

算法介绍

对于奇异值分解算法，本次竞赛我们的算法思路如下

1. 将给定矩阵 A 进行双对角化，转化为上双对角实矩阵 B ，即 $A = UBV^H$ ，双对角化过程迭代 r 次(r 为 A 的秩)，若 r 未知，则可在迭代过程中判断 B 的对角和上对角元素是否接近0，从而对 r 进行估计；
2. 在双对角矩阵上应用Demmel & Kahan提出的算法求解奇异值和奇异矩阵，即 $B = U_B S V_B^H$ ；
3. $A = (UU_B)S(VV_B)^H$ 即为 A 的奇异值分解结果，其中， A 的左奇异矩阵为 UU_B ，右奇异矩阵为 VV_B 。

对于任务4，我们进行如下推导

$$I + AA^H = I + USV^H VSU^H = I + US^2U^H$$

$$U^H(I + US^2U^H)U = I + S^2$$

由此可得，

$$(I + AA^H)^{-1} = U(I + S^2)^{-1}U^H$$

可以首先对 A 进行奇异值分解，再对 U 和 S 进行简单计算即可求逆，其中， $(I + S^2)^{-1}$ 为对角阵。

除此以外，我们还使用了分块运算和公式推导等方法简化运算，减少了大规模矩阵乘法的使用，大大提升了算法的运行效率。

环境和运行说明

本次竞赛代码全部使用.m格式脚本编写，使用octave平台进行调试。共包含四个文件，无其余依赖脚本，分别对应四个子任务，函数命名和接口定义如下

1. 任务1: `function [u,s,v] = my_svd_1(A, r)`
2. 任务2: `function [u,s,v] = my_svd_2(A)`
3. 任务3: `function [u,s,v] = my_svd_3(A)`
4. 任务4: `function [inv_AA] = my_inverse(A)`