Projekt 1

Julia Girtler

Opis zadania

Zadanie polegało na zaimplementowaniu metody eliminacji Gaussa z pełnym wyborem elemntu głównego do wyznaczenia macierzy odwrotnej.

Obliczany jest również wskaźnik uwarunkowania macierzy nieosobliwej.

Omówienie zagadnienia

Metoda eliminacji Gaussa z pełnym wyborem elemnru głównego

Metoda eliminacji Gaussa z pełnym wyborem elementu głównego jest jedną z metod wyznaczania macierzy odwrotnej. Polega ona na przekształceniu macierzy pierwotnej do postaci macierzy jednostkowej poprzez wykonanie szeregu operacji na poszczególnych wierszach macierzy.

Przed wykonaniem każdej operacji eliminacji, należy wybrać element główny z całej macierzy (a nie tylko z wierszy i kolumn, w których aktualnie się znajdujemy), co zapewnia najlepszą dokładność numeryczną wyniku.

Metoda eliminacji Gaussa z pełnym wyborem elementu głównego pozwala na uzyskanie dokładniejszych wyników niż metoda bez wyboru elementu głównego, jednak wymaga większej liczby operacji, co wpływa na złożoność obliczeniową.

Wskaźnik uwarunkowania macierzy

Wskaźnik uwarunkowania określa, w jakim stopniu błąd reprezentacji numerycznej danych wejściowych danego problemu wpływa na błąd wyniku.

Wskaźnik uwarunkowania macierzy nieosobliwej to stosunek normy macierzy odwrotnej do normy macierzy.

Przykłady oraz wizualizacja

Przykład wyznaczania macierzy odwrotnej

Najpierw na przykładzie prostej macierzy pokażemy, że funkcja działa poprawnie.

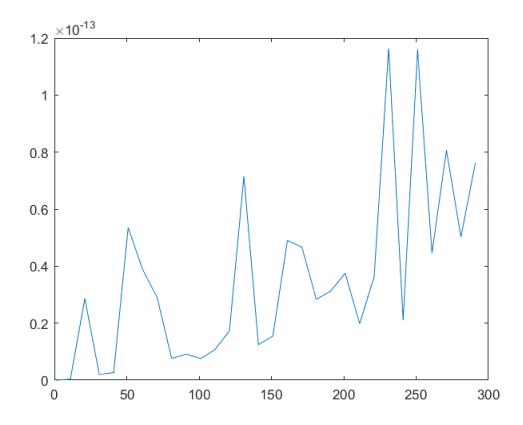
```
A = 3 \times 3
           2
                  2
     1
     4
           5
                  6
ans = 3 \times 3
            -0.6667
                         0.6667
   -1.0000
    2.0000
            -1.6667
                         0.6667
                       -1.0000
   -1.0000
              2.0000
ans = 3 \times 3
   -1.0000
            -0.6667
                        0.6667
    2.0000
            -1.6667
                         0.6667
   -1.0000
             2.0000
                       -1.0000
```

Macierze odwrotne w obu przypadkach są takie same

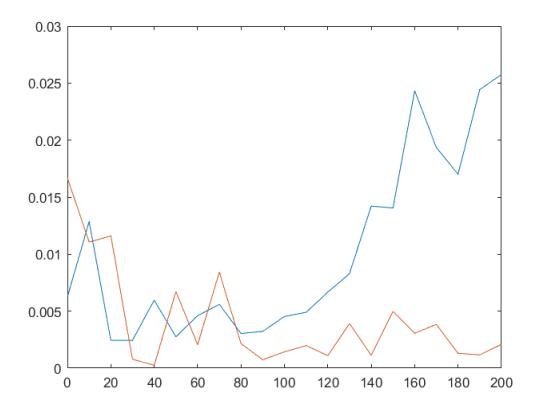
Błąd względny w zależności od rozmiaru macierzy

errors = 30×2 table

	Rozmiar_macierzy	Blad_bezwzgledny
1	1	0
2	11	4.5271e-15
3	21	7.1561e-11
4	31	5.5576e-14
5	41	6.3304e-14
6	51	2.5561e-11
7	61	4.4601e-12
8	71	2.6162e-12
9	81	2.0438e-13
10	91	3.7092e-13
11	101	2.1829e-13
12	111	5.4981e-13
13	121	3.6912e-12
14	131	1.7115e-11
15	141	1.0109e-12
16	151	5.9185e-13
17	161	5.3514e-12
18	171	3.4378e-12
19	181	1.7178e-12
20	191	3.3695e-11
21	201	3.1996e-12
22	211	1.0623e-12
23	221	1.8660e-12
24	231	1.4942e-11
25	241	9.1957e-13
26	251	1.4354e-11
27	261	4.6307e-12
28	271	7.0130e-12
29	281	3.5403e-12
30	291	9.1844e-12



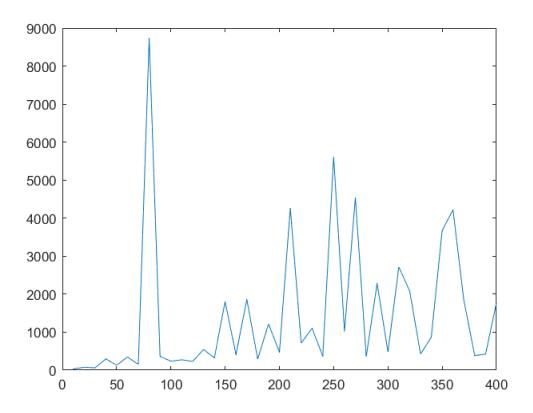
Porówanie działania czasu w zależności od rozmiaru macierzy



Przykład obliczania wskaźnika uwarunkowania

```
A = 3 \times 3
     1
            2
                   2
     4
            5
                   6
     7
            8
                   9
A_{inv} = 3 \times 3
   -1.0000
                           0.6667
               -0.6667
    2.0000
               -1.6667
                           0.6667
                          -1.0000
   -1.0000
               2.0000
wskaznik_uwarunkowania = 59.4701
```

Wskaźnik uwarunkowania, a rozmiar maicerzy



Wnioski

- 1. Wraz ze wzrostem rozmiaru macierzy błąd względny macierzy odwortnej wyznaczanej za pomocą eliminacji Gaussa z pełnym wyborem elementu głównego jest coraz większy.
- 2. Funkcja wbudowana inverse jest znacznie wydajniejsza czasowo od funkcji wyznaczającej macierz odwortną za pomocą eliminacji Gaussa z pełnym wyborem elementu głównego.
- 3. Dla macierzach o niewielkich rozmiarach czas działania funkcji wyznaczającej macierz odwortną za pomocą eliminacji Gaussa z pełnym wyborem elementu głównego jest stousnkowo duży, potem staje się on coraz mniejszy. Dla macierzy o większych rozmiarach czas wykonywania funkcji się wydłuża.
- 4. Dla macierzy małych rozmiarów wskaźnik uwarunkowania jest stosunkowo nieduży