

2016/09/19

ゼミ発表

GARCH モデル

学籍番号 : 201311324 百合川尚学

GARCH モデルとは何か

- *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic* の頭文字をとったもの.
- 直訳すると”一般化された 自己回帰 条件付き 不均一分散”の確率過程.
- *Tim Bollerslev* 教授によって考案されたモデル.

GARCH モデルの理論(1)

ϵ_t : 数式上は実数値離散時間確率過程を表すとする. 応用上は金融資産のリターンの履歴を表す.

ψ_t : 時点 t までの情報構造. 時点 t までの過程の σ -集合を表す.

ϵ_t は時点 t での確率変数であるから, それぞれの時点で何らかの値を取る. これを $\epsilon_t(\omega_t)$ と表記すれば, 時点を t_0, t_1, \dots, t_n として

$$\{\omega \mid \omega \equiv (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n)\}.$$

この集合を含む最小の σ 加法族が即ち ψ_t である.

ϵ_t は, 時点 $t-1$ までの履歴の情報 ψ_{t-1} が与えられた下で, 正規分布 $N(0, h_t)$ に従うとする. (正規分布でなくてもよい)

$$\epsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t).$$

GARCH モデルの式は以下の様に表される.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}.$$

GARCH モデルの理論 (2)

GARCH モデルは金融資産のリターンの履歴 ϵ とリターンの分散 h を使ったモデルである.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}.$$

p, q はどの時点までの履歴をモデルに入れるかを表す,

$$\alpha_0 \geq 0, \quad \alpha_i > 0,$$

$$\beta_i \geq 0.$$

係数の非負性は, 分散 h_t が負数にならない為にある.