Nhập môn Kỹ thuật Truyền thông

Bài 7: Nhiễu liên ký hiệu (InterSymbol Interference)

PGS. Tạ Hải Tùng

Các tín hiệu không giới hạn miền thời gian

Cho không gian tín hiệu 1-D với trung bình bằng 0 tín hiệu truyền được xác định

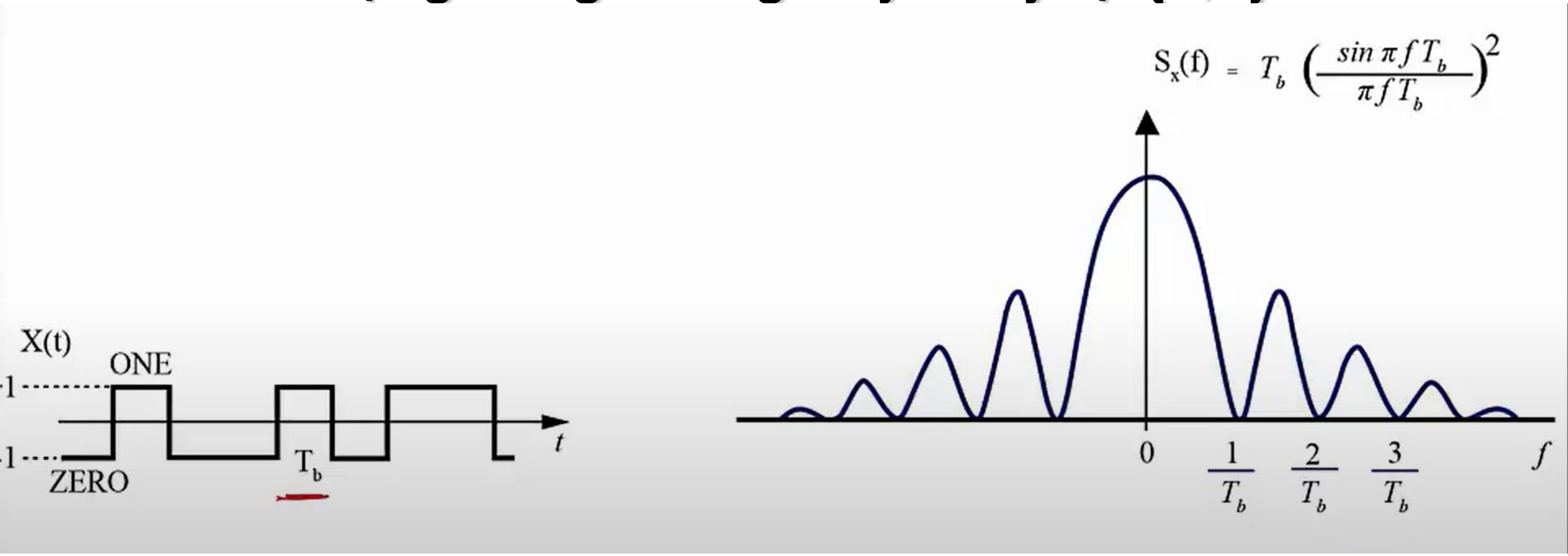
$$s(t) = \sum_n a[n]\, p(t - nT)$$

Và mật độ phổ công suất được tính như sau:

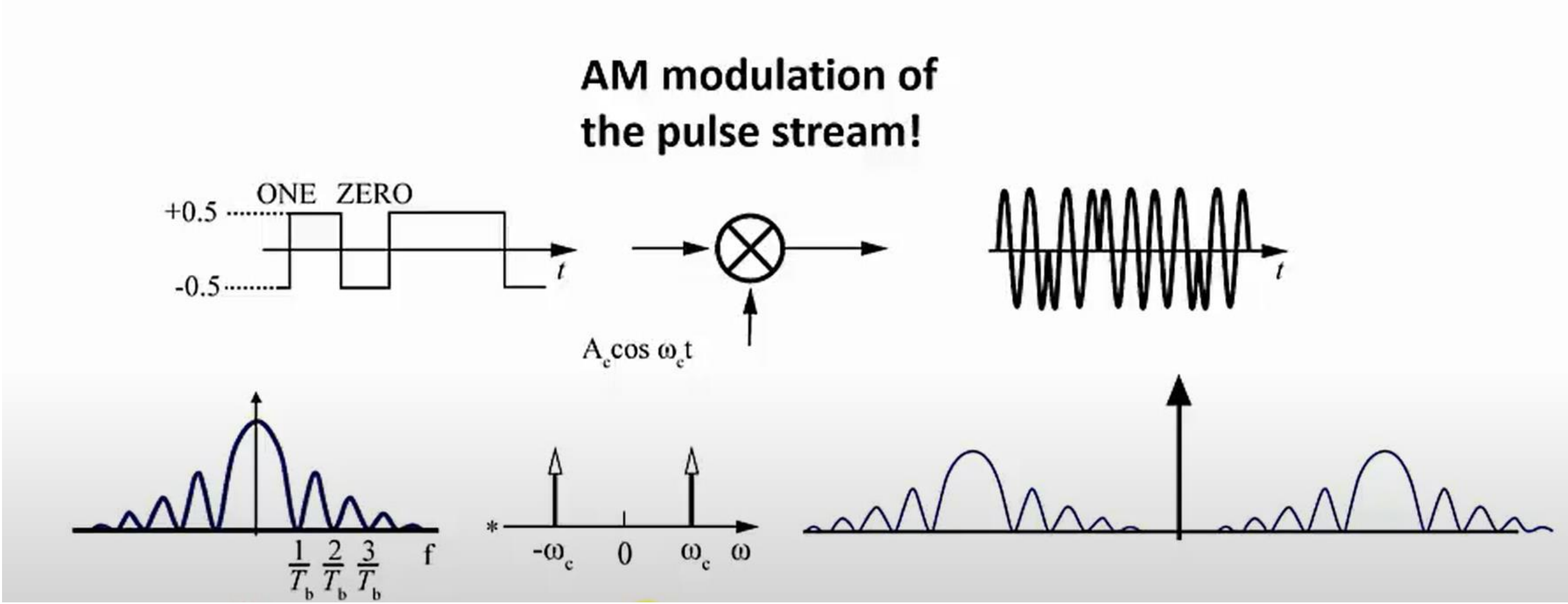
$$G_s(f) = \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T}$$

Do đó, nếu $p(t) = b_1(t)$ has có miền thời gian hữu hạn, tín hiệu được truyền $s(t)$ sẽ có miền tần số vô hạn.

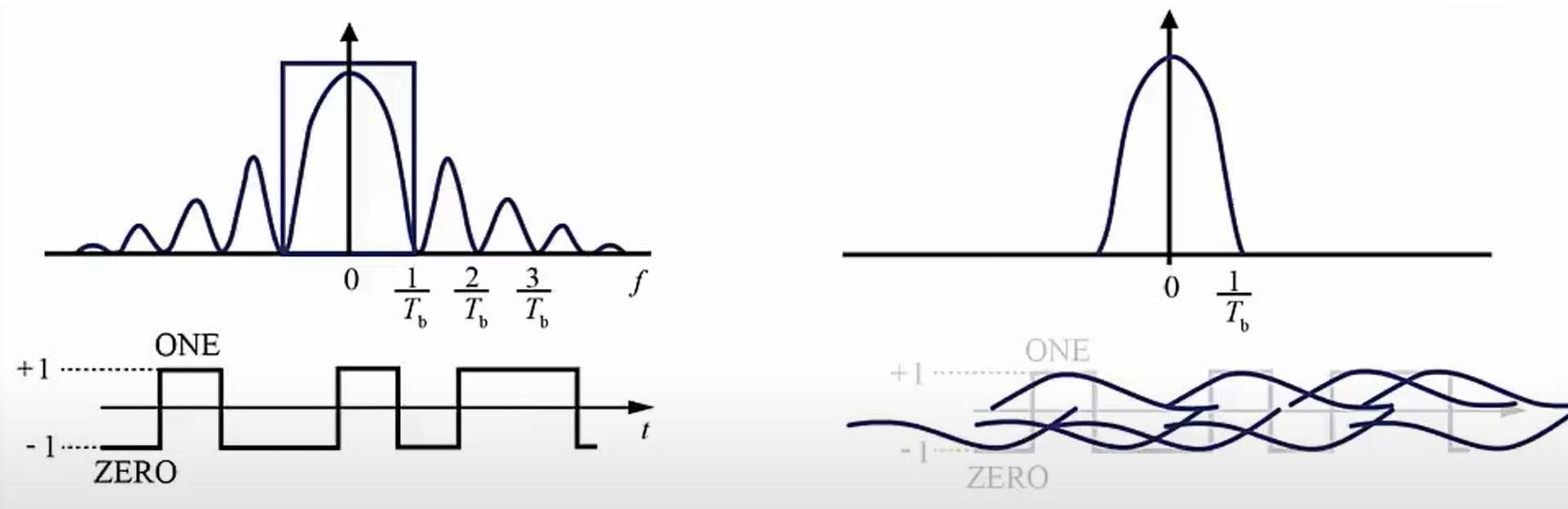
- Sử dụng xung vuông truyền ký tự {0,1}



- Nếu được điều chế lên tần số ứng với w_0



- Hiện tượng ISI xảy ra bên miền thời gian sau lọc bên miền tần số:



Các tín hiệu không giới hạn miền thời gian

Để giải quyết vấn đề này, chúng ta có thể dùng các tín hiệu có miền thời gian vô hạn, để có miền tần số hữu hạn.

Xét không gian tín hiệu M gồm các tín hiệu có miền thời gian không giới hạn (nhưng năng lượng giới hạn), và giả thiết M là không gian một chiều với cơ sở trực chuẩn:

$$B = \{b_1(t)\}$$

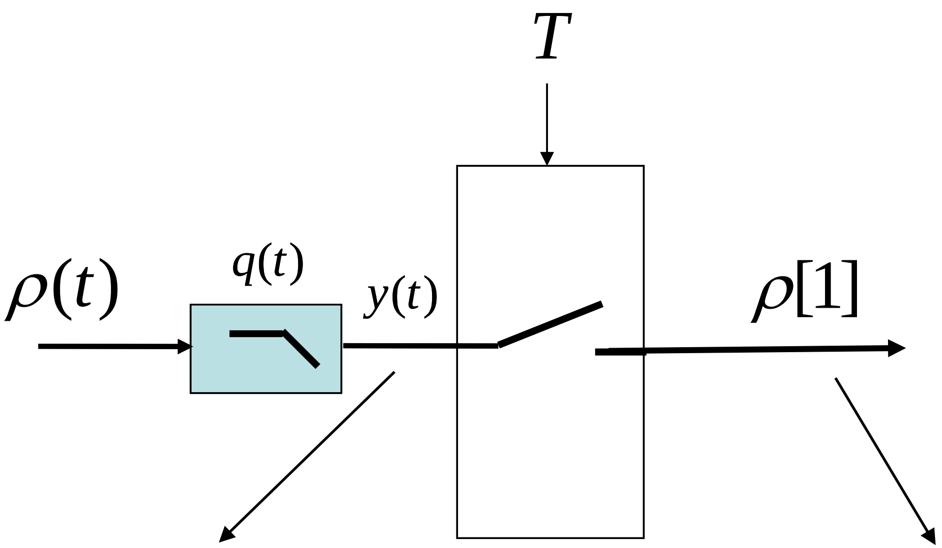
Giả sử truyền chỉ một ký hiệu $a[0]$.

Cho tín hiệu nhận được $r(t)=\rho(t)$, ta tính phép chiếu lên versor trực chuẩn $b_1(t)$:

$$\rho[1] = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(t) b_1(t) dt$$

(lưu ý khoảng lấy tích phân đã không còn chỉ từ 0 đến T)

Như học ở buổi trước, phép chiếu có thể được tính sử dụng bộ lọc MF (matched filter) $q(t) = b_1(T - t)$



$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) q(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) b_1(T - t + \tau) d\tau$$

$$y(t = T) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(t) b_1(t) dt = \rho[1]$$

Bây giờ ta xét trường hợp truyền một chuỗi ký hiệu không giới hạn $(a[n])$

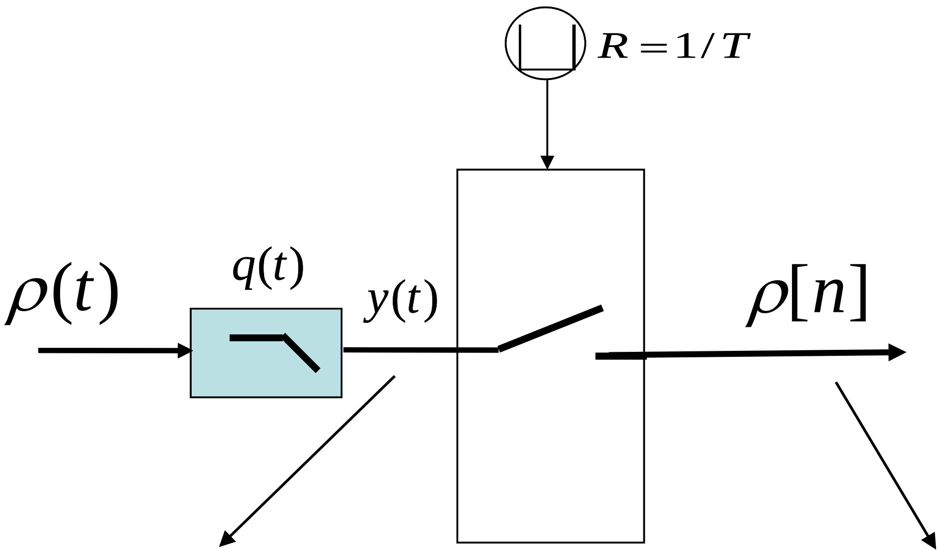
$$\boldsymbol{s(t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n]p(t-nT)$$

Giả thiết kênh truyền thực sự lý tưởng với tính chất:

- $H(f)=1$
- $n(t)=0$

$$\Longrightarrow \qquad \rho\boldsymbol{(t)} = \boldsymbol{s(t)}$$

Tại phía bộ thu, các phép chiếu $\rho[n]$ được tính thông qua sử dụng MF và lấy mẫu tại thời điểm phù hợp $(n+1)T$



$$\boxed{y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) q(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) b_1(T - t + \tau) d\tau}$$

$$\boxed{y(t = (n+1)T) = \rho[n]}$$

Tại thời điểm lấy mẫu

Trong trường hợp lý tưởng ta có $\rho[n] = y((n+1)T) = y(T + nT)$

Viết gọn lại $\rho[n] = y(t_0 + nT)$

Trong trường hợp lý tưởng $t_0 = T$

Thực tế thì $t_0 = T + D$

Trong đó trễ D có thể bao gồm:

- Trễ truyền lan
- Trễ xử lý
- ...

(tại phía bộ thu, các khối đồng bộ ký hiệu có thể xác định chính xác thời điểm t_0)

Nhiễu xuyên ký hiệu (Intersymbol interference)

Tín hiệu đầu ra của MF:

$$y(t) = \rho(t) * q(t)$$

Vì kênh là lý tưởng nên ta có $\rho(t) = s(t)$ do vậy:

$$y(t) = s(t) * q(t) = \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n] p(t - nT) \right) * q(t) =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n] x(t - nT)$$

với

$$\boxed{x(t) = p(t) * q(t)}$$

Intersymbol interference

Tín hiệu nhận được:

$$\rho[n] = y(t_0 + nT) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m]x(t_0 + nT - mT) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} a[n-i]x(t_0 + iT) =$$

$$= \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x[i]a[n-i]$$

với $\qquad x[i] = x(t_0 + iT)$

Ký hiệu nhận được $\rho[n]$ được tính toán qua ký hiệu truyền $a[n]$ theo:

$$\boxed{\rho[n] = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x[i]a[n-i]}$$

Ta có thể viết:

$$\rho[n] = x[0]a[n] + \sum_{i=1}^{+\infty} x[i]a[n-i] + \sum_{i=-\infty}^{-1} x[i]a[n-i]$$

đóng góp của các ký hiệu truyền trước đó

ký hiệu nhận được

$$\rho[n] = x[0]a[n] + \sum_{i=1}^{+\infty} x[i]a[n-i] + \sum_{i=-\infty}^{-1} x[i]a[n-i]$$

đóng góp của ký hiệu truyền

đóng góp của các ký hiệu truyền sau đó

Có thể thấy rằng, ký hiệu nhận được $\rho[n]$ không chỉ phụ thuộc vào ký hiệu truyền đi $a[n]$, mà còn phụ thuộc vào các ký hiệu truyền khác

Nghĩa là đã xuất hiện hiện tượng **Intersymbol interference (ISI)** ký hiệu nhận được

$$\rho[n] = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x[i]a[n-i] =$$

$$= x[0]a[n] +$$

Ký hiệu truyền

$$+ x[1]a[n-1] + x[2]a[n-2] + \ldots.$$

Các ký hiệu truyền trước đó

$$+ x[-1]a[n+1] + x[-2]a[n+2] + \ldots.$$

Các ký hiệu truyền sau đó

Do chúng ta đang coi kênh truyền là lý tưởng, do đó:

$$\rho[n] = a[n]$$

(ký hiệu nhận = ký hiệu truyền)

Chỉ đạt được nếu và chỉ nếu

$$\boxed{\begin{array}{lll} x[i] = 1 & \text{if} & i = 0 \\ x[i] = 0 & \text{if} & i \neq 0 \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{lll} x\left(t_0 + iT\right) = 1 & \text{if} & i = 0 \\ x\left(t_0 + iT\right) = 0 & \text{if} & i \neq 0 \end{array}}$$

Tín hiệu với miền thời gian hữu hạn [0,T[

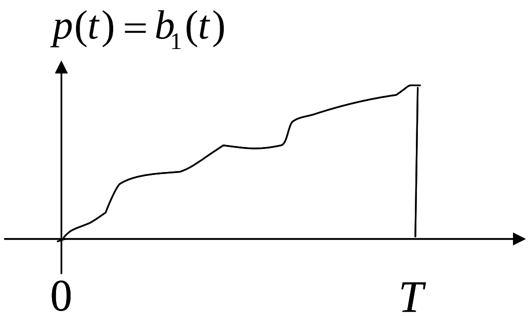
Với các không gian tín hiệu có miền thời gian hữu hạn $[0,T[$ ta có thể chứng minh được hiện tượng ISI không xảy ra: đối với kênh lý tưởng ta có:

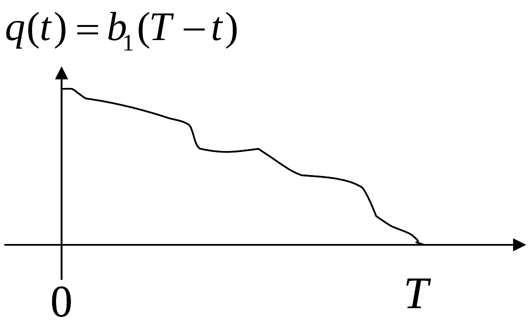
$$\rho[n] = a[n]$$

Nghĩa là trong trường hợp này hàm $x(t)$ tự động thỏa mãn điều kiện NO ISI

Giả thiết

- $b_1(t)$ là versor trực chuẩn hữu hạn miền thời gian $[0,T[$
- $p(t)= b_1(t)$
- $q(t)=p(T-t)$





Xét
$$x(t)=p(t)*q(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} p(\tau)q(t-\tau)d\tau$$

Ta có

1. for $t \le 0 \quad x(t)=0$

2. $x(T)=\int_{-\infty}^{+\infty} p(\tau)q(T-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{+\infty} b_1(\tau)b_1(T-T+\tau)d\tau=1$

3. for $t \ge 0 \quad x(t)=0$

Do đó ta có:

$$x\left(t_0 + iT\right) = 1 \quad \text{if} \quad i = 0$$
$$x\left(t_0 + iT\right) = 0 \quad \text{if} \quad i \neq 0$$

$$\text{for} \;\; t_0 = T$$

$$\boxed{\begin{array}{lll} x[i] = 1 & \text{if} & i = 0 \\ x[i] = 0 & \text{if} & i \neq 0 \end{array}}$$

Hàm x(t) tự động thỏa mãn điều kiện NO ISI trong điều kiện không gian tín hiệu gồm các tín hiệu hữu hạn miền thời gian *[0,T[*.

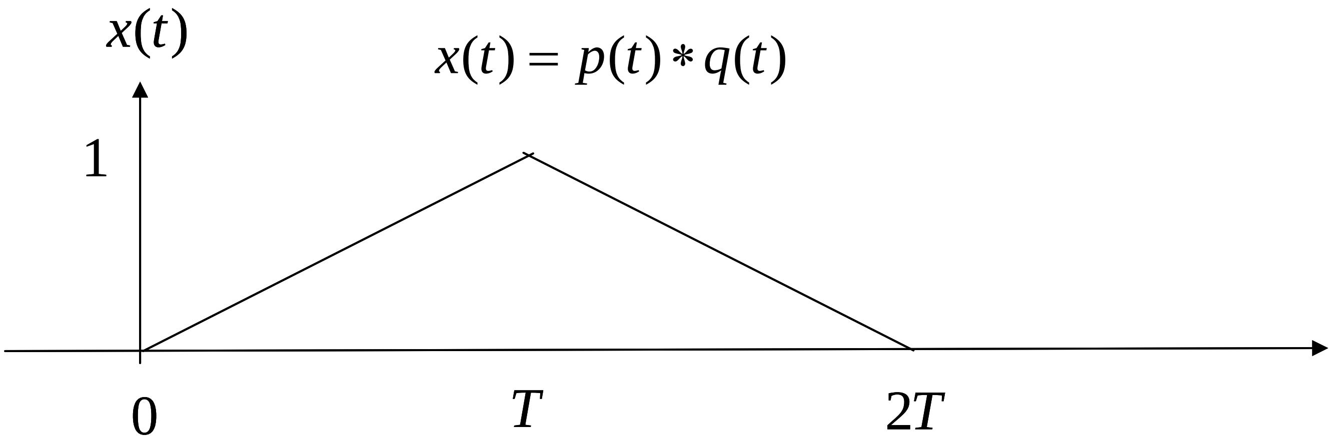
Ví dụ 1

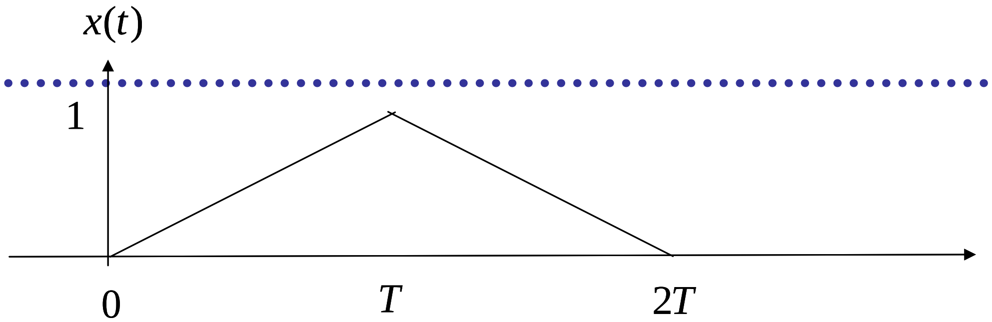
Không gian 1-D với versor $b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$

$$p(t) = b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$$

$$q(t) = p(T - t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$$

$$x(t) = p(t) * q(t)$$



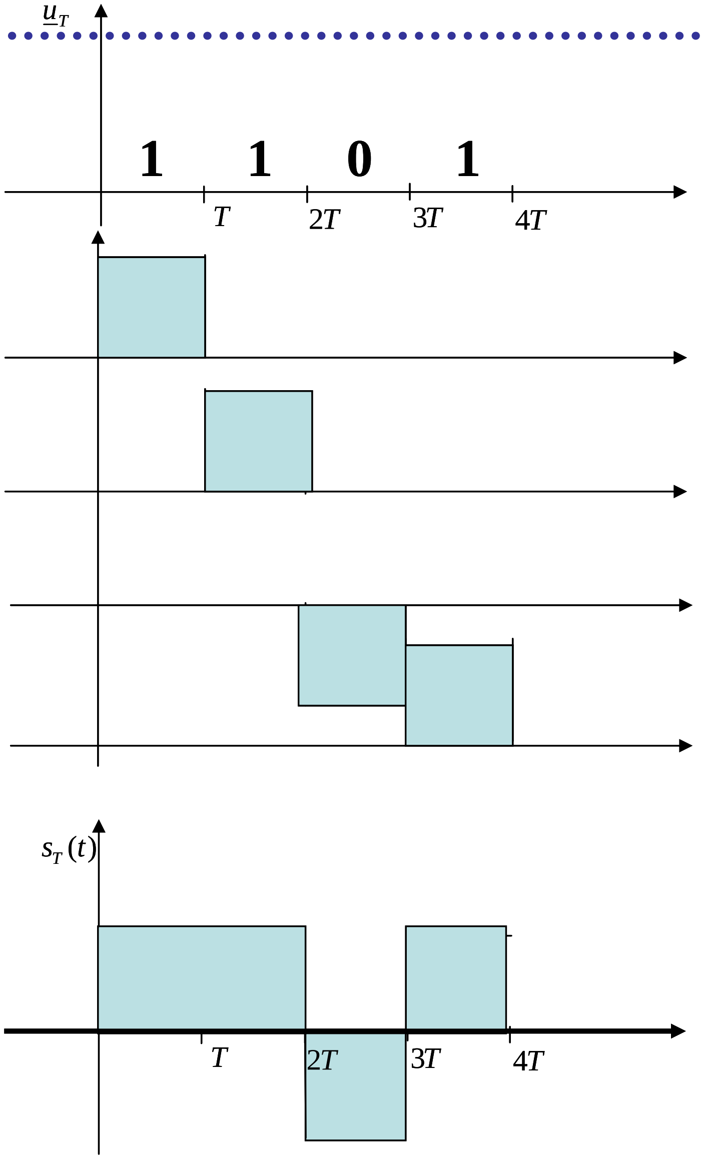


Hàm *x(t)* thỏa mãn điều kiện

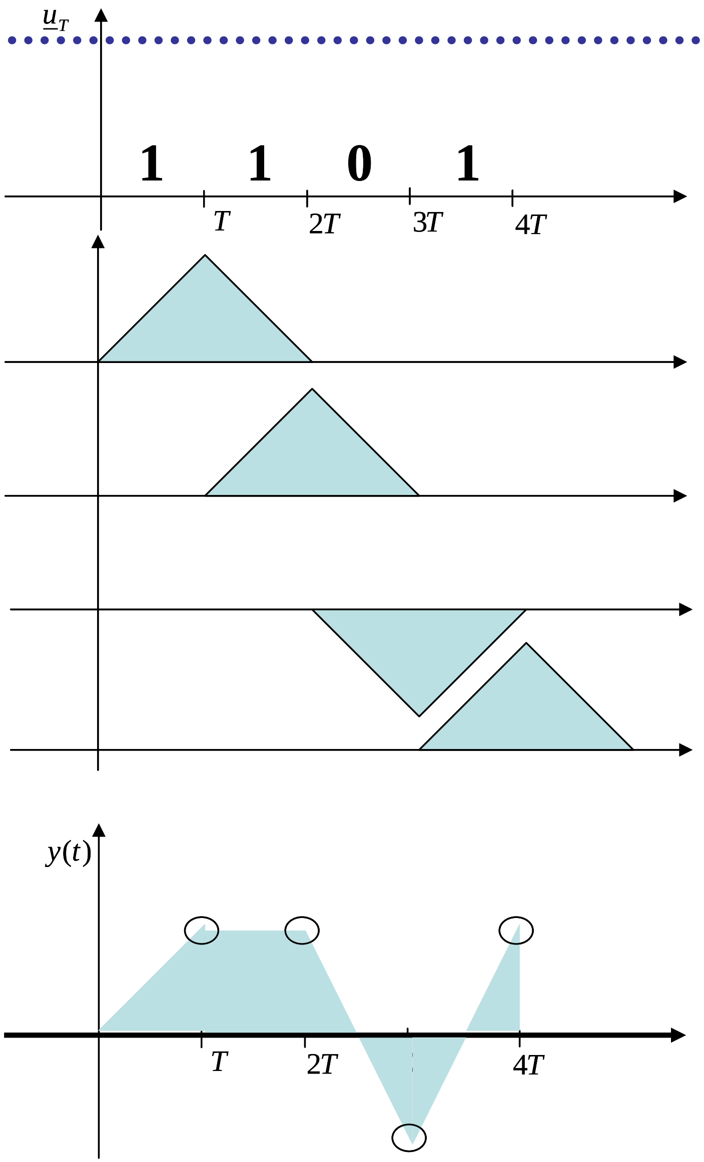
$$x\left(t_0 + iT\right) = 1 \quad \text{if} \quad i = 0$$
$$x\left(t_0 + iT\right) = 0 \quad \text{if} \quad i \neq 0 \qquad \text{for } \; t_0 = T$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} x[i] = 1 \quad \text{if} & i = 0 \\ x[i] = 0 \quad \text{if} & i \neq 0 \end{array}}$$

do đó, NO ISI: $$\rho[n] = y(T + nT) = a[n]$$



$$s(t) = \sum_n a[n]p(t - nT)$$



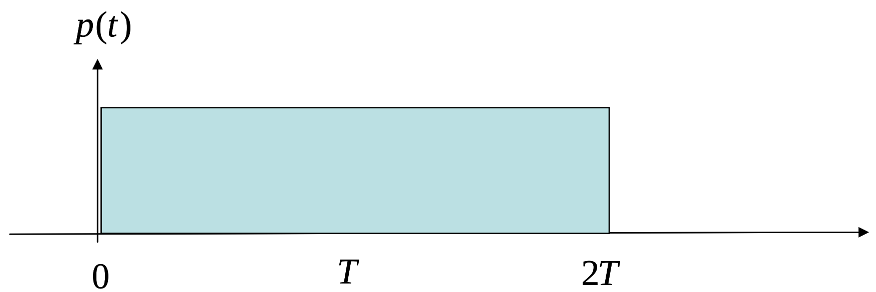
$$y(t) = \sum_n a[n]x(t - nT)$$

$$\rho[n] = y(T + nT) = a[n]$$

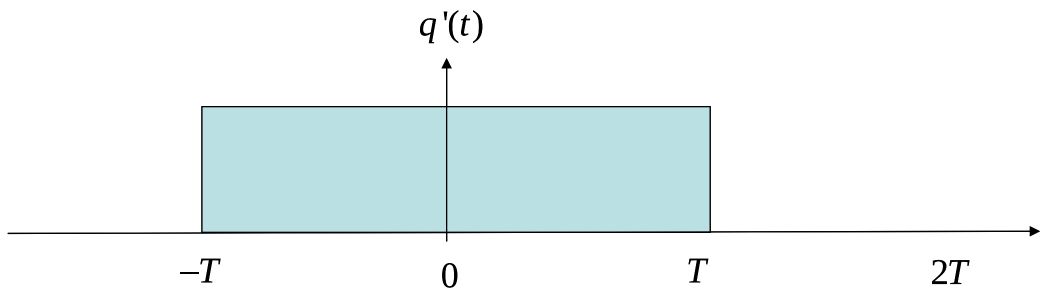
Ví dụ 2: kiểm tra tính NO ISI của không gian tín hiệu

Không gian 1-D có versor $b_1(t) = \dfrac{1}{\sqrt{2T}} P_{2T}(t)$

$$p(t) = b_1(t)$$



$$q'(t) = p(T - t)$$



Giả thiết làm trễ trên miền thời gian

$D' = T$

$$q(t) = q'(t - T)$$