1) sea la funcion ... para $0 \leq x \leq 1$aproxime f con un polinomio de grado 2. Grafique.

$g(x) = (1+x^2)^{\frac{1}{1+x^2}}$ para $0 \leq x \leq 1$
$a = 0$
$b = 1$
$f_1(x) = 1 + x$ elegir función
$f_2(x) = x^2$ funcion de grado 2.

Valores de Y: Producto interno de g(x) con f1(x) y g(x) con f2(x)

$\int_0^1 g(x) f_1(x) dx = 1.8354$

$\int_0^1 g(x) f_2(x) dx = 0.43927$

Valores de Fila 1-A: Producto interno de f1(x) con f1(x) y de f1(x) con f2(x):

$\int_0^1 f_1(x) f_1(x) dx = 2.3333$

$\int_0^1 f_1(x) f_2(x) dx = 0.58333$

Valores de Fila 2-A: Producto interno de f2(x) con f1(x) y f2(x) con f2(x):

$\int_0^1 f_2(x) f_1(x) dx = 0.58333$

$\int_0^1 f_2(x) f_2(x) dx = 0.2$

Armar la matriz A y la matriz Y:

$$A = \begin{bmatrix} 2.3333 & 0.58333 \\ 0.58333 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1.8354 \\ 0.43927 \end{bmatrix}$$

Producto de la inversa de A con Y

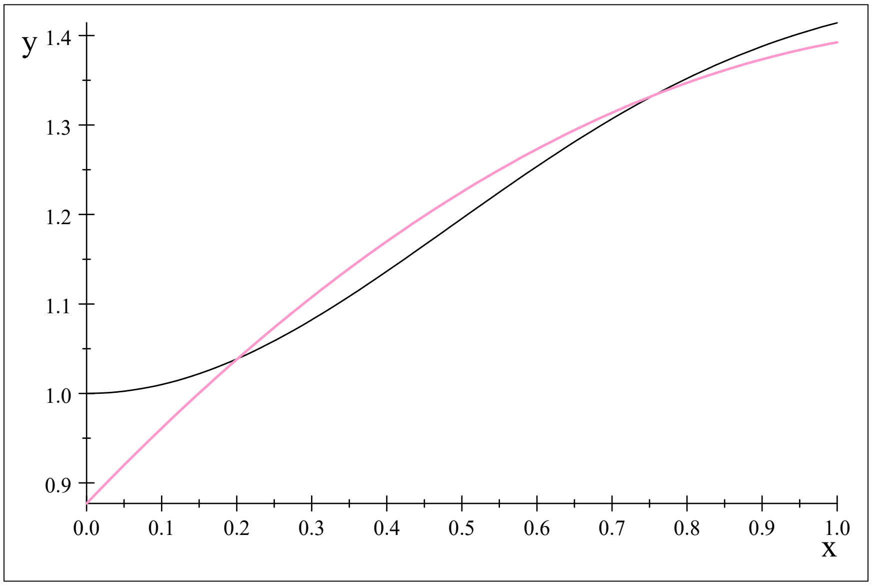
$$X = A^{-1} Y = \begin{bmatrix} 0.877 \\ -0.36155 \end{bmatrix}$$

Entonces la funcion f(x) que aproxima mejor a g(x) en el intervalo [0,1] es:

$$f(x) = 0.877(1+x) - 0.36155x^2$$

f1(x)*fila1(X) + f2(x)*fila2(X)

$g(x)$



$$A = \begin{bmatrix} \int_a^b f_1|f_1 & \int_a^b f_1|f_2 & \int_a^b f_1|f_3 \\ \int_a^b f_2|f_1 & \int_a^b f_2|f_2 & \int_a^b f_2|f_3 \\ \int_a^b f_3|f_1 & \int_a^b f_3|f_2 & \int_a^b f_3|f_3 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} \int_a^b f_1|f_1 \\ \int_a^b f_1|f_2 \\ \int_a^b f_1|f_3 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} Y$$

2) Aproxime la funcion del ejercicio 1 usando los poliniomios de CHEBICHEV hasta grado 2.

$f(x) = (1+x^2)^{\frac{1}{1+x^2}}$ intervalo: $[0,1]$

$a = 0$
$b = 1$
$T_0 = 1$ Inventar si no las da, desde 0
$T_1 = x$ hasta el grado de dato.
$T_2 = 2x^2 - 1$

!!!!Formula:

$$g(x) = \frac{1}{b-a}(2x - a - b) = \frac{1}{1-0}(2x - 0 - 1) = 2x - 1$$

1- Reemplazar g(x) en los T.

$T_{g(x)0} = 1$
$T_{g(x)1} = 2x - 1$
$T_{g(x)2} = 2(2x-1)^2 - 1$

2- Calcular los C. La integral va siempre de 0 a π.

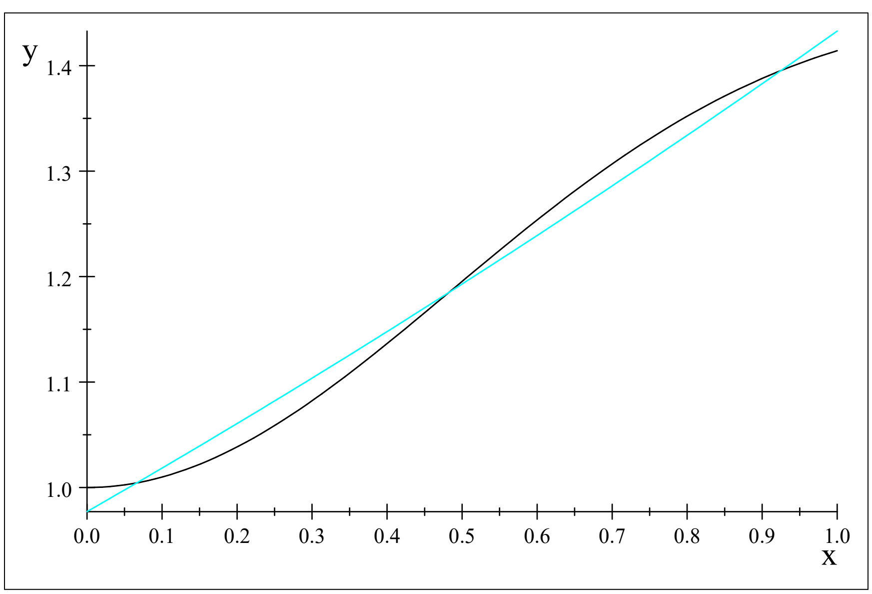
$c_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(\frac{1}{2}(b-a)\cos(\theta) + \frac{a+b}{2})\cos(0\theta)d\theta = 1.1990$
$c_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(\frac{1}{2}(b-a)\cos(\theta) + \frac{a+b}{2})\cos(1\theta)d\theta = 0.22785$
$c_2 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(\frac{1}{2}(b-a)\cos(\theta) + \frac{a+b}{2})\cos(2\theta)d\theta = 6.0214 \times 10^{-3}$

3- Hacer el polinomio h. !!Usar la formula de h(x)

$$h(x) = c_0(T_{g(x)0}) + c_1(T_{g(x)1}) + c_2(T_{g(x)2})$$

$$h(x) = 1.1990(1) + 0.22785(2x-1) + 6.0214 \times 10^{-3}(2(2x-1)^2 - 1)$$

$f(x)$



$S = \{(1,1)(2,1)(3,2)(4,4)\}$
$A = \{1,x,x^2\}$

Forma que tiene que tener el polinomio resultante:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

1- Columna 1: Reemplazamos cada valor de x con A={1}
2- Columna 2: Reemplazamos cada valor de x con A={x}
3- Columna 3: Reemplazamos cada valor de x con A={x^2}

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{bmatrix}$$

4- Columna: Valores de Y en S.

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

5- Calculamos la transpuesta de A

A, transpose: $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \end{bmatrix}$

$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \end{bmatrix}$ Le cambiamos el nombre

!!Cuidado con el orden

6- Calculamos producto de A(transpuesta) x A:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.0 & 10.0 & 30.0 \\ 10.0 & 30.0 & 100.0 \\ 30.0 & 100.0 & 354.0 \end{bmatrix}$$

7- Calculamos producto de A(transpuesta) x Y:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.0 \\ 25.0 \\ 87.0 \end{bmatrix}$$

8- Calculamos la inversa de C x D:

$$R = \begin{bmatrix} 4.0 & 10.0 & 30.0 \\ 10.0 & 30.0 & 100.0 \\ 30.0 & 100.0 & 354.0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8.0 \\ 25.0 \\ 87.0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 2.0 \\ -1.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \text{a0} \\ \text{a1} \\ \text{a2} \end{array} \end{array}$$

9- Reemplazamos R con en la f(x) con los a sub n.

$A = \{1, x, x^2\}$

$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

$$f(x) = 2 - 1.5x + 0.5x^2$$

3- Sea la ecuacion diferencial de primer orden $y\prime = \frac{1-xe^y}{1+y^2}$ para

$0 \leq x \leq 1$ y $y(0) = 1$

Use el metodo de newton para determinar el conjunto de puntos

$S = \{(x_i, y_i)\}_{i=0}^{5}$ Aproxime estos puntos con un polinomio de grado 2. Grafiqueeee.

$y' = \frac{1-xe^y}{1+y^2}$ para $0 \leq x \leq 1$ y $y(0) = 1$

$n = 5$

$h = \frac{1-0}{5} = 0.2$ Es la distancia entre los puntos.

$x_i = a + ih$

$x_i = 0 + i(0.2)$ i es la posicion, multiplicar por el h

$f(x,y) = \frac{1-xe^y}{1+y^2}$

El primer yk, lo tenemos como dato y(0)(x)=1(y)

$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k)$

$y_{k+1} = 1 + 0.2(f(0,1)) = 1.1$

$y_{k+1} = 1.1 + 0.2(f(0.2, 1.1)) = 1.1361$

$y_{k+1} = 1.1361 + 0.2(f(0.4, 1.1361)) = 1.1146$

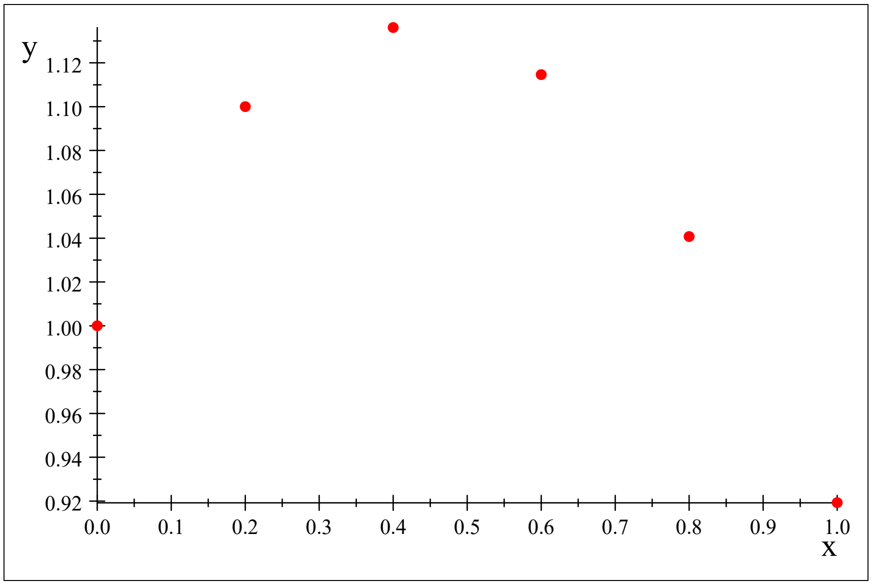
$y_{k+1} = 1.1146 + 0.2(f(0.6, 1.1146)) = 1.0407$

$y_{k+1} = 1.0407 + 0.2(f(0.8, 1.0407)) = 0.91925$

x_k	y_k
0	1
0.2	1.1
0.4	1.1361
0.6	1.1146
0.8	1.0407
1	0.91925

Entonces:

$S(x,y) = \{(0,1), (0.2, 1.1), (0.4, 1.1361), (0.6, 1.1146), (0.8, 1.0407),$
$(1, 0.91925)\}$



Siempre respetar esas formulas...

$u_{1,k} = hf(x_k, y_k)$

$u_{2,k} = hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{1}{2}u_{1,k})$

$u_{3,k} = hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{1}{2}u_{2,k})$

$u_{4,k} = hf(x_{k+1}, y_k + u_{3,k})$

$u_{1,1} = hf(0.2, 1.1) = 3.6124 \times 10^{-2}$

$u_{2,1} = hf(0.2 + \frac{h}{2}, 1.1 + \frac{1}{2}3.6124 \times 10^{-2}) = 7.3175 \times 10^{-3}$

$u_{3,1} = hf(0.2 + \frac{h}{2}, 1.1 + \frac{1}{2}7.3175 \times 10^{-3}) = 8.6063 \times 10^{-3}$

$u_{4,1} = hf(0.4, 1.1 + 8.6063 \times 10^{-3}) = -1.9027 \times 10^{-2}$

METODO DE NEWTON

$$\frac{b-a}{n} = h$$
$$\frac{b-a}{h} = n$$

$$n(sub\ intervalos) = 1 \rightarrow \frac{1}{2}(x_1 - x_0)[f(x_0) + f(x_1)]$$
$$n = 2 \rightarrow \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$
$$n = 3 \rightarrow \frac{3}{8}h[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$
$$n = 1 \text{ cotas } \rightarrow \frac{(b-a)^3}{12}f''(\xi)$$
$$n = 2 \text{ cotas } \rightarrow \frac{h^5}{90}f^{(4)}(\xi)$$

METODO DE SIMPSON

1- Calcular la integral de la funcion en el intervalo

$f(x) = \cos(x)$ para $x \in [1,5]$ Enunciado

$\int_1^5 \cos(x)dx = \sin 5 - \sin 1 = -1.800$ Integral

$a = 1$

$b = 5$

2- Calcular el h

$h = \frac{(b-a)=5-1}{n=2} = 2$

3- Reemplazar en la formula de acuerdo al n(dato) y con el h

$\frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$ x_0 es a, x_2 es b y x_1 tiene que estar entre medio

$I_2(f) = \frac{2}{3}[\cos(1) + 4\cos(3) + \cos(5)] = -2.0907$

4- Cuando el intervalo es muy grande, la aproximacion es mala, si achicamos el intervalo $[a,b]$, la aproximacion sera mejor

Intervalo mas chico: $[1, 1.4]$

5- Integramos funcion original con el intervalo mas chico

$\int_1^{1.4} \cos(x)dx = 0.14398$

6- Calculamos el h nuevamente, con el intervalo mas chico

$h = \frac{(1.4-1)}{2} = 0.2$

7- Reemplazar en la formula de acuerdo al n(dato) y con el h nuevo

$\frac{0.2}{3}[\cos(1) + 4\cos(1.2) + \cos(1.4)] = 0.14398$

Para calcular las cotas tenemos que derivar a f respecto de x,

si la n es igual a 1: derivamos dos veces.

si la n es igual a 2: derivamos cuatro veces.