Tarea 1 Hairo Ulises Miranda Belmonte

Hairo Ulises Miranda Belmonte

29 de abril de 2019

Ejercicio 1

1. Una empresa tiene dos fábricas A y B. En ellas se ensambla un determinado producto, a razón de 500 y 400 unidades por día respectivamente. El producto ha de ser distribuido posteriormente a tres centros I, II y III, que requieren, respectivamente, 200, 300 y 400 unidades. Los costos de transportar cada unidad del producto desde cada factoría a cada centro distribuidor son los indicados en la tabla siguiente:

Sea X_{ij} la cantidad de producto a enviar de enviar i de A a B, hasta el centro j de I, II y III; el modelo primal es el siguiente.

$$minW = 50X_{A1} + 60X_{A2} + 10X_{A3} + 25X_{B1} + 40X_{B2} + 20X_{B3}$$

s.a.

$$X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} < 500$$

$$X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} < 400$$

$$X_{A1} + X_{B1} > 200$$

$$X_{A2} + X_{B2} > 300$$

$$X_{A3} + X_{B3} > 400$$

$$X_{A4} + X_{B4} > 0$$

Ejercicio 2

2. Una persona tiene 500000 para invertir en dos tipos de acciones A y B. El tipo A tiene bastante riesgo con un interés anual del 10% y el tipo B es bastante seguro con un interés anual del 7%. Decide invertir como máximo 300000 en A y como mínimo 100000 en B, e invertir en A por lo menos tanto como en B, ¿Cómo deberá invertir sus 500000 para maximizar sus intereses?

Información del problema:

Se tienen dos tipos de acciones:

A con riesgo de 10%, y se le invierte como máximo no más de 300000 e invertit en A por lo menos tanto como en B.

B con riesgo de 7%, y se le invierte no menos de 100000

Se plantea el problema X_1 cantidad que se invierte a la acción A X_2 cantidad que se invierte a la acción B

Modelo primal

$$maxZ = 0.1X_1 + 0.07X_2$$

s.a.

$$X_1 + X_2 < 500000$$

$$X_1 < 300000$$

$$X_2 > 100000$$

$$X_1 > X2$$

es lo mismo que:

$$X_1 - X2 > 0$$

$$X_1, X_2 > 0$$

Ejercicio 3

3. Se está programando la producción de un producto para cada una de las próximas cuatro semanas. El costo de la producción de una unidad es de 100 para las dos primeras semanas y 150 para las dos últimas. Las demandas son de 70, 80, 90 y 100 unidades semanales y tienen que ser satisfechas. La planta puede producir un máximo de 90 unidades; además se pueden emplear horas extra durante la tercera y cuarta semana. Esto incrementa la producción semanal en 20 unidades pero el costo de producción también sube en 58 por unidad producida en horas extra. El exceso de producción puede ser almacenado a un costo unitario de 3 por semana. ¿Cómo programar la producción de tal manera que minimice los costos totales?

Información del problema

Costo de producción

$$\begin{pmatrix} Semana & ProducciónN & ProducciónE & Demandas & CostoA & Capacidad \\ 1 & 100 & - & 70 & 3 & 90 \\ 2 & 100 & - & 80 & 3 & 90 \\ 3 & 150 & 208 & 90 & 3 & 110 \\ 4 & 150 & 208 & 100 & 3 & 110 \end{pmatrix}$$

Planteamiento del problema X_i Numero de unidades producidad en tiempo normal en la semana i con $i = 1,2,3,4$

Y_i Numero de unidades producidad en tiempo extra en la semana j con $j = 3,4$

I_i inventario final para el periodo i con $i = 1,2,3,4$

Modelo primal:

$$minW=100X_1+100X_2+150X_3+150X_4+208Y_3+208Y_4+3I_1+3I_2+3I_3+3I_4$$

s.a.

$$X_1 < 90$$

$$X_2 < 90$$

$$X_3 < 90$$

$$X_4 < 90$$

$$Y_3 < 20$$

$$Y_4 < 20$$

$$X_1 - I_1 = 70$$

$$X_2 - I_2 + I_! = 80$$

$$X_3 - +Y_3 + I_2 - I_3 = 90$$

$$X_4 + Y_4 + I_3 - I_4 = 100$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, Y_3, Y_4, I_1, I_2, I_3, I_4 > 0$$

Ejercicio 4

4. Una empresa produce pernos metálicos en cuatro medidas: chico, mediano, grande y extra grande. Estos pernos pueden producirse en tres máquinas: A, B y C. La cantidad de pernos que puede producir por hora cada máquina es:

Supongamos que cada máquina puede ser usada 50 horas semanales y que el costo operativo por hora de cada una es 30, 50 y 80 respectivamente. Si se necesitan 10000, 8000,6000 y 4000 unidades de cada tipo de pernos por semana, formular un modelo para minimizar costos.

Planteamiento del problema.

X_{ij} es el número de horas a utilizar en la máquina $i = A, B, C$ de forma semanal en la producción del tipo $j = 1,2,3,4$

Modelo primal

$$minW = 30(X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4}) + 50(X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} + X_{B4}) + 80(X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4})$$

s.a.

$$X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4} < 50$$

$$X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} + X_{B4} < 50$$

$$X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} < 50$$

$$300X_{A1} + 600X_{B1} + 800X_{C1} > 10000$$

$$250X_{A2} + 400X_{B2} + 700X_{C2} > 8000$$

$$200X_{A3} + 350X_{B3} + 600X_{C3} > 6000$$

$$100X_{A4} + 200X_{B4} + 300X_{C4} > 4000$$

$$X_{A1}, X_{A2}, X_{A3}, X_{A4}, X_{B1}, X_{B2}, X_{B3}, X_{B4}, X_{C1}, X_{C2}, X_{C3}, X_{C4} > 0$$

Ejercicio 5

5 Usted es estudiante del curso de Optimización y se ha planteado la necesidad de maximizar la satisfacción diaria que le produce la realización de una serie de actividades, las cuales se presentan en la siguiente lista: (Adaptado de Stephen Bergren)

Aunque usted quisiera realizar todas las actividades, cuenta con algunas limitaciones. Como es lógico, solo dispone de 24 horas al día y las actividades consumen tiempo, así: actividad 1,15 minutos; actividad 2, 10 minutos; actividad 3, 2 horas; actividad 4,1 hora; actividad 5, 5 horas.

Además, por la estrechez económica en que se vive no le es posible tomar más de cinco cervezas diarias, no puede fumar más de cinco cigarrillos al día por cuestiones de salud, no puede jugar más de dos partidos de fútbol por cansancio, no puede dar más de dos paseos diarios por aburrimiento y no puede leer más de dos libros al día por cansancio visual. En cuanto al sueño, usted sabe que no puede dormir más de 10 horas al día ni menos de 7. ¿Cuáles son las actividades diarias y a qué nivel deben realizarse para lograr su objetivo, maximizar su satisfacción por día, sin violar las limitaciones existentes?

Las variables de relevancia son: X_1 Número de cervezas que me tomo en un día X_2 Número de cigarros que me fumo en un día X_3 Número de partidos de futnol que juego en un día X_4 Número de paseos que doy en un día X_5 Número de libros que leo en un día X_6 Número de horas que duermo en un día Z función de satisfacción

Modelo primal

$$mazZ = 4X_1 + 2_X2 + 7X_3 + 3X_4 + 2X_5 + 4X_6$$

s.a.

$$15X_1 + 10_X2 + 120X_3 + 60X_4 + 300X_5 + 60X_6 < 1440$$

$$X_1 < 5$$

$$X_2 < 5$$

$$X_3 < 2$$

$$X_4 < 2$$

$$X_5 < 2$$

$$X_6 < 10$$

$$X_6 > 7$$

$$X_1, X2, X_3, X_4, X_5, X_6 > 0$$

5) Considere la región factible

$$x_1 - x_2 \geq -1.5$$
$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$
$$4x_1 + x_2 \geq 2$$
$$x_1 , x_2 \geq 0$$

(a) dibuje región factible.

1) $x_1 = -1.5 + x_2$

$\begin{Bmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 1.5 \end{Bmatrix}$

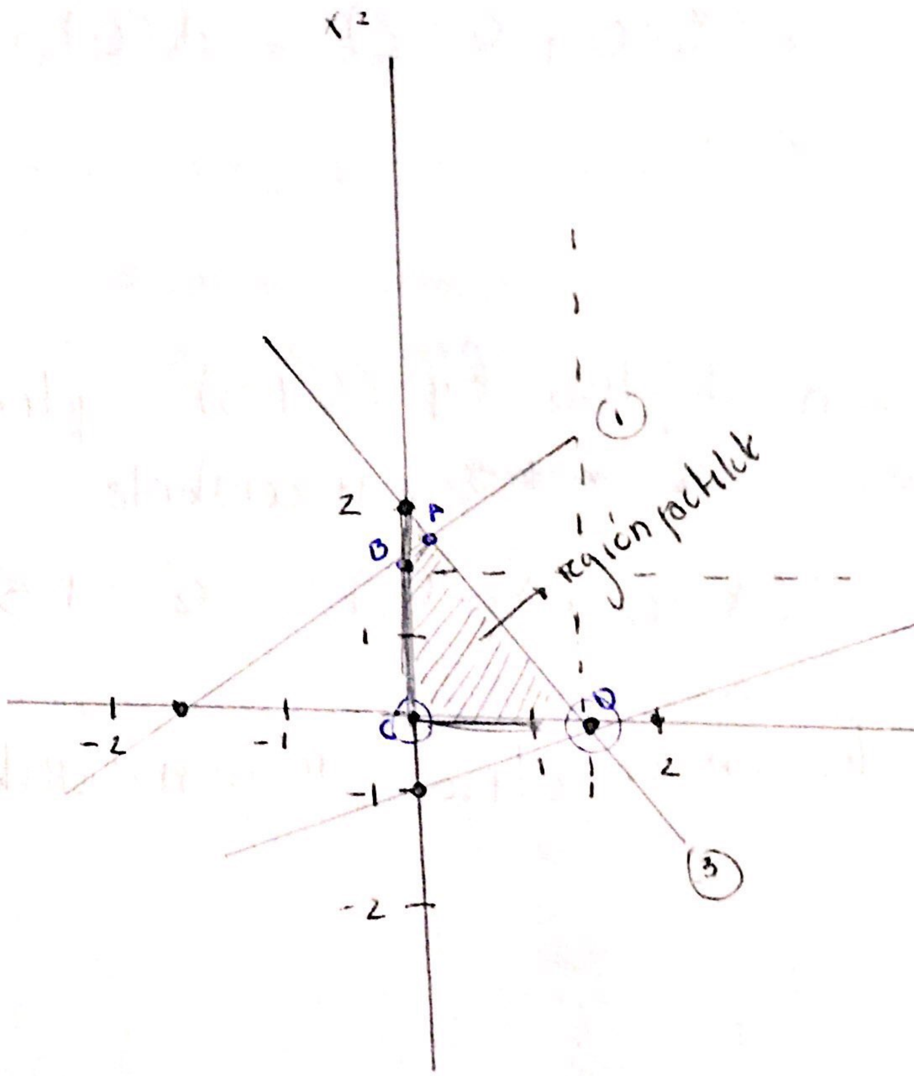
$\begin{Bmatrix} x_2 = 0 \\ x_1 = -1.5 \end{Bmatrix}$

2) $x_1 - 2x_2 \leq 2$

$x_1 = 2 + 2x_2$

$\begin{Bmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{Bmatrix}$

$\begin{Bmatrix} x_2 = 0 \\ x_1 = 2 \end{Bmatrix}$



3) $4x_1 + x_2 \geq 2$

$x_2 = 2 - 4x_1$

$\begin{Bmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{Bmatrix}$

$\begin{Bmatrix} x_1 = +1/2 \\ x_2 = 0 \end{Bmatrix}$

4) $x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

6) Considere el sig. ..

max $10x_1 + 8x_2 - 3x_3$

s.a. $2x_1 + 4x_2 - 0.5x_3 \le 6$

$-2x_1 + 6x_2 - 4.5x_3 \le 4$

$x_1, x_2 \ge 0$

x_3 libre.

a)

Se maximiza la siguiente expresión.

$$Z = 10x_1 + 8x_2 - 3x_3 + 0S_1 + 0S_2$$

donde S_1 y S_2 son variables de holgura
esto con el fin de que las restricciones sean:

$$2x_1 + 4x_2 - 0.5x_3 + 0S_1 = 6$$
$$-2x_1 + 6x_2 - 4.5x_3 + 0S_2 = 4$$

donde S_1 y S_2 básicas y $x_1, x_2, x_3 = (0,0,0)$
son no básicas

b)

Básica	z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	Solución
Z	1	-10	-8	3	0	0	0
S_1	0	2	4	-0.5	1	0	6
S_2	0	-2	6	-4.5	0	1	4

se tiene la solución en iteración inicial. 2

$x_1, x_2, x_3 = 0$ solución: variables no básica

s_1, s_2 variables básicas

Z variable objetivo

x_1 tiene el coeficiente objetivo más positivo.
(más negativo)

∴ x_1 variable de entrada.

Básica	x_1 entrada	Solución	Relación
s_1	2	6	$x_1 = 6/2 = 3$
s_2	-2	4	$x_1 = 4/-2 = -2$

(se ignora por el denominador negativo)

Conclusión
x_1 entra (en el nivel 3) y x_2 sale (en el nivel cero), x_3 sale en nivel cero

Variables no básicas (cero) (S_1, X_2, X_3)

Variables básicas (X_1, S_2)

Básica	z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	Solución
z	1	-10	-8	3	0	0	0
S_1	0	2	4	-0.5	1	0	6
S_2	0	-2	6	-4.5	0	1	4

columna pivote

Fila pivote

Iteración 1

Básica	z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	Solución
z	1	0	12	0.5	5	0	30
X_1	0	1	2	-0.25	1/2	0	3
S_2	0	0	10	-5	1	1	10

→ Paso 1 reemplazar S_1 por X_1

→ Paso 2 $\frac{1}{2}$ $(0 \ 2 \ 4 \ -0.5 \ 1 \ 0)$

Nueva fila X_1

→ Paso 3 Nueva fila z = Fila z actual − (−10) Nueva fila X

$= (1 \ -10 \ -8 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0) - (-10) \times (0 \ 1 \ 2 \ -$ … $\frac{1}{2} \ 0$

$= (1 \ 0 \ 12 \ 0.5 \ 5 \ 0 \ 30)$

→ Paso 4 Nueva fila S_2 = Fila S_2 actual − (−2) × Nueva fila X (4)

= (0 −2 6 −4.5 0 1 4) − (−2) (0 1 2 −0.25 ½ 0 3)

= (~~0~~ ~~0~~ ~~5.8~~ ~~/~~ +3.5 0

(0 0 10 −5 1 1 10)

Se realiza lo mismo para iteración # 2

Básica	X_2 entrada	Solución	Relación
X_1	2	3	$X_1 = 3/2 = 1.5$
S_2	10	10	$X_2 = 10/10 = 1$

↳ solución mínima

Paso 1 S_2 por X_2

Paso 2 Nueva S_2 = $1/10$ × (Fila S_2)

Básica	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	Sol
Z	1	0	0	3	14/5	−6/5	18
~~S_1~~ X_1	0	1	0	3/4	+3/10	−1/5	+1
~~S_2~~ X_2	0	0	1	−1/2	1/10	1/10	1

Paso 3 Nu Fila S_2 = Fila S_2 − (2) (Nueva X_2)

Entonces

$X_1 = 1$ y X_3 es libre.

$X_2 = 1$

Scanned with CamScanner

c) Remplaza la primera condición a

$-2x_1 + 4x_2 - 0.5x_3 \leq 6$

5

1/2

1) Tabla. iteración inicial

Básica	z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	Sol
z	1	-10	-8	3	0	0	0
s_1	0	-2	4	-.5	1	0	6
s_2	0	-2	6	-4.5	0	1	4

2)

Básica	z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	Sol
z							
x_1							
s_2							

Básica	x_1 entrada	Solución	Relación
x_1	-2	6	$x_1 = 6/-2 = -3$
s_2	-2	4	$x_1 = 4/-2 = -2$

Todas las soluciones de Relación tienen denominador negativo y se debe ignorar.

∴ Puntos no son factibles