1. Use el metodo de Sinson compuesto para aproximar el valor de $I = \int_0^1 (1+x^2)^x dx$. Tome n=14 y calcule una cota para el error.

$I = \int_0^1 (1+x^2)^x dx = 1.2402$

$f(x) = (1+x^2)^x$

2. a y b son los valores de la integral.

$n = 14$

$a = 0$ x0 = a

$b = 1$ xn = b

3. Calcular el h

$h = \frac{b-a}{n} = 7.1429 \times 10^{-2}$

4. Calcular los xsubn

$x_0 = 0h = 0.0 = 0.0$

$x_1 = 0 + h = 7.1429 \times 10^{-2}$

$x_2 = 0 + 2h = \frac{1}{7} = 0.14286$

$x_3 = 0 + 3h = \frac{3}{14} = 0.21429$

$x_4 = 0 + 4h = \frac{2}{7} = 0.28572$

$x_5 = 0 + 5h = \frac{5}{14} = 0.35715$

$x_6 = 0 + 6h = \frac{3}{7} = 0.42857$

$x_7 = 0 + 7h = \frac{1}{2} = 0.5$

$x_8 = 0 + 8h = \frac{4}{7} = 0.57143$

$x_9 = 0 + 9h = \frac{9}{14} = 0.64286$

$x_{10} = 0 + 10h = \frac{5}{7} = 0.71429$

$x_{11} = 0 + 11h = \frac{11}{14} = 0.78572$

$x_{12} = 0 + 12h = \frac{6}{7} = 0.85715$

$x_{13} = 0 + 13h = \frac{13}{14} = 0.92858$

$x_{14} = 0 + 14h = 1 = 1.0$

5. Reemplazar en la formula:

Primer termino f(a)

Los ximpares son +4

Los xpares son +2

Ultimo termino f(b)

$$I(f) = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4\sum_{j=0}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2j+1}) + 2\sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2j}) + f(x_n) \right]$$

$$I(f) = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + 4f(x_5) + 2f(x_6) + 4f(x_7) + 2f(x_8) + 4f(x_9) + 2f(x_{10}) + 4f(x_{11}$$

$$I(f) = \frac{h}{3}(f(0) + 4f(1h) + 2f(2h) + 4f(3h) + 2f(4h) + 4f(5h) + 2f(6h) + 4f(7h) + 2f(8h) + 4f(9h$$

$: 1.2402 = 1.2402$

6. Calcular la cota para el error:

7. Reemplazar en la formula segun si el n es par o impar.

$R_n = I_n(f) - \int_a^b f(x)dx$

$I_n(f)$ =Resultado de arriba

$\int_a^b f(x)dx$ =Integral de la funcion original

$$R_n(f)\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{(n+1)!} R_n(x^{n+1}) f^{(n+1)}(\xi) & \text{Si n es impar} \\ \frac{1}{(n+2)!} R_n(x^{n+2}) f^{(n+2)}(\xi) & \text{Si n es par} \end{array}$$

$R_x(f) = \frac{1}{(14+2)!}(1.2402 - 1.2402) f^{(14+2)}(\xi) = 0.0$

---

2) Sea el espacio vectorial $C([-1,1])$ con el producto interno dado por:

$(f|g) = \int_{-1}^{1} \frac{f(x)g(x)}{1+x^2} dx$!!!tener en cuenta la funcion para los Valores de la fila Y.

Si $f \in C([-1,1])$ está dada por $f(x) = e^{1-x^2}$ aproxime f usando la familia de funciones $A = \{f_k\}_{k=1}^{3}$, donde $f_k(x) = x^{k-1}$.

Realice un grafico de ambas funciones $(g(x) y f(x))$.

$g(x) = e^{1-x^2}$

$a = -1$

$b = 1$

$f_1(x) = 1$

$f_2(x) = x$

$f_3(x) = x^2$

1. Valores de Y: Producto interno de g(x) con f1(x) y g(x) con f2(x)

$\int_{-1}^{1} \frac{g(x)f_1(x)}{1+x^2} dx = 3.3643$

$\int_{-1}^{1} \frac{g(x)f_2(x)}{1+x^2} dx = 0.0$

$\int_{-1}^{1} \frac{g(x)f_3(x)}{1+x^2} dx = 0.69589$

2. Valores de Fila 1-A: Producto interno de f1(x) con f1(x) y de f1(x) con f2(x):

$\int_{-1}^{1} f_1(x)f_1(x)dx = 2.0$

$\int_{-1}^{1} f_1(x)f_2(x)dx = -1.2622 \times 10^{-29}$

$\int_{-1}^{1} f_1(x)f_3(x)dx = 0.66667$

3. Valores de Fila 2-A: Producto interno de f2(x) con f1(x) y f2(x) con f2(x):

$\int_{-1}^{1} f_2(x)f_1(x)dx = -1.2622 \times 10^{-29}$

$\int_{-1}^{1} f_2(x)f_2(x)dx = 0.66667$

$\int_{-1}^{1} f_2(x)f_3(x)dx = -1.5777 \times 10^{-29}$

4. Valores de fila 3-A

$\int_{-1}^{1} f_3(x)f_1(x)dx = 0.66667$

$\int_{-1}^{1} f_3(x)f_2(x)dx = -1.5777 \times 10^{-29}$

$\int_{-1}^{1} f_3(x)f_3(x)dx = 0.4$

5. Armar la matriz A y la matriz Y:

$$A = \begin{bmatrix} 2.0 & -1.2622 \times 10^{-29} & 0.66667 \\ -1.2622 \times 10^{-29} & 0.66667 & -1.5777 \times 10^{-29} \\ 0.66667 & -1.5777 \times 10^{-29} & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 3.3643 \\ 0.0 \\ 0.69589 \end{bmatrix}$$

6. Producto de la inversa de A con Y

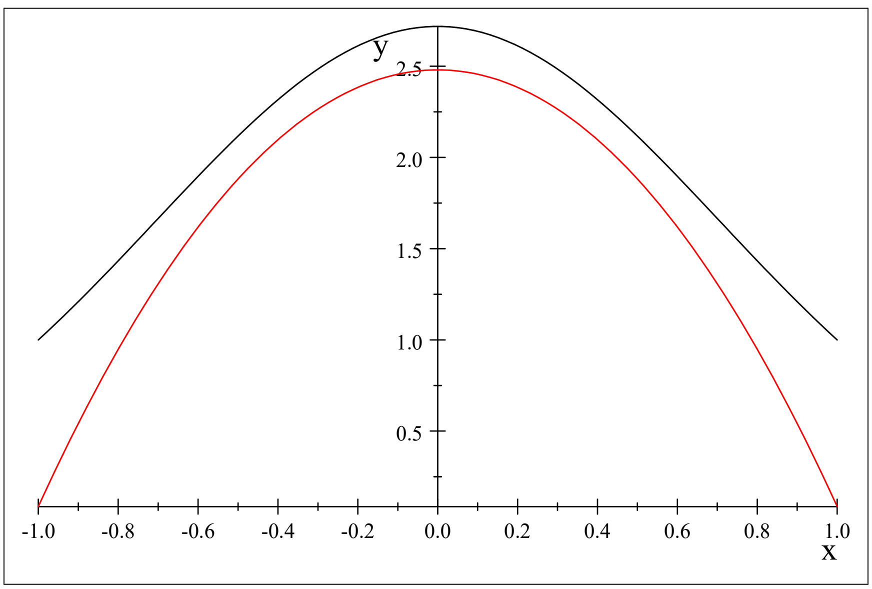
$$X = A^{-1}Y = \begin{bmatrix} 2.4801 \\ -9.6939 \times 10^{-30} \\ -2.3937 \end{bmatrix}$$

7. Entonces la funcion f(x) que aproxima mejor a g(x) en el intervalo [0,1] es:

$$f(x) = 2.4801 - 9.6939 \times 10^{-30}x - 2.3937x^2$$

f1(x)*fila1(X) + f2(x)*fila2(X)+f3(x)*fila2(X)

$g(x)$



3- Sea la ecuacion diferencial de primer orden $y\prime = \frac{x-y}{1+(xy)^2}$ con la condicion inicial $y(1) = 1$. Obtenga una sucesion de puntos que aproxime la solucion en el intervalo [1,2], usando el metodo de Euler con h=0.2.

$$\frac{b-a}{n} = h$$
$$\frac{b-a}{h} = n$$

$y' = \frac{x-y}{1+(xy)^2}$ para $1 \leq x \leq 2$ y $y(1) = 1$

$a = 1$

$b = 2$

$n = \frac{b-a}{h} = 5$

$h = \frac{2-1}{5} = 0.2$

Es la distancia entre los puntos.i es la posicion, multiplicar por el h

$x_i = a + ih$

$x_i = 1 + i(0.2)$

$f(x,y) = \frac{x-y}{1+(xy)^2}$

El primer yk, lo tenemos como dato y(0)(x)=1(y)

$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k)$

$y_{k+1} = 1 + 0.2(f(1,1)) = 1.0$

$y_{k+1} = 1 + 0.2(f(1.2,1)) = 1.0164$

$y_{k+1} = 1.0164 + 0.2(f(1.4, 1.0164)) = 1.0418$

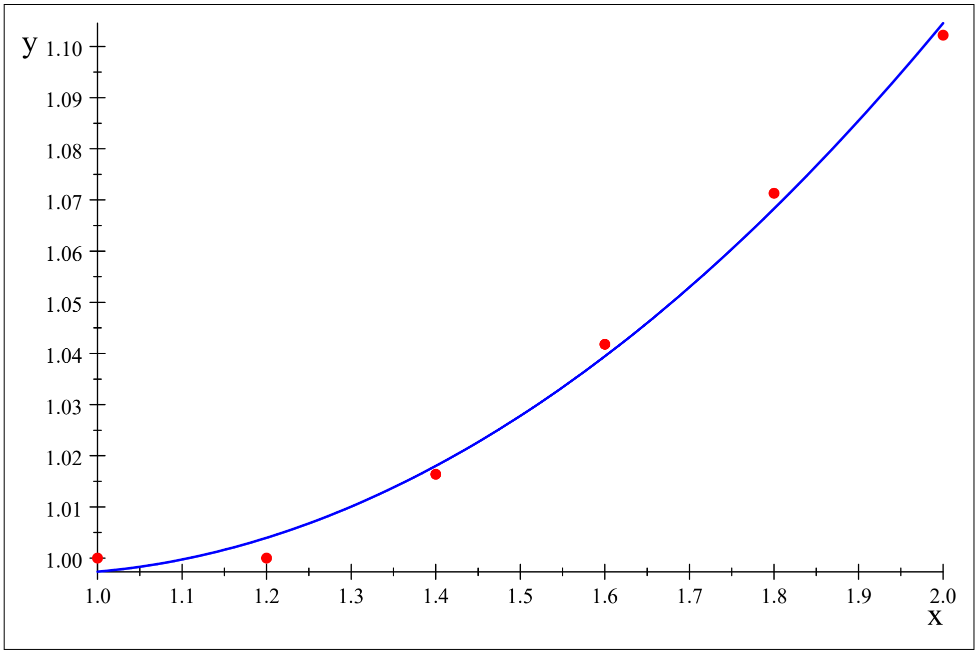
$y_{k+1} = 1.0418 + 0.2(f(1.6, 1.0418)) = 1.0713$

$y_{k+1} = 1.0713 + 0.2(f(1.8, 1.0713)) = 1.1022$

x_k	y_k
1	1
1.2	1.0
1.4	1.0164
1.6	1.0418
1.8	1.0713
2	1.1022

Entonces:

$S(x,y) = \{(1,1), (1.2, 1.0), (1.4, 1.0164), (1.6, 1.0418), (1.8, 1.0713), (2, 1.1022)\}$



Ejercicio 4) Usando el conjunto de puntos obtenido en el ejercicio 3. Aproxime la solucion de la ecuacion diferencial usando la familia de funciones A del ejercicio 2. Grafique.

- Funciones del ejercicio 2:

$A = \{1, x, x^2\}$
$f_1(x) = 1$
$f_2(x) = x$
$f_3(x) = x^2$

- Conjunto de puntos del ejercicio 3:

$S(x,y) = \{(1,1), (1.2, 1.0), (1.4, 1.0164), (1.6, 1.0418), (1.8, 1.0713), (2, 1.1022)\}$

- Forma que tiene que tener el polinomio resultante:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

- Columna 1: Reemplazamos cada valor de x con A={1}
- Columna 2: Reemplazamos cada valor de x con A={x}
- Columna 3: Reemplazamos cada valor de x con A={x2}

1. Armamos la matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1.2 & 1.44 \\ 1 & 1.4 & 1.96 \\ 1 & 1.6 & 2.56 \\ 1 & 1.8 & 3.24 \\ 1 & 2.0 & 4 \end{bmatrix}$$

2. Armamos la matriz Y

Columna: Valores de Y en S:

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1.0164 \\ 1.0418 \\ 1.0713 \\ 1.1022 \end{bmatrix}$$

3. Calculamos la transpuesta de A:

A, transpose: $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1.2 & 1.4 & 1.6 & 1.8 & 2.0 \\ 1 & 1.44 & 1.96 & 2.56 & 3.24 & 4 \end{bmatrix}$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1.2 & 1.4 & 1.6 & 1.8 & 2.0 \\ 1 & 1.44 & 1.96 & 2.56 & 3.24 & 4 \end{bmatrix}$$

!!Cuidado con el orden de multiplicar

4. Calculamos el producto de A(transpuesta) x A:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1.2 & 1.4 & 1.6 & 1.8 & 2.0 \\ 1 & 1.44 & 1.96 & 2.56 & 3.24 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1.2 & 1.44 \\ 1 & 1.4 & 1.96 \\ 1 & 1.6 & 2.56 \\ 1 & 1.8 & 3.24 \\ 1 & 2.0 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6.0 & 9.0 & 14.2 \\ 9.0 & 14.2 & 23.4 \\ 14.2 & 23.4 & 39.966 \end{bmatrix}$$

5. Calculamos el producto de A(transpuesta) x Y:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1.2 & 1.4 & 1.6 & 1.8 & 2.0 \\ 1 & 1.44 & 1.96 & 2.56 & 3.24 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1.0164 \\ 1.0418 \\ 1.0713 \\ 1.1022 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.2317 \\ 9.4226 \\ 14.979 \end{bmatrix}$$

6. Multiplicamos C^{-1} x D:

$$\begin{array}{cc} R = \begin{bmatrix} 6.0 & 9.0 & 14.2 \\ 9.0 & 14.2 & 23.4 \\ 14.2 & 23.4 & 39.966 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 6.2317 \\ 9.4226 \\ 14.979 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0753 \\ -0.17054 \\ 9.2584 \times 10^{-2} \end{bmatrix} & \begin{matrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{matrix} \end{array}$$

7. Reemplazamos R en la f(x) con los a sub n.

$A = \{1, x, x^2\}$

$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

$$f(x) = 1.0753 - 0.17054x + 9.2584 \times 10^{-2} x^2$$