Ecole Nationale
Supérieure
d'Ingénieurs
de Tunis

Intelligence Artificielle (IA)

La représentation des connaissances (I)

Emna SOUISSI

2ème année Génie Informatique

Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Tunis

Semestre 2, 2024 - 2025

Chapitre 2

La représentation des connaissances

Séance 2 : Les logiques

Plan général du cours

- **L'IA**
  - Introduction et définitions
  - Historique
  - Domaines
- **La représentation des connaissances**
  - **Introduction**
  - **Logiques**
  - Règles de production
  - Réseaux sémantiques
- **La résolution des problèmes en IA**
  - Introduction
  - Définition du problème
  - Modes de représentation
- **Les stratégies de recherche dans les espaces d'états**
  - Introduction
  - Méthodes non informées
  - Méthodes informées
  - Algorithmes des jeux
- **L'apprentissage automatique**
  - Introduction
  - Apprentissage supervisé
  - Apprentissage non supervisé
  - Introduction aux réseaux de neurones et apprentissage profond

Introduction

Exemple 1 : « Sami est allé à Tunis »

Comment représenter cette phrase dans la machine ?

➔sous forme de liste de mots (x1, x2, …, xn)

Peut–on avec cette représentation répondre à la question : qui est allé à Tunis ? ➔ Non

➔**C'est une représentation des données mais pas de connaissances.**

Introduction

<u>Exemple 1 </u>: « Sami est allé à Tunis »

Comment représenter cette phrase dans la machine ?

➔Autre représentation formelle

Action	Aller
Agent	Sami
Source	?
Destination	Tunis
Temps	Passé
Moyen	?

Peut–on avec cette représentation répondre à la question : qui est allé à Tunis ? ➔ Oui

Introduction

Exemple 2 : « Sami est entré dans un restaurant. Il a commandé de la viande. Il n'a pas laissé de pourboire »

Que peut-on déduire ?

- ➔ Sami a mangé
- ➔ Sami s'est assis
- ➔ Sami n'est pas végétarien
- ➔ Sami est radin
- ➔ Sami a passé un certain temps dans le restaurant
- ➔ …

Une méthode de représentation doit me permettre de déduire de nouvelles connaissances (inférences)

Introduction

Définition de la connaissance :

Faculté de connaître, manière de comprendre, de percevoir.

Définition de la représentation :

Action de rendre compréhensible quelque chose au moyen d'une figure, d'un symbole, d'un signe. Par exemple l'écriture est la représentation de la langue parlée.

Introduction

Définition de la représentation des connaissances :

Le problème de la représentation des connaissances est celui de leur transcription sous une forme symbolique qui puisse être exploitée par un système de raisonnement.

Un mode de représentation associe ainsi deux aspects imbriqués :

- La structure de données pour représenter l'information
- La méthode associée d'exploitation de cette information ou de raisonnement.

Introduction

Modes de représentation des connaissances :

- logiques
- règles de production
- réseaux sémantiques
- …

Représentations logiques

Logiques

Classiques

- Logique des propositions (ordre 0) : {V, F}, {¬ ∧ ∨ → ↔}, {P, Q, …}
- Logique des prédicats (ordre 1) : L.P. + variables + {∀, ∃}
- Logique des prédicats (ordre 2) : L.1er Ordre + P, Q, f (ex :∀P ou ∀f)
- Logique des prédicats (ordre 3) : L.2ème Ordre + P(Q(x))

Non Classiques

- Logique modale
- Logique floue
- Logique temporelle
- Logique des défauts
- …

Logique des propositions

Le calcul des propositions se définit :

- d’une part par sa syntaxe régissant l’ensemble des assertions exprimables dans le langage.
- et d’autre part par ses règles d’inférence décrivant comment on peut créer de nouvelles assertions à partir des anciennes.

Logique des propositions

« alphabet de symboles » :

- Séparateurs ; , ( )
- Constantes logiques : vrai, faux
- Variables propositionnelles ou atomes (affirmation) : P, Q, R, etc.
- Connecteurs logiques : $\neg \quad \wedge \quad \vee \quad \rightarrow \quad \leftrightarrow$ (négation/non, conjonction/et, disjonction/ou, implication, implication mutuelle/équivalent)

Ordre de précédence $\neg \wedge \vee \rightarrow$

Exemple :

$\neg P \vee Q \rightarrow R$ est équivalent à $((\neg P) \vee Q) \rightarrow R$

Logique des propositions

Exemples :

- $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$
- $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \rightarrow S$

- $(P \wedge Q) \rightarrow R$: Formule bien formée (FBF)

  Avec

  P : Tous les grecs sont mortels

  Q : Socrate est grec

  R : Socrate est mortel

Logique des propositions

Définitions :

FBF :

1. Un atome est une FBF
2. Si G est une FBF alors $\neg$G est une FBF
3. Si G et H sont des FBF alors $G \wedge H$, $G \vee H$, $G \rightarrow H$, $G \leftrightarrow H$ sont des FBF
4. Toutes les FBF sont construites à partir de 1, 2 et 3.

- Interprétation : Une interprétation I est une combinaison des atomes $A_1, \ldots, A_n$ d'une formule G. Une formule est vraie ou fausse dans une Interprétation I.

Logique des propositions

Définitions :

- Modèle : Un modèle d'une formule G est une interprétation I telle que I(G) = Vrai. Il peut exister zéro, un ou plusieurs modèles pour une formule donnée.
- Validité et invalidité : Une formule est valide ssi elle est vraie selon toute interprétation Sinon elle est invalide. Une formule valide est une tautologie.
- Inconsistance et consistance : Une formule est inconsistante ssi elle est fausse selon toute interprétation Sinon elle est consistante. Une formule inconsistante est une contradiction.

Logique des propositions

Exemples :

- G1 : $P \vee \neg Q$ est consistante et invalide
  - Consistante car l'interprétation I (P/V et Q/V) lui donne la valeur V
  - Invalide car l'interprétation I' (P/F et Q/V) lui donne la valeur F
  - G1 possède 3 modèles
- G2 : $P \vee \neg P$ est valide car les deux interprétations possibles (P/V et P/F) lui donne toujours la valeur V. G2 possède 2 modèles.
- G3 : $P \wedge \neg P$ est inconsistante car les deux interprétations possibles (P/V et P/F) lui donne toujours la valeur F. G3 possède 0 modèle.

Logique des propositions

Définitions :

- <u>Formes équivalentes</u> : F et G sont des FBF équivalentes ssi $\forall$I, F = G (Ex : F : $P \rightarrow Q \equiv$ G : $\neg P \vee Q$)
- <u>Littéral</u> : un littéral est un atome ou la négation d'un atome (P ou $\neg$P)
- <u>Forme normale conjonctive</u> : $F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n$ où n> 1 et chaque F_i est une disjonction des littéraux. (Ex : $(P \vee Q) \wedge \neg P$)
- <u>Forme normale disjonctive</u> : $F_1 \vee F_2 \vee \ldots \vee F_n$ où n> 1 et chaque F_i est une conjonction des littéraux. (Ex : $(P \wedge Q) \vee \neg P$)
- <u>Implication logique</u> : G est une implication (ou conséquence) logique de $F_1, F_2, \ldots, F_n$ ssi $(F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \rightarrow G)$ est valide ou $(F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \wedge \neg G)$ est inconsistante.

  Noté : $F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n$ ---| G

Logique des propositions

- Avantages : Syntaxe et sémantique simples.
- Insuffisances : On ne peut pas exprimer des phrases à portée générale.

  Exemples :

  – « Tous les éléphants sont gris »

  – « Quelqu'un a inventé le téléphone »

  ➔ Nécessité d'avoir de quantificateur universel $\forall$ et existentiel $\exists$ avec la notion de variable.

Logique des prédicats

- Logique des prédicats = Logique des Propositions + quantificateurs + variables

Logique des prédicats

Alphabet :

- Séparateurs ; , ( )
- Constantes : a, b, …
- Variables : X, Y, …
- Connecteurs logiques : $\neg$ $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$ $\leftrightarrow$ (négation/non, conjonction/et, disjonction/ou, implication, implication mutuelle/équivalent)
- Quantificateurs : $\forall$, $\exists$
- Prédicats : P, Q, R, PERE, MORTEL, …
- Fonctions : f, g, successeur, poids, …

Logique des prédicats

Exemples :

- $(\forall X)$ Plume $(X) \rightarrow$ Oiseau (X)
- $(\forall X)$ Humain $(X) \rightarrow (\exists Y)$ Père (X, Y)

Logique des prédicats

Arité : Lorsqu’on veut manipuler un prédicat quelconque il faut connaître son arité ou nombre d’arguments. L’arité est un nombre positif. Lorsque l’arité est nulle le prédicat est aussi appelé proposition. Tout comme les prédicats, chaque fonction a une arité. Une constante est une fonction d’arité nulle.

Logique des prédicats

Termes : Il y a 2 lois pour former les termes :

1. Les constantes et les variables sont des termes
2. Si f est une fonction d'arité n >=1 et (t_1, …, t_n) sont des termes alors f (t_1, …, t_n) est un terme.

Atomes : Il y a 2 lois pour former les atomes :

1. Les propositions (prédicats d'arité 0) sont des atomes
2. Si P est un prédicat d'arité n >=1 et (t_1, …, t_n) sont des termes alors P(t_1, …, t_n) est un atome.

Logique des prédicats

Exemples : Atome ou Terme ?

P(X, bleu)	Atome
successeur (X, Y)	Terme
ENTRE (table, X, appui(fenêtre))	Atome
poids (P(b))	?
poids (b)	Terme
successeur (b, poids(Z))	Terme
VIDE	Atome
P (Q(b))	?

Logique des prédicats

FBF :

1. Les atomes sont des FBF
2. Si G et H sont des FBF alors $\neg G$, $G \wedge H$, $G \vee H$, $G \rightarrow H$, $G \leftrightarrow H$ sont des FBF
3. Si G est une FBF et X une variable alors $\forall X\ G$ et $\exists X\ G$ sont des FBF.

Exemples (FBF?)	**FBF ?**
$\exists X\ \forall Y\ (P(X, Y) \vee Q(X, Y)) \rightarrow R(X)$	Oui
$((\neg P(a) \rightarrow P(b)) \rightarrow \neg P(b))$	Oui
$(\neg f(a))$	Non
$f(P(a))$	Non

Logique des prédicats

Remarques :

- Une FBF qui est un atome est appelée littéral. P(X) est un littéral et ¬P(X) est un littéral négatif.
- Il est interdit de quantifier les prédicats et les fonctions dans la logique des prédicats de 1er ordre. On ne peut quantifier que les variables.

Logique des prédicats (quelques formules équivalentes)

Formules équivalentes			Appellation (éventuelles)
$\neg(\neg A)$	$\equiv$	A	Double négation
$A \wedge A$ $A \vee A$	$\equiv$ $\equiv$	A A	Idempotence
$A \wedge (B \wedge C)$ $A \vee (B \vee C)$	$\equiv$ $\equiv$	$(A \wedge B) \wedge C$ $(A \vee B) \vee C$	Associativité
$A \wedge B$ $A \vee B$	$\equiv$ $\equiv$	$B \wedge A$ $B \vee A$	Commutativité
$(A \wedge B) \vee C$ $(A \vee B) \wedge C$	$\equiv$ $\equiv$	$(A \vee C) \wedge (B \vee C)$: OU $(A \wedge C) \vee (B \wedge C)$: ET	Distributivité
$\neg(A \wedge B)$ $\neg(A \vee B)$	$\equiv$ $\equiv$	$\neg A \vee \neg B$ $\neg A \wedge \neg B$	Lois de De Morgan
$A \rightarrow B$	$\equiv$	$\neg A \vee B$	Implication
$A \leftrightarrow B$	$\equiv$	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$	Double Implication
$A \rightarrow B$	$\equiv$	$\neg B \rightarrow \neg A$	Contrapposition
$\forall x\ A$ $\exists x\ A$	$\equiv$ $\equiv$	$\neg \exists x\ \neg A$ $\neg \forall x\ \neg A$	
$\neg((\forall x)\ A)$ $\neg((\exists x)\ A)$	$\equiv$ $\equiv$	$(\exists x)\ \neg A$ $(\forall x)\ \neg A$	

Logique des prédicats

Clause : La disjonction des littéraux.

Exemple :

$$Q(X) \vee \neg P(X) \vee R(X)$$

Logique des prédicats

<u>Forme normale</u> : C'est une formule dérivée d'une FBF en appliquant les quatre transformations suivantes :

- Eliminer les connecteurs $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$

  Pour ce faire utiliser les lois d'équivalence :

  $(A \leftrightarrow B) \equiv ((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$

  $(A \rightarrow B) \equiv ((\neg A) \vee B)$

- Accoler les connecteurs $\neg$ aux atomes concernés

  Pour ce faire utiliser les lois d'équivalence :

  $(\neg(\neg A))$ et A

  $(\neg(A \vee B)$ et $((\neg A) \wedge (\neg B))$ $\quad$ $(\neg(A \wedge B)$ et $((\neg A) \vee (\neg B))$

  $(\neg(\exists X)\, A(X))$ et $(\forall X)\, (\neg A(X))$ $\quad$ $(\neg(\forall X)\, A(X))$ et $(\exists X)\, (\neg A(X))$

- Distinguer les variables
- Déplacer tous les quantificateurs à gauche de la formule

Logique des prédicats

Forme clausale : C'est une formule dérivée d'une forme normale en appliquant les cinq transformations suivantes :

- Eliminer les quantificateurs $\exists$

  Exemple : $(\exists X)\ P(X)$ devient $P(a)$

  $(\forall X)\ (\exists Y)\ SUIT(Y, X)$ devient $(\forall X)\ SUIT(f(X), X)$

  $(\exists X)\ (\forall Y)\ SUIT(Y, X)$ devient $(\forall Y)\ SUIT(Y, a)$

- Eliminer tous les quantificateurs $\forall$
- Passer sous forme normale conjonctive (conjonction de disjonction de littéraux càd une conjonction de clauses). Pour ce faire on utilise les lois d'associativité et de distributivité des connecteurs $\vee$ et $\wedge$.

  Exemple : $\neg P(X) \vee Q(X, a) \wedge \neg R(Y,f(X),b)$ devient

  $(\neg P(X) \vee Q(X, a)) \wedge (\neg P(X) \vee \neg R(Y,f(X),b))$

Logique des prédicats

Forme clausale :

- Eliminer les connecteurs $\wedge$ ➔ (C1, C2, C3)
- Distinguer les variables de clauses distinctes.

Logique des prédicats

Principe de résolution : C'est une règle d'inférence qui s'applique à des formules sous forme de clauses. Elle permet de déduire une nouvelle clause appelée résolvante à partir de deux clauses parentes.

Logique des prédicats

Substitution/instanciation : Une substitution est un ensemble fini de couples notés V_i/t_i où les V_i sont des variables distinctes et les t_i des termes. L'application d'une substitution $s = \{V_i/t_i\}$ à un ensemble E de formes clausales donne la substitué de E par s: E_s

Exemples :

- Homme (X) s'intancie en Homme (a) avec la substitution s $=\{X/a\}$
- E : P(f(X), a, Y)

  $s_1 = \{X/b, Y/u\}$

  $s_2 = \{X/Y, Y/g(X)\}$

  $Es_1 = P(f(b), a, u)$

  $Es_2 = P(f(g(X)), a, g(X))$

Logique des prédicats

Résolution : Consiste à chercher 2 clauses distinctes où apparaît le même littéral une fois en négatif et une fois en positif, ensuite de dériver de ces deux clauses une seule clause résolvante.

C1 : $\mathbf{L_1} \vee L_2 \vee \ldots \vee L_n$

$\Rightarrow$ C3 : $L_2 \vee \ldots \vee L_n \vee M_1 \vee \ldots \vee M_n$

C2 : $\neg\mathbf{L_1} \vee M_1 \vee \ldots \vee M_n$

C3 est appelée résolvante de C1 et C2. On dit que C1 et C2 se résolvent en C3.

Exemple :

C1 : Homme (socrate)

C2 : $\neg$ Homme (X) $\vee$ Mortel (X)

$\Rightarrow$ Par Substitution s={X/socrate} $\Rightarrow$ Mortel (socrate)

Unification : C1 et C2 s'unifient en la clause Mortel (socrate) par la substitution s={X/socrate}

Logique des prédicats

<u>Résolution :</u> Les connaissances sont représentées sous forme de clauses et le principe de résolution permettra de déduire de nouvelles connaissances (sous forme de clauses).

<u>Résolution par réfutation (ou raisonnement par l'absurde) :</u>

$\{C1, C2, \ldots, Cn\} \rightarrow C$

$\neg C \vee \{C1, C2, \ldots, Cn\} \rightarrow \square$ (clause vide ou nulle).

On veut montrer la contradiction.

Logique des prédicats

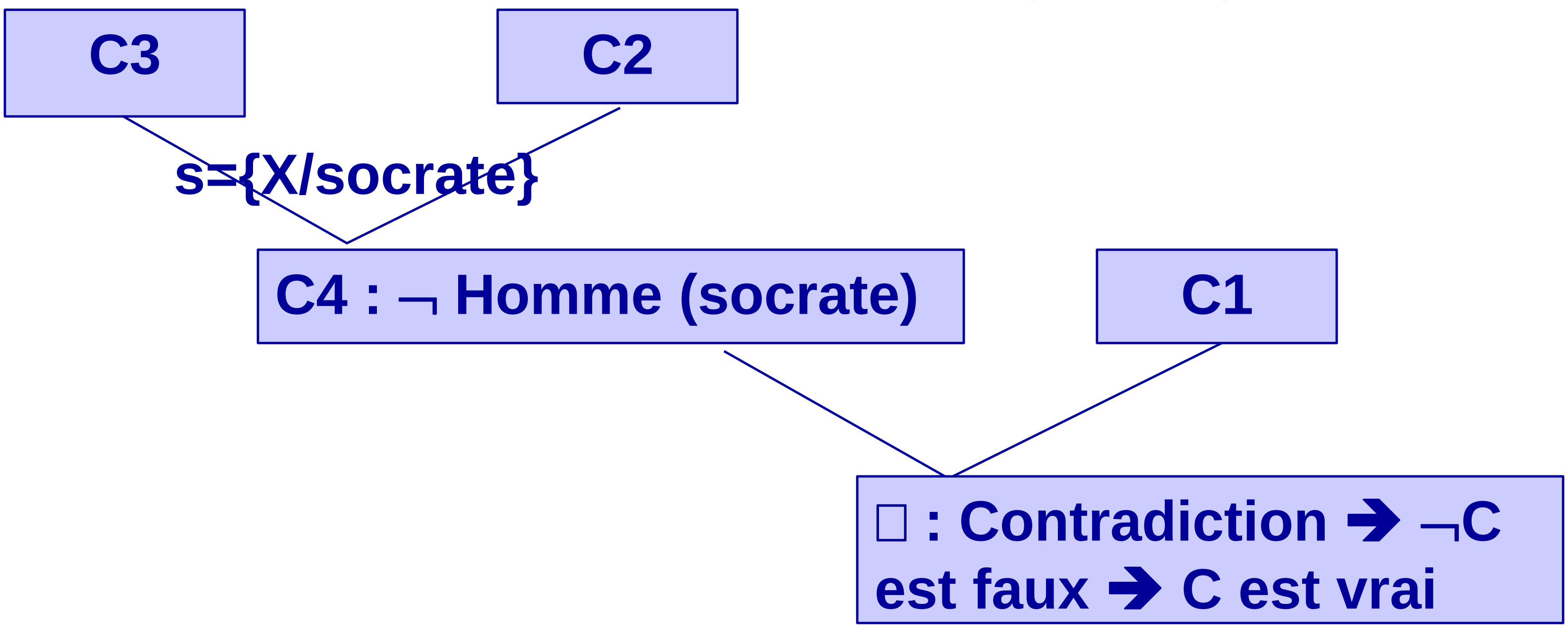
Résolution par réfutation (ou raisonnement par l'absurde) :

Exemple : But : C : Mortel (socrate)

C1 : Homme (socrate)

C2 : $\neg$ Homme (X) $\vee$ Mortel (X)

$\neg$C = C3 : $\neg$ Mortel (socrate)

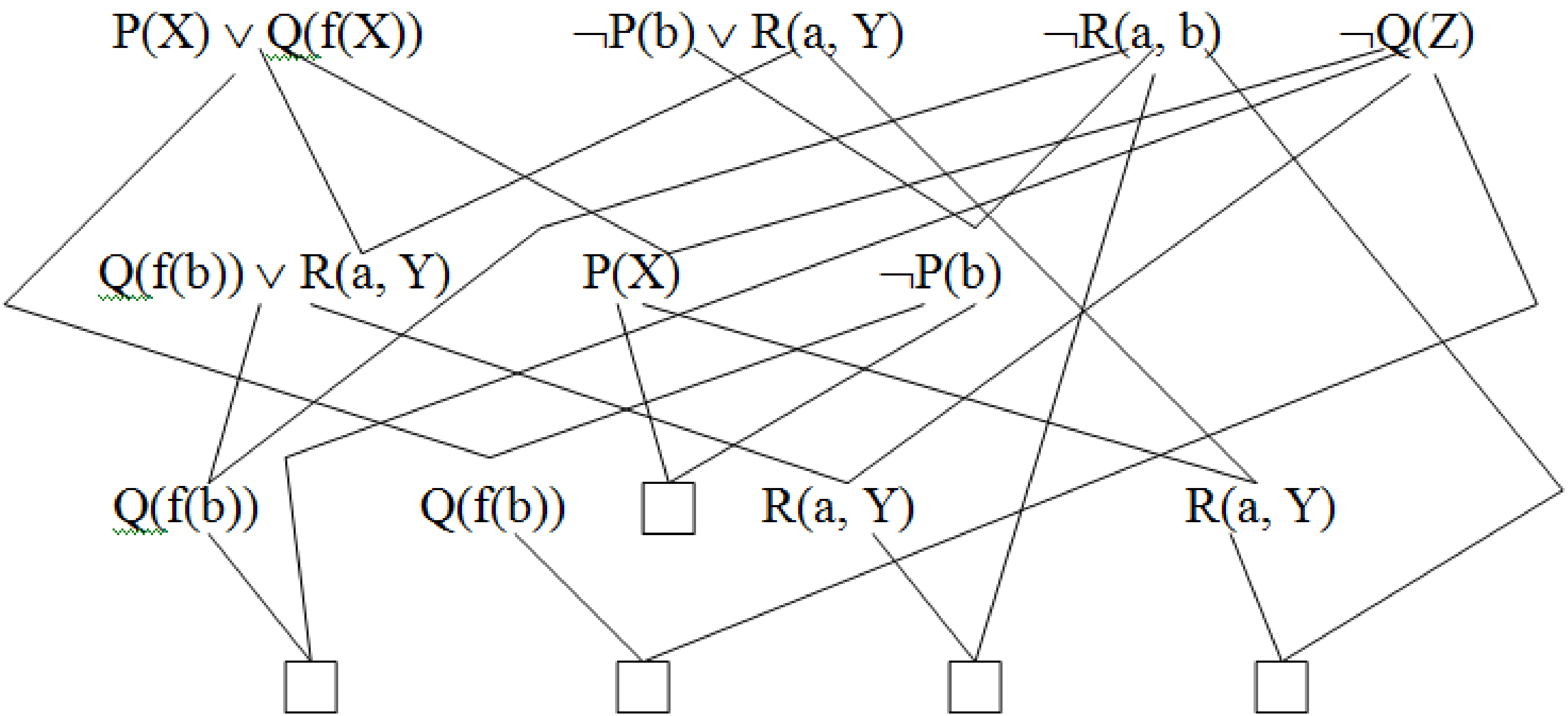


Graphes de dérivation, graphes de recherche, graphes de réfutation (ou de résolution):

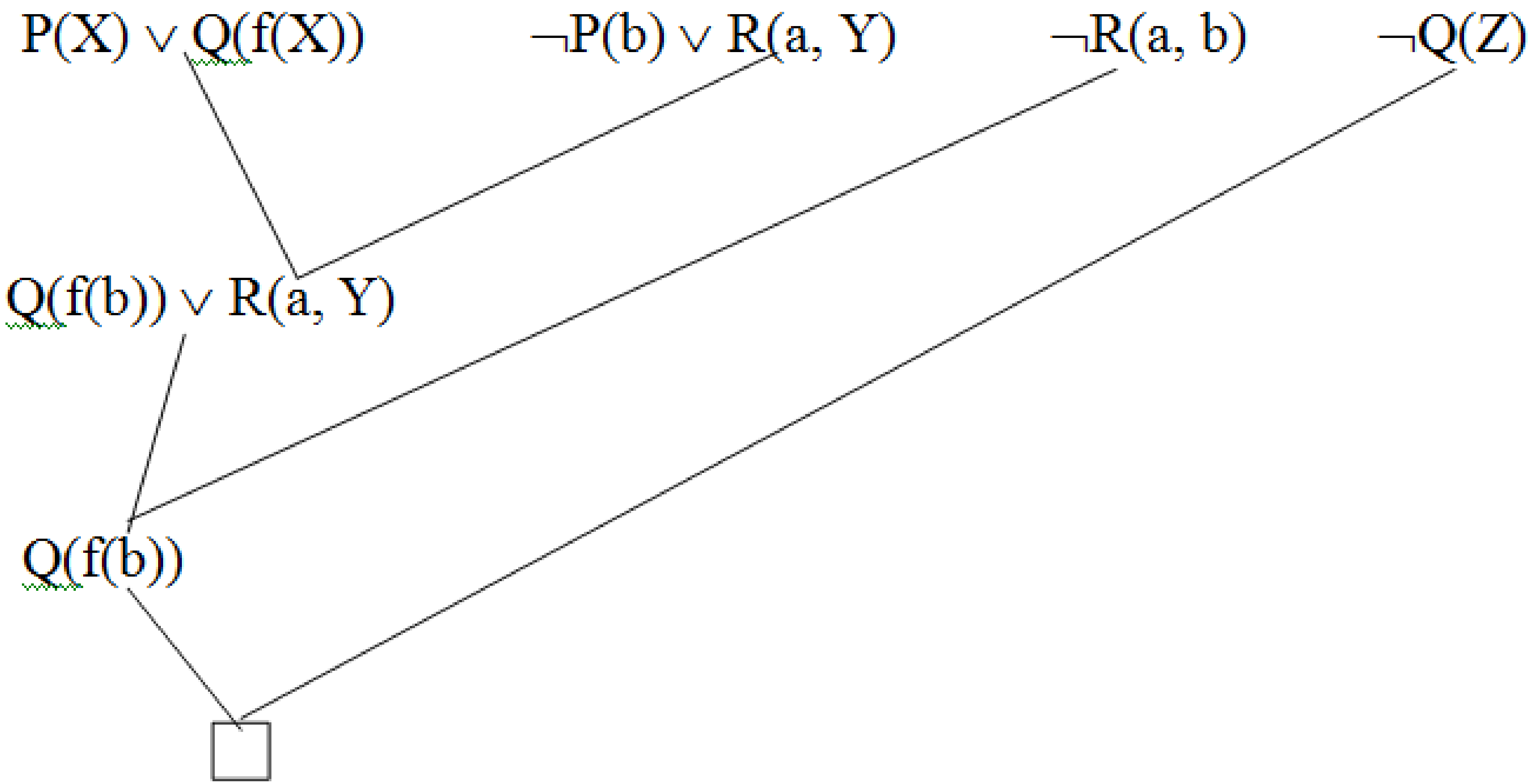
Dans le cas du principe de résolution, étant donné un ensemble de clauses, on peut représenter l'ensemble de clauses résolvantes sous forme d'un graphe appelé *graphe de dérivation*.

Exemple : $\{P(X) \vee Q(f(X)), \neg P(b) \vee R(a, Y), \neg R(a, b), \neg Q(Z)\}$

Graphes de dérivation



Graphes de réfutation



Logique des prédicats

- Avantages :
  - La logique classique est un moyen naturel d'exprimer certaines notions.
  - Elle se fonde sur des bases théoriques solides.
  - Raisonnement exact, données complètes
- Insuffisances :
  - Rigidité du formalisme
  - Ne permet pas de prendre des décisions dans le cas d'informations manquantes
  - Ne permet pas d'exprimer des appréciations nuancées