

Projekt 2

Julia Girtler

22 maja 2023

Spis treści

1	Opis zadania	2
2	Algorytm Goertzela	2
3	Metoda Trapezów	2
4	Analiza wyników	3
4.1	Błąd względny a ilość podziałów przedziału całkowania	3
4.2	Porównanie czasu wykonania funkcji wbudowanej i funkcji zaimple- mentowanej (metoda trapezów)	4
5	Wnioski	5

1 Opis zadania

W poniższym projekcie została zaimplementowana metoda trapezów do obliczania przybliżonej wartości całki $\int_a^b (\sum_{i=1}^n a_k \cos(kx)) dx$ gdzie $\sum_{i=1}^n a_k \cos(kx)$ wyznaczana jest za pomocą algorytmu Goertzela.

2 Algorytm Goertzela

Aby wyznaczyć wartości wielomianu zadanego w zadaniu wykorzystany został algorytm Goertzela. Oblicza on wartości wielomianu: $w(\lambda) = \sum_{n=0}^n a_n \lambda^n$

Algorytm obliczania $w(z)$ dla $z = x + iy$

$p = 2x$

$q = -(x^2 + y^2)$

$b_N = a_N$

for $n = N-1, \dots, 1$

$b_n = a_n + p b_{n+1} + q b_{n+2}$

end

$u = a_1 p + x * b_2 + q * b_3$

$v = y b_2$

$w(z) = u + iv$

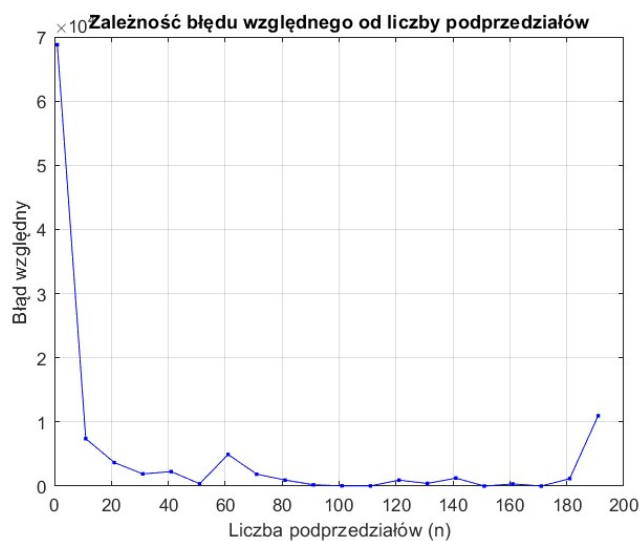
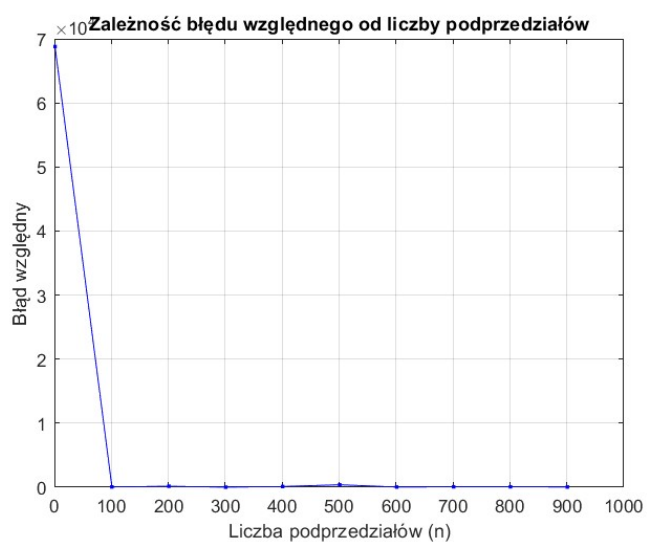
3 Metoda Trapezów

Metoda trapezów to jedna z podstawowych metod numerycznego całkowania, która przybliża wartość całki z funkcji na danym przedziale poprzez podział tego przedziału na niewielkie trapezy i sumowanie ich pól. Zaimplementowana przeze mnie funkcja działa następująco:

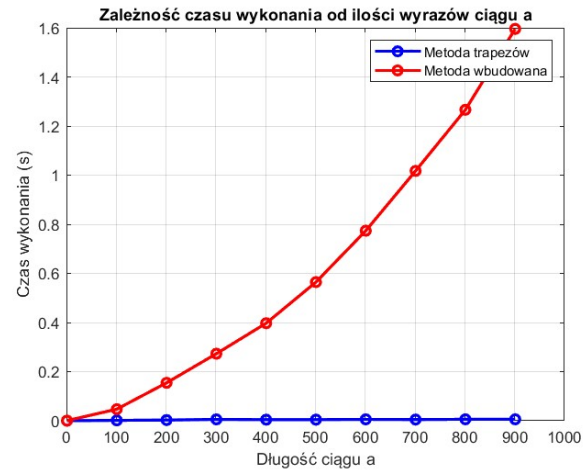
1. Podany przedział zostaje dzielony na n części, obliczona zostaje długość każdej z nich.
2. Obliczane są wartości funkcji na początku i na końcu danego przedziału.
3. Wyliczamy średnią wartość funkcji dla danego przedziału.
4. Dodajemy do siebie wszystkie wartości pomnożone przez długość tego przedziału.

4 Analiza wyników

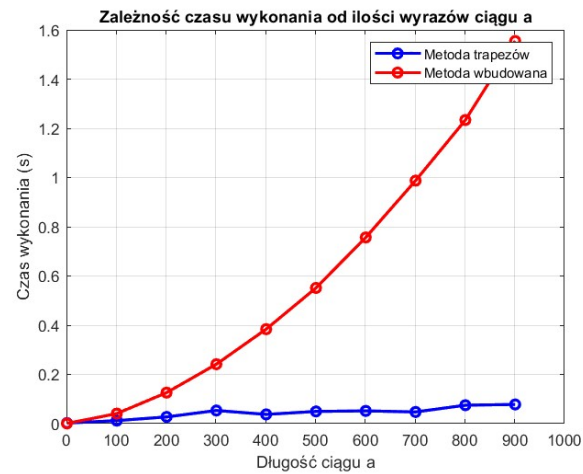
4.1 Błąd względny a ilość podziałów przedziału całkowania



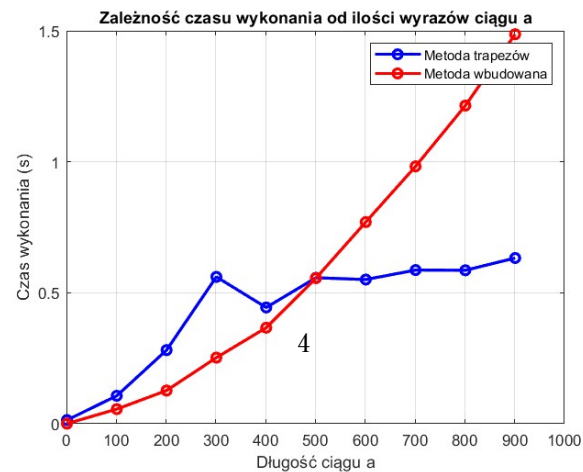
4.2 Porównanie czasu wykonania funkcji wbudowanej i funkcji zaimplementowanej (metoda trapezów)



Rysunek 1: Wykres dla podziału przedziału na 100 części



Rysunek 2: Wykres dla podziału przedziału na 1000 części



Rysunek 3: Wykres dla podziału przedziału na 10000 części

5 Wnioski

1. Im większa liczba podprzedziałów tym czas wykonywania zaimplementowanej funkcji, która oblicza całkę za pomocą metody trapezów jest dłuższy.
2. Im ciąg a ma więcej wyrazów tym czas wykonywaniu obu funkcji jest dłuższy.
3. Metoda trapezów jest efektywniejsza czasowo od metody wbudowanej Integral.
4. Tempo zmiany czasu wykonywania metody trapezów jest niewielkie, podczas gdy czas metody wbudowanej rośnie o wiele szybciej.