



## **Ricerca Operativa Applicata**

# Impostazione di modelli in programmazione lineare II

Lezione n° 17

*Gionata Massi*  
<[gionata.massi@uniecampus.it](mailto:gionata.massi@uniecampus.it)>



## PIANO DELLA PRESENTAZIONE

- 1 **Ciclo semaforico ottimo**
- 2 **Costruzione del modello**



## CICLO SEMAFORICO

Tratto da: Gennaro Improta, *Programmazione Lineare. Capitolo quarto – Impostazione di modelli in programmazione lineare*, pp. 92–100. Edizioni Scientifiche Italiane, 2004

Si consideri un incrocio stradale in cui un insieme di semafori dirige il traffico. Il flusso di attraversamento dell'incrocio da parte dei veicoli provenienti da una stessa corsia può essere modellizzato come in fig.1.



## CONVENZIONE SUI TEMPI DI VERDE I

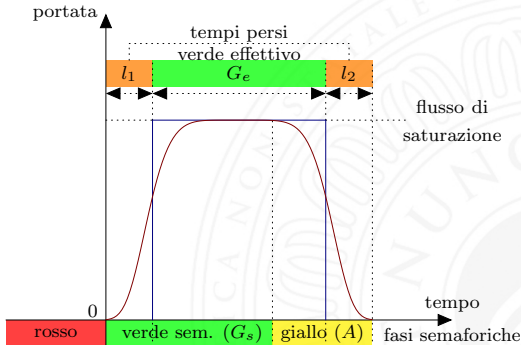


Figura 1: Grafico di Webster



## CONVENZIONE SUI TEMPI DI VERDE II

L'andamento reale dei veicoli, rappresentato molto approssimativamente dalla linea continua, può essere semplificato utilizzando un'onda quadra di uguale area. In tal modo si semplifica il fenomeno considerando l'attraversamento della linea di stop da parte di un flusso costante per un tempo, detto di verde effettivo, minore del tempo di ciclo meno il tempo di rosso.



## CONVENZIONE SUI TEMPI DI VERDE III

- $G_s$  la durata del verde semaforico;
- $G_e$  la durata del verde effettivo;
- $A$  la durata del giallo;
- $L$  il tempo perso ( $L = l_1 + l_2$ ).



## MATRICE DELLE FASI

Si dice *fase* di un ciclo semaforico un intervallo di tempo durante il quale un sottoinsieme di manovre ha verde.

Si può indicare la composizione del ciclo semaforico mediante una matrice booleana **A** avente un numero di righe pari alle fasi ed un numero di colonne pari agli accessi che concorrono all'intersezione. Il generico elemento  $a_{ij}$  vale 0 se il ramo  $j$  non ha verde, 1 altrimenti.

Si dice *durata del ciclo semaforico* il tempo necessario affinché si completino tutte le diverse del ciclo.



## PROBLEMA I

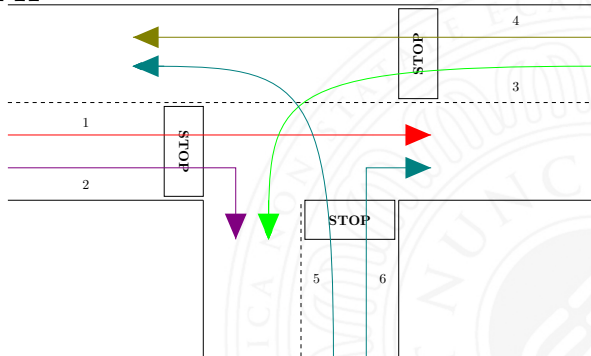
Si consideri l'intersezione della fig. 2 per la quale si vuole progettare un ciclo semaforico con durate ottime del tempo di verde, ossia che massimizzino la capacità di smaltimento di veicolo da parte dell'intersezione, noti:

- le portate medie in arrivo ( $q_j, j = 1, 2, \dots, 6$ );
- i flussi di saturazione ( $s_j, j = 1, 2, \dots, 6$ );
- la composizione delle fasi (**A**);
- la durata del ciclo semaforico ( $C_0$ );
- altri parametri di progetto.





## PROBLEMA II



**Figura 2:** Intersezione stradale oggetto dello studio



## PROBLEMA III

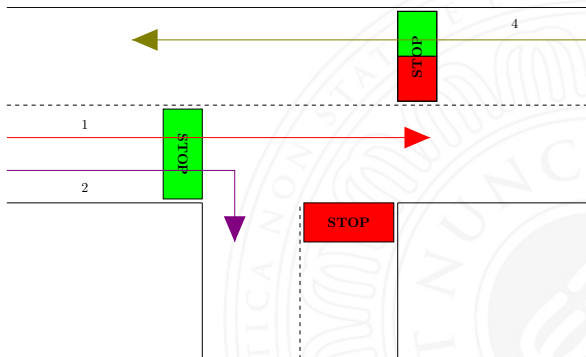
Fasi	Accessi					
	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	1	0	0
2	0	0	1	1	0	1
3	0	1	0	0	1	1

**Tabella 1:** Matrice delle fasi

In tab. 1 sono fornite le fasi del ciclo semaforico,



## PROBLEMA IV



**Figura 3: Fase 1**



Ingegneria Informatica e dell'Automazione Industriale  
Ricerca Operativa Applicata  
17  
Impostazione di modelli in programmazione lineare II  
Lezione 17

## PROBLEMA V

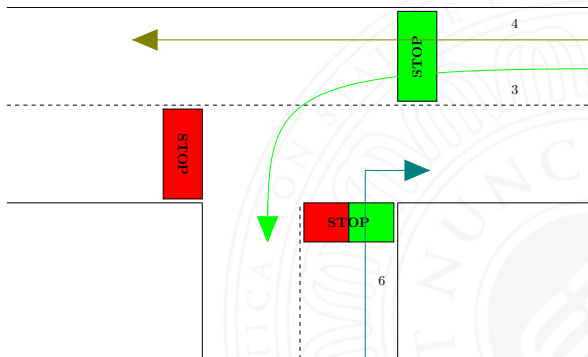
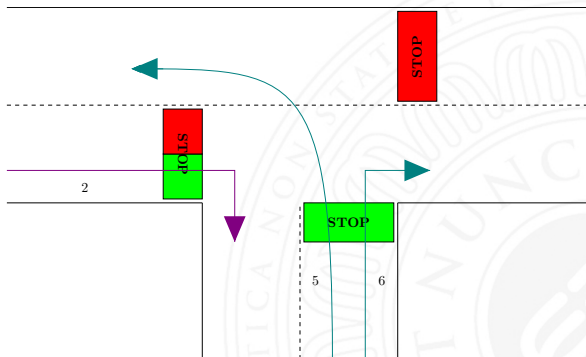


Figura 4: Fase 2



## PROBLEMA VI



**Figura 5: Fase 3**



## SIMBOLI I

$F$  insieme delle fasi;

$M$  insieme delle manovre;

$i$  indice delle fasi;

$j$  indice delle manovre;

$G_i$  la durata del verde effettivo;

$G_{i_{min}}$  la durata minima del verde effettivo;

$L_i$  il tempo perso complessivo;



## SIMBOLI II

- $q_j$  le portate medie in arrivo;
- $s_j$  i flussi di saturazione;
- $g_j$  la durata del verde effettivo;
- $A$  la composizione delle fasi;
- $C_0$  la durata del ciclo semaforico;
- $N_j$  numero di veicoli che giungono all'accesso  $j$  nel tempo  $C_0$ . ( $N_j = q_j \cdot C_0$ );
- $p_j$  coefficiente di sicurezza ( $\leq 1$ ) per evitare saturazione;
- $\mu$  moltiplicatore.



## PIANO DELLA PRESENTAZIONE

- 1 Ciclo semaforico ottimo
- 2 Costruzione del modello





## INSIEMI

**Fasi** insieme delle fasi, indice  $i$ ;

**Manovre** insieme delle manovre, indice  $j$ ;

**MatriceFasi** insieme  $\text{Fasi} \times \text{Manovre}$ , indice  $(i, j)$ .



## PARAMETRI

- $q_j$  portata media in arrivo;
- $s_j$  flusso di saturazione;
- $p_j$  coefficiente correttivo;
- $G_{i\min}$  durata minima del verde effettivo;
- $L_i$  il tempo perso complessivo;
- $C_0$  la durata del ciclo semaforico;
- $b_j$  parametro calcolato:  $b_j = \frac{q_j C_0}{p_j s_j}$ ;
- $a_{ij}$  la matrice delle fasi;



## VARIABILI DECISIONALI

### Variabili

$G_i$  la durata del verde effettivo della fase  $i$ -esima;  
 $\mu$  fattore moltiplicatore;

Le variabili sono continue e non negative.



## VINCOLI I

### Bilancio tra verde effettivo e verde richiesto

La durata del verde visto da ogni

$$\sum_{i \in \text{Specie}} x_{ij} \leq \text{estensione}_j \quad j \in \text{Vasche}$$

### Disponibilità acqua di rinnovo

$$\sum_{i \in \text{Specie}} \text{fabb\_acqua}_i x_{ij} \leq \text{disp\_acqua}_j \quad j \in \text{Vasche}$$



## VINCOLI II

### Disponibilità di mangime

$$\sum_{i \in \text{Specie}} \text{fabb\_mangime}_i \cdot \left( \sum_{j \in \text{Vasche}} x_{ij} \right) \leq \text{disp\_mangime}$$

### Domanda

$$\sum_{j \in \text{Vasche}} x_{ij} \leq \text{quota}_i \quad i \in \text{Specie}$$



## VINCOLI III

### Equità

$$\frac{\sum_{i \in \text{Specie}} x_{i,j}}{\text{estensione}_j} = \frac{\sum_{i \in \text{Specie}} x_{i,(j+1)\%|\text{Vasche}|}}{\text{estensione}_{i,(j+1)\%|\text{Vasche}|}} \quad j \in \text{Vasche}$$

### Fisica realizzabilità (non negatività)

$$x_{ij} \geq 0$$



## FUNZIONE OBIETTIVO

Si deve determinare la superficie di ogni impianto da destinare ad ogni specie ittica.

In generale:

$$\sum_{i \in \text{Specie}} \text{ricavo}_i \cdot \left( \sum_{j \in \text{Vasche}} x_{ij} \right)$$

Il ricavo è espresso da una funzione lineare: rispetta le ipotesi di proporzionalità, additività e divisibilità.



## **Ricerca Operativa Applicata**

# **Impostazione di modelli in programmazione lineare II**

Sessione di studio n° 17.1

*Gionata Massi*  
<[gionata.massi@uniecampus.it](mailto:gionata.massi@uniecampus.it)>





## ESERCIZI

Con riferimento all'esempio proposto nelle slide della lezione:

- 1 descrivere il modello generale del problema basato su insiemi;
- 2 verificare che i vincoli di "equità", come definiti nella lezione, non sono linearmente indipendenti e che occorre eliminarne solo uno (ad esempio l'ultimo) per ottenere un insieme di equazioni linearmente indipendenti;
- 3 descrivere il modello e i dati in GNU MathProg e in Lingo.