

**Série N°2**

**Exercice 1 :** Représenter en FBF les expressions suivantes :

- a) « Tous les italiens sont gentils »
- b) « Tous dans la classe sont intelligents »
- c) « Quelqu'un dans la classe est intelligent »
- d) « Tous les hommes sont intelligents »
- e) « Toutes les femmes sont intelligentes mais pas les hommes »

**Exercice 2 :**

Donner la signification des formules suivantes :

- a)  $(\exists X) (\text{Mange}(\text{fifi}, X) \wedge \text{Biscuit}(X))$
- b)  $(\forall X) \text{Aime}(X, \text{riz})$
- c)  $\neg(\exists X) \neg \text{Aime}(X, \text{riz})$
- d)  $(\exists X) \text{Aime}(X, \text{orange})$
- e)  $\neg(\forall X) \neg \text{Aime}(X, \text{orange})$

**Exercice 3 :** Résolution d'une énigme par la logique des propositions.

*Vous êtes perdus sur une piste dans le désert. Vous arrivez à une bifurcation. Chacune des deux pistes est gardée par un sphynx que vous pouvez interroger. Les pistes peuvent soit conduire à une oasis, soit se perdre dans le désert profond (au mieux, elles conduisent toutes à une oasis, au pire elles se perdent toutes les deux).*

- Le sphynx de droite vous répond : « Une au moins des deux pistes conduit à une oasis. »
- Le sphynx de gauche vous répond : « La piste de droite se perd dans le désert. »
- Vous savez que les sphynx disent tous les deux la vérité.

On pose les deux propositions suivantes :

D : « Il y a une oasis au bout de la route de droite. »

G : « Il y a une oasis au bout de la route de gauche. »

En appliquant la méthode de résolution, quel chemin vous devez prendre ?

**Exercice 4 :**

Soit la base de connaissances suivante :

1. Marcus était un homme.
2. Marcus était un Pompéien.
3. Tous les Pompéiens étaient des Romains.
4. César était un souverain.
5. Tous les Romains soit étaient fidèles à César, soit le haïssent.
6. Marcus a essayé d'assassiner César.
7. Tous les hommes sont des personnes.
8. Les personnes n'essaient d'assassiner que les souverains auxquels ils ne sont pas fidèles.

1. Démontrer par résolution que Marcus n'était pas fidèle à César.
2. Démontrer par réfutation que Marcus haïssait César.

**Exercice 5 :**

1. Donner la forme clausale de la formule suivante :  $((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \wedge S) \rightarrow R))$
2. Montrer que  $P \wedge Q \wedge \neg (P \vee Q)$  est inconsistante en utilisant la table de vérité d'abord puis la résolution.
3. Montrer le principe de transitivité :  $P \rightarrow Q$  et  $Q \rightarrow R$  alors  $P \rightarrow R$

**Exercice 6 :**

Considérons les connaissances suivantes :

- Toutes les personnes qui entrent en voiture dans la faculté doivent avoir une carte ou être accompagnées par un membre du personnel.
- Certains étudiants entrent en voiture dans la faculté sans être accompagnés de personnes qui ne sont pas des étudiants.
- Aucun étudiant n'a de carte.

L'objectif : montrer que certains étudiants sont membres du personnel.

On considère les prédicats suivants :

- $V(X)$  :  $X$  entre en voiture dans la faculté.
- $C(X)$  :  $X$  possède une carte.
- $P(X)$  :  $X$  est un membre du personnel de la faculté.
- $E(X)$  :  $X$  est un étudiant.
- $A(X, Y)$  :  $X$  est accompagné par  $Y$ .

- 1) Formaliser les trois règles liées aux connaissances citées au début de l'énoncé par la logique des prédicats.
- 2) Représenter le but de la résolution par la logique des prédicats.
- 3) Nous voulons démontrer ce but par réfutation, quelle est la clause à rajouter ?

Lors de la transformation des règles en forme clausale, le «  $Y$  » dans  $(\forall X \exists Y)$  est remplacé par  $f(X)$  où  $f$  est une fonction. Aussi, le «  $X$  » dans  $(\exists X)$  a été remplacé par la constante «  $a$  ». Les 7 clauses résultantes sont les suivantes :

- $C1 : (\neg V(X)) \vee C(X) \vee A(X, f(X))$
- $C2 : (\neg V(X)) \vee C(X) \vee P(f(X))$
- $C3 : E(a)$
- $C4 : V(a)$
- $C5 : (\neg A(a, Y)) \vee E(Y)$
- $C6 : (\neg E(X)) \vee (\neg C(X))$
- $C7 : (\neg E(X)) \vee (\neg P(X))$

- 4) Donner le résultat ( $C8$ ) de la résolution sur  $C3$  et  $C6$ .
- 5) Donner le résultat ( $C9$ ) de la résolution sur  $C1$  et  $C4$ .
- 6) Donner le résultat ( $C10$ ) de la résolution sur  $C8$  et  $C9$ .
- 7) Effectuer d'autres résolutions jusqu'à l'obtention d'une clause vide. Conclure.

**Exercice 7 :**

1. Soient les prédicats suivants :

$SUR(X, Y)$  :  $X$  est sur  $Y$

$AU\_DESSUS(X, Y)$  :  $X$  est au-dessus de  $Y$

Définir des règles utilisant ces deux prédicats.

2. Soient les deux faits suivants qui décrivent le schéma :

$SUR(b, a)$  et  $SUR(a, table)$

Montrer (par résolution ou réfutation) que  $b$  est au-dessus de la table.

