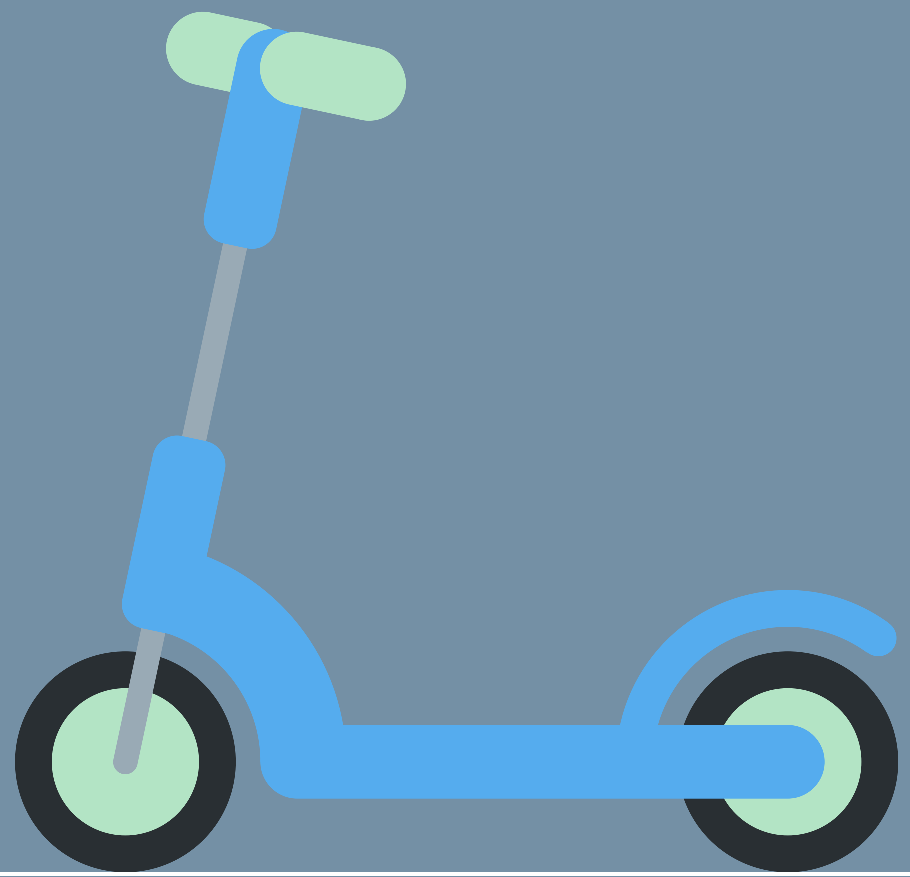
POLITECNICO
MILANO 1863

Meccanica Applicata
Progetto

a.a. 2022/2023

Giorgio Capuana 10770020
Andrea Domini 10780056
Duccio Profeti 10700827



Contesto

Sei con i tuoi amici ed inizi a parlare con uno di loro, laureato in ingegneria come te, circa la possibilità di progettare un nuovo monopattino elettrico. Il giorno dopo iniziate a progettare il monopattino e vi fissate i seguenti limiti progettuali:

Peso massimo trasportabile: 1500 N

Moto su strada piana:
Velocità massima: 25 km/h o 6,94 m/s

Moto su pendenza del 15% o 8,53°:
Velocità massima: 5 km/h o 1,39 m/s
Accelerazione massima allo spunto: 0,5 m/s^2

POLITECNICO
MILANO 1863

Baricentro

Abbiamo suddiviso il monopattino in cinque aree principali:

1. **Posteriore**: Pneumatico + Cerchione + Parafango + Freno (m = 1,45 kg)
2. **Anteriore**: Pneumatico + Motore + Parafango + Freno (m = 4,75 kg)
3. **Piano d'appoggio** + **Batteria** (m = 5 kg)
4. **Telaio Obliquo** (m = 1,5 kg)
5. **Colonna di Sterzo** + **Manubrio** (m = 3 kg)

Massa totale = 15,7 kg

Abbiamo considerato anche il **conducente** e dei **carichi ulteriori** (m = 100 kg). ·
Abbiamo inserito delle macro per far variare la massa del motore, l'altezza dell'uomo e il peso della batteria.

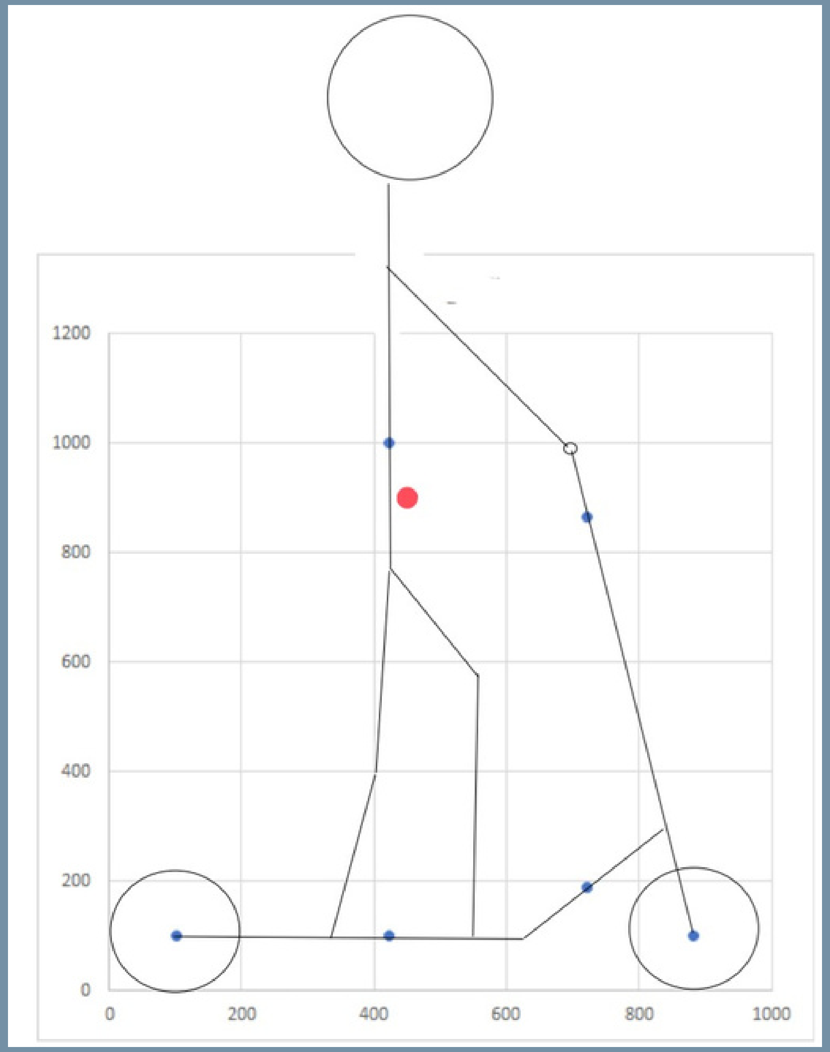
POLITECNICO
MILANO 1863

Abbiamo stimato la posizione dei baricentri sulla base di misure medie (coordinate x e y)

Rappresentazione discreta: media pesata tra masse e baricentri delle cinque aree del monopattino e del passeggero

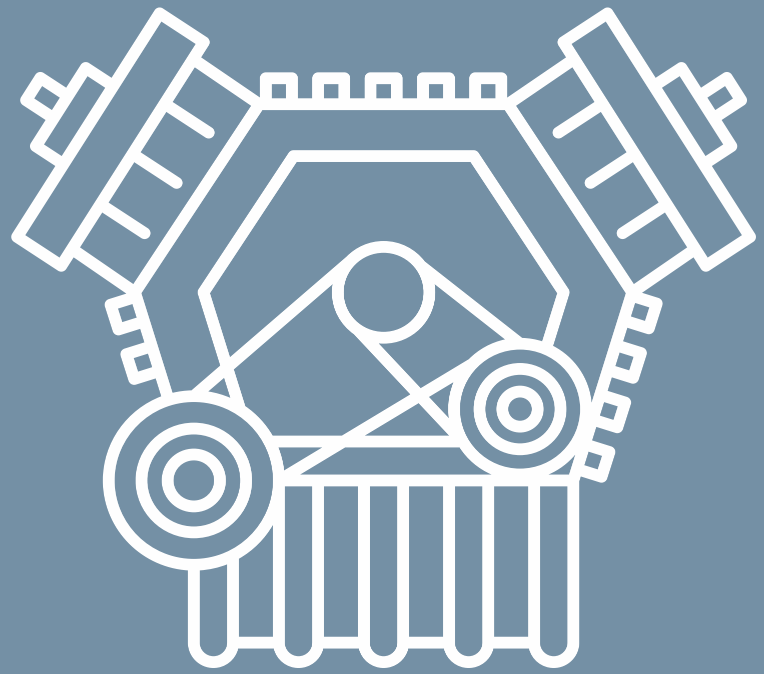
$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^{6} MiXi}{\sum_{i=1}^{6} Mi} = 449{,}59 \text{ mm}$$

$$Y_G = \frac{\sum_{i=1}^{6} MiYi}{\sum_{i=1}^{6} Mi} = 899{,}57 \text{ mm}$$



Richiesta 1

1 - Potenza massima necessaria a garantire le condizioni di vincolo in pianura



2 - Coppia massima necessaria a garantire le condizioni di vincolo in salita allo spunto

POLITECNICO
MILANO 1863

1 - Potenza massima necessaria a garantire le condizioni di vincolo in pianura

Dati	Valore	Unità di misura
ρair	1,225	km/m^3
Cd*A (coefficiente di drag)	0,3	m^2
fv	0,001	
Raggio ruota	0,1016	m
Peso Monopattino	153,86	N
τ (rapporto di trasmissione)	1	
η (rendimento)	0,9	

*IPOTESI: la velocità dell'aria è considerata nulla in tutte le richieste

POLITECNICO
MILANO 1863

Svolgimento

Calcoliamo la potenza necessaria a garantire una velocità costante di 25 km/h in pianura.

Metodo: BILANCIO DI POTENZE

Definizione del tipo di moto: $$W_m - W_1 = J_m \cdot \omega_m \cdot \frac{d}{dt}(\omega_m)$$

Condizione di regime:
V costante ⟶ dEc/dt nulla ⟶ Inerzie nulle
Pertanto Wm = W1.

Possiamo dedurre che il MOTO sia DIRETTO in quanto l'utilizzatore dissipa potenza e mantenere costante la velocità significa dover fornire potenza motrice proveniente dal blocco motore.

$$W_p = -(1-\eta_d) \cdot W_1 = -(1-\eta_d) \cdot W_m$$

POLITECNICO
MILANO 1863

$$W_m + W_p + W_r = 0$$

$$W_m - (1 - \eta_d)W_m + W_r = 0$$

$$W_m = -\frac{W_u}{\eta_d}$$

Calcolo della potenza dissipata Wu

Aerodinamica: $\frac{1}{2}\rho C_d A v^3$ = 61,5375 Watt

Resistenza al rotolamento: $mg\, f_v\, v$ = 114,8623 Watt

Wm = 195,9998 Watt

POLITECNICO
MILANO 1863

Adesso eseguiamo lo studio su piano inclinato con velocita' costante pari a 5 km/h per valutare i requisiti del motore

Condizione di regime (Wm=W1): MOTO DIRETTO

$$W_m = -\frac{W_u}{\eta}$$

Incremento della potenza resistente dovuto alla componente della forza peso parallela al piano:

Calcolo della potenza dissipata Wu.

Aerodinamica: $\frac{1}{2}\rho C_d A v^3$ = 0,4923 Watt

Resistenza al rotolamento: $mg\cos(\alpha) f_v v$ = 343,2961 Watt

PESO // piano: $mg\sin(\alpha) v$ = 22,7145 Watt

Wm = 407,2254 Watt

Questo valore di potenza è un requisito per la scelta del motore

POLITECNICO
MILANO 1863

Calcoliamo la coppia riferita a questo moto e al moto in pianura per valutare tutti i requisiti del motore:

$$C_m = \frac{W_m}{\omega_m} = \frac{W_m * \tau}{\omega_u} = \frac{W_m * \tau * Rr}{V_u}$$

Cm = 29,78936 N*m

Salita

Cm = 2,8675 N*m

Pianura

Adesso possiamo calcolare la coppia in salita allo spunto

2 - Coppia massima necessaria a garantire le condizioni di vincolo in salita allo spunto

Metodo: BILANCIO DI POTENZE

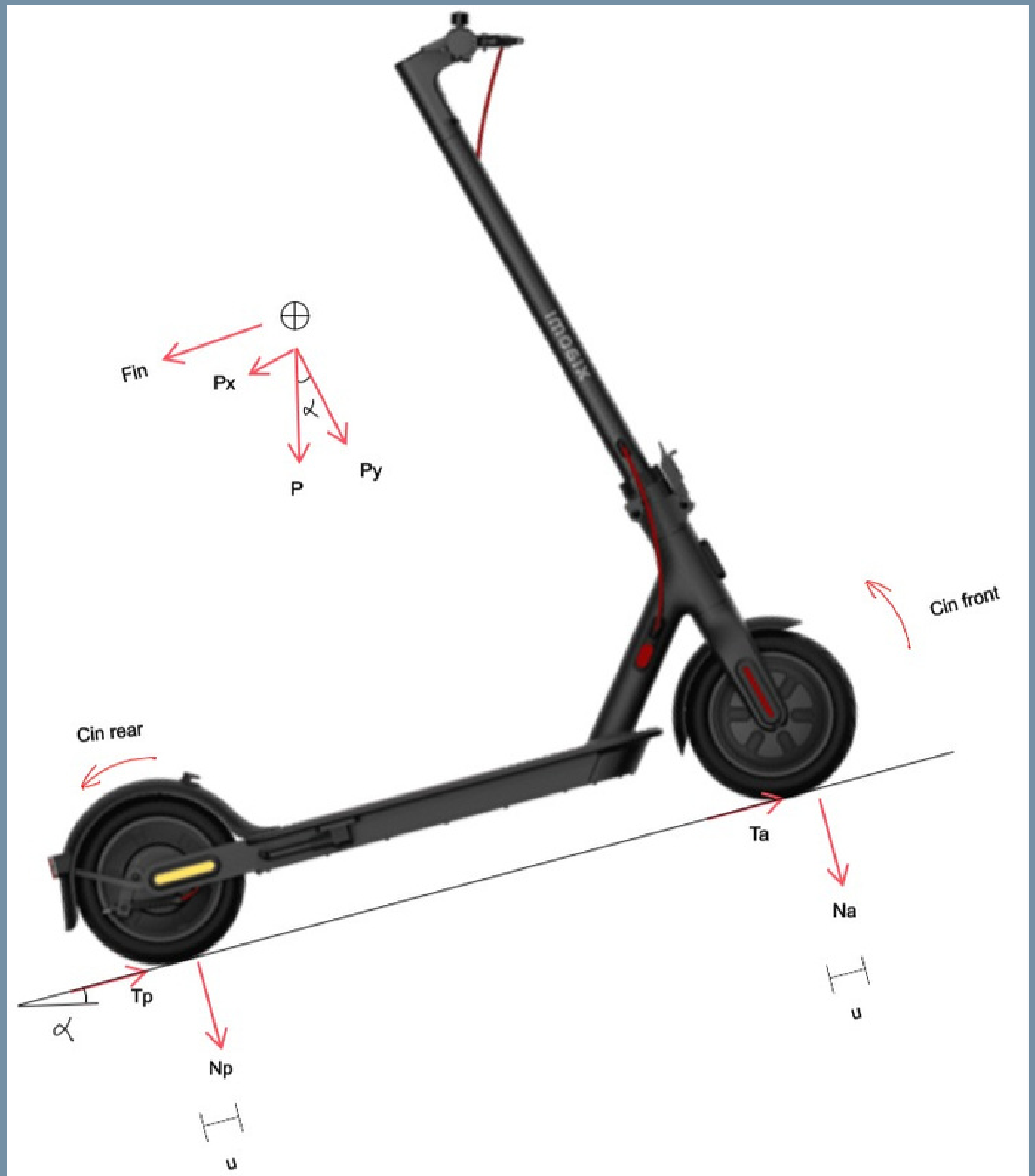
- Non siamo a regime, dunque è necessario calcolare dEc/dt

- Momenti d'inerzia:
  1. Ruota posteriore (disco pieno): **Jruotapost =** 0,007484 kg*m^2
  2. Ruota anteriore (disco vuoto): **Jruotaant =** 0,004092 kg*m^2
  3. Motore (disco pieno): **Jm =** 0,007518 kg*m^2

$$J_{rp} = \frac{M_r r^2}{2} \qquad J_{ra} = M_r \frac{{r_1}^2 + {r_2}^2}{2} \qquad J_{rm} = \frac{Mmr^2}{2}$$

POLITECNICO MILANO 1863

Calcoliamo Wm, Wr e Wp



- Resistenze considerate: resistenza al rotolamento + peso parallelo al piano
- Non c'è attrito aerodinamico perché la velocità è nulla

$$W_m + W_p + W_r = \frac{dE_c}{dt}$$

$$W_m = C_m \omega_m = C_m \frac{\omega_R}{\tau} = C_m \frac{V}{R\,\tau}$$

$$W_R = (N_A + N_P)\, f_v V + mgsen(\alpha)V$$

$$W_P = (1 - \eta_D)\, W_1 = (1 - \eta_D)\,(W_m - J_m\, \omega_m\, \dot{\omega}_m) = (1 - \eta_D)\,\left(C_m \frac{V}{R\,\tau} - J_m \frac{V}{R\,\tau}\,\frac{a}{R\,\tau}\right)$$

Successivamente poniamoli uguali alla derivata dell'energia cinetica per ricavare la coppia

$$\frac{dE_c}{dt} = mVa + (J_A + J_P)\,\omega_R\,\dot{\omega}_R + J_m\,\omega_m\,\dot{\omega}_m = mVa + (J_A + J_P)\frac{V}{R}\frac{a}{R} + J_m\frac{V}{R\,\tau}\frac{a}{R\,\tau}$$

$$C_m = \frac{mg\cos(\alpha)f_v \cdot R\tau + mg\sin(\alpha)R\tau + \eta_D J_m \frac{a}{R\cdot\tau} + maR\tau + (J_A + J_P)\cdot\frac{a}{R}\tau}{\eta_D}$$

- La velocità allo spunto è nulla, tuttavia si semplifica nel procedimento
- L’unica incognita è la coppia

Abbiamo deciso di calcolare la coppia necessaria per un intero vettore di accelerazioni: la coppia richiesta cresce al crescere dell’accelerazione. Per un accelerazione di 0,5 m/s^2 otteniamo una coppia di:

Cm = 39,3294 Nm

Richiesta 5

Trovare un motore in grado di soddisfare i requisiti

BAFANG
603489.SH

H405

RATED POWER	500 W
MAX TORQUE	55 Nm
WEIGHT	3.3 kg

POLITECNICO
MILANO 1863

Richiesta 2

Pendenza massima percorribile a velocità costante

È sufficiente la coppia calcolata al punto precedente?

POLITECNICO
MILANO 1863

Metodo: **BILANCIO DI POTENZE**

Ipotesi: sfruttiamo la potenza massima fornibile dal motore (500 watt)
Condizione di regime (W1 = Wm): MOTO DIRETTO

Nel bilancio di potenze consideriamo:

- **Resistenza al rotolamento** $mg\cos(\alpha)f_v v$
- **Aerodinamica** $\frac{1}{2}\rho C_d A v^3$
- **Peso // piano** $mg\sin(\alpha)v$

Dopo le dovute semplificazioni (la velocità) l'equazione assume del tutto l'aspetto di un bilancio di forze scomposte parallelamente al piano inclinato.

$$W_m + W_p + W_r = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{C_m \cdot \eta}{\tau \cdot R} - \frac{1}{2}\rho C_d A v^2 - mg \cdot (f_v\cos(\alpha) + \sin(\alpha)) = 0$$

POLITECNICO
MILANO 1863

- La condizione per cui si avrebbe V = cost è che la risultante delle forze agenti sul corpo sia nulla. Per questa ragione, ogni qualvolta compaia un valore maggiore di 0 sulla colonna equazioni significherà che "TEORICAMENTE" non esiste un angolo tale da impedire al monopattino di accelerare.

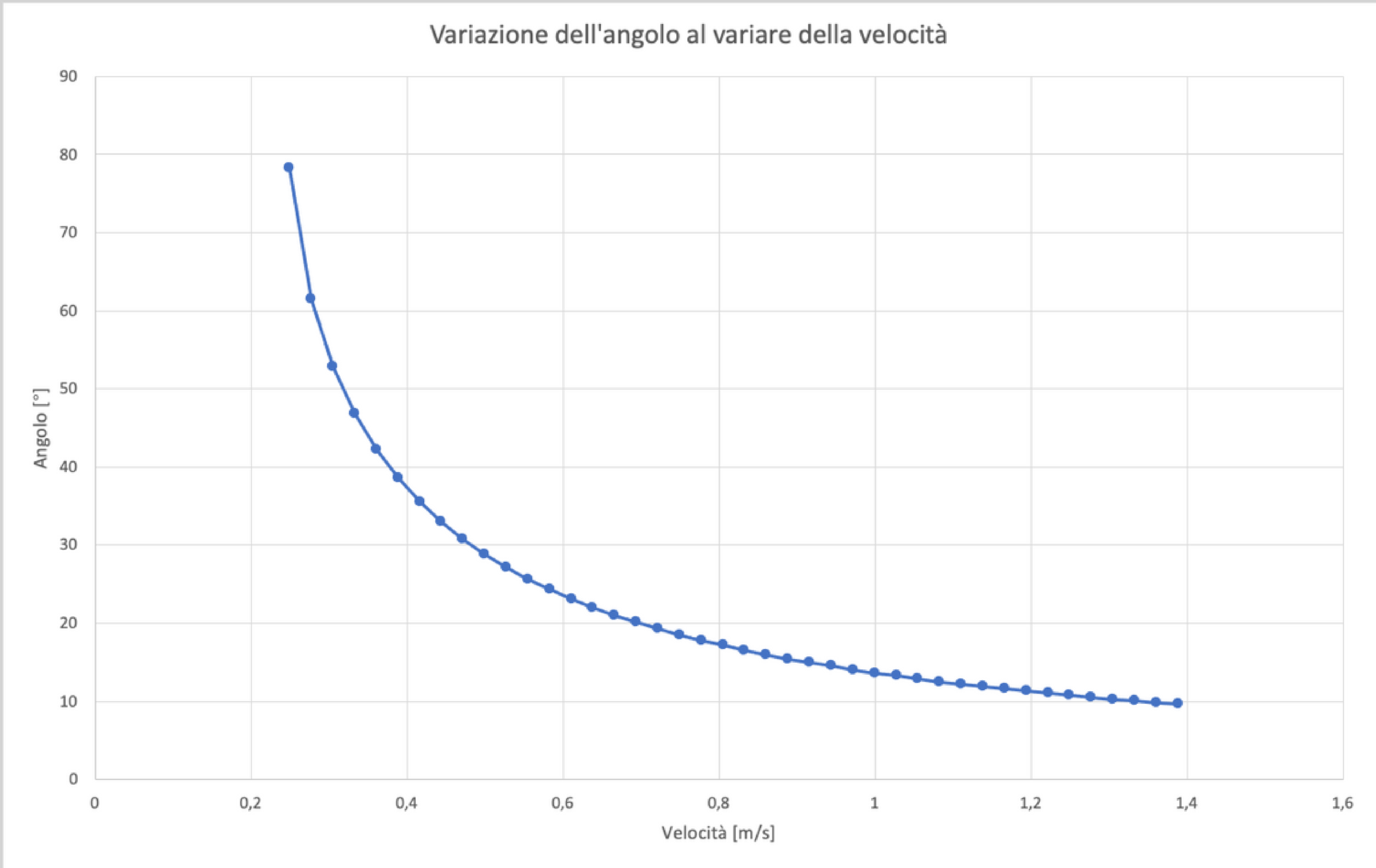
- La presenza di un valore nullo sulla colonna "equazione" significa che la sommatoria delle forze è nulla e che esiste un angolo limite percorribile tale per cui non si accelera.

- **Aspettative:** per velocità basse avremo coppie alte e dunque avremo angolo limite molto elevato (o per lo meno questo sarà quasi pari a pi/2).

POLITECNICO
MILANO 1863

Risultati

Abbiamo considerato anche in questo caso un vettore di velocità, in quanto la pendenza massima percorribile a velocità costante varia a seconda della velocità che si vuole imporre. Per una velocità di 5 km/h otteniamo una pendenza del :



18,91%

OSSERVAZIONI

Per velocità limitate e valori di coppia elevati, l'equazione assume valori molto diversi da zero: la potenza erogata è quella massima, tuttavia l'attrito aerodinamico dipende dalla velocità, mentre l'impatto della componente del peso parallela al piano e della resistenza al rotolamento è ridotta dalla presenza di fv e dal prodotto con le funzioni goniometriche seno e coseno.

POLITECNICO
MILANO 1863

È sufficiente la coppia calcolata al punto precedente?

Una coppia di 29,7364 N*m è insufficiente a mantenere costante la velocità di 5km/h in quanto dal modello appena ricavato notiamo che la coppia necessaria risulta essere:

$$\boxed{Cm = 36{,}576\ N*m}$$

Richiesta 3

1 - Pendenza massima per evitare il ribaltamento allo spunto.

2 - Pendenza massima per evitare il ribaltamento a regime

POLITECNICO
MILANO 1863

1 - Pendenza massima per evitare il ribaltamento allo spunto

Metodo: BILANCIO DI MOMENTI
Centro di rotazione: punto di contatto della ruota posteriore con il terreno

Abbiamo considerato il sistema complessivo considerando solamente **forze e coppie esterne**. Il momento derivante dalla coppia del motore lo consideriamo come una forza esterna perché essendo un corpo unico con la ruota il suo effetto ricade solamente nella ruota stessa.
Condizione limite: N=0 sulla ruota anteriore.
Abbiamo utilizzato delle macro per rendere tutto variabile.

Dati aggiuntivi:

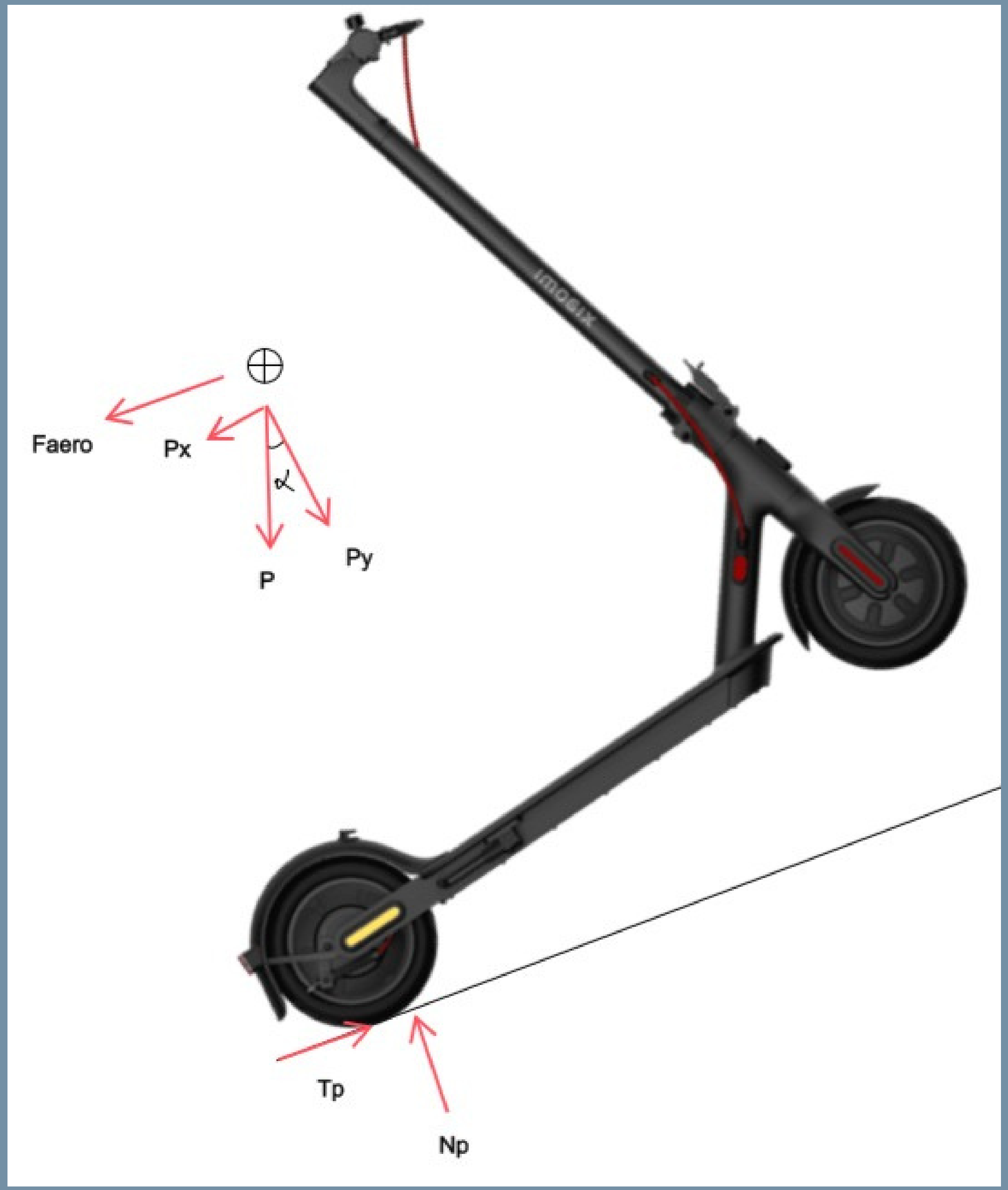
b1 = 0,899074 m (altezza del baricentro complessivo rispetto al terreno)

b2 = 0,449492 m (distanza orizzontale tra baricentro complessivo e punto di contatto della ruota con il terreno)

POLITECNICO
MILANO 1863

I momenti che consideriamo sono:

- Componente forza peso orizzontale: $mg\sin(\alpha)$
- Componente forza peso verticale : $mg\cos(\alpha)$
- Forza d'inerzia : $m_{tot}a$
- Coppia d'inerzia motore e ruote: $J_r\dot{\omega} + J_m\dot{\omega}$
- Resistenza al rotolamento: N_p



L'equazione finale sarà uguale a :

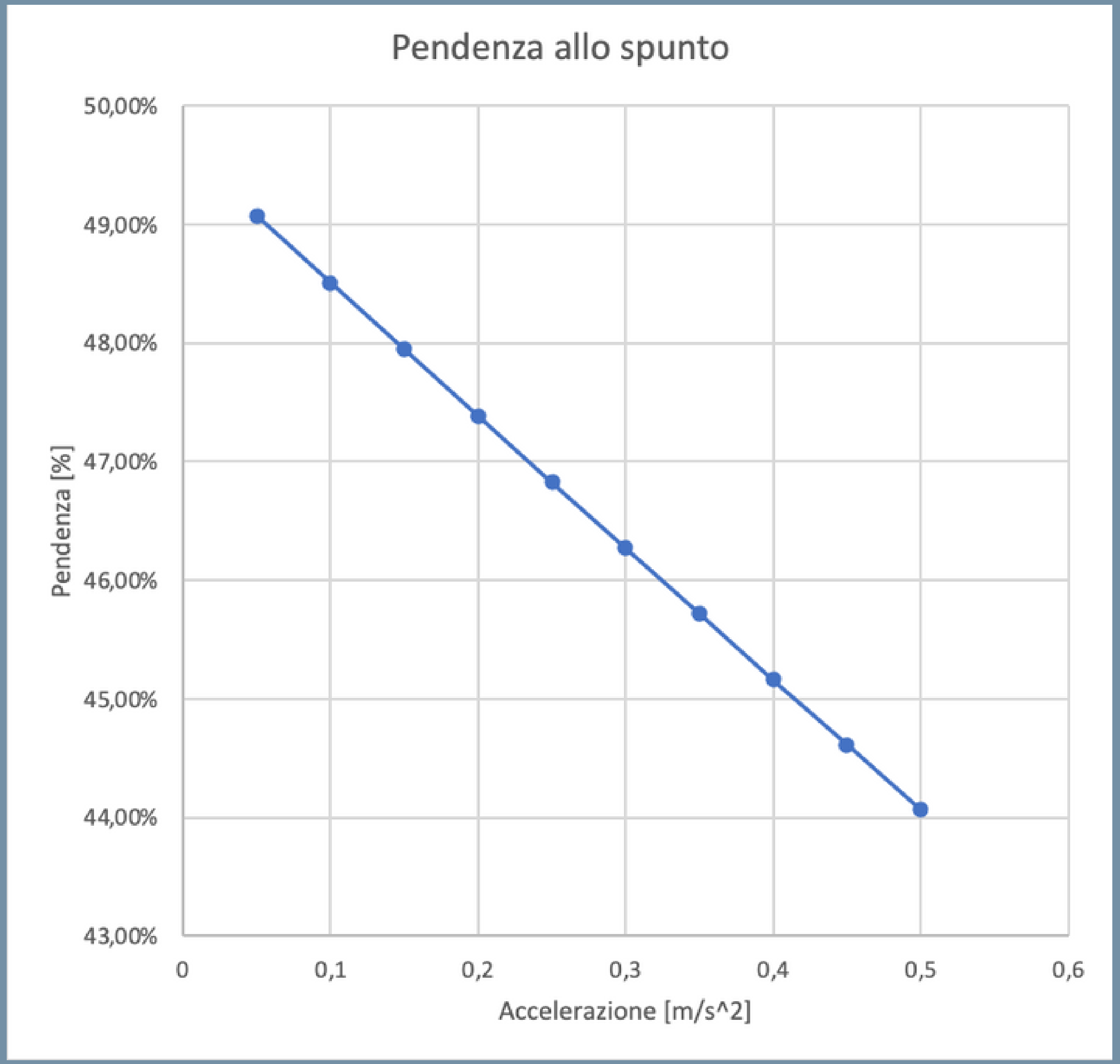
$$mg\sin(\alpha)\cdot b_1 - mg\cos(\alpha)b_2 + m_{tot}ab_1 + J_r\dot{\omega} + J_m\dot{\omega} + N_p\, f_v\, Rr = 0$$

POLITECNICO
MILANO 1863

Risultati

Per un accelerazione di 0,5 m/s^2 la pendenza massima per evitare il ribaltamento è:

44,30%



OSSERVAZIONI

All'aumentare dell'accelerazione, si ha una diminuzione della pendenza. Questo effetto dipende dalla posizione del baricentro.

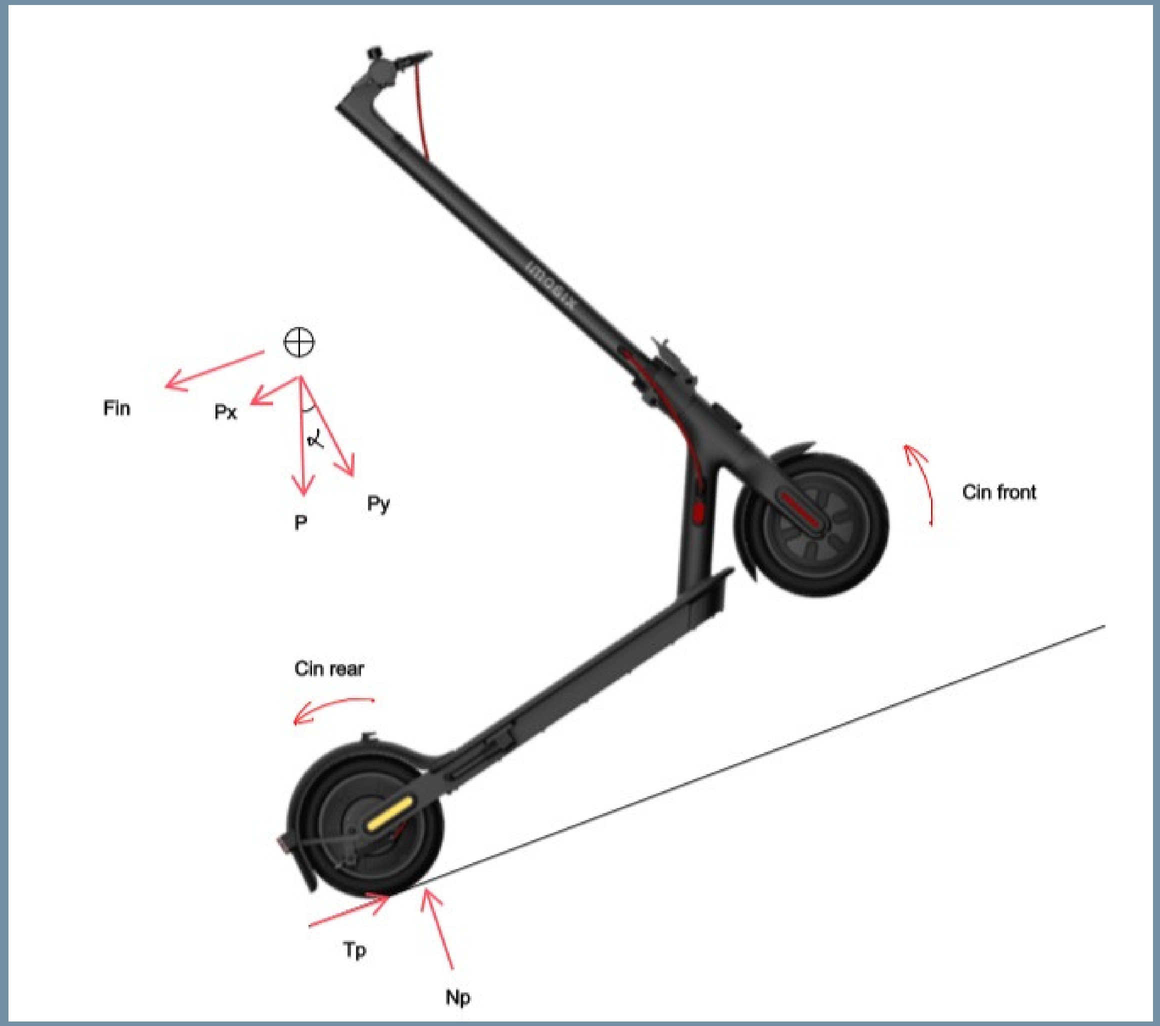
In generale, traducendo questi risultati in una situazione reale, il rischio di ribaltamento sarà tanto più alto quanto più brusca sarà l'accelerazione allo spunto.

POLITECNICO
MILANO 1863

2 - Pendenza massima per evitare il ribaltamento a regime

Per valutare la pendenza massima a regime proseguiamo con lo stesso ragionamento di prima. La differenza sono nei momenti da considerare:

Cosa consideriamo:



- Componente forza peso parallela $mg \sin(\alpha)$
- Componente forza peso perpendicolare $mg \cos(\alpha)$
- Forza aerodinamica $\frac{1}{2}\rho C_d A v^2$
- Resistenza al rotolamento su ruota posteriore N_p

L'equazione finale che otteniamo è questa:

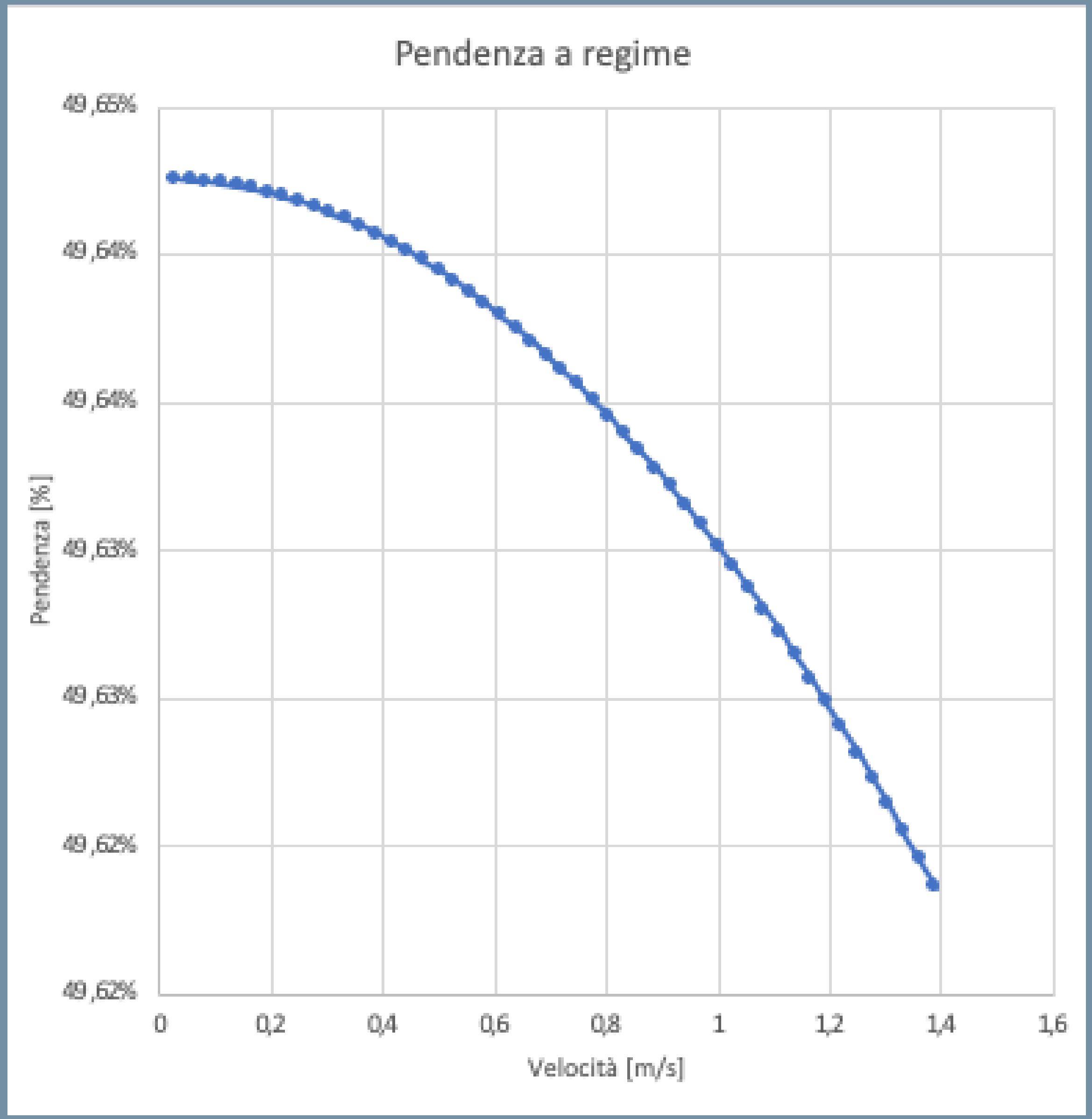
$$mg \sin(\alpha) \cdot b_1 - mg \cos(\alpha) b_2 + \frac{1}{2}\rho C_d A v^2 b_1 + N_p\, f_v\, \mathrm{R} = 0$$

POLITECNICO
MILANO 1863

Risultati

Per un a velocità di 5 km/h la pendenza massima per evitare il ribaltamento è:

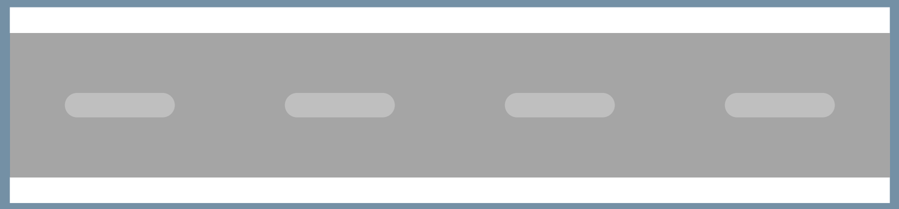
49,86%



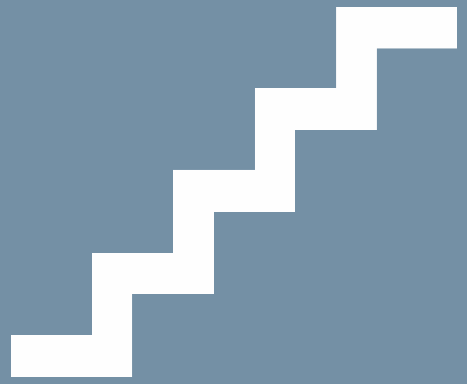
OSSERVAZIONI

All'aumento della velocità si ha una diminuzione della pendenza a cui si verifica il ribaltamento. Questo effetto dipende dalla posizione del baricentro. In generale, traducendo questi risultati in una situazione reale, il rischio di ribaltamento sarà tanto più alto quanto più alta sarà la velocità.

Richiesta 4



1 - Condizione di slittamento allo spunto in pianura



2 - Condizione di slittamento allo spunto in salita

POLITECNICO
MILANO 1863

1 - Condizione di slittamento allo spunto in pianura

Metodo di d'Alembert: bilancio di forze e momenti

Incognite: **Na, Np, Ta, Tp**

Equazioni :

- forze lungo la componente x (Ta, Tp, forza d’inerzia)
- forze lungo la componente y (Na, Np, peso)
- momento rispetto al CIR anteriore (coppie d’inerzia, la forza d’inerzia, la forza peso, Na, Np)
- momento rispetto al centro della ruota anteriore (coppia motore, le coppie d’inerzia, Na)

$$\Sigma F_x = 0 \qquad T_A + T_p - m_{tot} a_G = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \qquad N_A + N_p = m_{tot} g$$

$$\Sigma M_{CIR\ ANT} = 0 \qquad J_{tot}\dot{\omega} + m_{tot} a_G b_1 + m_{tot} g b_2 - N_p(\text{passo} - \text{u}) + N_A u = 0$$

$$\Sigma M_{ANT} = 0 \qquad -C_m + (J_A + J_m)\dot{\omega} + T_A R_R + N_A u = 0$$

*Dati da considerare , oltre a quelli precedenti : passo = 0,779977m

POLITECNICO MILANO 1863

$$T_P = m_{tot}a - T_A$$

$$N_A = m_{tot}g - N_p$$

$$T_A = \frac{C_m - (J_A + J_m)\frac{a}{R_R} \; - N_A\,u}{R_R}$$

$$N_p = \frac{J_{tot} \cdot \frac{a}{R_R} + m_{tot}ab_1 + m_{tot}gb_2 + \; m_{tot}gu_2}{passo}$$

$$C_m = \frac{m_{tot}gf_v \cdot R\tau + \eta_D J_m \frac{a}{R \cdot \tau} + m_{tot}aR\tau + (J_A + J_P) \cdot \frac{a}{R}\tau}{\eta_D}$$

Considerazioni:

- Consideriamo Jtot = Jant + Jpost + Jm e raccogliere dω/dt solo perchè supponiamo τ = 1. Se così non fosse dovremmo dividere la coppia di inerzia delle ruote da quella del motore (le accelerazioni sarebbero diverse)
- Per CIR anteriore si usano forze esterne, per centro anteriore forze interne (tra cui la coppia motore)
- Abbiamo considerato la deformazione delle ruote
- Abbiamo considerato un vettore di accelerazioni diverse, cui corrispondono diverse Cm

Verifica di aderenza: Ta<=Na*µs

Il monopattino slitta a un'accelerazione di:

1,7 m/s^2

2 - Condizione di slittamento allo spunto su pendenza del 15%

Abbiamo utilizzato lo stesso metodo in precedenza variando le forze in gioco ,rispetto al caso precedente, varia l’inclinazione (prima fissata a 0%, ora a 15%)

.

$\Sigma F_x = 0 \qquad T_A + T_p - m_{tot} a_G - m_{tot} g sin(\alpha) = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad N_A + N_p = m_{tot} g cos(\alpha)$

$\Sigma M_{CIR\ ANT} = 0 \qquad J_{tot}\dot{\omega} + m_{tot} a_G b_1 + m_{tot} g sin(\alpha) b_1 + m_{tot} g cos(\alpha) b_2 - N_p(\text{passo} - \text{u}) + N_A u = 0$

$\Sigma M_{ANT} = 0 \qquad -C_m + (J_A + J_m)\dot{\omega} + T_A R_R + N_A u = 0$

$$N_p = \frac{J_{tot} \cdot \frac{a}{R_R} + m_{tot} a b_1 + m_{tot} g \cos(\alpha) b_2 + m_{tot} g \sin(\alpha) b_1 + m_{tot} g cos(\alpha) u}{passo}$$

$$N_A = m_{tot} g cos(\alpha) - N_p$$

$$T_P = m_{tot} a + m_{tot} g sin(\alpha) - T_A$$

$$T_A = \frac{C_m - (J_A + J_m)\frac{a}{R_R} - N_A u}{R_R}$$

POLITECNICO
MILANO 1863

Risultati

Abbiamo eseguito una verifica di aderenza: $T_a \le N_a * \mu_s$

Il monopattino non slitta finché $T_a \le N_a * \mu_s$. In questo caso slitterà con accelerazione di

$$\boxed{0{,}2\ m/s^2}$$

Inoltre, come ci aspettavamo, il monopattino non slitterà mai al posteriore

POLITECNICO
MILANO 1863

Commenti Slittamento e Ribaltamento

- Se il monopattino slitta, non si riesce ad ottenere il valore di accelerazione che si avrebbe nel caso di puro rotolamento (è possibile avere valori negativi, nulli o positivi di accelerazione, ma comunque inferiori)

- Se il monopattino slitta per quel determinato valore di accelerazione, allora non si ribalta.

POLITECNICO
MILANO 1863

Dunque nel nostro specifico caso avremo che:

1) Considerando i risultati dello slittamento per una pendenza di 15% e confrontandoli con quelli ottenuti per il ribaltamento, scopriamo che a pari accelerazioni il monopattino slitta (dunque non ribalta)

Accelerazione		Angolo limite[rad]	Angolo limite [°]	Pendenza	Equazione
0,05	m/s^2	0,458136	26,26258	49,31%	0,00
0,1	m/s^2	0,45357	26,0008	48,75%	0,00
0,15	m/s^2	0,449003	25,73901	48,18%	0,00
0,2	m/s^2	0,444436	25,47719	47,62%	0,00
0,25	m/s^2	0,439868	25,21536	47,06%	0,00
0,3	m/s^2	0,4353	24,9535	46,51%	0,00
0,35	m/s^2	0,430731	24,69161	45,95%	0,00
0,4	m/s^2	0,426162	24,42968	45,40%	0,00
0,45	m/s^2	0,421592	24,1677	44,85%	0,00
0,5	m/s^2	0,417021	23,90568	44,30%	0,00

Ribaltamento

Accelerazione	Coppia [N*m]	Ta	Tp	Na	Np		Attrito limite ant	Attrito limite post
0,05	30,7111	298,001	-42,398	432,893	1202,55		346,314	962,041
0,1	31,6654	307,451	-51,8471	423,163	1212,28		338,531	969,825
0,15	32,6234	316,936	-61,3326	413,434	1222,01		330,747	977,608
0,2	33,5814	326,422	-70,8181	403,704	1231,74		322,963	985,392
0,25	34,5394	335,907	-80,3035	393,975	1241,47		315,18	993,176
0,3	35,4974	345,393	-89,789	384,245	1251,2		307,396	1000,96
0,35	36,4554	354,878	-99,2745	374,515	1260,93		299,612	1008,74
0,4	37,4134	364,363	-108,76	364,786	1270,66		291,829	1016,53
0,45	38,3715	373,849	-118,245	355,056	1280,39		284,045	1024,31
0,5	39,3295	383,334	-127,731	345,327	1290,12		276,261	1032,09

Slittamento

Dunque a pari accelerazione slitta a 15% di pendenza e IPOTETICAMENTE si ribalterebbe ad una pendenza di 47,38%. Dato che slitta ad una pendenza inferiore al ribaltamento, **il ribaltamento non può verificarsi.**

2) Anche ipotizzando di avere un attrito tale da permettermi di non slittare, l'unica variabile che influenza ribaltamento del monopattino sarà la posizione del baricentro complessivo. Infatti nel momento in cui la ruota si solleva da terra non riesco più a scaricare potenza a terra.
Detto questo possiamo inoltre intuire come il ribaltamento sia comunque legato ad un **trasferimento di carico** nel momento in cui aumenta l'accelerazione.
Questo si nota dallo studio sullo slittamento, dove abbiamo riportato che aumentando l'accelerazione vado a diminuire Na ed aumenta Np, ossia il carico si sposterebbe al posteriore.

POLITECNICO
MILANO 1863

Richiesta 6

Abbiamo stimato i costi di ogni parte del monopattino, cercando la maggior parte dei pezzi online. Dal valore complessivo del costo abbiamo sottratto una percentuale del 20%: abbiamo considerato che i prezzi di vendita online sono maggiorati causa **mark up** e in quanto destinati a persone, non aziende. Dunque, manca un effetto derivante da **economie di scala**. E' stato stimato ed è incluso anche il costo dei test (statico, impulsivo, a fatica).

Totale
960,30 €

Totale effettivo
768,24 €

Prezzo di vendita
999,99 €

FINE