

# tra Problema      Il Modello      e Soluzione

Fabrizio Marinelli

*Università Politecnica delle Marche, Ancona*

Gionata Massi\*

*IIS Savoia Benincasa, Ancona*

**[ITADINFO]**

# Piano della Presentazione

1. Contesto
2. Obiettivi
3. Metodologia didattica
  1. Regole del gioco
  2. Successione dei problemi
  3. Fasi didattiche: il Problema dello Zaino
4. Percezione degli studenti
5. Conclusioni

# Contesto

- DM 65/2023
  - Potenziamento delle competenze STEM
  - Linee Guida per le discipline STEM
    - *Utilizzare metodologie attive e collaborative*
    - *Promuovere attività che affrontino questioni e problemi di natura applicativa.*
    - Utilizzare metodologie didattiche per un apprendimento di tipo induttivo.

... promuovere l'integrazione, all'interno dei curricula di tutti i cicli scolastici, di attività, metodologie e contenuti volti a sviluppare le competenze STEM, digitali e di innovazione ...

DM n. 65 del 12 aprile 2023...

- IIS Savoia Benincasa, Ancona
  - IT *Economico*, AFM art. *Sistemi Informativi Aziendali*, Classe V
- Università Politecnica delle Marche
  - Prof. Fabrizio Marinelli

# Obiettivi

- Trasversali
  - Integrare le competenze in Informatica con quelle di Matematica ed Economia
  - Motivare lo studio verso le discipline STEM
  - Promuovere attività che affrontino problemi e questioni di natura applicativa
- Disciplinari
  1. Astrarre le caratteristiche comuni di un problema decisionale (di scelta)
  2. Scoprire metodi euristici e/o algoritmi esatti per risolvere problemi
  3. Valutare l'efficienza degli algoritmi in termini di tempo di calcolo
  4. Formulare modelli per risolvere problemi decisionali

# Metodologia didattica

Una sintesi di:

- *Gamification*
- *Lezione segmentata*
- *Problem-Based Learning*
- Attenzione ai processi metacognitivi

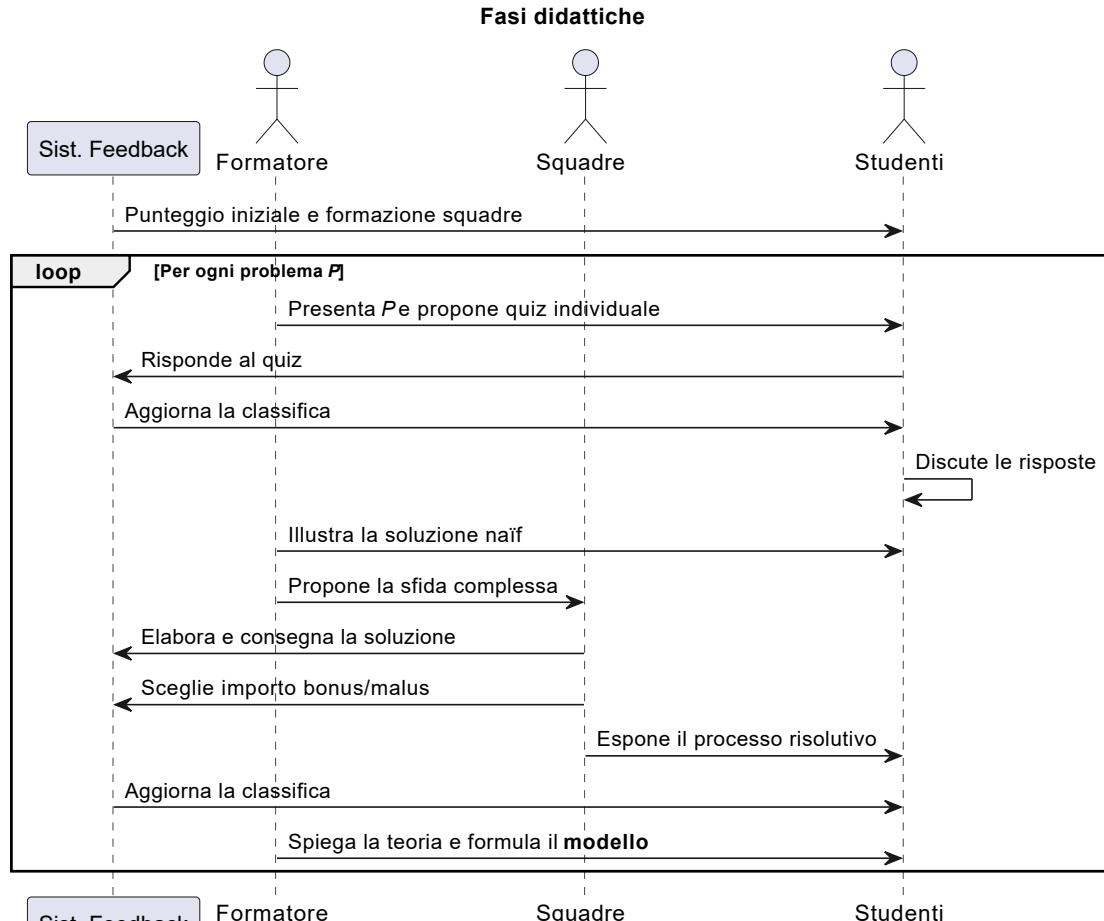
# Regole del gioco

## Regole del gioco

- Ogni **partecipante** ha in dotazione **1000** dobloni
- I partecipanti sono raggruppati in **squadre**
- Ogni partecipante **guadagna** dobloni rispondendo a **domande**
- Ogni squadra partecipa a **gare scommettendo** da 10 a 200 dobloni



# Un gioco pieno di problemi!



# Successione dei problemi

- Problema dello zaino
- Problema del rettangolo isoperimetrico di area massima
- Problema dello zaino (seconda iterazione)
- Problema del mix ottimo di produzione
- Problema della dieta di costo minimo

# Fasi didattiche: il Problema dello Zaino



Il bagaglio pesa troppo e all'aeroporto non voglio pagare la sovrattassa.

... devo togliere qualche oggetto

Se ogni oggetto ha un valore, quali abbandono all'aeroporto e quali invece conservo in valigia ?

... chiaramente voglio conservare in valigia il massimo valore complessivo possibile

## Problema dello Zaino - Sfida individuale



Limite di peso: 6 kg



peso: 5.2 kg  
valore: 100



peso: 2.3 kg  
valore: 60



peso: 3.5 kg  
valore: 70



peso: 1.5 kg  
valore: 15



# Problema dello Zaino - Sfida di gruppo

## Gara 1: l'emulo di Jeff Bezos

- capacità del furgone: 153 Kg
- 50 oggetti



oggetto	valore	peso	oggetto	valore	peso
1	1	2	26	45	38
2	2	4	27	47	39
3	3	6	28	48	40
4	7	7	29	49	41
5	10	9	30	50	42
6	15	10	31	51	43
7	16	12	32	52	44
8	17	13	33	53	46
9	19	14	34	54	47
10	21	16	35	55	48
11	22	17	36	56	49
12	23	19	37	58	50
13	25	20	38	59	51
14	27	22	39	60	53
15	28	23	40	62	54
16	30	24	41	63	55
17	31	25	42	64	57
18	33	28	43	66	58
19	34	29	44	67	59
20	36	30	45	68	60
21	38	32	46	69	62
22	39	33	47	70	63
23	41	35	48	72	64
24	42	36	49	73	65
25	43	37	50	75	67

# Problema dello Zaino - Discussione

## Alcune strategie



**limite sul peso:** priorità agli oggetti leggeri



**obiettivo sul valore:** priorità agli oggetti di maggior valore

Osserviamo che:

- tra due oggetti di pari peso conviene scegliere quello che vale di più
- tra due oggetti di pari valore conviene scegliere quello che pesa meno



in entrambi i casi, gli oggetti promettenti sono  
quelli con alto **valore specifico** =  $\frac{\text{valore}}{\text{peso}}$

## Problema dello Zaino - Discussione - 2

- **197** è il meglio che si possa fare?
- Se così non è, qual è una stima ragionevole dell'errore che si commette?

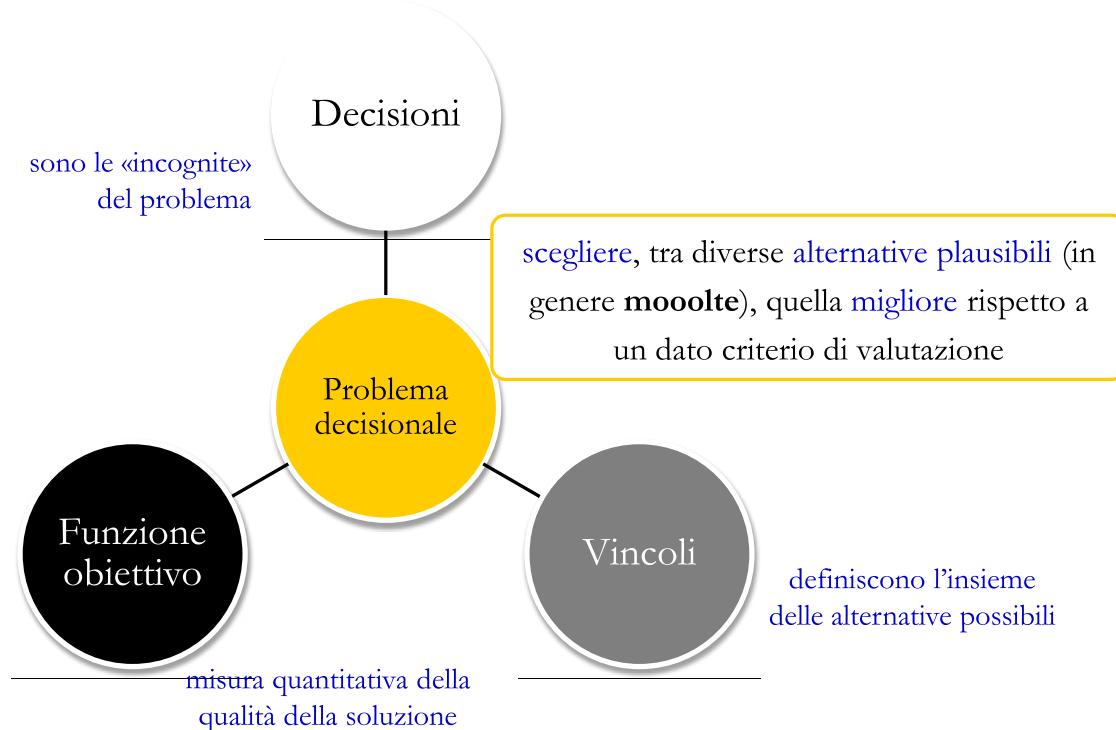
Per rispondere a queste domande ci serve un po' di...

*Matematica*



# Verso il modello astratto

## Il protagonista: il problema decisionale



# Rettangolo isoperimetrico

**[Problema]** dato un rettangolo di perimetro 100, quali sono le lunghezze di base  $l$  e altezza  $b$  che massimizzano la sua area  $A$  ?

Approccio dichiarativo

Scopo: descrivere **cosa** calcolare

si definisce un **modello** che descrive **cosa** calcolare, ossia le **relazioni** esistenti tra i dati del problema (perimetro) e quelli della soluzione (lunghezza dei lati e area del rettangolo).

Un modello che **descrive** una soluzione:

**variabili**

- $l$  = base
- $b$  = altezza
- $A$  = area

$\max A$

$$\begin{cases} 2l + 2b = 100 \\ A = l \cdot b \\ l \geq 0, b \geq 0 \end{cases}$$

mi interessa il rettangolo di area massima

il perimetro del rettangolo è 100

l'area è data dal prodotto di base e altezza

base e altezza sono numeri non negativi

...sì, ma la « **soluzione** » ?

## Problema dello Zaino - Soluzione naïf

Approccio  
procedurale

Scopo: descrivere **come** calcolare una soluzione

per garantire l'ottimalità è necessaria una procedura che esamina  
sistematicamente **tutte le possibili soluzioni**

... occorre selezionare gli oggetti da  
mettere in valigia...

... una potenziale soluzione quindi è  
un generico sottoinsieme di oggetti

...



Ma quanti sono i possibili sottoinsiemi?



# Problema dello Zaino - Spazio delle soluzioni



- Elenco i sottoinsiemi considerando, in sequenza, la possibile scelta di ogni oggetto


2

4

8

16

## Problema dello Zaino - Verso il modello

Approccio  
dichiarativo

Scopo: descrivere *cosa* calcolare

- La soluzione del problema è un *sottoinsieme di oggetti*.
- Un sottoinsieme è il risultato di una *serie di decisioni* (inserisco o non inserisco ognuno degli oggetti)
- ...quindi le *decisioni* prese descrivono la *soluzione*.
- Come rappresento matematicamente le decisioni da prendere?

Quali sono le *variabili decisionali*?



## Problema dello Zaino - Il modello

... in generale

- $n$  oggetti, ognuno descritto da un valore  $v_i$  e da un peso  $p_i$
- una valigia con limite di peso pari a  $b$

$$\max(v_1x_1 + \dots + v_nx_n)$$

$$p_1x_1 + \dots + p_nx_n \leq b$$

$$x_1, \dots, x_n \in \{0,1\}$$

$$\max \sum_{i=1}^n v_i x_i$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \leq b$$

$$x_1, \dots, x_n \in \{0,1\}$$



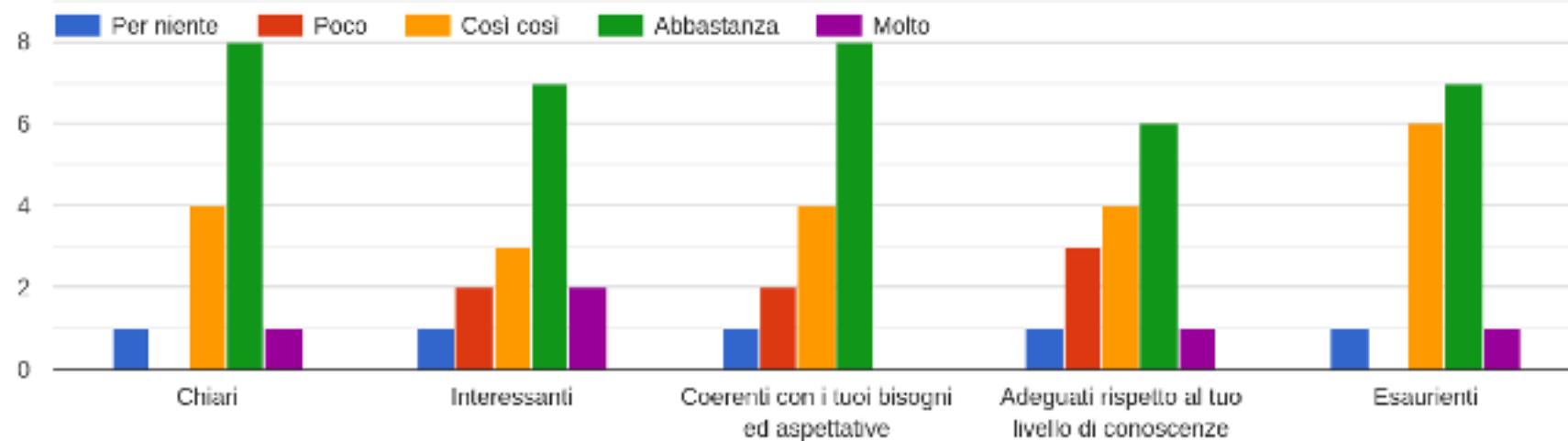
# Apprendere dal "Problema dello Zaino"

- Astrazione
  - del problema
- Rappresentazione
  - del problema -> MODELLO
  - codifica dell'istanza
  - codifica (e spazio) delle soluzioni
- Algoritmi
  - esatti (enumerazione totale) ed euristici (greedy)
  - complessità temporale: crescita esponenziale
  - esistenza di risolutori per classi di problemi
- Linguaggi
  - Programmazione Lineare Intera (PLI)
  - A Mathematical Programming Language (AMPL)

# Percezione degli studenti

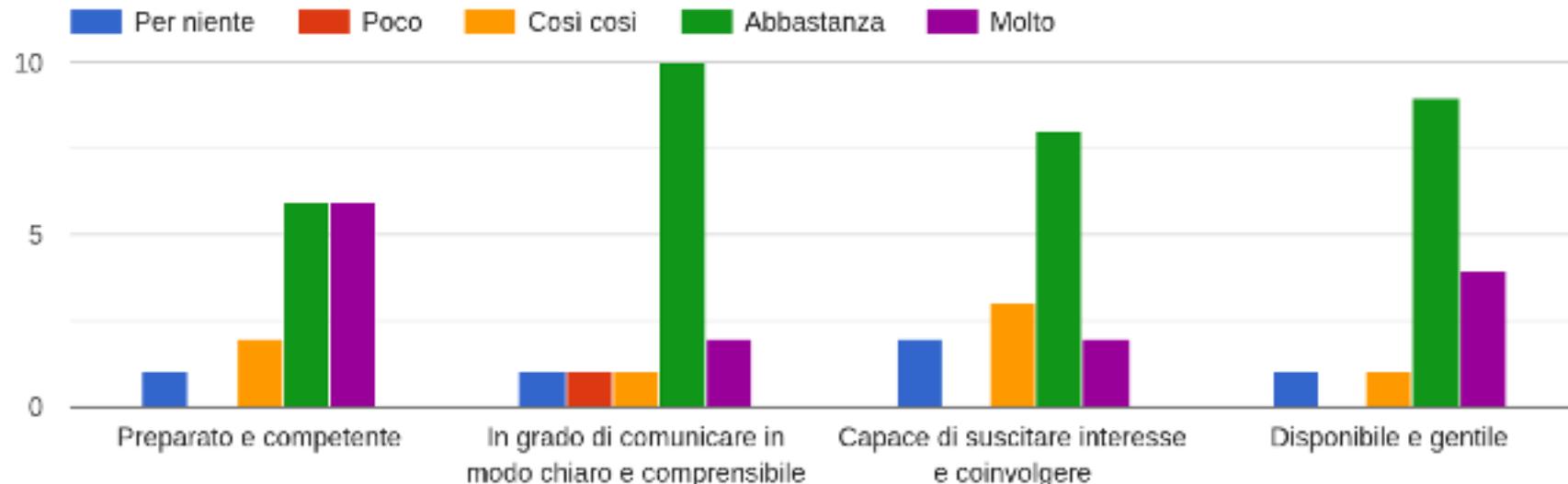
...i voti, nella scala di Likert, che ci hanno dato gli studenti

Gli argomenti trattati nel corso sono risultati:



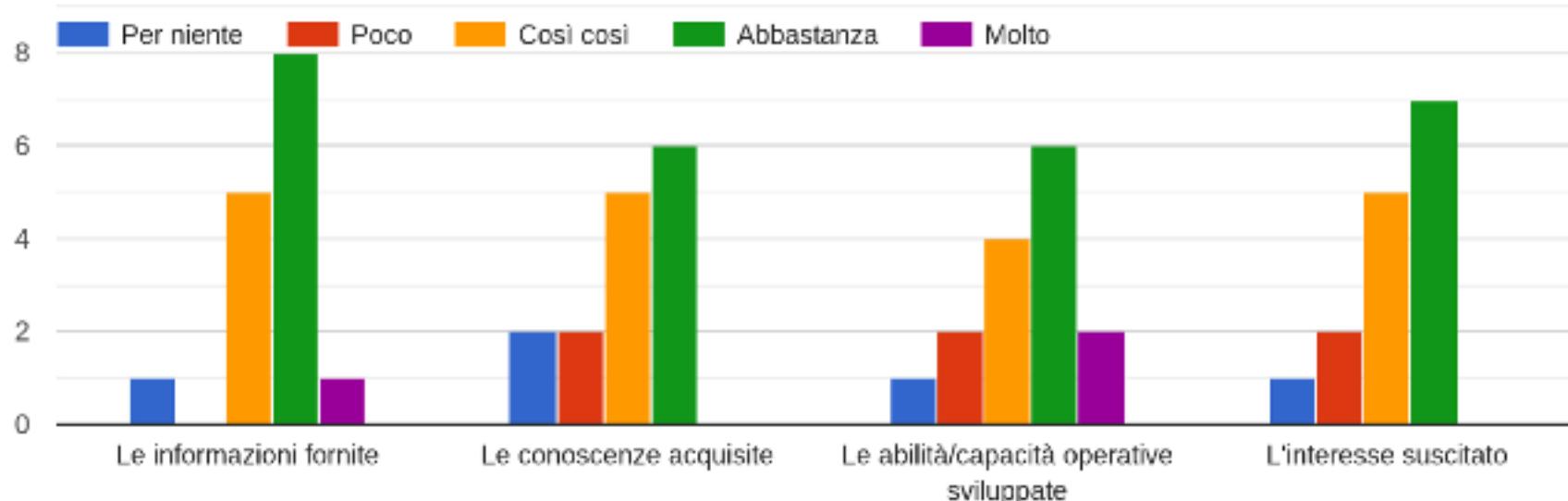
# Giudizio degli studenti

Ritieni che il formatore sia stato:



# Giudizio degli studenti

Ritieni che il corso sia stato utile per:



# Conclusioni

- Didattica disciplinare
  - Dal problema alla soluzione tramite la costruzione del Modello
  - Risoluzione di problemi reali
- Metodologia didattica
  - Attiva, efficace e motivante
  - Attivazione processi metacognitivi
- Estendibilità ad altri ambiti
  - programmazione
  - basi di dati
  - ingegneria del software

# tra Problema      Il Modello      e Soluzione

Fabrizio Marinelli

*Università Politecnica delle Marche, Ancona*

Gionata Massi\*

*IIS Savoia Benincasa, Ancona*

**Grazie per l'attenzione!**  
Domande?

**[ITADINFO]**