

Nhập môn Kỹ thuật Truyền thông

Bài 4: Lý thuyết ra quyết định (Decision Theory)

4.3 Bộ thu

PGS. Tạ Hải Tùng

Bộ thu không gian tín hiệu

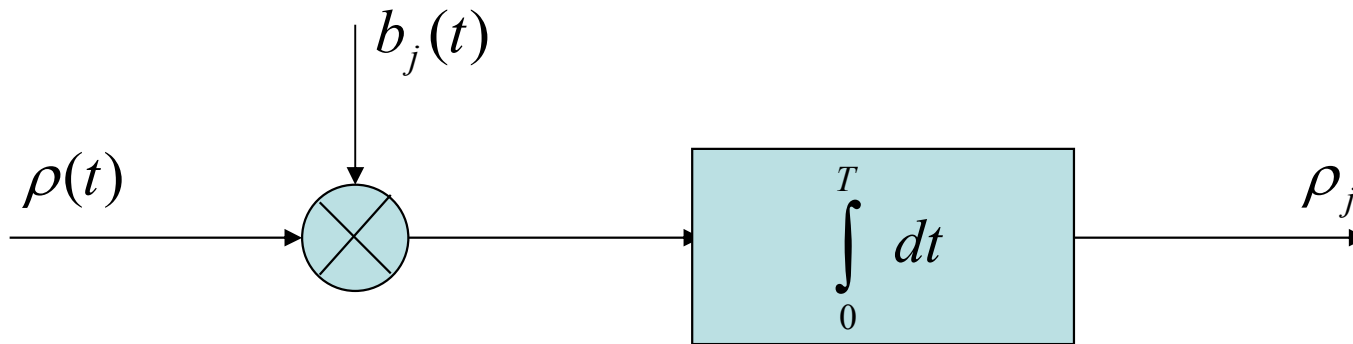
Giả sử tín hiệu nhận được là $\rho(t)$ với $0 \leq t < T$, bộ thu cần phải:

1. Tính d phép chiếu:
$$\rho_j = \int_0^T \rho(t) b_j(t) dt$$
2. Với giả thiết vector nhận được $\underline{\rho} = (\rho_1, \dots, \rho_j, \dots, \rho_d)$ chọn $\underline{s}_R \in M$ theo tiêu chí ML (khoảng cách tối thiểu hay Voronoi)
3. Với \underline{s}_R , khôi phục lại vector thông tin nhị phân \underline{u}_R thông qua ánh xạ ngược:
$$\underline{u}_R = e^{-1}(\underline{s}_R)$$

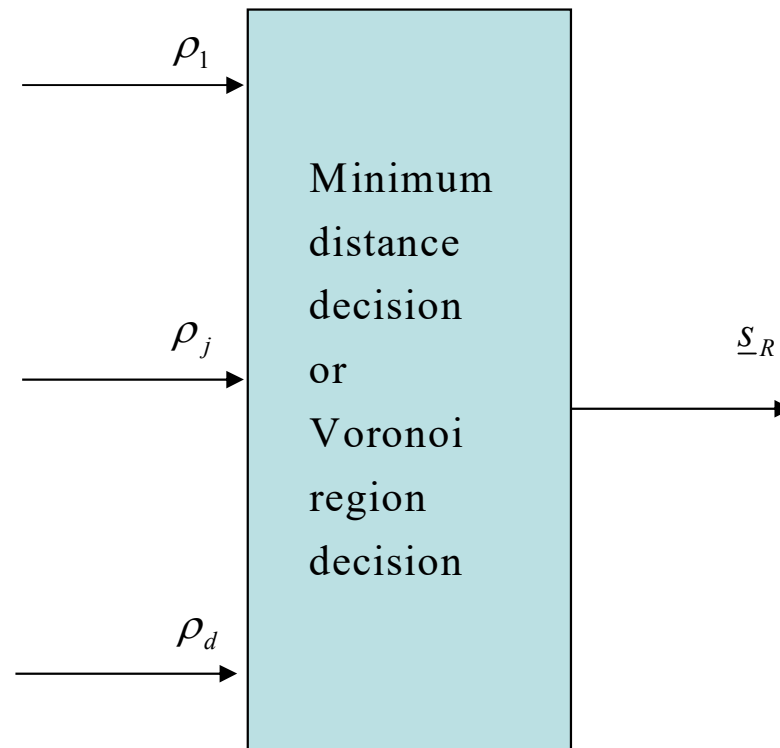
Bộ thu không gian tín hiệu (với bộ tích phân)

1. Cho $\rho(t)$ tính d phép chiếu

$$\rho_j = \int_0^T \rho(t) b_j(t) dt$$

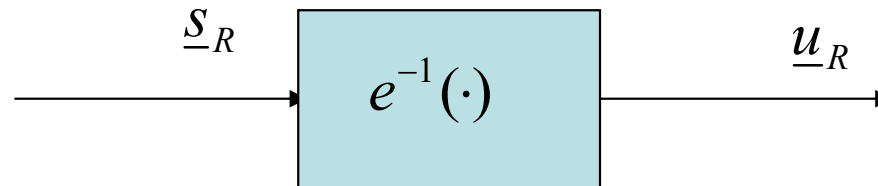


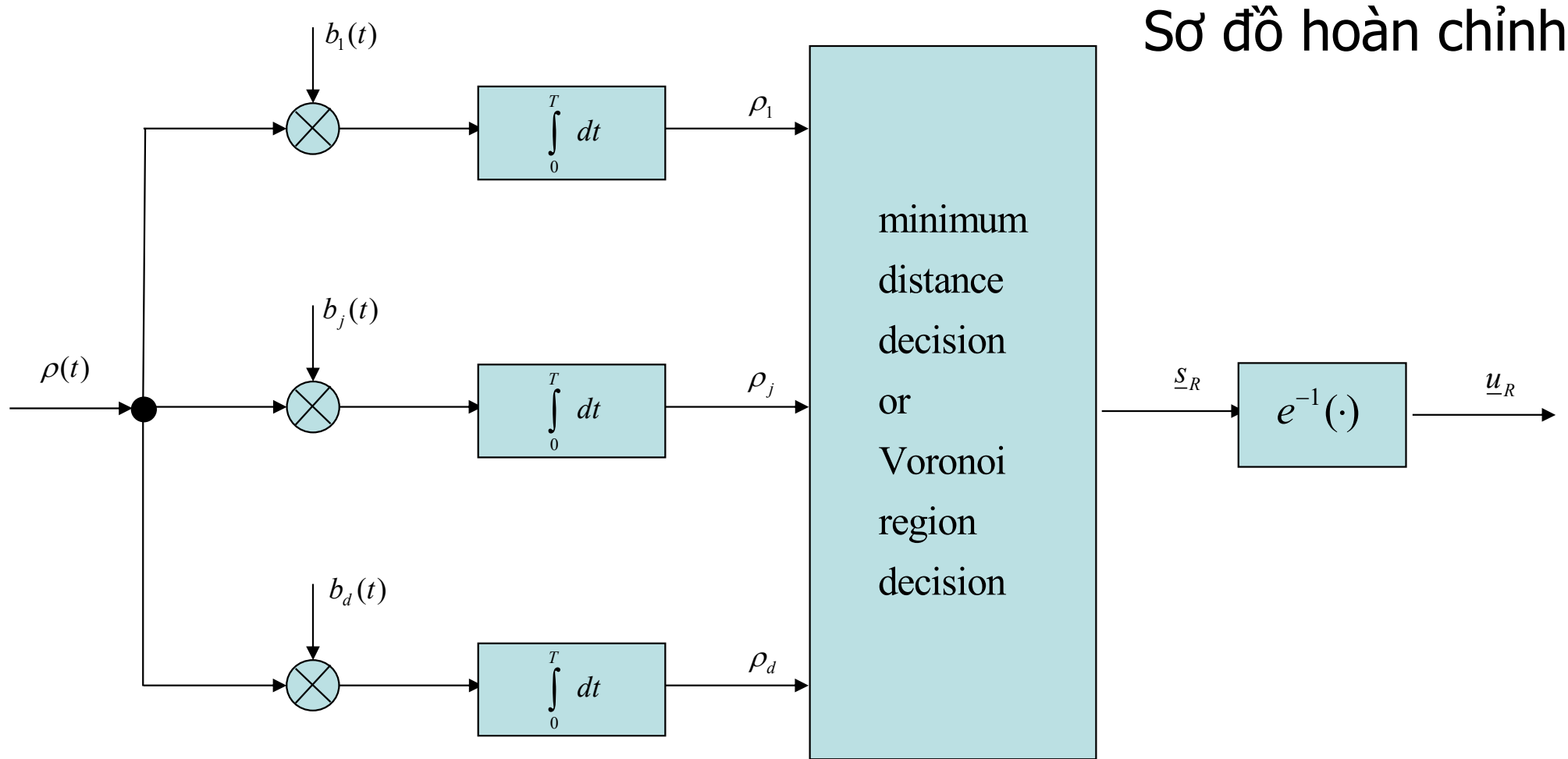
2. Sau khi thu được $\underline{\rho} = (\rho_1, \dots, \rho_j, \dots, \rho_d)$ áp dụng tiêu chuẩn ML để chọn: $\underline{s}_R \in M$



3. Cho \underline{s}_R , khôi phục \underline{u}_R thông qua ánh xạ ngược:

$$\underline{u}_R = e^{-1}(\underline{s}_R)$$





Bộ lọc phối hợp (matched filter)

Một bộ lọc với đáp ứng xung: $h(t)$

Tín hiệu đầu ra $y(t)$ được xác định bởi tín hiệu đầu vào $x(t)$ như sau:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

Giả sử:

- Tín hiệu đầu vào bộ lọc là tín hiệu nhận được $\rho(t)$
- Đáp ứng xung là: $h(t) = b_j(T - t)$

Bộ lọc phối hợp (Matched Filter)

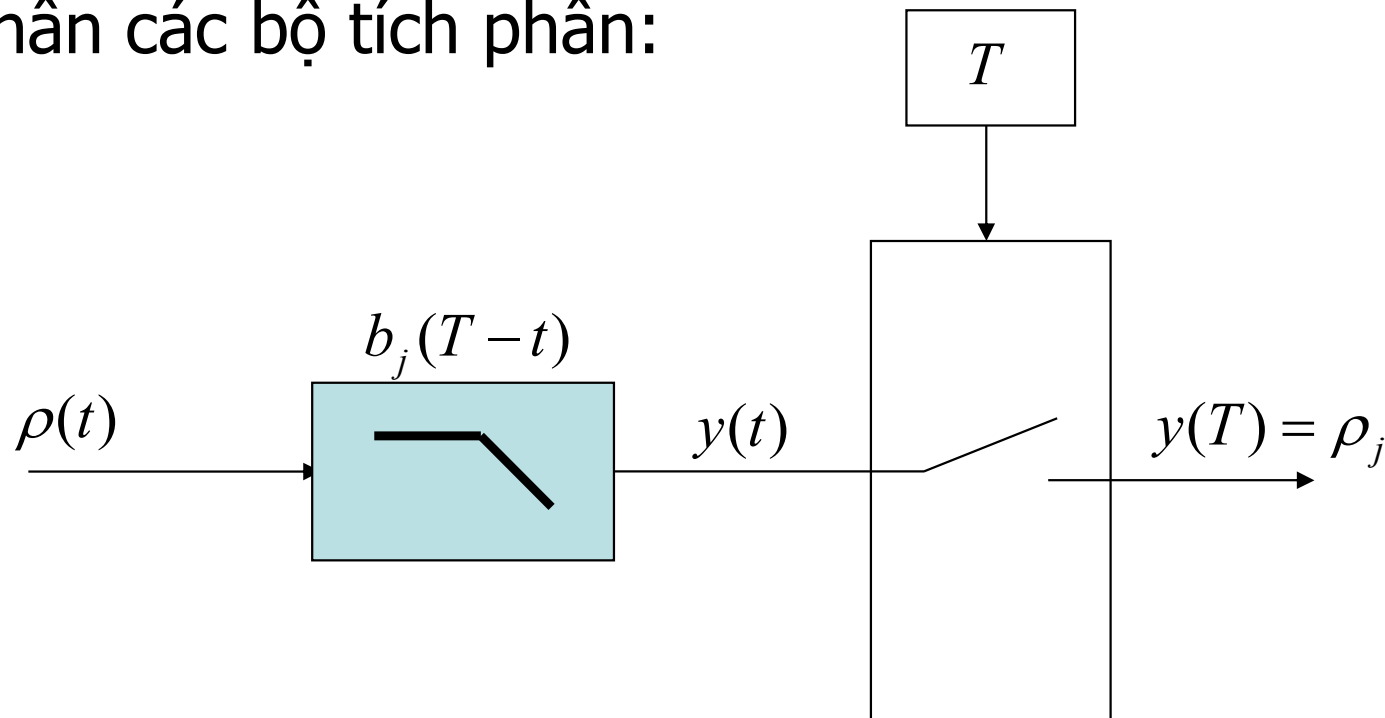
Đầu ra của bộ lọc phối hợp là:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) b_j(T - t + \tau) d\tau$$

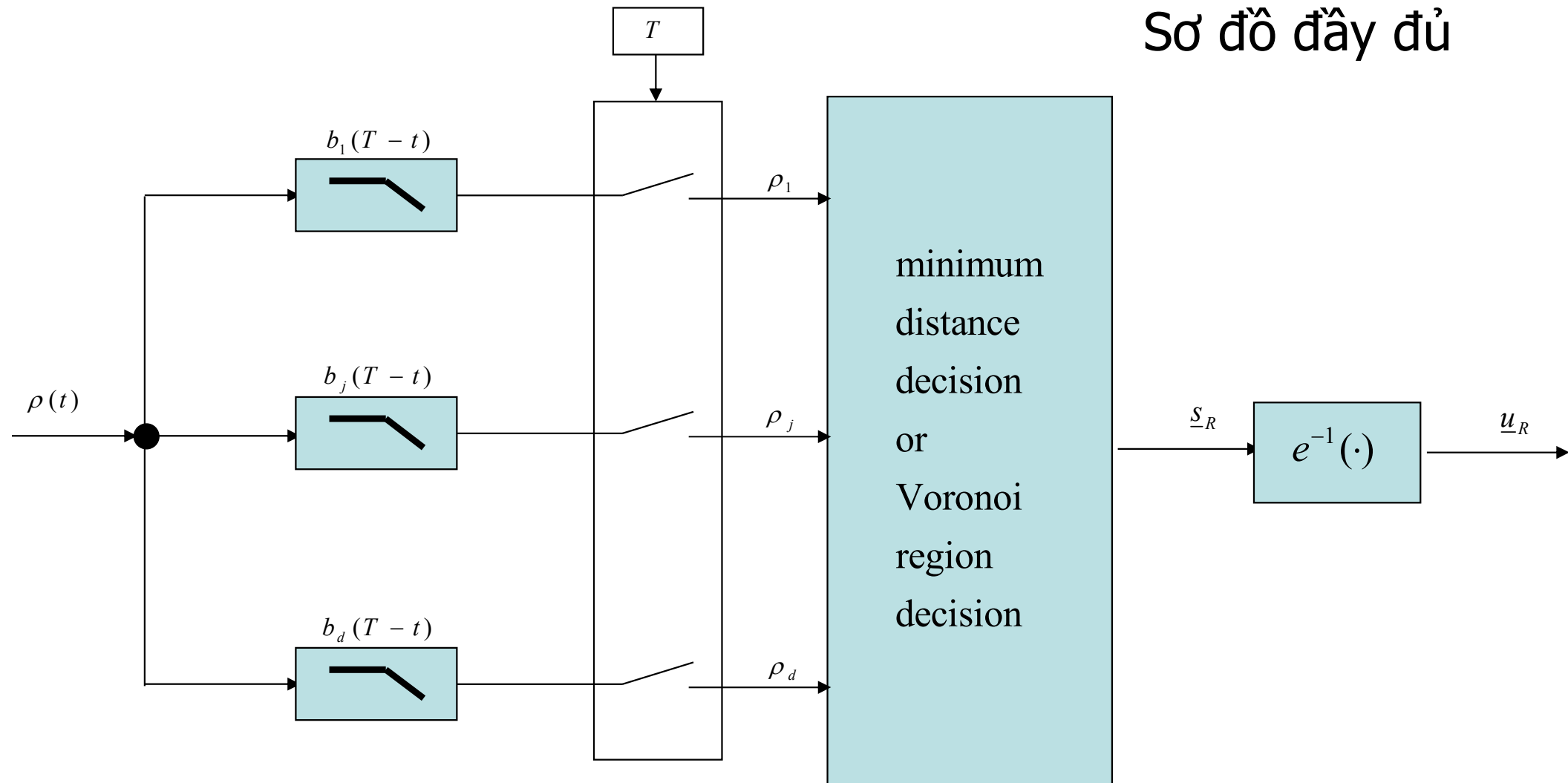
Giả thiết lấy mẫu tín hiệu đầu ra tại thời điểm $t=T$

$$y(t = T) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) b_j(\tau) d\tau = \int_0^T \rho(\tau) b_j(\tau) d\tau = \rho_j$$

Sử dụng MF cho ta một phương án thay thế có thể được dùng để tính toán các phép chiếu $b_j(t)$ thay vì phải sử dụng các bộ tích phân các bộ tích phân:



Sơ đồ đầy đủ



Bộ thu hoàn chỉnh

Từ trước đến giờ, chúng ta tập trung vào chu kỳ đầu tiên $[0, T[$

- Không gian tín hiệu $M = \{ s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t) \}$ được xây dựng bởi các tín hiệu trên miền xác định $[0, T[$
- Cơ sở trực chuẩn $B = \{ b_1(t), \dots, b_j(t), \dots, b_d(t) \}$ được xây dựng bởi các tín hiệu trên miền xác định $[0, T[$
- Các phép chiếu được xác định: $\rho_j = \rho_j[0] = \int_0^T \rho(t) b_j(t) dt$

Bộ thu hoàn chỉnh

Với các chu kỳ khác thì xử lý thế nào? Ví dụ chu kỳ thứ 2 $[T, 2T[$?

Các tín hiệu được sử dụng trong tính toán ở chu kỳ này tương tự tín hiệu trong không gian M , nhưng dịch đi T

Tương tự như việc sử dụng không gian tín hiệu

$$M' = \{ s'_1(t), \dots, s'_i(t), \dots, s'_m(t) \}$$

gồm các tín hiệu trong miền xác định $[T, 2T[$

được xác định như sau: $s'_i(t) = s_i(t - T)$

Trong chu kỳ thứ 2 $[T, 2T[$

- Không gian tín hiệu là $M' = \{ s'_1(t), \dots, s'_i(t), \dots, s'_m(t) \}$ với

$$s'_i(t) = s_i(t - T)$$

- Cơ sở trực chuẩn $B' = \{ b'_1(t), \dots, b'_j(t), \dots, b'_d(t) \}$ với

$$b'_i(t) = b_i(t - T)$$

- Các phép chiếu:
- $$\rho_j[1] = \int_T^{2T} \rho(t) b_j(t) dt$$

Trong một chu kỳ bất kỳ $[nT, (n+1)T[$

- Không gian tín hiệu là $M' = \{ s'_1(t), \dots, s'_i(t), \dots, s'_m(t) \}$ với

$$s'_i(t) = s_i(t - nT)$$

- Cơ sở trực chuẩn tương ứng

$$B' = \{ b'_1(t), \dots, b'_j(t), \dots, b'_d(t) \}$$

với

$$b'_i(t) = b_i(t - nT)$$

- Các phép chiếu được tính như sau:

$$\rho_j[n] = \int_{nT}^{(n+1)T} \rho(t) b_j(t) dt$$

Với các đầu ra của bộ lọc phối hợp

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) f(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) b_j(T - t + \tau) d\tau$$

Lấy giá trị tại thời điểm $t = (n+1)T$

$$y(t = (n+1)T) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) b_j(\tau - nT) d\tau = \int_{nT}^{(n+1)T} \rho(\tau) b_j(\tau - nT) d\tau = \rho_j[n]$$

.....

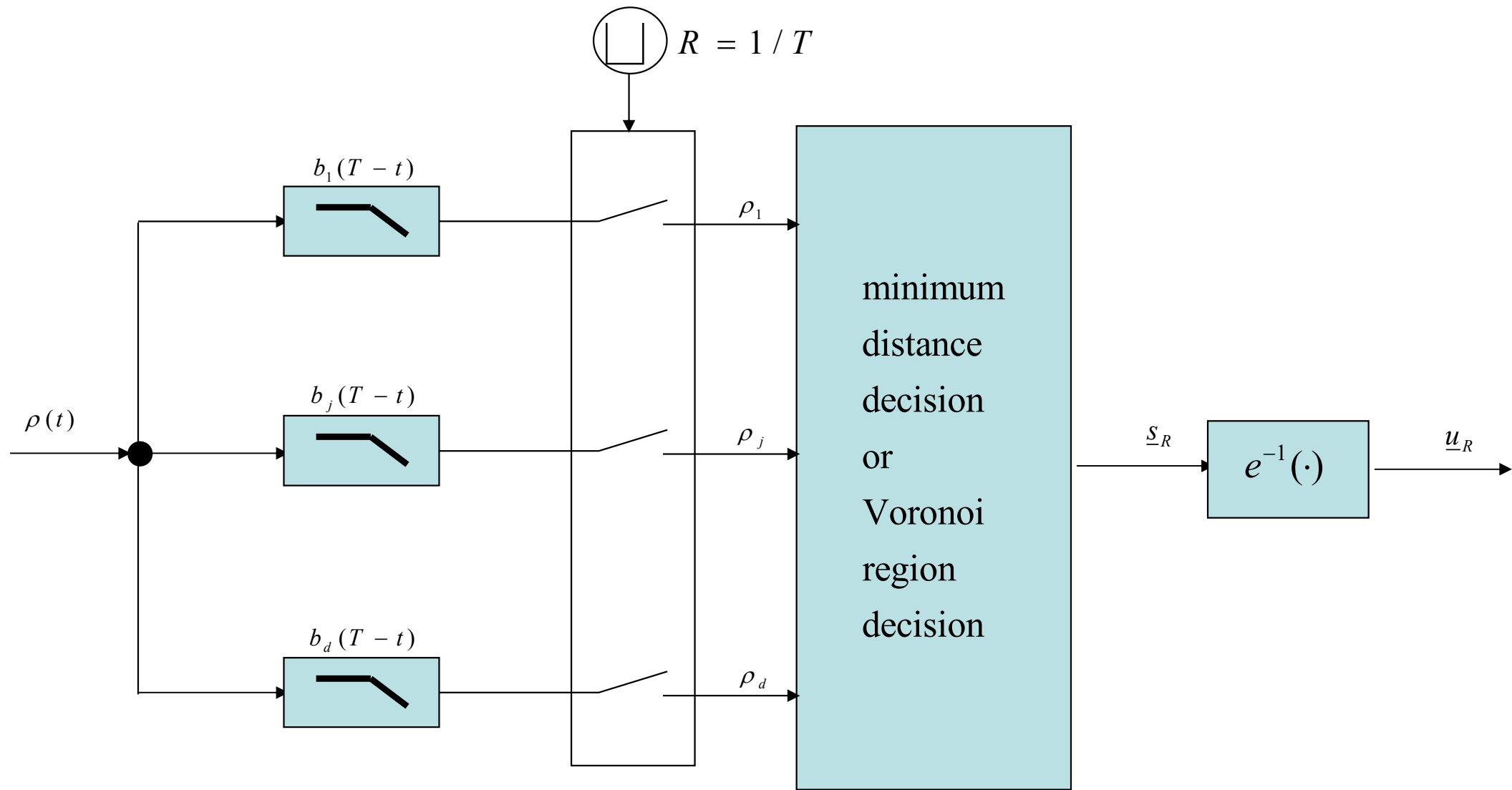
Bộ lọc phối hợp cho phép tính các phép chiếu: $\rho_j[n]$

Không chỉ cho chu kỳ đầu tiên mà còn cho bất kỳ chu kỳ nào
 $[nT, (n+1)T[$

Việc chúng ta cần làm là lấy giá trị đầu ra của bộ lọc:

- Theo tần số $R=1/T$
- Tại $t=(n+1)T$

Bộ thu hoàn chỉnh với bộ lọc MF



Đồng bộ ký tự - hay thời điểm lấy giá trị từ MF

Một chuỗi dữ liệu nhị phân được đặc trưng bởi tốc độ dòng bit:
 R_b .

Mỗi tín hiệu thuộc không gian tín hiệu sẽ tương ứng với k bit và tồn tại trong miền thời gian $T = kT_b$.

Các ký tự (ví dụ: $A=00$, $B=01$, $C=10$, $D=11$, với $k=2$) nhị phân được truyền với tần suất:

$$R = 1/T = R_b/k \text{ (tốc độ truyền ký tự).}$$

Tại bộ thu, đầu ra của bộ lọc phải được lấy mẫu với tần suất tương tự R .

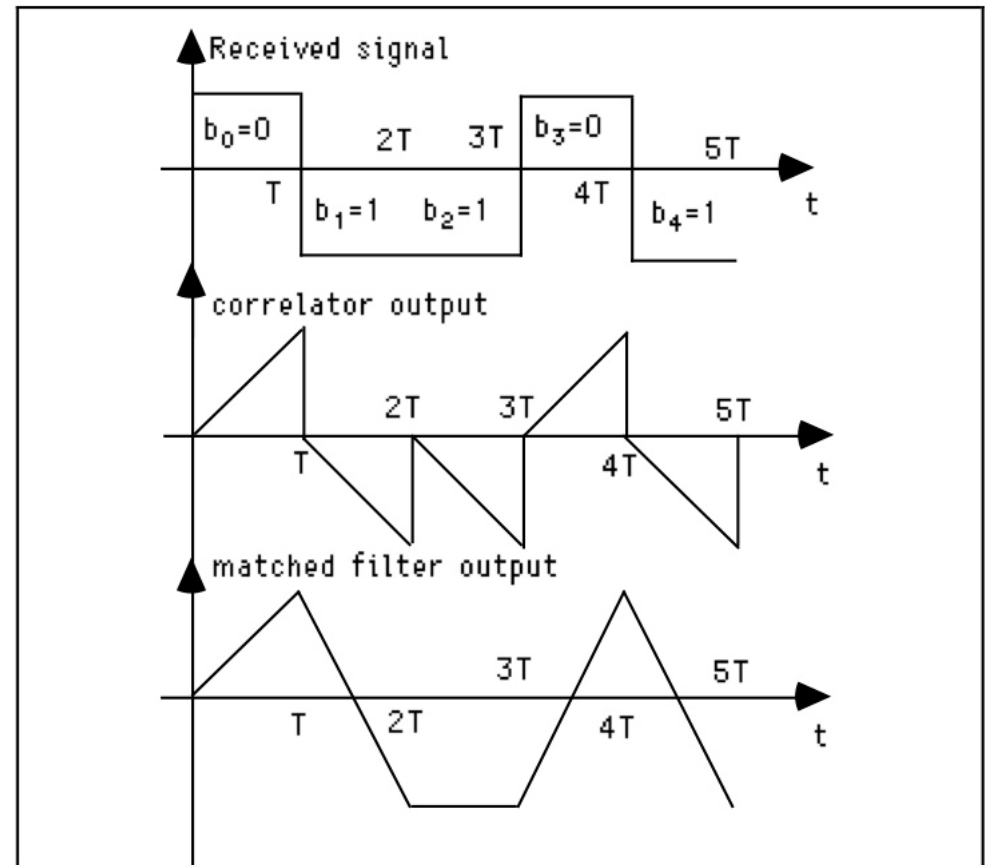
Lưu ý: giá trị danh nghĩa của R là đã biết, nhưng giá trị thực tế thì không phải chính xác như vậy (do liên quan đến yếu tố vật lý)

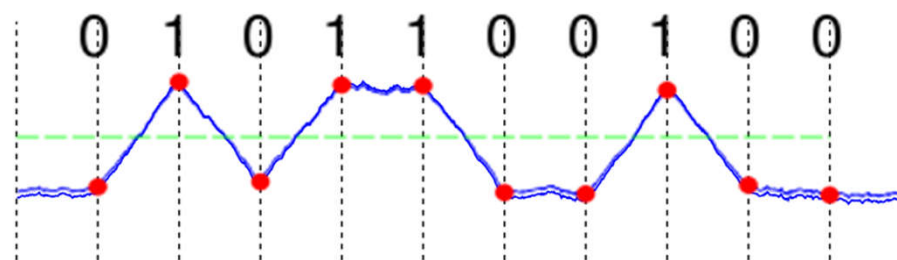
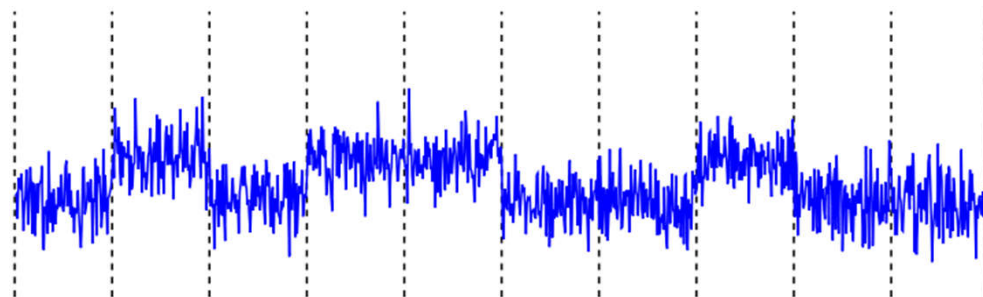
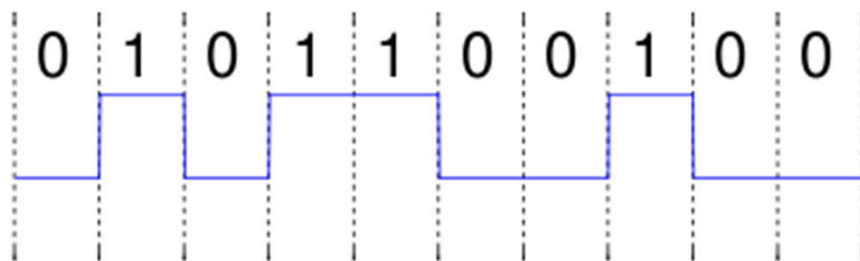
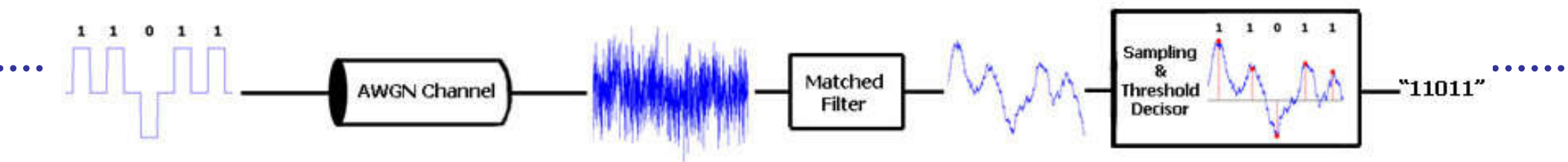
Trong thực tế rất khó để bộ tạo dao động (oscillators) ở máy phát và máy thu cho giá trị giống hệt nhau về tần số R : do vậy ta cần khôi phục lại R từ tín hiệu.

Đầu ra bộ lọc MF phải được lấy mẫu chính xác tại $t = (n+1)T$: thông tin về pha (tham chiếu thời gian phải được khôi phục

Khái niệm đồng bộ ký tự:
Bắt đầu từ tín hiệu nhận được, tần suất ký tự và pha của nó phải được khôi phục lại chính xác.

Điều quan trọng để tính chính xác các phép chiếu và phát hiện tín hiệu truyền





Bộ thu tương quan

Bắt đầu từ tiêu chuẩn khoảng cách Euclid:

Ta có
$$\underline{s}_R = \arg \min_{\underline{s}_i \in M} d_E^2(\underline{\rho}, \underline{s}_i)$$

$$d_E^2(\underline{\rho}, \underline{s}_i) = \sum_{j=1}^d (\rho_j - s_{ij})^2 = \sum_{j=1}^d \rho_j^2 + \sum_{j=1}^d s_{ij}^2 - 2 \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij}$$

Thu được:

$$\underline{s}_R = \arg \min_{\underline{s}_i \in M} d_E^2(\underline{\rho} - \underline{s}_i) = \arg \min_{\underline{s} \in M} \left[\sum_{j=1}^d \rho_j^2 + \sum_{j=1}^d s_{ij}^2 - 2 \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} \right]$$

$$\underline{s}_R = \arg \min_{\underline{s} \in M} \left[\sum_{j=1}^d s_j^2 - 2 \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} \right] = \arg \max_{\underline{s} \in M} \left[\sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^d s_{ij}^2 \right]$$

Since:

$$E(s_i) = \sum_{j=1}^d s_{ij}^2$$

We have: $\underline{s}_R = \arg \max_{\underline{s}_i \in M} \left[\sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} - \frac{1}{2} E(s_i) \right]$

$$\underline{s_R} = \arg \max_{\underline{s_i} \in M} \left[\sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} - \frac{1}{2} E(s_i) \right]$$

Lưu ý rằng

$$\int_0^T \rho(t) s_i(t) dt = \int_0^T \rho(t) \left[\sum_{j=1}^d s_{ij} b_j(t) \right] dt = \sum_{j=1}^d s_{ij} \int_0^T \rho(t) b_j(t) dt = \sum_{j=1}^d s_{ij} \rho_j$$

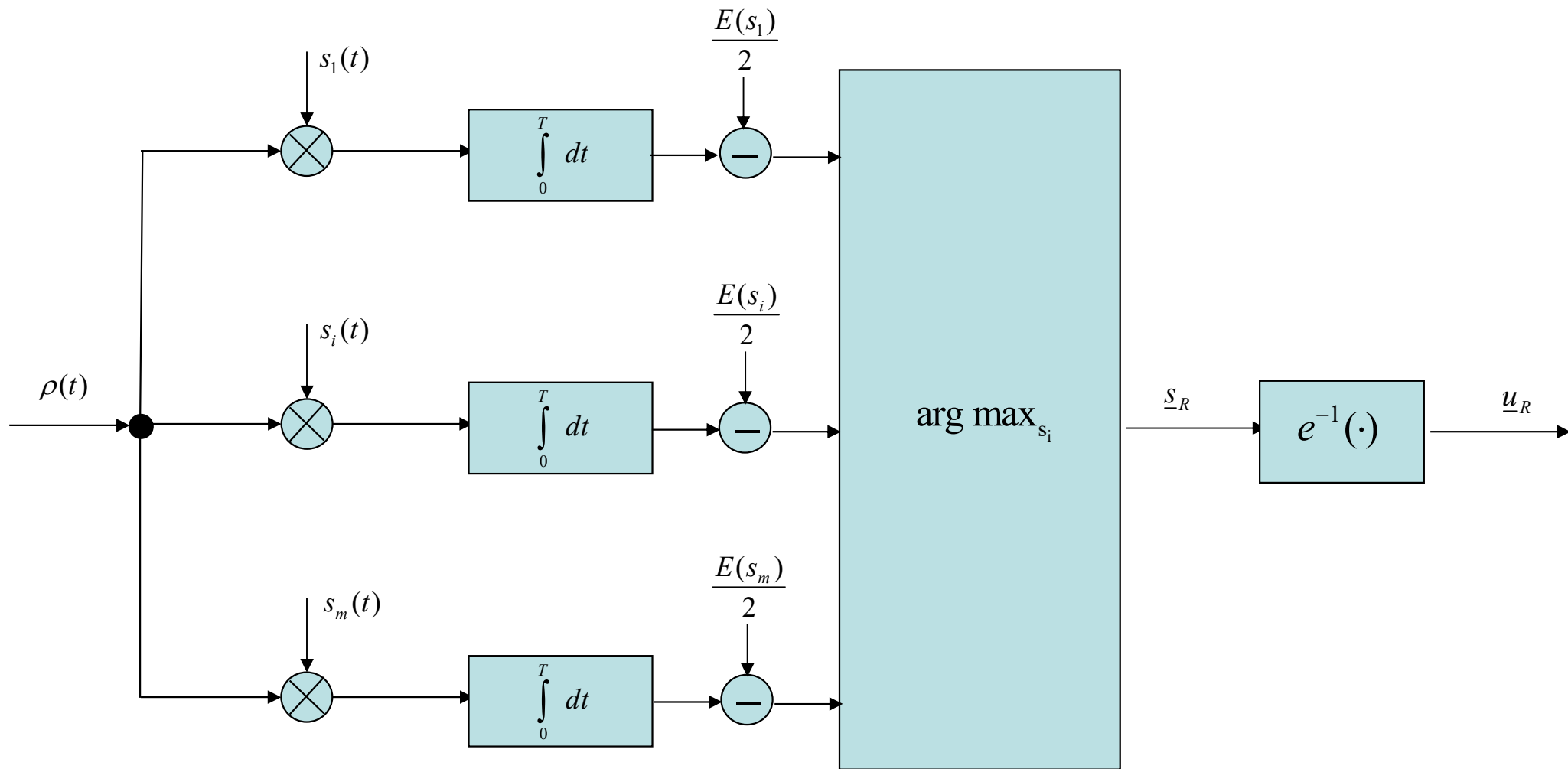
Là giá trị tương quan (**correlation**) giữa tín hiệu nhận được và tín hiệu thuộc không gian M: $s_i(t)$:

$$\int_0^T \rho(t) s_i(t) dt$$

Do đó tiêu chuẩn ML dựa trên tính giá trị tương quan (correlation) là:

$$\underline{s_R} = \arg \max_{\underline{s_i} \in M} \left[\int_0^T \rho(t) s_i(t) dt - \frac{1}{2} E(s_i) \right]$$

Correlation receiver



So sánh 2 kiểu bộ thu

Bộ thu sử dụng bộ lọc MF

- d bộ lọc
- một bộ quyết định dựa trên khoảng cách Euclid

Bộ thu tương quan có:

- m bộ tích phân ($m > d$)
- một bộ quyết định dựa trên giá trị lớn nhất (max decisor)

Bài tập

$$M = \{s_1(t) = P_T(t), s_2(t) = -P_T(t)\}$$

1. Vẽ dạng sóng truyền cho chuỗi $\underline{u}_T = 101010\dots$
2. Xác định bộ lọc phối hợp
3. Vẽ đầu ra bộ lọc phối hợp (trong trường hợp không tạp âm)
4. Kiểm chứng giá trị mẫu đầu ra MF (tại $t = (n+1)T$) với các ký tự đã truyền