

Antwoorden toets Digitale Signaalbewerking 2 voor ESE 2010-2011:
Answers exam Digital Signal Processing 2 for ESE 2010-2011:

Naam Student:

Studentnummer:

Opleiding: ESE	Opl.variant: vt	Groep/Klas: 3/4
Volledige vaknaam: Digitale Signaalbewerking Vakcode: DSB	Dag en Datum: 20-06-2011	Tijd: 1115-1245
Lokaal:	Docent: BKS tel. 06-11216657	Aantal tentamenbladen:
Benodigd papier: <i>ruitjespapier</i>	Toegestane hulpmiddelen: <i>Rekenmachine, formuleblad</i>	Tentamen mag behouden worden: NIET

Bijzonderheden:

Deze toets bestaat uit 4 open vragen. Elke open vraag levert een aantal punten op. Dit aantal staat vermeld bij elke vraag. Een totaal van 100 punten is te behalen bij het correct beantwoorden van alle vragen.

Schrijf je antwoorden op dit opgavenblad. Mocht je meer ruimte nodig hebben, dan kun je ook losse kladbladen mee inleveren – zet hier dan wel duidelijk je naam en studienummer op, alsmede het vraagnummer waarop het vel betrekking heeft.

Veel succes !

This test consists of 4 open questions. Each open question yields a number of points. This number is stated with each question. A total of 100 points can be achieved by correctly answering all questions.

Write your answers on this problem sheet. If you need more space, you can also hand in individual scrap sheets - then clearly state your name and study number, as well as the question number to which the sheet relates.

Good luck !

1. (25) Een van de belangrijke toepassingen van Digitale Signaalbewerking is het ontwerpen en implementeren van filters / *One of the important applications of Digital Signal Processing is the design and implementation of filters.*

a) (5) Geef de twee hoofdklassen van digitale filters. Geef aan wat de verschillen zijn, en tenminste drie sterke en twee zwakke kanten van beide klassen elk / *List the two main classes of digital filters. Indicate the differences, and at least three strengths and two weaknesses of each class.*

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• <i>FIR en IIR</i>• <i>FIR : stabiel, lineaire fase, eenvoudig te implementeren. Veel rekenkracht nodig voor gewenste verzwakking, geen analoog equivalent dus geen modellering uit analoge domein.</i>• <i>IIR: snel, efficient en te modelleren uit analoge domein. Kan instabiel worden. Geen lineaire fasegedrag.</i> |
| <ul style="list-style-type: none">• <i>FIR and IIR</i>• <i>FIR: stable, linear phase, easy to implement. Much computing power needed for desired attenuation, no analog equivalent, so no modeling from analog domain.</i>• <i>IIR: fast, efficient and modelable from analog domain. Can become unstable. No linear phase behavior.</i> |

b) (10) Een filter wordt in het Z domein gekarakteriseerd door de volgende systeemfunctie $H(z)$. Geef de polen en nulpunten van $H(z)$ en teken deze in het complexe vlak / *A filter is characterized in the Z domain by the following system function $H(z)$. Give the poles and zeros of $H(z)$ and draw it in the complex plane:*

$$H(z) = \frac{z^2 + 6z - 8}{z^2 - 1.5z + 0.8}$$

Nulpunten:

```
roots([1 6 -8])
```

ans =

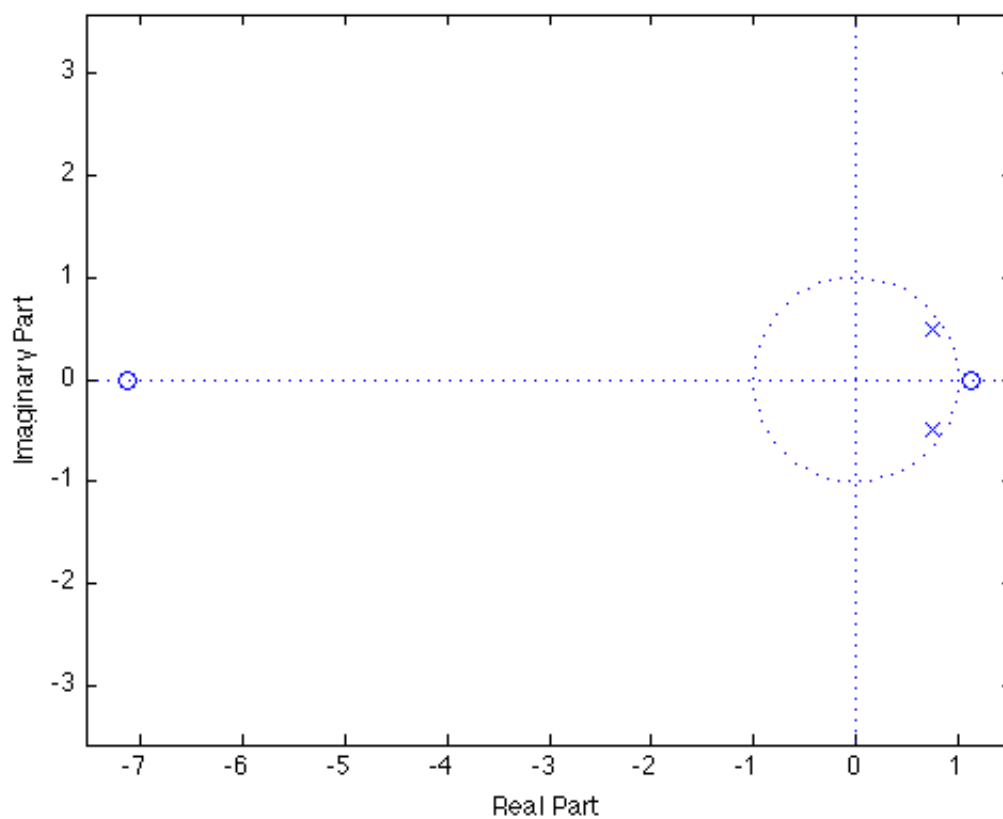
```
-7.1231  
1.1231
```

Polen:

```
roots([1 -1.5 0.8])
```

ans =

```
0.7500 + 0.4873i ==> 0,8944 / _ (1/6)π  
0.7500 - 0.4873i ==> 0,8944 / _ (-1/6)π
```



c) (5) Is het filter van b) een stabiel filter ? Licht je antwoord toe(simpelweg ja of neen is niet voldoende) / Is the filter of b) a stable filter? Please explain your answer (simply yes or no is not enough)..

Het is een stabiel filter, want de polen bevinden zich binnen cirkel met straal 1 . Een syteem met polen binnen deze eenheidscirkel is altijd stabiel.

It is a stable filter because the poles are inside circle with radius 1 . A syteem with polen within this unit circle is always stable.

Het filter wordt ingezet in een DSP met een bemonsteringsfrequentie $f_s = 100 \text{ Hz}$ / *The filter is used in a DSP with a sampling frequency $f_s = 100 \text{ Hz}$.*

- d) (5) Teken een eenheidscirkel in het complexe vlak van opgave b). Geef op de cirkel in het complexe vlak aan waar 0 Hz, 15 Hz, 44 Hz, 58 Hz en 90 Hz zich bevinden. Leid af van de figuur wat voor soort filter dit is: “laagdoorlaat”, “hoogdoorlaat”, “banddoorlaat” of “bandsper” / *Draw a unit circle in the complex plane of exercise b). Indicate on the circle in the complex plane where 0 Hz, 15 Hz, 44 Hz, 58 Hz and 90 Hz are located. Derive from the figure what kind of filter this is: “low pass”, “high pass”, “band pass” or “band lock”.*

De punten bevinden zich op de eenheidscirkel volgens de verhouding waar bij geldt dat $f_s \Leftrightarrow 2\pi$:

Het radiale punt behorende bij 15 Hz ligt daarmee op $(15/100) \cdot 2\pi = (3/10)\pi$ radialen. De andere punten worden op een zelfde manier berekend.

Aangezien de polen op $\pm(1/6)\pi$ geplaatst zijn, wordt de bijbehorende frequentie $((1/6) / 2) \cdot 100 = 100/12 = 25/3 = 8,33 \text{ Hz}$ het meeste doorgelaten. Het nulpunt bij 1,1 zorgt voor een verzwakking rond 0 Hz. Het filter is daarmee een banddoorlaat filter rond 8,33 Hz.

The points are on the unit circle according to the ratio where $f_s \Leftrightarrow 2\pi$:

The radial point associated with 15 Hz is therefore at $(15/100) \cdot 2\pi = (3/10)\pi$ radians. The other points are calculated in the same way.

Since the poles are placed at $\pm(1/6)\pi$, the corresponding frequency $((1/6) / 2) \cdot 100 = 100/8 = 8.33 \text{ Hz}$ is passed with the highest gain. The zero point at 1.1 attenuates the frequencies around 0 Hz. The filter is therefore a band-pass filter around 8.33 Hz.

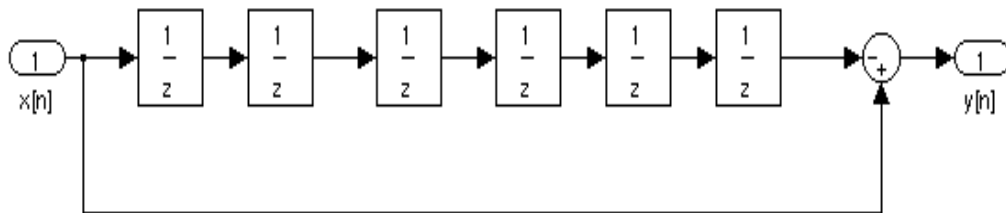
2. (25) Een Hybride FIR/IIR filter wordt gevormd door het samenvoegen (in serieschakelen) van een kamfilter en een digitale resonator / *A Hybrid FIR / IIR filter is formed by joining (daisy-chaining) a comb filter and a digital resonator..*

a) (10) Een algemene vorm van een tweedeorde resonator heeft de volgende overdrachtsfunctie / *A general form of a second order resonator has the following transfer function :*

$$H_R(z) = \frac{z^2}{z^2 - 2\cos\theta z + 1}$$

Toon aan dat inderdaad een resonantie optreedt bij een willekeurige invoer / *Show that a resonance indeed occurs at any input.*

b) (10) De kam van het filter wordt gevormd door de volgende schakeling / *b) The filter comb consists of the following circuit :*



Geef de overdrachtsfunctie $H_k(z)$ van het kamfilter / *Give the transfer function $H_k(z)$ of the comb filter..*

c) (5) Geef de totale overdracht $H(z)$ van het hybride filter / *c) Give the total transfer $H(z)$ of the hybrid filter.*

a. De polen p_1 en p_2 worden bepaald met de vergelijking $z^2 - 2\cos(\theta)z + 1 = 0 \rightarrow$ gebruik de ABC formule

$$p_{1,2} = \frac{2\cos(\theta) \pm \sqrt{[2\cos(\theta)]^2 - 4}}{2}$$

$$p_{1,2}: p_{1,2} = \frac{2\cos(\theta) \pm 2\sqrt{-[\sin(\theta)]^2}}{2}$$

$$p_{1,2} = \frac{2\cos(\theta) \pm 2j\sin(\theta)}{2}$$

$$p_{1,2} = \cos(\theta) \pm j\sin(\theta) = 1 \arg \theta$$

de polen hebben derhalve altijd een straal 1 en liggen altijd op de cirkel \rightarrow resonantie / the poles therefore always have a radius 1 and always lie on the circle \rightarrow resonance.

b. $H_k(z) = 1 - z^{-6}$

$$c. H(z) = \frac{z^2(1 - z^{-6})}{z^2 - 2\cos(\theta)z + 1} = \frac{1 - z^{-6}}{1 - 2\cos(\theta)z^{-1} + z^{-2}}$$

3. (25) Van een digitaal filter zijn de volgende polen en nulpunten bekend.

De polen zijn : $p = 0,4 \pm 0,7j$ en het nulpunt is $n = -1$.

a) (10) Schets de amplitude van het filter in het bereik $0 < \Omega < \pi$.

b) (10) Schets de fase van het filter in het bereik $0 < \Omega < \pi$.

c) (5) Welke frequentie laat het filter het beste door? Geef een schatting.

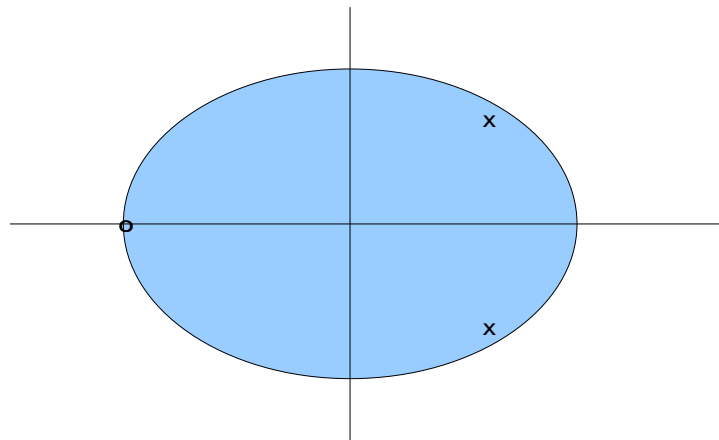
The following poles and zero points of a digital filter are known.

The poles are: $p = 0.4 \pm 0.7j$ and the zero point is $n = -1$.

a) (10) Sketch the amplitude of the filter in the range $0 < \Omega < \pi$.

b) (10) Sketch the phase of the filter in the range $0 < \Omega < \pi$.

c) (5) Which frequency allows the filter to pass best? Provide an estimate.



Antwoorden a,b :

$$H(z) = (z+1) / ((z-0,4+0,7j)(z-0,4-0,7j))$$

substitute $z = e^{j \cdot \text{angle}} = \cos(\text{angle}) + j \sin(\text{angle})$. ==>

$$H(\text{angle}) = (1 + \cos(\text{angle}) + j \sin(\text{angle})) / ((\cos \text{angle} - 0,4 + j(\sin \text{angle} + 0,7)) * (\cos \text{angle} - 0,4 + j(\sin \text{angle} - 0,7)))$$

$$|H(\text{angle})| = \sqrt{(1 + \cos(\text{angle}))^2 + \sin^2(\text{angle})} / \sqrt{((\cos \text{angle} - 0,4)^2 + (\sin \text{angle} + 0,7)^2) * ((\cos \text{angle} - 0,4)^2 + (\sin \text{angle} - 0,7)^2)}$$

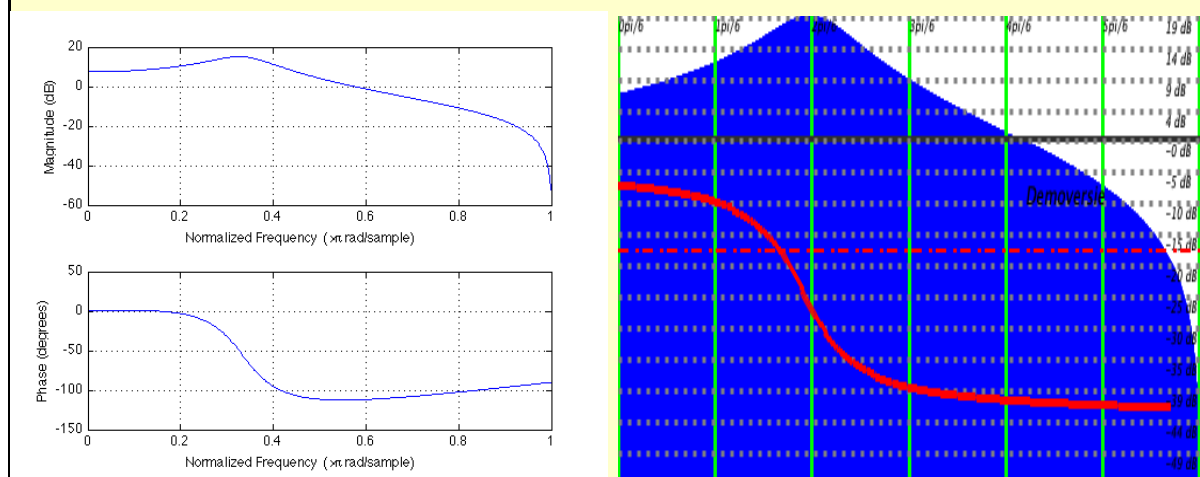
$$f(x) = 20 \ln \left(\sqrt{(1 + \cos(x))^2 + \sin^2(x)} \div \left(\sqrt{((\cos(x) - 0,4)^2 + (\sin(x) + 0,7)^2)} \times \sqrt{((\cos(x) - 0,4)^2 + (\sin(x) - 0,7)^2)} \right) \right) \div \ln(10)$$

$$\angle H(\text{angle}) = \text{atan}(\sin(\text{angle}) / (1 + \cos(\text{angle}))) - \text{atan}((\sin \text{angle} + 0,7) / (\cos \text{angle} - 0,4)) - \text{atan}((\sin \text{angle} - 0,7) / (\cos \text{angle} - 0,4))$$

Use calculator : Mode 9 (Table) to build a list with magnitude and phase point. Put the formula in the $f(x) = \dots$ field and use x for the angle. Make certain that your calculator is set to radians! Use the QR exporter to verify your findings on Casio Web.

Alternative : Use Assignment number 6 demo ([here downloadable](#)) to compute the frequency plot.

Matlab : `freqz([1 1],poly([0.4+0.7j,0.4-0.7j]))`



c. De frequentie rond $0,35\pi$, want daar ligt de pool / The frequency at 0.35π , because that's where the pole lies.

4. (25) Een Digitale Signaal Processor is een microprocessor die speciaal ontworpen is om met DSP algoritmes te werken / *A Digital Signal Processor is a microprocessor specially designed to work with DSP algorithms.*

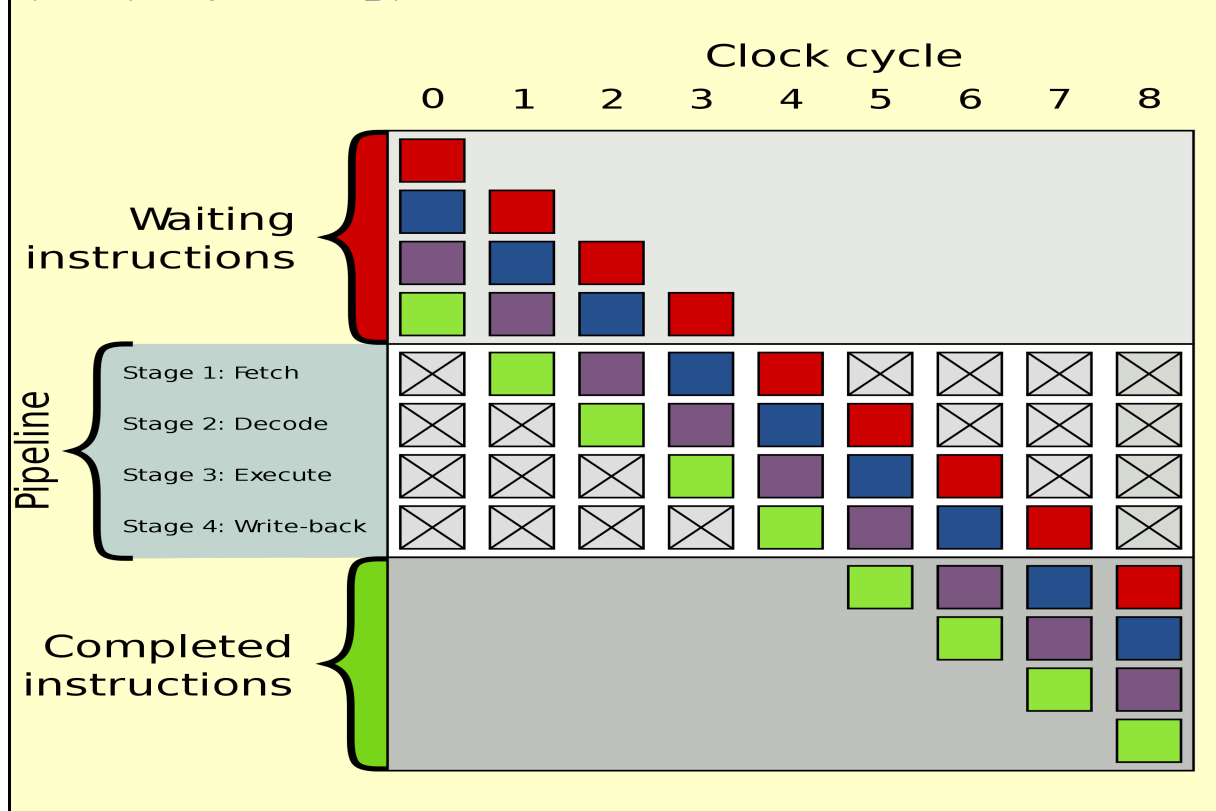
a) (5) Leg uit wat 'MAC instructie' betekent in de context van een DSP processor / *Explain what 'MAC instruction' means in the context of a DSP processor..*

MAC = Multiply ACcumulate. Vermenigvuldigen en Optellen zijn de toegelaten bewerkingsvormen in een LTI processor en vormen daar mee de basis voor digitale signaalbewerking.

MAC = Multiply ACcumulate. Multiplication and Accumulation are the permitted processing forms in an LTI processor and thus form the basis for digital signal processing.

b) (5) Een DSP processor maakt vaak gebruik van pipelining. Hoe werkt pipelining? Geef een voorbeeld waaruit blijkt welk voordeel pipelining biedt. / *A DSP processor often uses pipelining. How does pipelining work? Give an example demonstrating the benefit of pipelining.*

De pipeline versnelt het proces waarmee instructies worden verwerkt. Zie / The pipeline speeds up the process of processing instructions. See:
http://en.wikipedia.org/wiki/Instruction_pipeline



- c) (5) Vaak worden DSP processoren slechts uitgerust met de mogelijkheid om met gehele getallen te werken. Toch kunnen zij in bijna alle gevallen worden ingezet waar normaal gesproken wordt gerekend met drijvende komma. Leg uit hoe een DSP processor, die werkt met gehele getallen van 16 bits groot, een bemonsterd signaal (-2.048V 2.048 V) kan verwerken (representeren) / *Often DSP processors are only equipped with the ability to work with integers. However, they can be used in almost all cases where floating-point calculations are normally used. Explain how a DSP processor, working with integers of 16 bits, can process (represent) a sampled signal (-2,048V 2,048 V).*

Bereik is 4,096 V. Het LSB is dus $4,096 / 2^{16} = (1/16000) = 62,5$ microVolt waard. Elk getal in het bemonsterde bereik word in een veelvoud van dit LSB uitgedrukt.

Range is 4,096 V. So the LSB is worth $4,096 / 2^{16} = (1/16000) = 62.5$ microVolt. Each number in the sampled range is expressed in a multiple of this LSB.

- d) (10) Stel dat met een 16 bits getal 3 bits worden gebruikt voor het gehele deel, en de overige bits voor het drijvende gedeelte achter de komma. Ga ook uit van de representatie van een negatief bereik. Geef het bereik aan van de decimale getallen die kunnen worden weergegeven door dit 16 bits getal? / *Suppose that with in 16 bit number 3 bits are used for the whole part, and the remaining bits for the floating part after the decimal point. Also assume the representation of a negative range. Indicate the range of decimal numbers that can be represented by this 16 bit number?*

16 → 3 bits voor geheel
→ 1 bit voor teken
→ (16-3-1) = 12 bits voor fractie.

$2^3 = 8$ voor het gehele deel
 $1/2^{12} = 1/4096 = 2,44E-4 = \text{stapgrootte fractie}$

Het bereik is dus $[-8 \dots 8-2,44E-6] = [-8 \dots 7,999755]$

6 → 3 bits for whole
→ 1 bit for sign
→ (16-3-1) = 12 bits for fraction.

$2^3 = 8$ for the whole part
 $1/2^{12} = 1/4096 = 2.44E-4 = \text{fraction step size}$

So the range is $[-8 \dots 8-2,44E-6] = [-8 \dots 7,999755]$