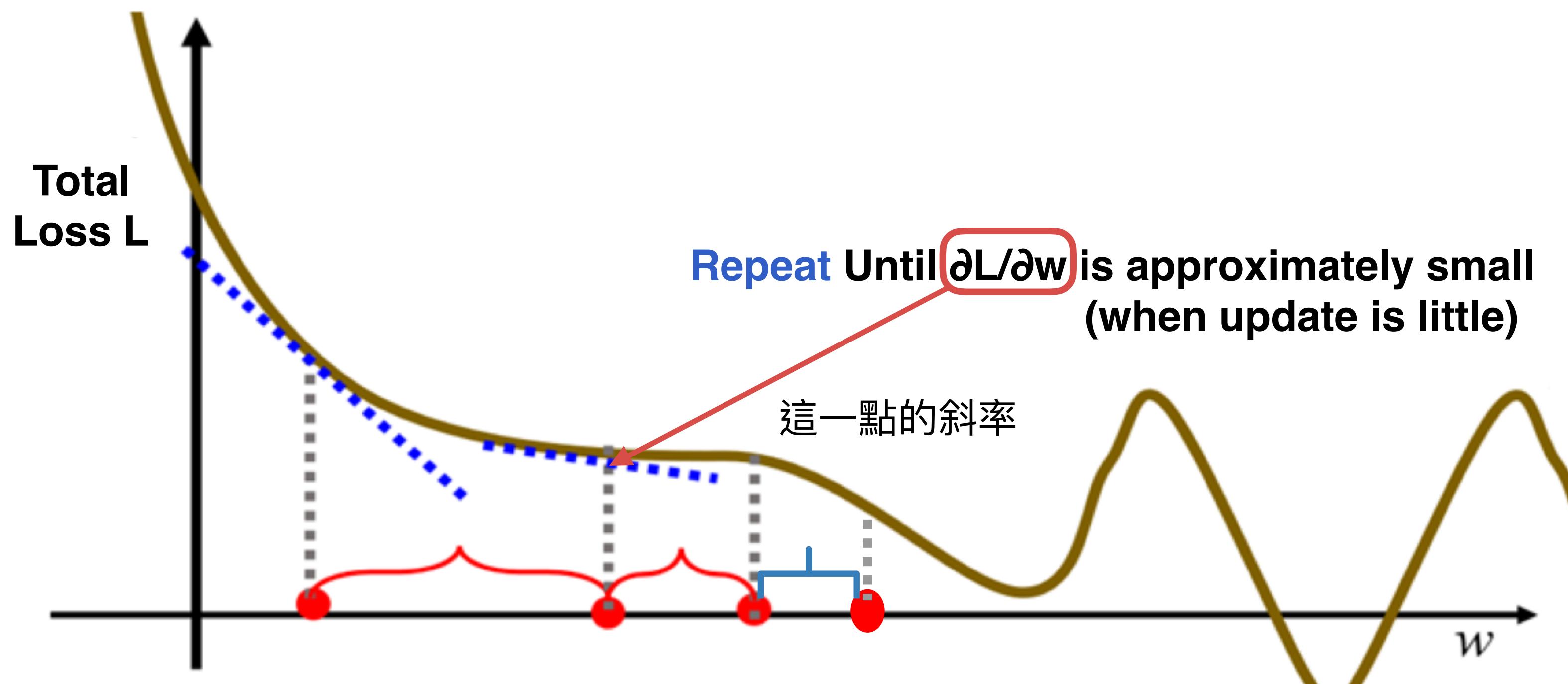
梯度下降法的過程

- 首先需要設定一個初始參數值，通常情況下將初值設為零($w=0$)，接下來需要計算成本函數 cost
- 然後計算函數的導數-某個點處的斜率值，並設定學習效率參數(η)的值。
- 重複執行上述過程，直到參數值收斂，這樣我們就能獲得函數的最優解



怎麼確定到極值點了呢？

- η又稱學習率，是一個挪動步長的基數， $df(x)/dx$ 是導函數，當離得遠的時候導數大，移動的就快，當接近極值時，導數非常小，移動的就非常小，防止跨過極值點

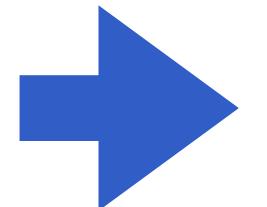


怎麼確定到極值點了呢？(II)

- Gradient descent **never guarantee global minima**
- Different initial point will be caused reach different minima, so different results

But

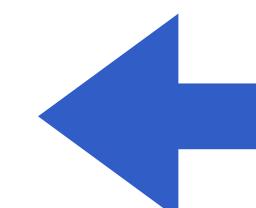
avoid local minima



Popular & Simple Idea: **Reduce the learning rate by some factor every few epochs**

在訓練神經網絡的時候，通常在訓練剛開始的時候使用較大的 **learning rate**，隨著訓練的進行，我們會慢慢的減小 **learning rate**

參數	意義
decayed_learning_rate	哀減後的學習率
learning_rate	初始學習率
decay_rate	哀減率
global_step	當前的 step
decay_steps	哀減週期



具體就是每次迭代的時候減少學習率的大小，更新公式：

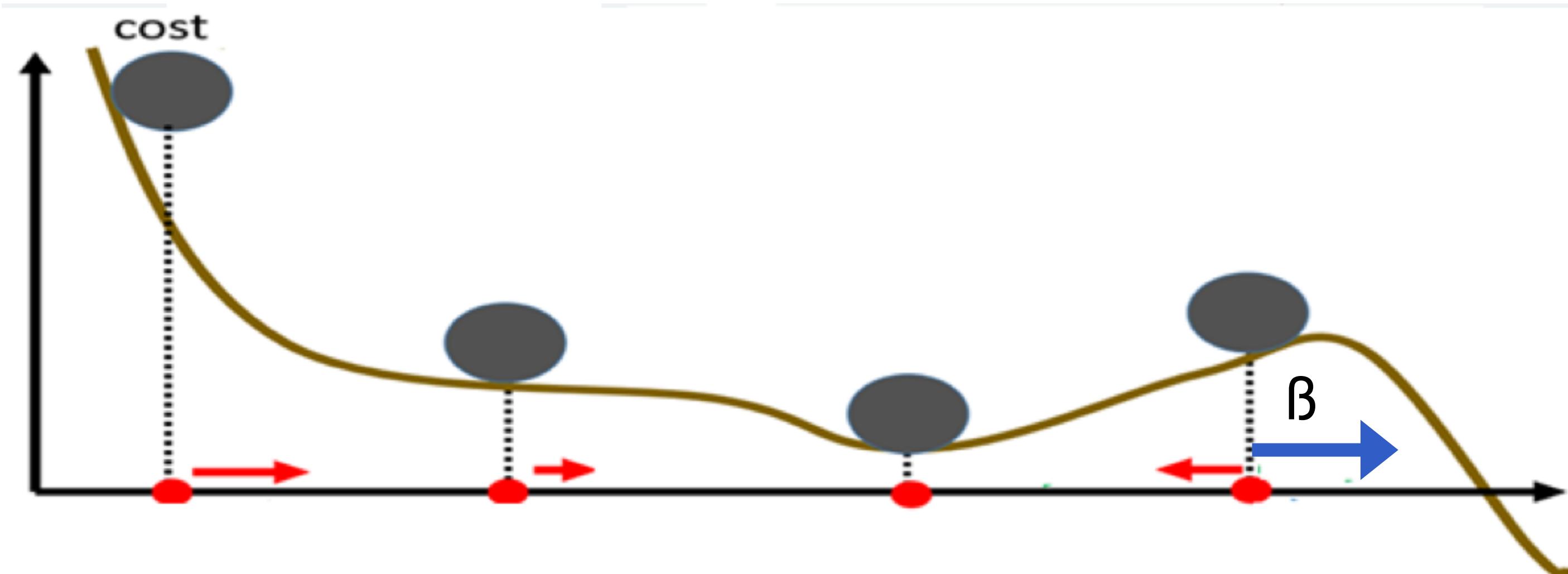
$$\text{decayed_learning_rate} = \text{learning_rate}^* \text{decay_rate}^{\wedge} (\text{global_step}/\text{decay_steps})$$

怎麼確定到極值點了呢？(III)

- 使用 momentum 是梯度下降法中一種常用的加速技術。
- Gradient Descent 的實現：SGD, 對於一般的 SGD，其表達式為

$$x \leftarrow x - a * dx$$
 (x沿負梯度方向下降)
- 而帶 momentum 項的 SGD 則寫生如下形式：

$$\begin{aligned} v &= \beta * v - a * d x \\ x &\leftarrow x + v \end{aligned}$$



前述流程 / python 程式 對照

● 前述流程

- Find the local minima of the function $y=(x+5)^2$ starting from the point $x=3$.
- Step 1 : Initialize $x = 3$. Then, find the gradient of the function, $dy/dx = 2*(x+5)$.
- Step 2 : Move in the direction of the negative of the gradient, and, we use a learning rate.

Let us assume the learning rate $\rightarrow 0.01$

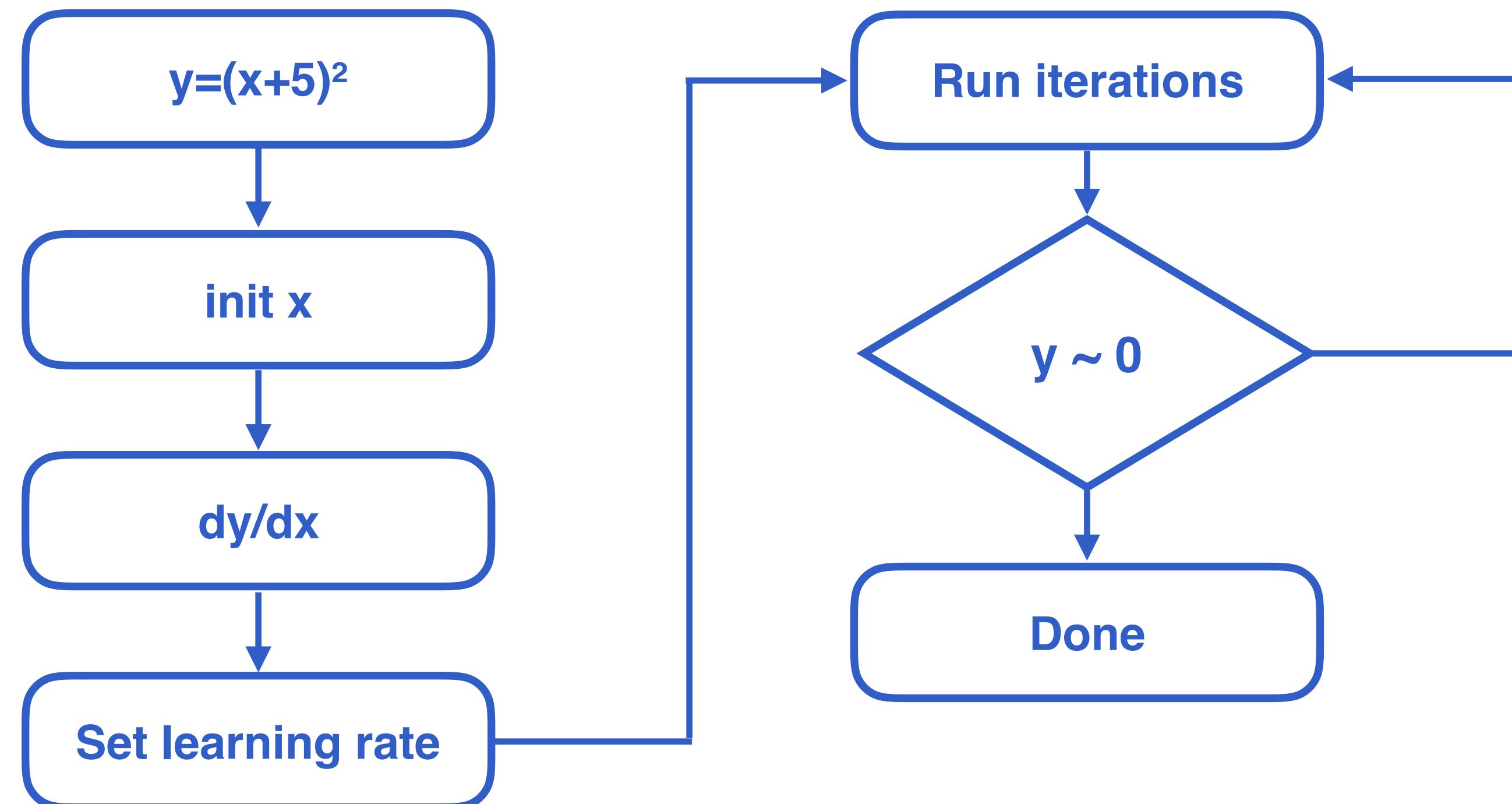
- Step 3 : Let's perform 2 iterations of gradient descent

Question :

We can observe that the X value is slowly decreasing and should converge to -5 (the local minima, $y=(-5+5)^2 = 0$). However, how many iterations should we perform?

前述流程 / python 程式 對照

前述流程



前述流程 / python 程式 對照

python 程式 (請參閱今日範例)

```
In [1]: cur_x = 3 # The algorithm starts at x=3
lr = 0.01 # Learning rate
precision = 0.000001 #This tells us when to stop the algorithm
previous_step_size = 1 #
max_iters = 10000 # maximum number of iterations
iters = 0 #iteration counter
df = lambda x: 2*(x+5) #Gradient of our function

iters_history = [iters]
x_history = [cur_x]

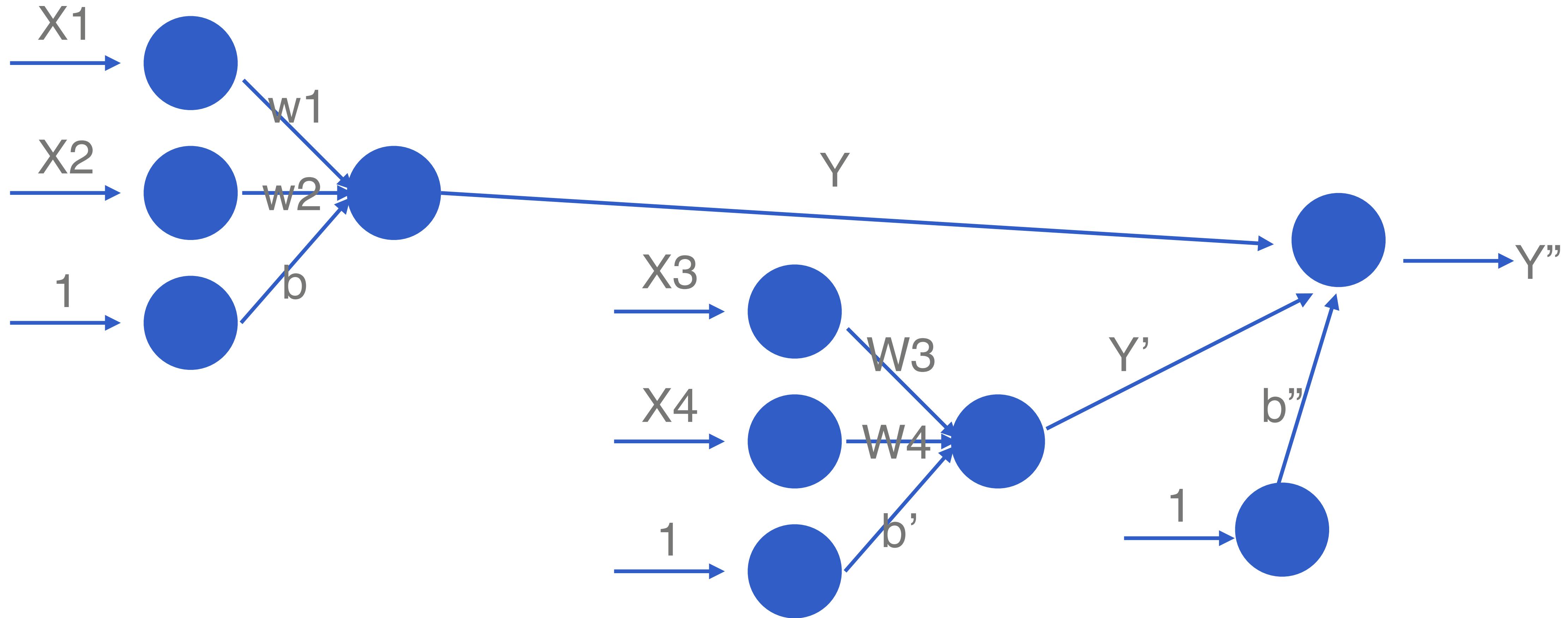
In [2]: while previous_step_size > precision and iters < max_iters:
    prev_x = cur_x #Store current x value in prev_x
    cur_x = cur_x - lr * df(prev_x) #Gradient descent
    previous_step_size = abs(cur_x - prev_x) # 取較大的值, Change in x
    iters = iters+1 #iteration count
    print("Iteration",iters,"X value is",cur_x) #Print iterations
        # Store parameters for plotting
    iters_history.append(iters)
    x_history.append(cur_x)
```

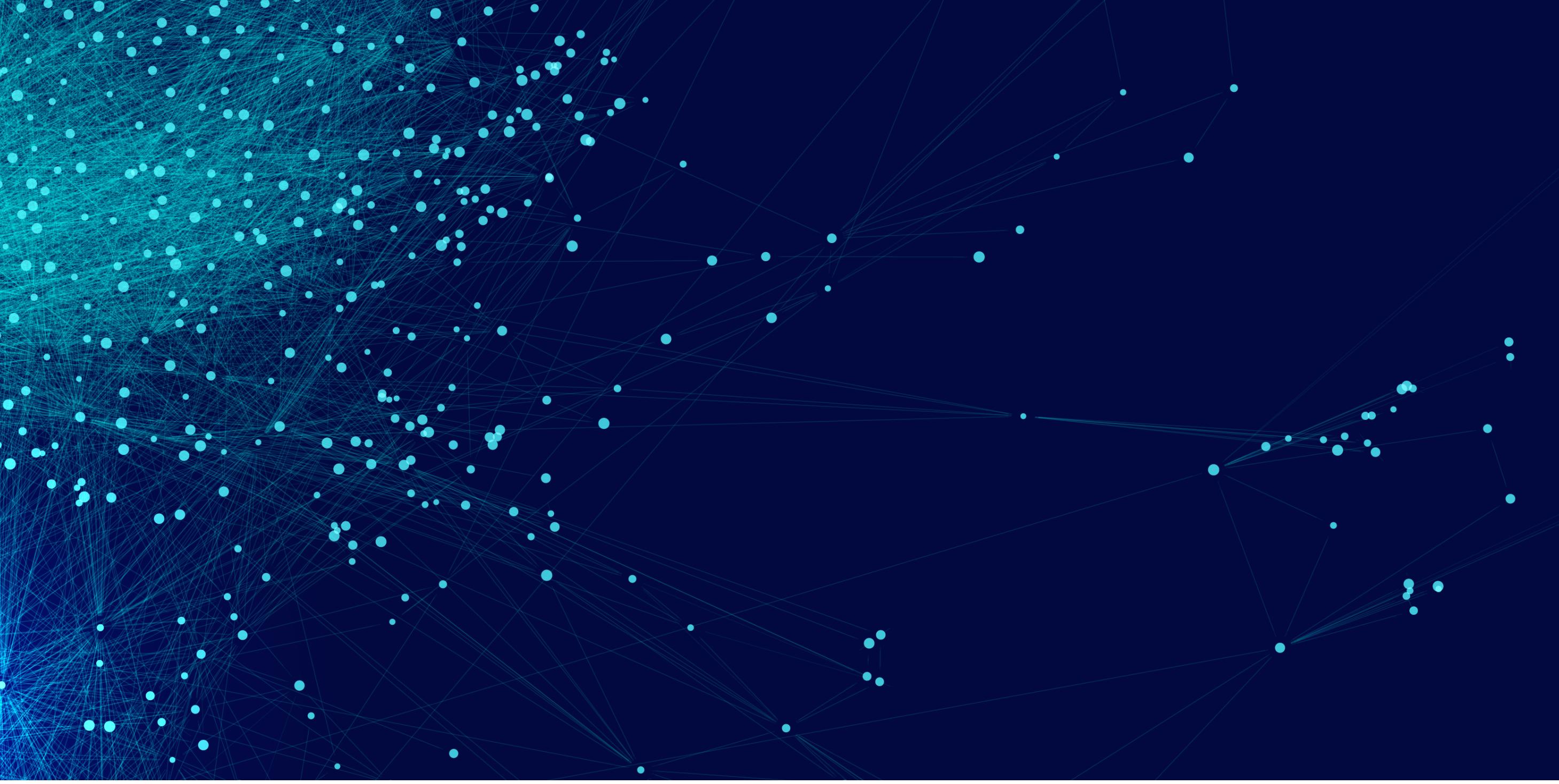
重要知識點複習：梯度下降法 (Gradient descent)

- Gradient descent 是一個一階最佳化算法，通常也稱為最速下降法。
- 要使用梯度下降法找到一個函數的局部極小值，必須向函數上當前點對應梯度（或者是近似梯度）的反方向的規定步長距離點進行疊代搜索。
- 梯度下降法的缺點包括：
 - 靠近極小值時速度減慢。
 - 直線搜索可能會產生一些問題。
 - 可能會「之字型」地下降
- avoid local minima
 - 在訓練神經網絡的時候，通常在訓練剛開始的時候使用較大的 **learning rate**，隨著訓練的進行，我們會慢慢的減小 **learning rate**

複習：網路參數(Network Parameter)

權值 (w_1, w_2, w_3, w_4) 與 Bias (b, b', b'') 都要被更新





延伸閱讀

- 知乎 - [Tensorflow中learning rate decay的技巧\(簡體\)](#)
- 機器/深度學習-基礎數學(二):梯度下降法([gradient descent](#))

推薦延伸閱讀

- exponential_decay :指數衰減

```
decayed_learning_rate = learning_rate * decay_rate ^ (global_step / decay_steps)
```

- natural_exp_decay :自然指數衰減

```
decayed_learning_rate = learning_rate * exp(-decay_rate * global_step)
```

- inverse_time_decay :逆時間衰減

```
decayed_learning_rate = learning_rate / (1 + decay_rate * global_step / decay_step)
```

- polynomial_decay :多項式衰減

```
global_step = min(global_step, decay_steps) decayed_learning_rate = (learning_rate -  
end_learning_rate) * (1 - global_step / decay_steps) ^ (power) + end_learning_rate
```



解題時間

It's Your Turn

請跳出PDF至官網Sample Code & 作業
開始解題

