

2016/09/19

---

# ゼミ発表

## GARCH モデル

---

学籍番号 : 201311324 百合川尚学

# GARCH モデルとは何か

---

- *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic* の頭文字をとったもの.
- 直訳すると”一般化された 自己回帰 条件付き 不均一分散”の確率過程.
- *Tim Bollerslev* 教授によって考案されたモデル.

# GARCH モデルの理論(1)

---

$\epsilon_t$  : 数式上は実数値離散時間確率過程を表すとする. 応用上は金融資産のリターンの履歴を表す.

$\psi_t$  : 時点  $t$  までの情報構造. 時点  $t$  までの過程の  $\sigma$ -集合を表す.

$\epsilon_t$  は時点  $t$  での確率変数であるから, それぞれの時点で何らかの値を取る. これを  $\epsilon_t(\omega_t)$  と表記すれば, 時点を  $t_0, t_1, \dots, t_n$  として

$$\{\omega \mid \omega \equiv (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n)\}.$$

この集合を含む最小の  $\sigma$  加法族が即ち  $\psi_t$  である.

$\epsilon_t$  は, 時点  $t-1$  までの履歴の情報  $\psi_{t-1}$  が与えられた下で, 正規分布  $N(0, h_t)$  に従うとする. (正規分布でなくてもよい)

$$\epsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t).$$

GARCH モデルの式は以下の様に表される.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}.$$

## GARCH モデルの理論 (2)

---

GARCH モデルは金融資産のリターンの履歴  $\epsilon$  とリターンの分散  $h$  を使ったモデルである.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}.$$

$p, q$  はどの時点までの履歴をモデルに入れるかを表す,

$$\alpha_0 \geq 0, \quad \alpha_i > 0,$$

$$\beta_i \geq 0.$$

係数の非負性は, 分散  $h_t$  が負数にならない為にある.