

Formuleblad voor Digitale Signaalbewerking

Hogeschool van Arnhem en Nijmegen

ir drs E.J Boks

Convolutie in het tijddomein

Een LTI systeem dat wordt gekarakteriseerd door de impulsresponsie $h[n]$, zal een signaal $x[n]$ omzetten naar een uitkomst $y[n]$ volgens:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k] h[k]$$

Fourier Transformatie

Ω is de bemonsterde frequentie, welke loopt van 0 tot 2π . $\Omega = \pi$ komt overeen met $f = \frac{f_{sample}}{2}$

Omschrijving	Signaal in tijddomein	Signaal in frequentiedomein
Transformatie	$x[n]$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n}$
Lineariteit	$a \cdot x_1[n] + b \cdot x_2[n]$	$a \cdot X_1(\Omega) + b \cdot X_2(\Omega)$
Tijdverschuiving	$x[n-a] \cdot u[n-a]$	$X(\Omega) e^{-j\Omega a}$
Modulatie	$x_1[n] x_2[n]$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X_1(\lambda) X_2(\Omega - \lambda) d\lambda$
Convolutie	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(\Omega) X_2(\Omega)$
Tijddifferentiatie	$x[n] - x[n-1]$	$X(\Omega) (1 - e^{-j\Omega})$

Omschrijving	Signaal in tijddomein $x[n]$	Signaal in Frequentiedomein $X(\Omega)$
Impuls	$\delta[n]$	1
Vertraagde impuls	$\delta[n-n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$
Stap	$u[n]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\Omega}}$
Rechthoekige puls in tijddomein	$u[n+n_0] - u[n-n_0+1]$	$\frac{\sin((n_0 + \frac{1}{2})\Omega)}{\sin(\frac{1}{2}\Omega)}$
Rechthoekige puls in frequentiedomein	$\frac{\sin(n\Omega_0)}{n\pi} = \frac{\Omega_0}{\pi} \text{sinc}(n\Omega_0)$	$u[\Omega + \Omega_0] - u[\Omega - \Omega_0]$
Macht	$a^n u[n]$	$\frac{1}{1 - a e^{-j\Omega}}$

Z Transformatie

Omschrijving	Signaal in tijddomein	Signaal in Z domein
Transformatie	$x[n]$	$\sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n}$
Lineariteit	$a*x_1[n] + b*x_2[n]$	$a*X_1(z) + b*X_2(z)$
Tijdverschuiving	$x[n-a]*u[n-a]$	$X(z)z^{-a}$
Tijdintegratie	$\sum_{k=0}^N x[k]$	$X(z)\frac{z}{z-1}$
Tijddifferentiatie	$x[n] - x[n-1]$	$X(z)(1-z^{-1})$
Convolutie	$x_1[n]*x_2[n]$	$X_1(z)X_2(z)$
Eindwaarde	$\lim_{n \rightarrow \infty} x[n]$	$\lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z}\right)X(z)$

Omschrijving	Signaal in tijddomein	Signaal in Z domein
Impuls	$\delta[n]$	1
Stap	$u[n]$	$\frac{z}{z-1}$ of $\frac{1}{1-z^{-1}}$
helling	$r[n]$	$\frac{z}{(z-1)^2}$
Macht	$a^n u[n]$	$\frac{z}{z-a}$

Transformatie van s- naar z-domein

Een overdrachtsfunctie $H(s)$, die bestaat na na het uitvoeren van de Laplace transformatie op een lineaire differentiaalvergelijking, kan worden omgezet naar het z-domein door middel van de bilineair z-transformatie. Deze BZT transformatie wordt uitgevoerd volgens :

$$s \equiv \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}$$

Waarbij T_s de sampletijd is.

De Regel van Leonhard Euler

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

$$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad \text{En} \quad \sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$