

1 - Peser le soleil

1. Donner l'expression la force qu'exerce le Soleil sur la Terre. On notera a la distance Terre-Soleil, m la masse de la Terre et M la masse du soleil.
2. La force centrifuge s'écrit $F = mv^2/a$ ou v est la vitesse orbitale de la Terre. En écrivant que le système Terre-Soleil est en équilibre, donner l'expression de M
3. Application numérique.

2 - Rayon et luminosité des étoiles

Rappel :

- Loi de Wien : $\lambda_{\max} = \frac{2.898 \cdot 10^{-3}}{T}$
- Relation luminosité-rayon : $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, avec σ : la constante de Stefan-Boltzman $\sigma = 5.678 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

Le rayon du Soleil est $R = 6.96 \cdot 10^8 \text{ m}$ et sa température est $T = 5770 \text{ K}$. Calculer sa luminosité.

1. Pour les étoiles suivantes, calculer leur rayon en U.A. et leur longueur d'onde de Wien.
2. A quelle émission cette longueur d'onde correspond.
 - Naine blanche : $L = 10^{-2} L_{\text{sol}}, T = 20000 \text{ K}$
 - Géante rouge $L = 10^2 L_{\text{sol}}, T = 4200 \text{ K}$

3 - Redshift et Loi de Hubble

1. En prenant $H_0 = 70.7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, calculer la vitesse et le redshift z de ces objets (tableau 1).

Source	NGC 34	NGC 1808	NGC 3511	NGC 5427	NGC 691
distance(Mpc)	84.0	14.2	15.8	37.4	36.0

TABLE 1 – Données expérimentales

2. Quel serait l'âge de l'Univers si la vitesse d'expansion était toujours restée constante au cours du temps ?
3. Cette valeur est-elle correcte ? Commenter.
On considère la figure 1. Pour faire simple, on prend un carreau = 1 unité et $H=0.5$ unité.
4. Calculer la vitesse de C et B par rapport à A .
5. Calculer la vitesse de A et B par rapport à C .
 A possède-t-il une place particulière dans l'univers.

4 - Approche poissonnienne

Sur un trajet ferroviaire deux incidents par an sont constatés.

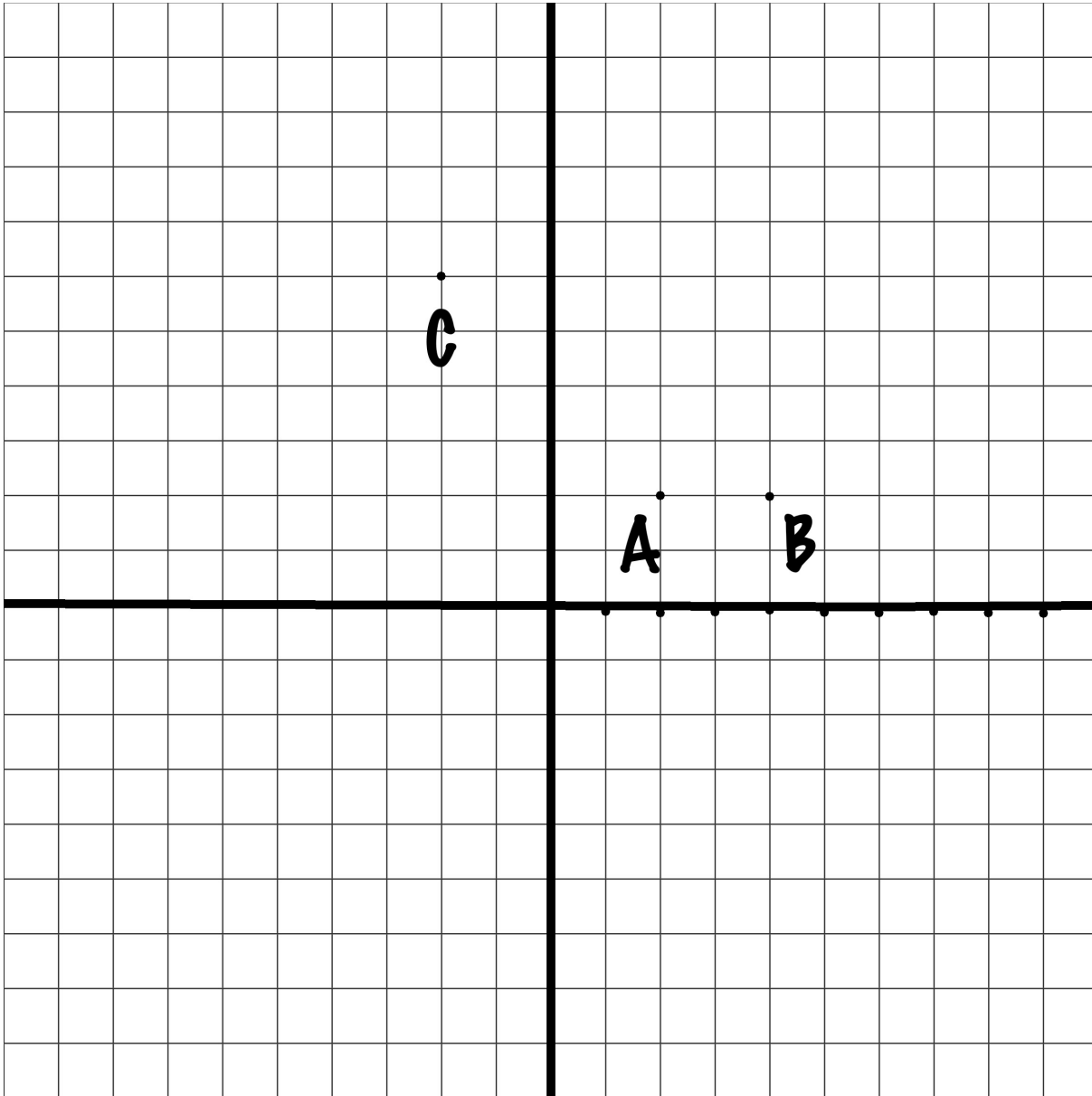


FIGURE 1 – Schema pour l'exercice sur la constante de Hubble.

1. Quelle est la probabilité qu'il y en ait exactement dix en dix ans ?
2. Quelle est la probabilité qu'il n'y en ait pas en dix ans ?

Rappel : Loi de Poisson : $P(k) = \lambda^k / (k!) e^{-\lambda}$

5 - Application de la formule de Li&Ma

Rappel : Formule de Li&Ma (version simplifiée) : $S = N_{on} \cdot \log\left(\frac{N_{on}}{\mu_{bkg}}\right) - N_{on} + \sqrt{\mu_{bkg}}$ et $\mu_{bkg} = N_{off} / \alpha$

Donnez les significativités de détection des mesures suivantes :

- $N_{on} = 54, N_{off} = 32, \alpha = 4$
- $N_{on} = 922, N_{off} = 212, \alpha = 8$
- $N_{on} = 128, N_{off} = 473, \alpha = 2$

6 - Test d'hypothèse

Rappel : L'estimateur de test est défini par $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s_*/\sqrt{N}}$ Avec $s_* = \sqrt{n/(n-1)}s$

Une civilisation extra-terrestres souhaite envahir la Terre et réduire en esclavage les humains. Afin d'évaluer les risques de rébellion, les meilleurs scientifiques extra-terrestres ont identifié un coefficient de rébellion allant de 0 à 100. Elle ne souhaite envahir la Terre que si la moyenne du coefficient de rébellion des terriens est inférieure à 34.

Des enlèvements de personnes ont donc été réalisés pendant plusieurs années afin de constituer un échantillon test suffisamment important. D'après la police le nombre d'enlèvements attribués à des extra-terrestres est de 100 sur les dernières années. On considère que la population suit une loi normale en ce qui concerne le coefficient de rébellion. Les mesures effectuées montrent que la moyenne de l'échantillon est de $\bar{X} = 32.6$ et l'écart type $s = 6.72$. On pose l'hypothèse nulle : la moyenne du coefficient de rébellion (μ_0) vaut 34. Un test unilatéral gauche est effectué car les extra-terrestres veulent connaître la certitude que cette valeur ne soit pas plus grande. Un risque de 5% est pris par les extra-terrestres.

1. Est-ce les extra-terrestres devraient envahir la Terre au risque de 5% ?