

tra Problema Il Modello e Soluzione

Fabrizio Marinelli

Università Politecnica delle Marche, Ancona

Gionata Massi^{*}

IIS Savoia Benincasa, Ancona

[ITADINFO]

Piano della Presentazione

1. Contesto
2. Obiettivi
3. Metodologia didattica
 1. Regole del gioco
 2. Successione dei problemi
 3. Fasi didattiche: il Problema dello Zaino
4. Percezione degli studenti
5. Conclusioni

Contesto

- DM 65/2023
 - Potenziamento delle competenze STEM
 - Linee Guida per le discipline STEM
 - *Utilizzare metodologie attive e collaborative*
 - *Promuovere attività che affrontino questioni e problemi di natura applicativa.*
 - Utilizzare metodologie didattiche per un apprendimento di tipo induttivo.

... promuovere l'integrazione, all'interno dei curricula di tutti i cicli scolastici, di attività, metodologie e contenuti volti a sviluppare le competenze STEM, digitali e di innovazione ...

DM n. 65 del 12 aprile 2023...

- IIS Savoia Benincasa, Ancona
 - IT *Economico*, AFM art. *Sistemi Informativi Aziendali*, Classe V
- Università Politecnica delle Marche
 - Prof. Fabrizio Marinelli

Obiettivi

- Trasversali
 - Integrare le competenze in Informatica con quelle di Matematica ed Economia
 - Motivare lo studio verso le discipline STEM
 - Promuovere attività che affrontino problemi e questioni di natura applicativa
- Disciplinari
 1. Astrarre le caratteristiche comuni di un problema decisionale (di scelta)
 2. Scoprire metodi euristici e/o algoritmi esatti per risolvere problemi
 3. Valutare l'efficienza degli algoritmi in termini di tempo di calcolo
 4. Formulare modelli per risolvere problemi decisionali

Metodologia didattica

Una sintesi di:

- *Gamification*
- *Lezione segmentata*
- *Problem-Based Learning*
- Attenzione ai processi metacognitivi

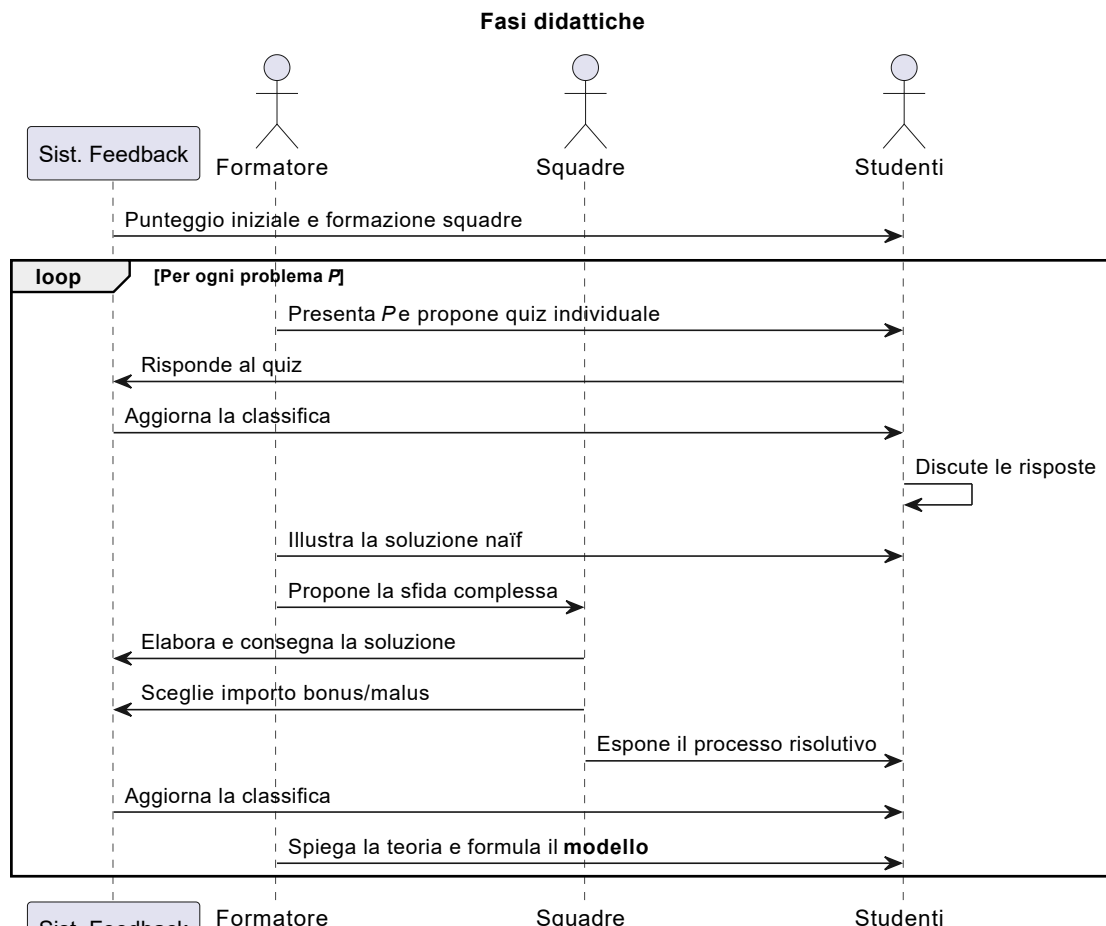
Regole del gioco

Regole del gioco

- Ogni **partecipante** ha in dotazione **1000** dobloni
- I partecipanti sono raggruppati in **squadre**
- Ogni partecipante **guadagna** dobloni rispondendo a **domande**
- Ogni squadra partecipa a **gare scommettendo** da 10 a 200 dobloni



Un gioco pieno di problemi!



Successione dei problemi

- Problema dello zaino
- Problema del rettangolo isoperimetrico di area massima
- Problema dello zaino (seconda iterazione)
- Problema del mix ottimo di produzione
- Problema della dieta di costo minimo

Fasi didattiche: il Problema dello Zaino



Il bagaglio pesa troppo e all'aeroporto non voglio pagare la sovrattassa.

... devo togliere qualche oggetto

Se ogni oggetto ha un valore, quali abbandono all'aeroporto e quali invece conservo in valigia ?

... chiaramente voglio conservare in valigia il massimo valore complessivo possibile

Problema dello Zaino - Sfida individuale



Limite di peso: 6 kg



peso: 5.2 kg
valore: 100



peso: 2.3 kg
valore: 60



peso: 3.5 kg
valore: 70



peso: 1.5 kg
valore: 15



Problema dello Zaino - Sfida di gruppo

Gara 1: l'emulo di Jeff Bezos

- capacità del furgone: 153 Kg
- 50 oggetti



| oggetto | valore | peso | oggetto | valore | peso |
|---------|--------|------|---------|--------|------|
| 1 | 1 | 2 | 26 | 45 | 38 |
| 2 | 2 | 4 | 27 | 47 | 39 |
| 3 | 3 | 6 | 28 | 48 | 40 |
| 4 | 7 | 7 | 29 | 49 | 41 |
| 5 | 10 | 9 | 30 | 50 | 42 |
| 6 | 15 | 10 | 31 | 51 | 43 |
| 7 | 16 | 12 | 32 | 52 | 44 |
| 8 | 17 | 13 | 33 | 53 | 46 |
| 9 | 19 | 14 | 34 | 54 | 47 |
| 10 | 21 | 16 | 35 | 55 | 48 |
| 11 | 22 | 17 | 36 | 56 | 49 |
| 12 | 23 | 19 | 37 | 58 | 50 |
| 13 | 25 | 20 | 38 | 59 | 51 |
| 14 | 27 | 22 | 39 | 60 | 53 |
| 15 | 28 | 23 | 40 | 62 | 54 |
| 16 | 30 | 24 | 41 | 63 | 55 |
| 17 | 31 | 25 | 42 | 64 | 57 |
| 18 | 33 | 28 | 43 | 66 | 58 |
| 19 | 34 | 29 | 44 | 67 | 59 |
| 20 | 36 | 30 | 45 | 68 | 60 |
| 21 | 38 | 32 | 46 | 69 | 62 |
| 22 | 39 | 33 | 47 | 70 | 63 |
| 23 | 41 | 35 | 48 | 72 | 64 |
| 24 | 42 | 36 | 49 | 73 | 65 |
| 25 | 43 | 37 | 50 | 75 | 67 |

Problema dello Zaino - Discussione

Alcune strategie



limite sul peso: priorità
agli oggetti leggeri



obiettivo sul valore:
priorità agli oggetti di
maggior valore

Osserviamo che:

- tra due oggetti di pari peso conviene scegliere quello che vale di più
- tra due oggetti di pari valore conviene scegliere quello che pesa meno



in entrambi i casi, gli oggetti promettenti sono

quelli con alto **valore specifico** = $\frac{\text{valore}}{\text{peso}}$

Problema dello Zaino - Discussione - 2

- **197** è il meglio che si possa fare?
- Se così non è, qual è una stima ragionevole dell'errore che si commette?

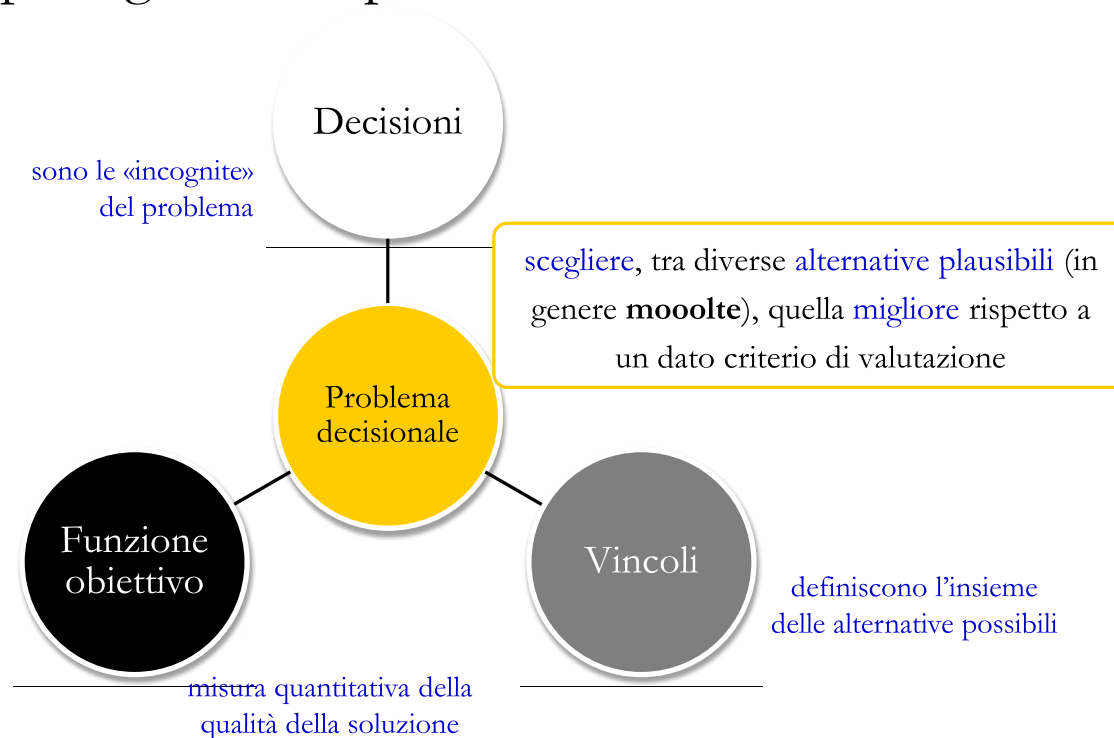
Per rispondere a queste domande ci serve un po' di...

Matematica



Verso il modello astratto

Il protagonista: il problema decisionale



Rettangolo isoperimetrico

[Problema] dato un rettangolo di perimetro 100, quali sono le lunghezze di base l e altezza h che massimizzano la sua area A ?

Approccio dichiarativo

Scopo: descrivere *cosa* calcolare

si definisce un **modello** che descrive *cosa* calcolare, ossia le *relazioni* esistenti tra i dati del problema (perimetro) e quelli della soluzione (lunghezza dei lati e area del rettangolo).

Un modello che **descrive** una soluzione:

variabili

- l = base
- h = altezza
- A = area

max A

$$\begin{cases} 2l + 2h = 100 \\ A = l \cdot h \\ l \geq 0, h \geq 0 \end{cases}$$

mi interessa il rettangolo di area massima

il perimetro del rettangolo è 100

l'area è data dal prodotto di base e altezza

base e altezza sono numeri non negativi

...sì, ma la « **soluzione** » ?

Problema dello Zaino - Soluzione naïf

Approccio
procedurale

Scopo: descrivere *come* calcolare una soluzione

per garantire l'ottimalità è necessaria una procedura che esamina
sistematicamente *tutte le possibili soluzioni*

... occorre selezionare gli oggetti da
mettere in valigia...

... una potenziale soluzione quindi è
un generico sottoinsieme di oggetti
...













































Ma quanti sono i possibili sottoinsiemi?



Problema dello Zaino - Spazio delle soluzioni



Elenco i sottoinsiemi considerando, in sequenza, la possibile scelta di ogni oggetto

|  |  |  |  |
|---|---|--|---|
| | | | |
| | |  |  |
| | |  |   |
| |  |  |   |
| | |   |    |
|  |  |  |   |
| | |   |    |
| |   |   |    |
| | |    |     |
| 2 | 4 | 8 | 16 |

Problema dello Zaino - Verso il modello

Approccio
dichiarativo

Scopo: descrivere *cosa* calcolare

- La soluzione del problema è un *sottoinsieme di oggetti*.
- Un sottoinsieme è il risultato di una *serie di decisioni* (inserisco o non inserisco ognuno degli oggetti)
- ...quindi le *decisioni* prese descrivono la *soluzione*.
- Come rappresento matematicamente le decisioni da prendere?

Quali sono le *variabili decisionali*?



Problema dello Zaino - Il modello

... in generale

- n oggetti, ognuno descritto da un valore v_i e da un peso p_i
- una valigia con limite di peso pari a b

$$\max(v_1x_1 + \dots + v_nx_n)$$

$$p_1x_1 + \dots + p_nx_n \leq b$$

$$x_1, \dots, x_n \in \{0,1\}$$

$$\max \sum_{i=1}^n v_i x_i$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \leq b$$

$$x_1, \dots, x_n \in \{0,1\}$$



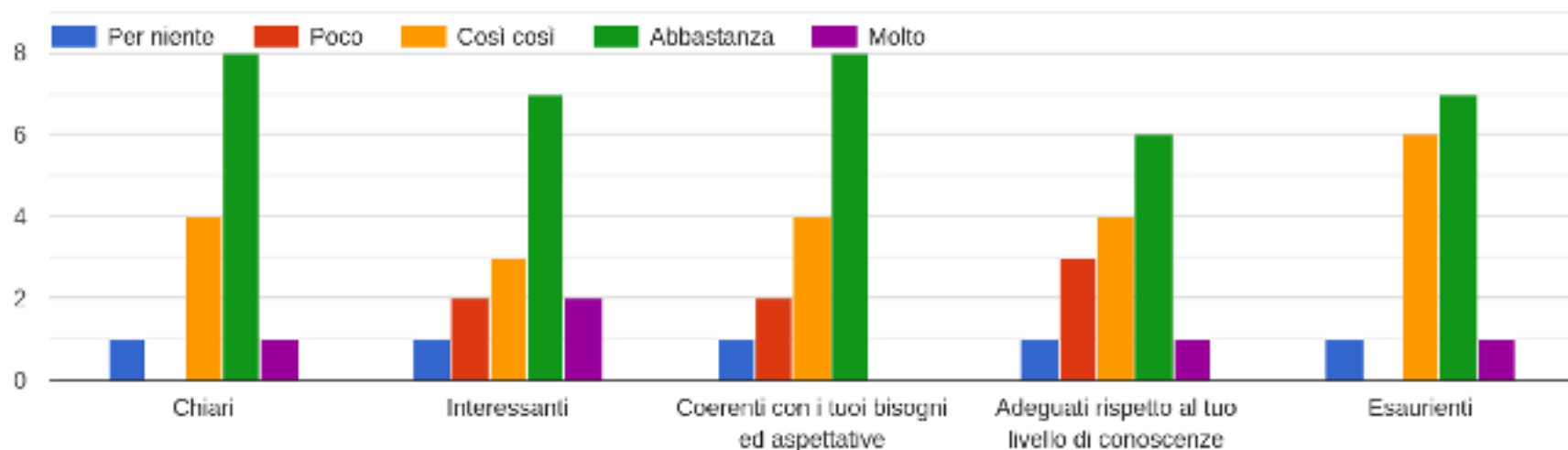
Apprendere dal "Problema dello Zaino"

- Astrazione
 - del problema
- Rappresentazione
 - del problema -> MODELLO
 - codifica dell'istanza
 - codifica (e spazio) delle soluzioni
- Algoritmi
 - esatti (enumerazione totale) ed euristici (greedy)
 - complessità temporale: crescita esponenziale
 - esistenza di risolutori per classi di problemi
- Linguaggi
 - Programmazione Lineare Intera (PLI)
 - A Mathematical Programming Language (AMPL)

Percezione degli studenti

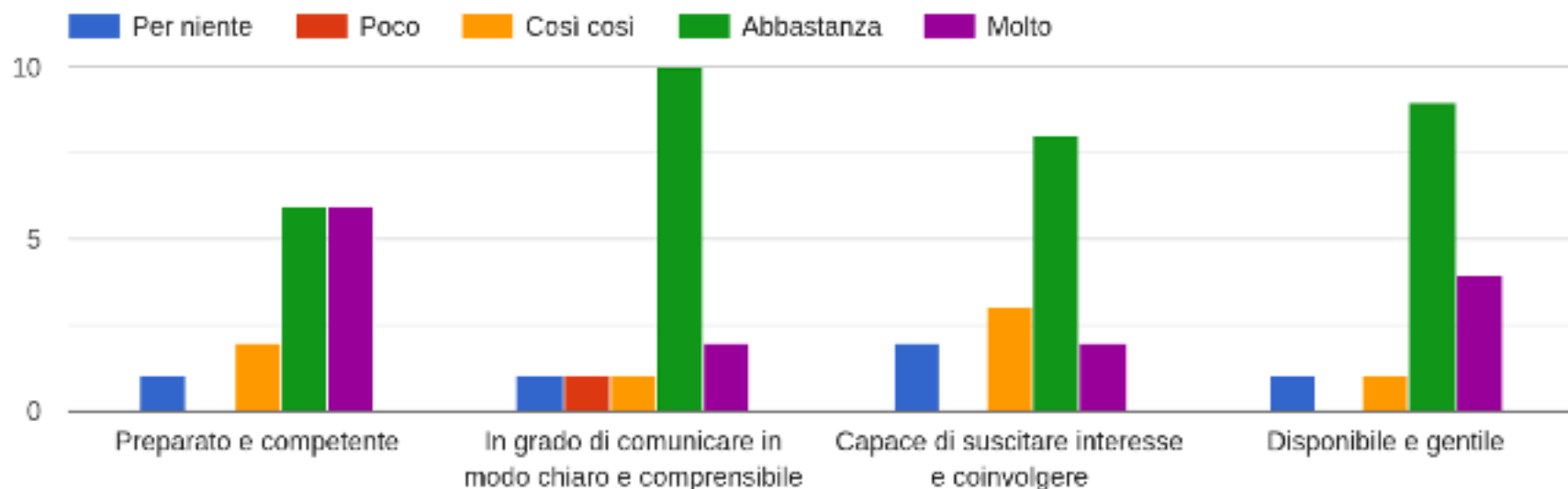
...i voti, nella scala di Likert, che ci hanno dato gli studenti

Gli argomenti trattati nel corso sono risultati:



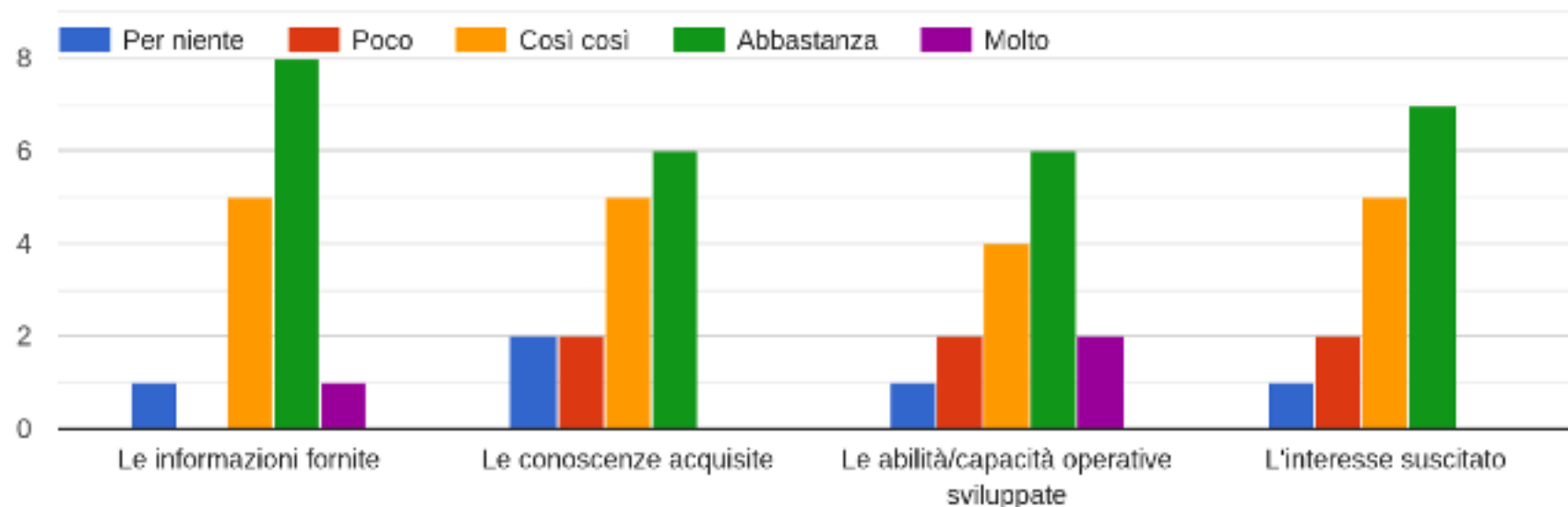
Giudizio degli studenti

Ritieni che il formatore sia stato:



Giudizio degli studenti

Ritieni che il corso sia stato utile per:



Conclusioni

- Didattica disciplinare
 - Dal problema alla soluzione tramite la costruzione del Modello
 - Risoluzione di problemi reali
- Metodologia didattica
 - Attiva, efficace e motivante
 - Attivazione processi metacognitivi
- Estendibilità ad altri ambiti
 - programmazione
 - basi di dati
 - ingegneria del software

tra Problema Il Modello e Soluzione

Fabrizio Marinelli

Università Politecnica delle Marche, Ancona

Gionata Massi*

IIS Savoia Benincasa, Ancona

Grazie per l'attenzione!
Domande?

[ITADINFO]