Métodos Computacionais para Equações Diferenciais

Professora Responsável: Analice Costacurta Brandi 1º sem/2020

## 2º Trabalho Prático

1. Considere a equação de difusão de calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{1}$$

em que $T$ é a temperatura e $\alpha$ é o coeficiente de difusividade térmica do material. Considere uma barra delgada de comprimento de 10 cm, como mostrada abaixo, isolada termicamente ao longo de seu comprimento, mas que tem suas extremidades mantidas às temperaturas de $T_0 = T_1 = 50^{\text{o}}$ C.


Figura 1: Barra termicamente isolada.

Supondo a barra inicialmente à temperatura de $T = 0^{\text{o}}$ C, obtenha a evolução temporal ao longo da barra, utilizando os métodos de Euler explícito e implícito. Faça um gráfico da temperatura da barra em diferentes instantes de tempo para cada um dos métodos. Verifique a consistência e a estabilidade dos métodos numéricos utilizados no exercício.

2. Considere uma barra delgada como mostrada na Figura 2, a uma temperatura inicial $T_{init} = 0^{\text{o}}$ C. A barra possui comprimento $L = 1$ m e sua extremidade direita é colocada à temperatura $T_N = 100^{\text{o}}$ C, enquanto que a extremidade esquerda é mantida em $T_0 = 0^{\text{o}}$ C. O coeficiente de difusividade térmica $\alpha$ vale $0,0834$ m$^2$/s. A partir da temperatura no estado inicial, determine a distribuição de temperatura na barra em vários instantes de tempo.

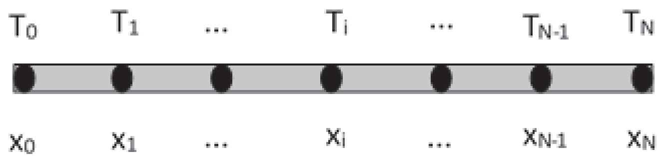


Figura 2: Discretização de uma barra.

Para isso, resolva numericamente a equação (1) utilizando os métodos de Euler explícito, implícito e Crank-Nicolson. Compare a solução numérica com a solução analítica dada por

$$T(x,t) = \frac{x}{L}T_N + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2T_N}{n\pi} sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\alpha t (\frac{n\pi}{L})^2}. \tag{2}$$