

# Proyecto Final optimización

**CIMAT Monterrey**

**Maestría en cómputo estadístico**

## **Análisis Envolvente de Datos (DEA); aplicación en la medición de la eficiencia bancaria en México.**

Miranda Belmonte Hairo Ulises

hairo.miranda@cimat.mx

**Institución:** Centro de Investigación en Matemáticas Unidad  
Monterrey

**Dirección:** Alianza Centro 502, 66629 N.L

**Programa:** Maestría en Computo Estadístico

**Fecha:** 10 de Mayo del 2019

**Clase:** Optimización

## **Resumen**

En este trabajo se explica el método de análisis envolvente de datos (DEA) para la solución de problemas de frontera eficiente mediante su representación como problema de programación lineal. Se implementa una aplicación del método con datos para 15 banco intermediarios en México en el año 2016, con el fin de calcular su eficiencia por medio de DEA.

**Keywords:** DEA, Frontera eficiente, CCR, BCC

# Contenido

1	Introducción . . . . .	4
2	Conceptos . . . . .	5
	2.1 Eficiencia . . . . .	5
	2.2 Eficiencia-Relativa . . . . .	6
3	Modelos CRS . . . . .	6
	3.1 Modelo ratio . . . . .	6
	3.2 Modelo CCR-input . . . . .	8
4	Modelos VRS . . . . .	11
	4.1 Modelo BCC-input . . . . .	11
	4.2 Modelo BCC-input RTS . . . . .	13
5	Comparación CCR y BCC con orientación a entrada . . .	14
6	Aplicación . . . . .	14
	6.1 Modelo económico . . . . .	15
	6.2 Datos . . . . .	16
	6.3 Librerías . . . . .	17
	6.4 Resultados . . . . .	18
	6.5 Conclusiones . . . . .	21

## 1 Introducción

El método análisis envolvente de datos DEA, por sus siglas en ingles, es un modelo no paramétrico que se basa en resolver problemas de programación lineal. El método DEA fue implementado por primera vez por Charnes, Cooper y Rhodes en 1978, cuyo trabajo se encuentra basado en el de Farrell(1957), desarrollando conceptos en la medición y la evaluación en la productividad.

Charnes, Cooper y Rhodes implementan por primera vez DEA para la evaluación de programas escolares, con el problema de medir la eficiencia de forma relativa entre distintas instituciones; dando como resultado la primera formulación matemática del método DEA, con el modelo CCR.

DEA es conocido como una herramienta analítica para la medición y evaluación de la eficiencia entre unidades de toma de decisión, que en la literatura se le conocen por sus cifras en ingles como, DMU (Decision Making Unit).

Entre las ventajas de utilizar DEA, se encuentra la ausencia a muchos supuestos y el ser un método no paramétrico. Charnes, et.all. define a DEA como una metodología dirigida a fronteras de eficiencia, en vez de tendencias centrales, como lo que se busca mediante los ajustes de hiperplanos por medio de métodos de regresión.

La fronteras de eficiencia, en economía, son conocidas como fronteras de producción de las DMU's, capaces de medir la curva de posibilidades de producción. La estructura de estas fronteras pueden presentar distintos retornos a escala; i.e., retornos a escala constante (CRS) o retornos a escala variables (VRS).

Los retornos a escala constante (CRS), son incrementos proporcionales en las entradas (insumos) de las DMU's que conlleva a aumentos de la misma magnitud en las salidas (productos), i.e., combinaciones lineales. En el caso de retornos a escala variables (VRS), incrementos o decrementos de las entradas son asimétricos a los de la salidas; i.e., casos convexos.

En general, los modelos DEA buscan encontrar un punto accesible con

una mayor productividad con la cual se compare las distintas DMU's; entonces, dado una unidad productora, se puede plantear un modelo de programación lineal que busca una combinación ya sea lineal o convexa de las unidades de decisión que existen en la economía.

Una unidad de decisión es llamada eficiente si no existe algún punto que lo domine; caso contrario, cuando una unidad es dominada por otra, ya sea que presente un número mayor de entradas (input), o de salidas (output). Otra de las peculiaridades del método DEA se encuentra cuando una DMU no es eficiente, en estos casos el modelo realiza un proyección de la observación sobre la frontera, midiendo la eficiencia de esa unidad en términos de reducción del consumo de las entradas e incrementos en la producción de la salida.

Las proyecciones de los datos a la frontera de eficiencia se presenta de varias formas; sin embargo, las orientaciones por la cual la observación llega a la frontera son dos; la orientación de entrada (input-output), que consiste en la reducción máxima posible de los recursos a manera equi-proporcional sin reducir la producción; y la orientación de salida (output-input), incrementos máximos del producto de forma equi-proporcional sin un incremento de las entradas.

El método DEA se ha convertido en una herramienta complementaria para distintos análisis de costo-beneficio, estimación de fronteras eficientes; de esta manera, el alcance del presente trabajo es el presentar el método DEA, como problema de programación lineal para la medición de eficiencia en la industria bancaria, desde una orientación de entradas. El trabajo se encuentra estructurado de la siguiente manera; la sección 1, introducción; sección 2, conceptos necesarios; sección 3, modelos CCR y VRS, sección 4, comparación de los modelos CCR y VRS; y por último, la aplicación al sector bancario.

## 2 Conceptos

### 2.1 Eficiencia

Pareto-Koopmans introducen el análisis de eficiencia por medio de las características en los precios e insumos y las cantidades en la producción,

que son determinadas por la habilidad de satisfacer la demanda del mercado; esta definición, según Pareto-Koopmans, indica que una unidad de decisión es 100% eficiente si y solo si ninguna de sus entradas (inputs) o salidas (outputs) pueden mejorar sin empeorar alguna otra de sus entradas o salidas.

## 2.2 Eficiencia-Relativa

Farrell(1957), extiende el concepto de eficiencia evitando el uso de precios, y en vez de esto utiliza el desempeño mismo de las DMU, con el fin de evaluar el comportamiento de cada unidad de decisión en términos relativos al insumo-producto y haciendo posible la evaluación empírica de la eficiencia relativa.

Una definición formal propuesta por Farrell es la siguiente; una DMU es 100% eficiente si y solo si el desempeño de otras DMU no muestra que algunas de sus entradas o salidas pueden mejorar sin empeorar alguno de sus otras entradas y salidas.

Charnes, Cooper y Rhodes, son los primeros que llevan a la práctica la definición de eficiencia relativa, utilizando una representación matemática por medio del método DEA, y tratando al problema de estimación en la eficiencia relativa para las DMU como uno de programación lineal; de esta manera, DEA utiliza el desempeño de las entradas y salidas de una unidad de decisión, y las contrasta respecto a las otras para evaluar su eficiencia en términos relativos.

## 3 Modelos CRS

Los modelos de retornos constantes a escala utilizan como referencias a aquellas unidades tomadores de decisión que registran una mayor productividad sobre todas las observadas a la hora de realizar el calculo de la eficiencia relativa.

### 3.1 Modelo ratio

¿ Qué es?

Este modelo fue propuesto en el trabajo de Charnes, Cooper y Rhodes, basado en trabajos previos donde se utiliza programación fraccional. Su

nombre proviene del hecho de que la función objetivo es un cociente, complicando su solución al no ser un problema lineal.

Utilizando DEA las unidades de decisión toman los pesos que maximicen su eficiencia de forma libre; las DMU tienen en cuenta que al elegir los pesos estos serán utilizados por el resto de unidades; de esta manera, las unidades comparan su productividad por medio de sus pesos con los cuales hacen que su eficiencia sea mejor.

### Modelo multiplicativo

$$\max h_j = \frac{\sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}}$$

*s.a.*

$$\frac{\sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$v_{kj} \geq \epsilon \quad k = 1, 2, \dots, s$$

$$u_{ij} \geq \epsilon \quad i = 1, 2, \dots, m$$

donde:

$j = 1, \dots, n$  representa a las DMU's;  $i = 1, \dots, m$  las entradas (inputs);  $k = 1, \dots, s$  las salidas (outputs);  $x_{ij}$  las cantidades de entrada  $i$  consumidas por la  $DMU_j$ ; con  $y_{kj}$  como las cantidades de salida  $k$  producidas por  $DMU_j$ ; y  $\epsilon$  un número pequeño positivo que obliga a los pesos  $u$  y  $v$  a no ser cero.

### ¿ En qué consiste?

Soluciona  $n$  problemas de maximización de un problema de programación lineal, la cual corresponde a cada DMU; donde la función objetivo selecciona los pesos que maximicen la eficiencia de la entidad tomadora de decisiones que se este analizando.

### Restricciones

La restricción más relevante de modelo indica que ninguna DMU debe tener una eficiencia mayor a uno; de esta manera, las unidades que no son eficientes, inclusive con la selección de pesos que lo hagan eficiente, se debe a la existencia de algún DMU con esos coeficientes.

Al resolver el problema se obtiene un subconjunto de DMU que resultan ser eficientes, con un valor  $h_j = 1$ ; y aquellas DMU's que tengan valores distintos serán considerados como ineficientes, con un eficiencia de  $h_j < 1$ , e ineficiencia  $1 - h_j$

### 3.2 Modelo CCR-input

#### ¿ Qué es?

El modelo CCR<sup>1</sup> viene a resolver la dificultad de resolución del modelo Ratio. CCR utiliza una representación lineal equivalente del modelo Ratio, sustituyendo los cocientes por expresiones lineales.

Charnes, Cooper y Rhodes, recalcan el hecho de que maximizar un cociente es equivalente a maximizar su denominador manteniendo constante su denominador; de esta manera, el modelo se plantea de la siguiente forma:

#### Modelo Multiplicativo

---

<sup>1</sup>CCR por Charnes, Cooper y Rhodes



$$\begin{aligned}
& \max \sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj} \\
& \text{sa} \\
& \sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj} - \sum_{i=1}^m u_{ij} y_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\
& \sum_{i=1}^m u_{ij} y_{ij} = 1 \\
& v_{kj} \geq \epsilon \quad k = 1, 2, \dots, s \\
& u_{kj} \geq \epsilon \quad i = 1, 2, \dots, m
\end{aligned} \tag{2}$$

### Restricciones

Las primeras  $n$  restricciones se refieren a la transformación lineal en el modelo Ratio, la cual indica que la eficiencia de las unidades deben ser menor o igual a uno.

Al resolver el problema de programación lineal, se obtienen no solo las eficiencia para cada DMU, sino que se reduce el número de soluciones alternativas de los pesos con la restricción  $\sum_{i=1}^m u_{ij} y_{ij} = 1$

Charnes, Cooper y Rhodes, hacen mención de las virtudes de resolver el problema desde su forma dual; de esta manera, el problema se representa por medio del dual, también conocido como el modelo envolvente.

### Modelo Envolvente

$$\begin{aligned}
& \min \theta_j - \epsilon(\sum_{i=1}^s h_k^+ + \sum_{i=1}^m h_i^-) \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j = \theta_j x_{ij} - h_i^- \quad i = 1, \dots, m \\
& \sum_{j=1}^n y_{kj} \lambda_j = y_{kj} - h_k^+ \quad k = 1, \dots, s \\
& \lambda_j, h_i^-, h_k^+ \geq 0 \\
& \theta_j \text{ libre}
\end{aligned} \tag{3}$$

donde  $\lambda_j$  son las restricciones correspondientes al problema primal,  $\theta_j$  las restricciones restantes,  $h_i^-$  y  $h_k^+$  son variables de holgura.

Para solucionar el modelo, primero se resuelve el modelo envolvente considerando solo  $\theta$  para obtener  $\theta^*$ ; después, se vuelve a resolver el dual para las holguras; con esto y dado a las virtudes del problema dual, la solución del envolvente (dual) es la misma que la multiplicativa (primal).

En resumen, la función objetivo trata que  $\theta$  tenga valores menor a uno. Las restricciones establecen combinaciones lineales entre los puntos de la unidad analizada y los restantes; de esta manera si un punto no es eficiente utiliza las otras unidades par realizar proyecciones a la frontera por medio de combinaciones lineales. Por último, si una unidad tiene  $\theta^* = 1$  y  $h_k^+$ ,  $h_k^+$  distinta a cero, se realiza la proyección a la frontera y la unidad es débilmente eficiente; si  $\theta^* = 1$  y las holguras son cero, entonces la unidad es eficiente.

En la figura 1, se muestra la frontera que se realiza con CCR, donde las DMU's son los puntos en los cuales operan las empresas; se observa, que cuando una DMU no cae en la frontera eficiente, se realiza una proyección de ella por medio de combinaciones lineales de aquellas que si se encuentran sobre la frontera.

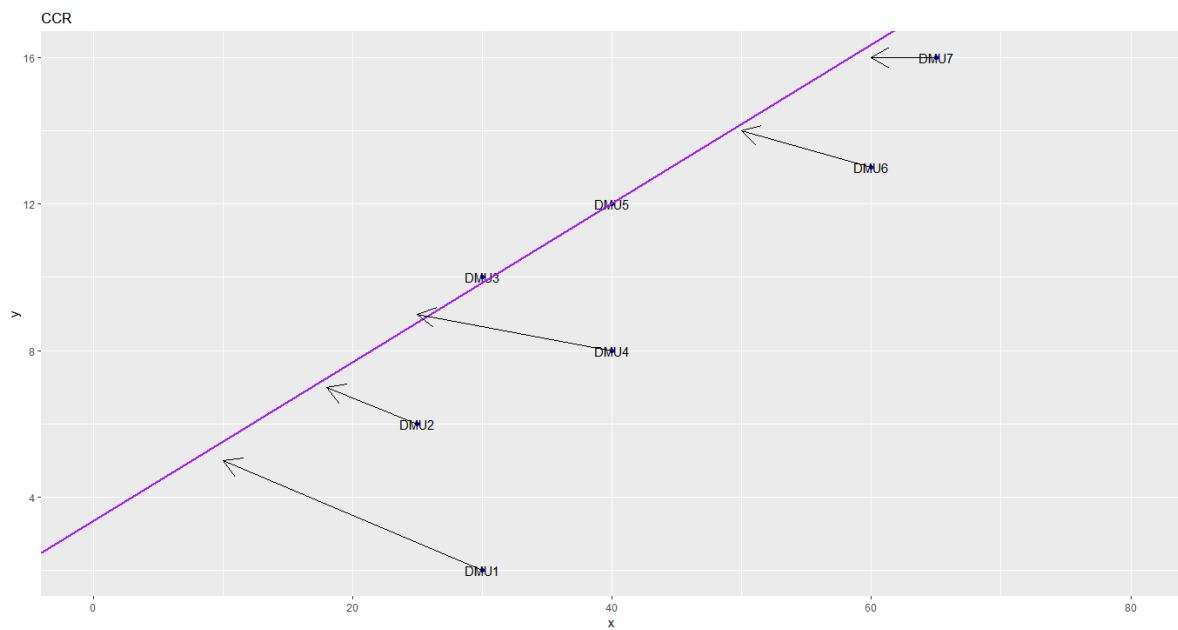


Figure 1: Frontera eficiente rendimientos a escala constantes

## 4 Modelos VRS

A diferencia de los modelos CRS, estos modelos son capaces de resolver problemas con supuestos de retornos variables a escala.

### 4.1 Modelo BCC-input

¿Qué es?

Banker, Charnes y Cooper (1984), presentan el modelo BCC, para la introducción de retornos variables, se introduce al modelo ratio, en su forma lineal, algunas restricciones y variables e indican al modelo que cada DMU debe ser contrastado solamente con aquellas del mismo tamaño.

### Modelo Multiplicativo

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj} - \gamma \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{k=1}^s v_{kj} y_{kj} - \sum_{i=1}^m u_{ij} y_{ij} + \gamma \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^m u_{ij} y_{ij} = 1 \\
 & v_{kj} \geq \epsilon \quad k = 1, 2, \dots, s \\
 & u_{kj} \geq \epsilon \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & \gamma_j \text{ libre}
 \end{aligned} \tag{4}$$

### Restricciones

donde  $v_{kj}$ ,  $u_{ij}$  son los vectores que generan el hiperplano que constituye a la frontera eficiente, y  $\gamma$  un parámetro que evita que el hiperplano no pase por el origen.

### Modelo Envolvente

$$\begin{aligned}
 & \min \theta_j - \epsilon (\sum_{i=1}^s h_k^+ + \sum_{i=1}^m h_i^-) \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j = \theta_j x_{ij} - h_i^- \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n y_{kj} \lambda_j = y_{kj} - h_k^+ \quad k = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j, h_i^-, h_k^+ \geq 0 \\
 & \theta_j \text{ libre}
 \end{aligned} \tag{5}$$

## Restricciones

Bajo el modelo BCC la restricción adicional en el modelo dual es la suma de los lambdas, la cual obliga a las proyecciones de las unidades realizarse con unidades de su mismo tamaño. En este modelo aparecen unidades que considerando retornos constantes no aparecían; de esta forma, la frontera la conforman más DMU's, con el valor de la eficiencia relativa medida para cada unidad con el parámetro  $\theta$ .

BCC trae consigo una nueva forma de frontera, que contraste a la realizada por la CCR (combinación lineal), está es de tipo convexa. En la figura 2, se presentan los dos casos, donde la estructura convexa de la estimación por BCC, permite que una empresa se compare por su tipo de rendimiento a escala por la cual opera; entre estas se encuentra los rendimientos a escala crecientes (REC) y decrecientes (RED), los cuales se visualizan mejor en la figura 3.

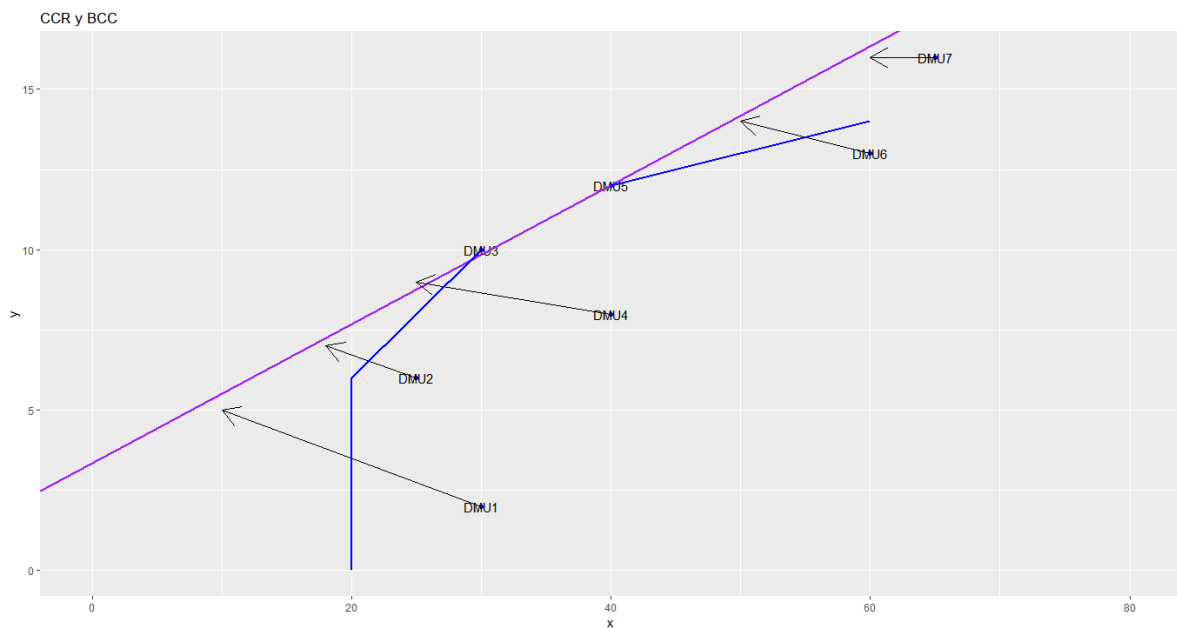


Figure 2: Frontera eficiente rendimientos a escala variables

### 4.2 Modelo BCC-input RTS

Al tener el modelo BCC frontera de eficiencia convexa, permite los supuestos de diferentes retornos a escala; de esta manera , se tiene lo siguiente casos:

- **caso 1:** si  $\gamma < 0$ , retornos a escala crecientes (REC).
- **caso 2:** si  $\gamma > 0$ , retornos a escala decrecientes (RED).
- **caso 3:** si  $\gamma = 0$ , retornos a escala constantes (modelo CCR).

En la figura 3, se presenta la frontera convexa que realizan los modelos BCC, asumiendo retornos a escala variables; donde REC es la parte creciente y RED la parte decreciente.

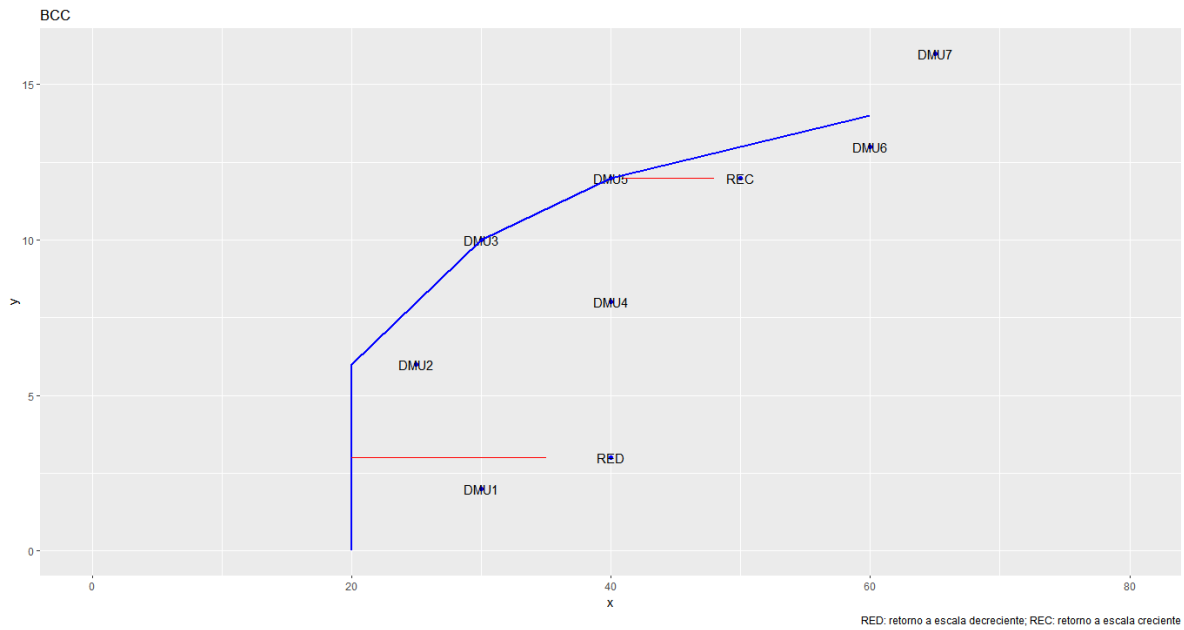


Figure 3: Rendimientos a escala

## 5 Comparación CCR y BCC con orientación a entrada

La principal diferencia entre los modelos bajo la orientación entrada (inputs) es la consideración de retornos a escala; asimismo, BCC y CCR pueden medir la eficiencia técnica y global, donde la eficiencia calculada con BCC tiende a ser mayor que la CCR, ya que esta última tiende a proyectar DMU'S sobre aquellas que son menos productivas.

## 6 Aplicación

Se implementa el modelo DEA para medir la eficiencia de la banca en México para el año 2016. Se utilizan los estados de resultados de 15 bancos para obtener su eficiencia de acuerdo al enfoque Estructura Eficiente

(EE), el cual se explica en la siguiente sección; por último, para obtener la eficiencia de los bancos, se utiliza una orientación a las entradas (output), asumiendo retornos a escala constantes y variables.

### 6.1 Modelo económico

Existen dos vertientes en el análisis sobre materia de competencia económica; el primero, el enfoque Estructura Conducta Desempeño (ECD), que indica que a niveles altos de concentración trae consigo estructuras de competencia bancarias más débiles, elevando así la rentabilidad; la segunda, el enfoque de Estructura Eficiente (EE), donde se asume que altos niveles de concentración propician una conducta menos competitiva de los bancos, elevando así sus niveles de rentabilidad.

Entre las implicaciones en cada vertiente se encuentra que; bajo el enfoque ECD, políticas anti-monopolio aumentan el beneficio social; con el enfoque EE, políticas anti-monopolio disminuyen el beneficio social.

EE propone que la relación existente entre la participación del mercado y rentabilidad puede ser explicado por mayores niveles de eficiencia; la eficiencia, se define de forma global, la cual se encuentra compuesta por la eficiencia técnica y asignativa; donde la eficiencia técnica hace mención a como las empresa maximizan su producción dado los insumos (orientación entrada); y la asignativa, habla de como las empresas maximizan sus insumos dado los precios y la tecnología (orientación salida).

La eficiencia técnica se puede ramificar en dos; la eficiencia técnica pura (ETP), que se refiere al nivel de eficiencia obtenido únicamente por cuestiones técnicas; y la eficiencia escala (EES), que se refiere a la eficiencia obtenida por producir en una determinada escala de operaciones.

Estos indicadores son los que miden los distintos tipos de eficiencia en una empresa; a su vez, si se toma en cuenta distintos supuestos en el rendimiento a escala en la cual la empresa se encuentra operando, por medio de la ETP se puede obtener la ESS.

$$ESS = \frac{ETP_{CRS}}{ETP_{VRS}}$$

donde  $ETP_{CRS}$  es la eficiencia técnica pura asumiendo retornos a escala constantes, y  $ETP_{VRS}$  asumiendo retornos a escala variables.

Siguiendo el trabajo de Hernández(2017), por medio de DEA con una orientación a entradas (inputs), la  $ETP_{CRS}$ , se puede calcular con un modelo DEA CCR, y  $ETP_{VRS}$ , con un modelo DEA BCC; una vez esto, se realiza el cociente entre las cantidades para obtener  $ESS$ , y así analizar las distintas eficiencias de las bancas para determinar si asumiendo la vertiente EE, que bancos son más eficientes.

## 6.2 Datos

El conjunto de datos que se utiliza se extrae de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores CNBV, en su apartado de históricos. Se utilizan los estados de resultados reportados de forma mensual del año 2016. Los datos se encuentran disponibles en formatos xls, y en base al trabajo de Hernández (2017), se utiliza las variables que reporta para la construcción de los indicadores de eficiencia.

Se utiliza un modelo DEA con tres insumos y tres productos:

Variables	Descripción
insumo 1	depósitos totales
insumo 2	capital contable
insumo 3	costos totales
producto 1	cartera vigente
producto 2	otros activos que generan interés

Table 1: Variables modelos DEA

Con costos totales como la suma de gastos por intereses y gastos en administración y promoción; otros activos que generan interés como la suma de inversiones en valores y otras operaciones con valores y derivados.



Se analiza la información para 15 bancos en México, siendo estos los que reportan la información completa para todo 2016.

Bancos		
Afirme	Banorte	Invex
Banamex	Banregio	Monex
Banca Mifel	BBVA Bancomer	Santander
Bank of America	Banco del Bajío	HSBC
Bank of Tokyo	Inbursa	Scotiabank

Table 2: Bancos intermediarios de México

Con lo anterior, se tiene una base de datos con 180 observaciones (15 para cada banco para los 12 meses del año), y 5 variables (sin contar con las que se construyeron algunas covariables).

### 6.3 Librerías

Para implementar DEA, se comparan dos librerías, **Benchmarking** y **rDEA**; la primera es una implementación de los autores Peter Bogetorf y Lars Otto del libro "Benchmarking with DEA, SFA, and R", siendo de las más recomendadas y cuyo método para resolver los modelos DEA es el solver lpsolve de R, utilizando varias veces el algoritmo simplex; la segunda librería, presenta una funcionalidad similar a la propuesta en Benchmarkin, sin embargo, entre algunas distinciones se encuentra el solver que utiliza.

**rDEA** se encuentra realizado por Jaak Simm y Galina Besstremyannaya, los cuales programan directamente su función en el lenguaje c, lo cual Benchmarking no hace, y utilizan la interfaz entre R y GNU lineal programming K para resolver problemas multiples lineales, resolviendo multiples problemas a la vez evitando problemas críticos en R<sup>2</sup>. Otras de las ventajas es que las funciones se encuentran como código libre en su repositorio de github.<sup>3</sup>

Para evaluar el desempeño de las librerías en términos computacionales, se realiza un microbench. En la tabla 3, se muestran los resultados al

<sup>2</sup>Para mayor información vea <https://cran.r-project.org/web/packages/rDEA/rDEA.pdf>

<sup>3</sup>Vea: <https://github.com/jaak-s/rDEA>

evaluar la función 100 veces con los datos de la aplicación.

Unidad: milisegundo	min	mean	media	max
rDEA	31.6	34	33	58.3
Benchmarking	34.7	35.3	38.3	75.7

Table 3: Microbench

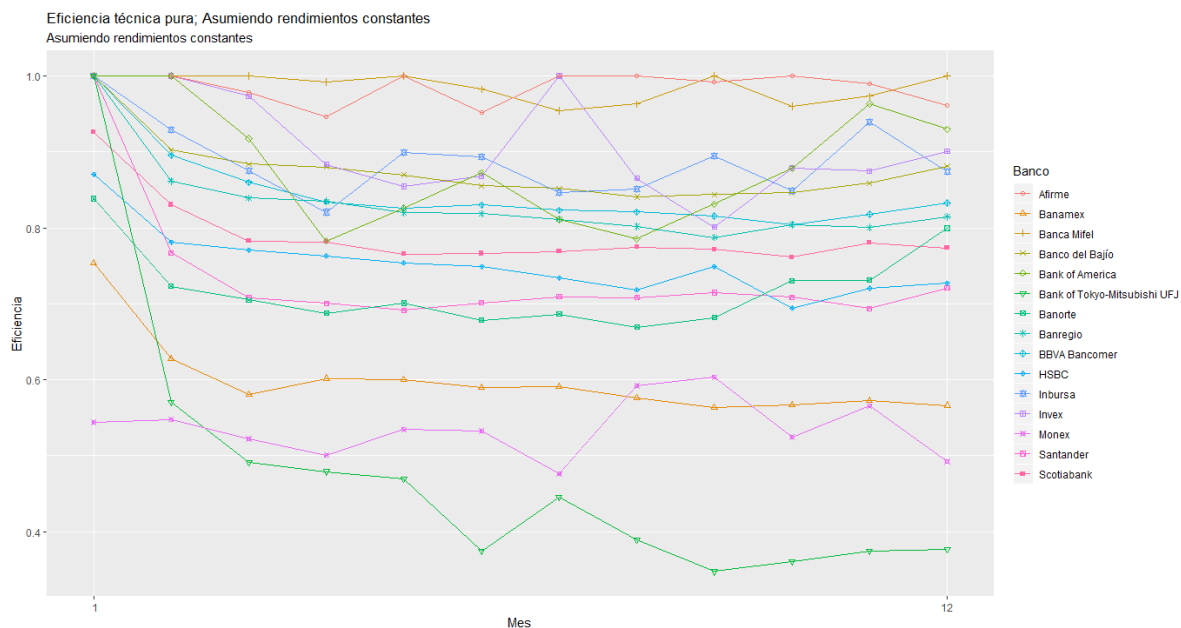
Como vemos la librería **rDEA** con su función **dea**, es más eficiente en su iteración máxima; siendo esto, se utiliza la librería **rDEA** para los siguientes resultados.

## 6.4 Resultados

En la figura 4, se observa la eficiencia técnica pura asumiendo retornos a escala constante, en la cual los bancos se comparan entre todos sin importar su tamaño.

Claramente la eficiencia de los bancos a fluctuado en todo el año 2016, entre los más eficientes y constantes, bajo ETP con retornos a escala constantes se encuentran; Afirme, Banca Mifel, Invex, e Inbursa, los cuales son bancos relativamente pequeños respecto a BBVA Bancomer, Banamex, entre otros; de esta manera, el resultado se da dado al modo en el que opera el modelo CCR, el cual no toma en cuenta el tamaño de la escala de la DMU, y contrasta bancos con los mismos niveles operativos.

Figure 4: Eficiencia técnica pura asumiendo retornos a escala constante

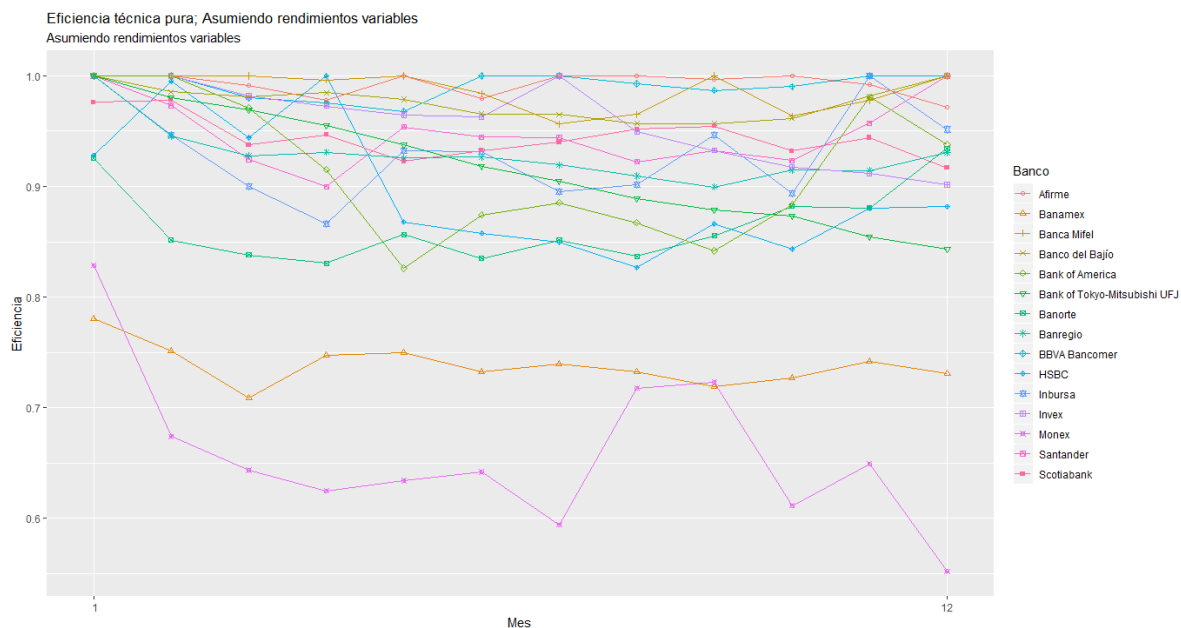


En la figura 5, se observa la eficiencia técnica pura asumiendo retornos variables<sup>4</sup>, bajo el supuesto de rendimientos variables, se puede observar que bancos como BBVA Bancomer, Ban Bajío, Santander y Scotiabank, se presentan como bancos más eficientes; no obstante, cabe mencionar que bajo rendimientos a escala variable, se contrastan los bancos que producen con los mismos tipos de retornos a escala; es por eso que se observan bancos como Afirme y Banca Mifel, ya que son eficientes respecto a sus grupos.

Para visualizar mejor los resultados es recomendable utilizar el archivo html con nombre "Eficiencia técnica pura RST VARIABLE" para realizar un filtrado por tipo de banco.

<sup>4</sup>cabe mencionar al lector que utilice el archivo html y filtre por bancos

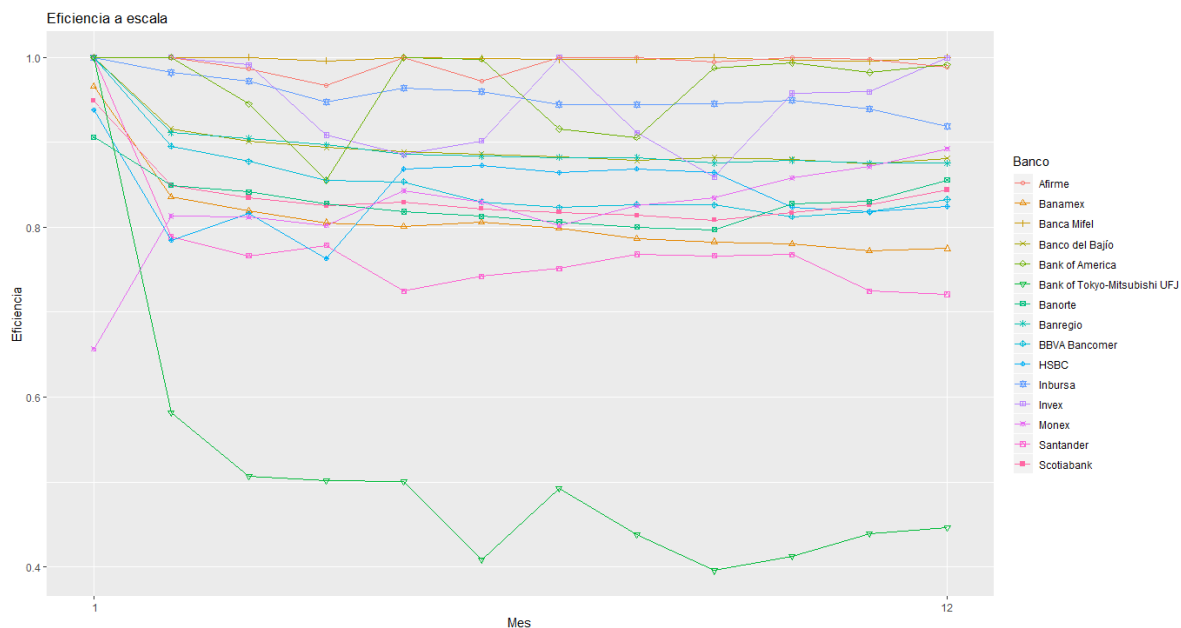
Figure 5: Eficiencia técnica pura asumiendo retornos a escala variables



Para mejor visualización vea el archivo html "Eficiencia técnica pura RST VARIABLE"

En la figura 6, se observa la eficiencia a escala, que es el cociente de ETP con rendimientos constantes y variables; bajo esta interpretación, se observa claramente la separación de los bancos por tipo de escala, donde aquellos que se encuentran arriba de 0.85; son bancos como Afirme, Invex, Bank of America, Inbursa, Banco del Bajío y Banregio, teniendo un índice de eficiencia elevado; no obstante, se debe tomar en cuenta que son bancos que operan a escalas distintas como lo son Banamex, BBVA Bancomer, Santander o Scotiabank, cuya eficiencia relativa entre ellos, a lo largo del 2016, ha sido constante y con un índice de eficiencia a escala del 0.80.

Figure 6: Eficiencia técnica a escala



Para mejor visualización vea el archivo html "Eficiencia escala"

Lo anterior sugiere que bajo el enfoque de la Estructura Eficiente, los bancos mexicanos en el año 2016, operan de forma eficiente, y mediadas anti-monopolicas que busquen una mayor competencia entre ellos, causaría una disminución en los beneficios sociales.

## 6.5 Conclusiones

El método de Análisis Envolvente de Datos (DEA) nos permite solucionar problemas de fronteras eficientes en la práctica, por medio de problemas de programación lineales, en el cual su solución tiende a ser sumamente sencillo, y permitiendo introducir como métodos de solución algoritmos conocidos como simplex, o alguno con mayor eficiencia.

En esta aplicación se puede observar la relevancia del método DEA, realizando estimaciones de la eficiencia de los bancos, con los cuales se puede plantear políticas en materias de competencia económica.

# Bibliografía

- [1] Banker R, Charnes A, Cooper WW.(1984) Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis.
- [2] Charnes A, Cooper WW, Rhodes E. (1978), Measuring the efficiency of decision making units,European Journal of Operational Research
- [3] Farrell MJ (1957). The measurement of productive efficiency. J Roy Stat Soc A
- [4] Hernández P (2017) Determinantes de la Rentabilidad en la Industria Bancaria Mexicana: ¿Poder de Mercado o Eficiencia?