

## Tarea 2

La presentación vence el 20 de marzo.

1. Escriba la ventaja y desventaja de metodo de interpolación de (a) lagrange; (b) newton; (2) polinomio ortonormal; (c) polinomio de orden superior; (e) curva hermite y (f) curva spline.

2. Hallar la calidad de la interpolación de la función  $\sin(x)$  mediante un polinomio de grado 7 en el interval  $[0,1]$ .

3. Hallar la calidad de la interpolación de la function  $(1+x^2)^{-2}$

4. Realice aproximación  $\int_a^b f(x)dx$  utilizando las aproximaciones polinomiales en  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$  mediante de las reglas de Simpson, de Simpson 3/8 y de Milne.

5. ¿Con qué grado de exactitude podemos calcular  $\sqrt{117}$  mediante interpolación polinómica para la función  $y = \sqrt{x}$  si elegimos los puntos  $x_0 = 100, x_1 = 121, x_2 = 144$ ? ¿Y si se eligen  $x_0 = 100, x_1 = 110, x_2 = 120$ ?

6. Calcular  $\sqrt{117}$  con ocho puntos eligidos de forma que sean las raíces del polinomio de Tchebychev en el interval  $[100, 200]$ . ¿Y si se eligen los ocho puntos de la distribución uniforme. Graficar entre  $[100, 200]$  con estos ocho ountos en ambos casos.

7. Clasifique cada una de las siguientes matrices como bien condicionadas o no condicionadas

$$(a) \begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{-10} \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 10^{-10} & 0 \\ 0 & 10^{-10} \end{bmatrix} \quad (d) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

8. Demuestra que la siguiente matriz es singular.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Si  $b = [2 \ 4 \ 6]^T$ , ¿cuántas soluciones tiene en el Sistema?

9. En el siguiente sistema lineal,  $Ax = b$  donde,

$$A = \begin{bmatrix} 0.913 & 0.659 \\ 0.457 & 0.330 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0.254 \\ 0.127 \end{bmatrix}$$

¿Cuál de las siguientes soluciones aproximadas es la mejor solución?

$$(A) \begin{bmatrix} -0.0827 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad (B) \begin{bmatrix} 0.999 \\ -1.001 \end{bmatrix}$$

10. (a) Interpolar la función  $f(x) = \cos(\pi x)$  en los nodos  $x_1 = 0$  y  $x_2 = 1$  con el polinomio de Hermite cúbico  $H(x)$ . Encuentre el error absoluto de  $H(1/2)$  y  $H'(1/2)$ .

(b) Una función  $S(x)$  definida en el intervalo  $[a, b]$  es un spline de orden  $m$  si  $S(x)$  y sus todos derivados hasta el orden  $m-1$  son continuos ( $S(x) \in C^{m-1}[a, b]$ ) y el porción de  $S(x)$  en cada de los subintervalos  $[x_k, x_{k+1}]$  es un polinomio de orden  $m$  ( $k=1, 2, \dots, n-1$  y  $a=x_1 < x_2 < \dots < x_n=b$ ). Cuántas condiciones de frontera son necesarias para especificar la spline de orden  $m$  que se interpola  $f(x)$  en los nodos  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ?