

# Definição das Conjecturas

## 1. Conjectura Manso:

Para qualquer  $n$  natural

Se  $n$  for primo:

$$n + (n + 1)$$

Se  $n$  divisível por 5:

$$n / 5$$

Se  $n$  divisível por 9, e não por 5

$$n + 1$$

Se  $n$  divisível por 2, e não por 9 nem por 5,

$$n/2$$

Se não se encaixar em nenhum dos casos, soma os algarismos ao próprio número.

Todos os números devem chegar no loop  $3 - 7 - 15 - 3$ .

## 2. Conjectura Fê:

Para qualquer  $n$  natural

Se  $n$  divisível por 2:

$$n/2$$

Se  $n$  divisível por 3, e não por 2:

$$n/3$$

Se  $n$  divisível por 5, e não por 2 nem 3:

$$n/5$$

Se  $n$  divisível por 7, e não por 2, nem por 3, nem por 5:

$$n/7$$

Se não se encaixar em nenhum dos casos, soma os algarismos ao próprio número.

Todos os números devem chegar em 1.

## 3. Produto Soma de Dígitos (PSD):

Para qualquer  $n$  natural

Se  $n$  tiver algum algarismo 0, substitua-o por 1

Multiplique os seus algarismos resultando em  $p$

Se  $n$  (sem o 1 substituído) divisível pelo produto dos algarismos:

$$n/p$$

Se não:

$$n + p$$

Todos os números devem chegar em 1 ou em um loop a partir do 326.

#### 4. Produto Modificado de Dígitos (PMD):

Para qualquer  $n$  natural

Se  $n$  tiver algum algarismo 0, substitua-o por 2

Multiplique os seus algarismos resultando em  $p$

Se  $n$  (com o 2 substituído) divisível pelo produto dos algarismos:

$$n/p$$

Se não:

$$n + p$$

Todos os números devem chegar no 1, entrar em um loop a partir do 774 ou crescer infinitamente.

#### 5. Teste de Primalidade do Fê (por números triangulares):

Para um número triangular qualquer, dado por triangular qualquer número  $T = n \cdot (n + 1) / 2$ , quando  $n$  é um número natural.

Considere o produto de dois números triangulares consecutivos  $T_n \times T_{n-1}$ , onde  $n$  é par.

Ao aplicar divisões sucessivas por números primos em ordem crescente (2, 3, 5, 7, 11, 13, ...), o processo deve resultar em:

Um número primo, nesse caso  $(n + 1)$  é composto.

Ou

O quadrado de um número primo, onde se  $p^2$  não é divisível por nenhum primo  $\leq \sqrt{(Tn+1)}$ , então  $(n+1)$  é primo; se não continua até chegar no resultado esperado.

#### 6. Conjectura Dentro da Conjectura de Collatz:

Seja  $a_n = \frac{4^n - 1}{3}$ , onde  $n$  é um número natural.

É simples demonstrar que qualquer número natural, ao ser processado pela dinâmica da conjectura de Collatz, desde que não seja uma potência de 2 e assumindo a veracidade da conjectura, deve eventualmente atingir algum termo da sequência  $(a_n)$ . Isso ocorre porque, para alcançar o ciclo  $4 - 2 - 1 - 4$ , é obrigatório atingir primeiro uma potência de 2. Entretanto, exceto nos casos em que uma potência de 2 é repetidamente dividida por 2, a única forma de chegar a uma potência de 2 é a partir de um número ímpar  $x$  que satisfaça

$$3x + 1 = 2^k$$

Substituindo  $x = a_n$  obtém-se:

$$3 \frac{4^n - 1}{3} + 1 = 2^k$$

Desenvolvendo a expressão:

$$4^n = 2^k$$

O que é verdadeiro para qualquer  $n$ , sendo  $k = 2n$ , já que  $4 = 2^2$ .

Além disso, como toda potência de 4 é congruente a 1(mod3), a sequência ( $a_n$ ) torna-se particularmente relevante no estudo da dinâmica da conjectura de Collatz.

Os testes em andamento têm como objetivo verificar se, dado um número qualquer menor que  $a_m$ , ele jamais converge para um termo  $a_m$ , com  $m > n$ .