## 1º Trabalho Prático

1. Aproxime a solução do PVI

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{1+x^2} - 2y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

utilizando os métodos de Euler e Runge-Kutta de  $4^{\rm a}$  ordem. Escolha apropriadamente h e ilustre graficamente a convergência.

- a) Plote a solução para diferentes valores de h e compare com a solução analítica da equação diferencial dada por  $y(x) = \frac{x}{1+x^2}$ . Calcule os erros das aproximações.
- b) Repita o exercício anterior utilizando o método de Euler com diferentes valores de h, de tal forma que a solução seja tão próxima da solução obtida via método de Runge-Kutta quanto possível.
- c) Compare o número de iterações, para esse exercício, entre o método de Euler e o de Runge-Kutta.
- 2. Resolva numericamente o PVI definido no intervalo [0, 1]:

$$\begin{cases} y' = -y + x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

para diferentes valores de h. E discuta a convergência e a estabilidade do método numérico utilizado em questão.

3. Considere o seguinte PVF definido no intervalo [0, 1]:

$$\begin{cases} y'' + xy' + y = 2x \\ y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Aplique o método de diferenças finitas, utilizando diferenças centrais para as derivadas, e resolva numericamente esta equação.

4. Resolva numericamente o PVF definido no intervalo [0, 1]:

$$\begin{cases} y'' - y' + xy = e^x(x^2 + 1) \\ y(0) = 0 \\ y(1) = e \end{cases}$$

Aplique o método de diferenças finitas, utilizando as fórmulas avançada, atrasada e centrada para as derivadas, e discuta as soluções aproximadas encontradas.

Bom trabalho!