

## BÀI TẬP VỀ KHÔNG GIAN VECTOR + ÁNH XẠ TUYẾN TÍNH

**Câu 1.** Trong không gian  $P_2(x)$  xét tính độc lập tuyến tính của các họ vector:

a)  $\{f(x) = 1 - x + 2x^2, g(x) = 2x + x^2\}$

b)  $\{f(x) = 1 + 2x - x^2, g(x) = x + 2x^2, h(x) = 1 + 4x + 3x^2\}$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $\mathbf{R}^3$  cho họ vector:

$$S = \{u = (2, 1, 0), v = (1, 2, 3), w = (1, -1, 3)\}$$

a) Chứng minh  $S$  là một cơ sở của  $\mathbf{R}^3$

b) Tìm ma trận tọa độ của vector  $x = (4, -1, 0)$  đối với cơ sở  $S$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $\mathbf{R}^3$  với tích vô hướng Euclid, trực chuẩn hóa hệ cơ sở sau :

$$S = \{u_1 = (1, -1, 0), u_2 = (0, 1, 1), u_3 = (1, 1, -1)\}.$$

**Câu 4.** Trong không gian  $\mathbf{R}^3$  cho tập:

$$U = \{x = (x_1, x_2, x_3) \mid x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0\}$$

$$V = \{x = (x_1, x_2, x_3) \mid 2x_1 + x_2 - x_3 = 1\}$$

a) Chứng minh  $U$  là một không gian con của  $\mathbf{R}^3$ , tìm một cơ sở và số chiều của  $U$

b) Tập  $V$  có là không gian con của  $\mathbf{R}^3$  không? Vì sao?

**Câu 5.** Trong không gian  $\mathbf{R}^3$ , tìm số thực  $m$  sao cho vector  $x = (7; -2; m)$  thuộc không gian con sinh bởi ba vector  $\{u = (2; 3; 5), v = (1; 4; 3), w = (-1; 1; -2)\}$ .

**Câu 6.** Ánh xạ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính? Tại sao?

a)  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3; f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, 2x_2, x_1 - x_2)$

b)  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2; f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + x_2, x_1 - x_3^2)$ .

**Câu 7.** Với giá trị nào của  $m$  thì  $T$  là toán tử tuyến tính trên  $\mathbf{R}^3$ ?

$$T: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3; (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1 + x_2, x_1, x_3 + m^2 - 4)$$

