

4º Trabalho Prático

1. Considere o problema elíptico:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2. \quad (1)$$

Considerando um domínio quadrado, ou seja, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ resolva o problema elíptico bidimensional (1), com condições de contorno de Dirichlet, ou seja, $u = 0$ em todos os lados do quadrado.

Obtenha soluções aproximadas para u com $h = k = 0,2; 0,1$ e $0,05$. Resolva o sistema linear proveniente da discretização por algum dos métodos aprendidos em sala. Compare a solução numérica com a solução analítica:

$$u(x, y) = 1 - y^2 - \frac{32}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \operatorname{sech} \left(\frac{(2n+1)\pi}{2} \right) \cosh \left(\frac{(2n+1)\pi x}{2} \right) \cos \left(\frac{(2n+1)\pi y}{2} \right).$$

Dica: Como a função é complicada fazer $x = 0$ e variar y e depois $y = 0$ e variar x .