

Quadrados mínimos e RBF na modelagem de uma asa *

Eduardo F. Costa

June 24, 2025

1 O problema

Queremos modelar a parte superior de uma asa a partir de 308 pontos, como ilustrado na Fig. 1 usando quadrados mínimos ou interpolação e uma base de funções radiais (*radial basis functions*, RBF).

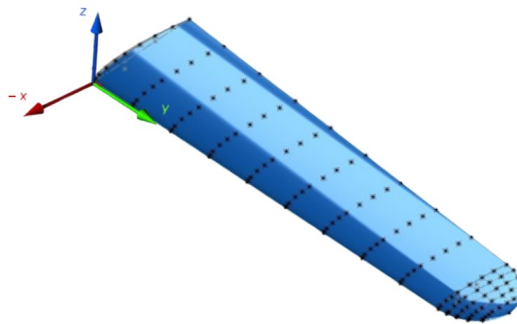


Figure 1: Superfície da asa; os dados estão na forma: x se refere ao eixo longitudinal, y ao eixo lateral e z ao eixo vertical.

Sobre os dados

São disponibilizados no padrão explicado na figura, com eixos x, y, z , e podem ser encontrados no arquivo anexado “dados-asa.xls”. Para compatibilizar com os modelos vistos, é necessário converter para $[x]_1$, $[x]_2$ e z , respectivamente. Na notação usada em aula, $x \in \mathfrak{R}^2$ é o domínio e y (z na tabela/figura) é altura para cada ponto x_k do plano. Obs.: decidimos manter os dados originais no padrão x, y, z porque a compatibilização de notação é algo que o engenheiro / bacharel lida quotidianamente.

*Material reaproveita dados levantados por ex alunos (Renan e João Pedro) de SME0300.

Exemplo de modelo

Para ilustrar, digamos que você selecione 200 pontos, denotados por x_{k_j} , $j = 1, \dots, 200$, por ex., $k_{10} = 13$, então $x_{k_{10}} = x_{13}$. Se estivermos usando a RBF Gaussiana,

$$\phi_j(x) = e^{-\alpha_j \|x - x_{k_j}\|^2},$$

sendo os parâmetros α_j livres para escolha (você pode iniciar com todos iguais a um, e ir ajustando). O erro a ser minimizado é, como usual, $E = \sum_{k=0}^{307} (y_k - P(x_k))^2$, com $P(x) = \sum_{j=1}^{200} a_j \phi_j(x)$.

Objetivo

O objetivo é apresentar pelo menos 3 vistas da asa, em diferentes ângulos, gerados pelo modelo $P(x)$, que representem adequadamente a asa.

Uma sugestão para criar os gráficos é gerar uma malha (“grid”) bem fina, com pontos x bem próximos entre si, e para cada x da malha obter o $y = P(x)$ correspondente. Com isso, devemos ser capazes de gerar uma imagem como a da Fig. 2. No Octave, pode-se usar funções prontas como `mesh` ou `plot3d`.

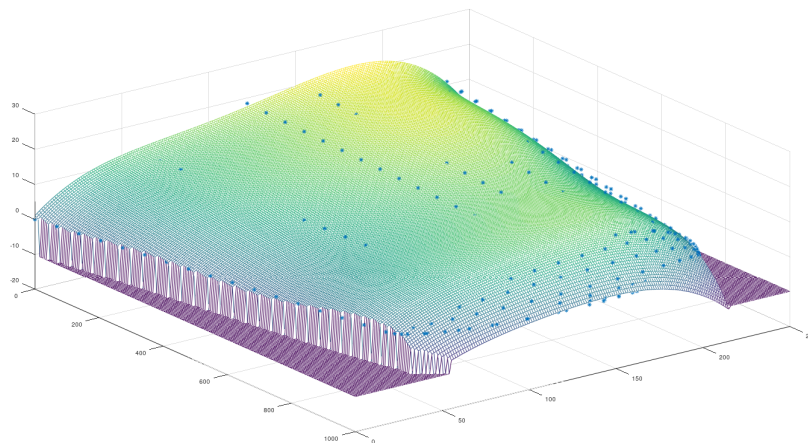


Figure 2: Exemplo de $P(x)$, e alguns dos 308 pontos visíveis, pelos quais percebemos que há erros / deformações. Elaborado com GNU Octave 6.2.0.

A vista da Figura 2 serve como contra-exemplo, com deformações que não deveriam estar presentes. O objetivo / desafio é justamente conseguir um modelo mais parecido com a ilustração da figura inicial. Para isso, pode escolher mais pontos, ou mesmo, todos os pontos dados, alterar os parâmetros α_j , ou até mesmo usar outras funções RBF. Outra crítica é que a proporção da Figura 2 não está preservada, “comprimindo” a asa no eixo $[x]_2$.

2 Entrega / relatório

Grupos de até 3 alunos, elabore um breve relatório contendo Introdução, Desenvolvimento, Código, Resultados, Conclusão.