Antwoorden Tentamen Digitale Signaalbewerking voor ESE 2009: Answers Exam Digital Signal Processing for ESE 2009:

Naam Student: **Studentnummer:**

Opleiding: TI/CP	Opl.variant: vt	Groep/Klas: 3/4
Volledige vaknaam: Digitale Signaalbewerking Vakkode: DSB	Dag en Datum: 09-04-2009	Tijd: 1330-1500
Lokaal:	Docent: BKS tel. 06-11216657	Aantal tentamenbladen:
Benodigd papier: *ruitjespapier*	Toegestane hulpmiddelen: *Rekenmachine, formuleblad*	Tentamen mag behouden worden: NIET

Bijzonderheden:

Deze toets bestaat uit 5 open vragen. Elke open vraag levert een aantal punten op. Dit aantal staat vermeld bij elke vraag. De meerkeuzevragen leveren een maximum van 100 punten op.

Schrijf je antwoorden op dit opgavenblad. Mocht je meer ruimte nodig hebben, dan kun je ook losse kladbladen mee inleveren – zet hier dan wel duidelijk je naam en studienummer op, alsmede het vraagnummer waarop het vel betrekking heeft.

Veel succes !

This test consists of 5 open questions. Each open question yields a number of points. This number is stated with each question. The multiple choice questions yield a maximum of 100 points.

Write your answers on this problem sheet. If you need more space, you can also hand in individual scrap sheets - then clearly state your name and study number, as well as the question number to which the sheet relates.

Good luck !

1. (20) Bepaal van de volgende drie signalen y[n] of deze
   - lineair
   - tijd invariant
   - causaal
   - stabiel

zijn :

1. Determine whether the following three signals y [n] are:
   - *linear*
   - *time invariant*
   - *causal*
   - *stable*

   a) (10) $y[n] = x[3-2n] + 2x[n]$
   b) (10) $y[n] = 1{,}5y[n+1]-x[n-2]$
   c) (10) $y[n] = \sin(\pi n^2)$

Antwoorden vraag 1

a : L S, niet tijdinvariant, niet causaal (vanwege -2n) / not time invariant, not causal (because of -2n)

b. L TI niet stabiel / niet causaal not stable not causal

c. C S niet lineair, niet tijdinvariant (n^2 operatie) / not linear not time invariant (n^2 operation)

2. (20) Een digitaal systeem wordt gekarakteriseerd door de volgende impulsresponsie: *A digital system is characterized by the following impulse response:*

$$h[n]=\delta[n+1]+2\delta[n]-3\delta[n-1]$$

a) Als x[n] = {2,1,3} een input is die op n=0 begint, bereken dan de uitvoer y[n] middels de convolutie van x[n] met h[n] / *If x [n] = {2,1,3} is an input that starts at n = 0, then calculate the output y [n] using the convolution of x [n] with h [n].*

Werk dit met de hand uit
Controleer de oplossing met een Python script
h = [1 2 -3]

x = [0,2,1,3]

Handmatig uitrekenen : draai h[k] om tot h[-k] : [-3 2 1].
Schuif h[n-k] langs x[k] en tel de zaak op.

Bijvoorbeeld

*y[0] = h[0-3]*x[3] + h[0-2]*x[2] + h[0-1]*x[1]+h[0-0]*x[0]+h[0+1]*x[-1] = 0+-0+0+0+0+0 =0*
*y[1] = h[1-3]*x[3] + h[1-2]*x[2] + h[1-1]*x[1]+h[1-0]*x[0]+h[1+1]*x[-1] = 0+0+1*2+2*0+0 = 2*

enzovoort.

Antwoord:

y[n] = 0 2 5 -1 3 -9
De eerste "0" waarde komt door het inschuiven van de nul op de eerste plaats in de x[n] reeks.

==
Work this out by hand
Check the solution with a Python script
h = [1 2 -3]

x = [0.2,1.3]

To calculate manually: turn h [k] to h [-k]: [-3 2 1].
Move h [n-k] along x [k] and summate the outcomes.

For instance

*y[0] = h[0-3]*x[3] + h[0-2]*x[2] + h[0-1]*x[1]+h[0-0]*x[0]+h[0+1]*x[-1] = 0+-0+0+0+0+0 =0*
*y[1] = h[1-3]*x[3] + h[1-2]*x[2] + h[1-1]*x[1]+h[1-0]*x[0]+h[1+1]*x[-1] = 0+0+1*2+2*0+0 = 2*

and so on.

Answer:

y [n] = 0 2 5 -1 3 -9

De first "0" value is the result of the insertion of the null at the first position in the x[n] array.

b) (10) Eenzelfde systeem, met identieke impulsresponsie h[n], wordt parallel aan het eerder genoemde systeem geschakeld. De invoer x[n] wordt ook dit systeem ingevoerd. Wat is nu de uitvoer de van de twee systemen samen? / *An identical system, with identical impulse response h [n], is connected in parallel with the aforementioned system. The input x [n] is also entered this system. What is the output of the two systems together?*

*y2[n] = x[n]*h[n] + x[n]*h[n] = h[n]*(2*x[n]) = 2*y[n]*

y2[n] = y[n]+y[n] = 0 4 10 -2 6 -18

c) (10) Eenzelfde systeem, met identieke impulsresponsie h[n], wordt in serie met het eerder genoemde systeem geschakeld. De invoer x[n] wordt ook dit gecombineerde systeem ingevoerd. Leg uit welke vorm de totale overdracht heeft (je hoeft niet uit te rekenen) / An identical *system, with identical impulse response h [n], is connected in series with the aforementioned system. The input x [n] is also entered in this combined system. Explain the form of the total transfer (you don't have to calculate)..*

*y3[n] = x[n]*h[n]*h[n] = h[n]*(x[n]*h[n])*

Om uit te rekenen :

*Gebruik eerst de convolutie van x[n]*h[n] = [0 2 5 -1 3 -9]*
Convolueer deze met h[n]. Zie vraag a voor de methode.

y3[n] = [0 2 9 3 -14 0 -27 27]

*y3 [n] = x [n] * h [n] * h [n] = h [n] * (x [n] * h [n])*

To calculate:

*First use the convolution of x [n] * h [n] = [0 2 5 -1 3 -9]*
Convolve it with h [n]. See question a for the method.

y3 [n] = [0 2 9 3 -14 0 -27 27]

3. (20) Bepaal de Fourier getransformeerde $X(\Omega)$ voor het digitale signaal /
Determine the Fourier transformed $X(\Omega)$ *for the digital signal*
$x[n]=2(u[n]-u[n-5])$.

Zie formuleblad voor transformatie van een symmetrische puls.

De puls kan gezien worden als een symmetrische puls rond n=0, na vervroeging met twee samplemomenten.

puls : 2(u[n+2]-u[n-3]) ↔ 2*sin((2+(1/2)omega)/sin((1/2)omega)*

*De puls is vervroegd met twee samplemomenten. Pas een verschuiving van n0 = -2 toe op de puls, zie hiervoor het formuleblad. De verschuiving is dan gelijk aan vermenigvuldiging met : e^(j*2*omega)*

*Vervroegde puls : X(omega) = 2*sin((2+(1/2)omega)/sin((1/2)omega)*e^(j*2*omega)*

See formula sheet for transformation of a symmetrical pulse.

The pulse can be seen as a symmetrical pulse around n = 0, after advance by two sample moments.

*pulse: 2 * (u [n + 2] -u [n-3]) ↔ 2 * sin ((2+ (1/2) omega) / sin ((1/2) omega)*

*The pulse has been brought forward with two sample moments. Apply a shift of n0 = -2 to the pulse, see the formula sheet. The shift is then multiplied by: e ^ (j * 2 * omega)*

*Early pulse: X(omega) = 2 * sin ((2+ (1/2) omega) / sin ((1/2) omega) * e ^ (j * 2 * omega)*

4. (20) Bij het bemonsteren van signalen kan gebruik worden gemaakt van een zogenaamde ΣΔ ADC.
   - Bij een ΣΔ ADC wordt intern een veel hogere klokfrequentie aangehouden dan noodzakelijk is om een de gegeven bemonsteringsfrequentie te bereiken. Hoe heet deze techniek, en waarom wordt dit toegepast?
   - Een tweede karakteristieke operatie is het zogenaamde “noise shaping”. Leg uit wat er gebeurt.
   - Om noise shaping mogelijk te maken, is een digitale component na de noise shaper nodig. Wat is deze component?

When sampling signals, a so-called ΣΔ ADC can be used.
- *With an ΣΔ ADC, a much higher clock frequency is internally maintained than is necessary to achieve a given sampling frequency. What is the name of this technique, and why is it used?*
- *A second characteristic operation is the so-called “noise shaping”. Explain what is happening.*
- *To enable noise shaping, a digital component is required after the noise shaper. What is this component?*

Opmerking : deze vraag is op dit moment niet meer relevant voor de stof van DSPESE1. *a. Oversampling. Deze verlaagt de ruisvloer omdat deze over een veel groter spectrum wordt uitgesmeerd.* *b. de ruisbanddistributie wordt ongeljk verdeeld, de meeste ruis komt in het hogere spectrum terecht.* *c. een digitaal laagdoorlaatfilter.* *Meer achtergrondinformatie over Sigma Delta converters is te vinden bij Maxim Integrated.* *Een voorbeeld van microcontrollers met een Sigma Delta ADC aan boord is :* *TI MSP430F2013* *en* *STMicroelectronics STM32F372*
Remark : This question not relevant for the DSPESE1 curriculum at this moment. *a. Oversampling. This lowers the noise floor because it is spread over a much larger spectrum.* *b. the noise band distribution is distributed unevenly, most of the noise ends up in the higher spectrum.* *c. a digital low-pass filter.* *More background information about Sigma Delta converters can be found at Maxim Integrated.* *An example of microcontrollers with a Sigma Delta ADC on board is:* *TI MSP430F2013* *and* *STMicroelectronics STM32F372*

5. (20) Een eenvoudig bandfilter heeft de volgende rekursieve formule / *A simple band filter has the following recursive formula:*

   y[n] = -0,7y[n-1] + 0,2x[n]

- Bepaal een uitdrukking voor de frequentieresponsie H(Ω) en de grootte van de overdracht |H(Ω)| / *Find an expression for the frequency response H(Ω) and the magnitude of the transmission |H(Ω)|.*
- Evalueer |H(Ω)| met behulp van de rekenmachine (tabelmodus) op 9 punten tussen 0 en 2π / *Evaluate | H(Ω) | using the calculator (table mode) at 9 points between 0 and 2π.*

Antwoord vraag 5 / answer question 5
x[n] = δ[n] ==> h[n] = y[n] = -0,7h[n-1] + 0,2δ[n]

Gebruik de Fourier Transformatie regels F{ … }:

*F{ x[n-n_0] }==> X(Ω)*e^(-jΩn_0) en*
F{ δ[n] } ==> 1

dus :

*F{ h[n] = -0,7h[n-1] + 0,2δ[n] } ==> H(Ω) = -0,7H(Ω)*e^(-jΩ) + 0,2*

oftewel :

*H(Ω) * (1 + 0,7 e^(-jΩ)) = 0,2 ==> H(Ω) = 0,2 / (1 + 0,7 e^(-jΩ)) .*

|H(Ω) | = | 0,2 / (1 + 0,7 e^(-jΩ)) | = 0,2 / |1= + 0,7(cos(Ω)-jsin(Ω)| = $\dfrac{0{,}2}{\sqrt{(1+0{,}7\cos\Omega)^2+(0{,}7\sin\Omega)^2}}$

*Voer deze formule in de rekenmachine in (bijvoorbeeld FX991). (Fx991 : gebruik de tabel modus (9) en voer in als f(x) =.... Vul in de grenzen 0 en 2*pi met stapgrootte 2*pi/8. Laat g(x) oningevuld.)*

Use the Fourier Transformation rules F {…}:

*FF{ x[n-n_0] }==> X(Ω)*e^(-jΩn_0) and*
F {δ [n]} ==> 1

So :

*F {h [n] = -0.7h [n-1] + 0.2δ [n]} ==> H (Ω) = -0.7H (Ω) * e ^ (- jΩ) + 0.2*

in other words :

*H (Ω) * (1 + 0.7 e ^ (- jΩ)) = 0.2 ==> H (Ω) = 0.2 / (1 + 0.7 e ^ (- jΩ)).*

| H (Ω) | = | 0.2 / (1 + 0.7 e ^ (- jΩ)) | = 0.2 / | 1 = + 0.7 (cos (Ω) -jsin (Ω) | = $\dfrac{0{,}2}{\sqrt{(1+0{,}7\cos\Omega)^2+(0{,}7\sin\Omega)^2}}$

*Enter this formula into the calculator (e.g. FX991). (Fx991 : use the table mode (9) and enter as f (x) = ... Enter in the boundaries 0 and 2 * pi with increment 2 * pi / 8 . Leave g(x) blank.)*

Ω	*H(Ω) |*
0	*0,1176*
2π/8	*0,127*
*2*2π/8*	*0,1638*
*3*2π/8*	*0,2828*
*4*2π/8*	*0,6666*
*5*2π/8*	*0,2828*
*6*2π/8*	*0,1638*
*7*2π/8*	*0,127*
2π	*0,1176*