ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΚΑΤΑΤΜΗΣΗ ΚΑΙ ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΣΗ ΤΗΣ ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΗΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΑΙΣΘΗΤΗΡΙΑΚΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ

Γεώργιος Βαρδάκας



Επιστημονικός υπεύθυνος έργου: Στέργιος Αναστασιάδης (Αναπληρωτής Καθηγητής)

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής Πολυτεχνική Σχολή Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	2
2	Συλλογή Δεδομένων	2
3	Αυτόματη Κατάτμηση	3
4	Εξαγωγή Χαρακτηριστικών	4
5	Προ-επεξεργασία Χαρακτηριστικών	4
6	Μείωση της διάστασης	5
7	Το μοντέλο	5
8	Βελτιστοποίηση των υπερπαραμέτρων	6
9	Αξιολόγηση	7
10	Πειραματικά αποτελέσματα	8
11	Βιβλιοθήκες που χρησιμοποιήθηκαν	9

1 Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η δυνατότητα επίλυσης του προβλήματος της αυτόματης κατάτμησης και κατηγοριοποίησης της πολυδιάστατης χρονοσειράς αισθητηριακών σημάτων στα πλαίσια του έργου 'HOMORE: ΕΞΥΠΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΗΣ ΔΙΑΒΙΩΣΗΣ ΗΛΙΚΙΩΜΕΝΩΝ ΣΕ ΑΣΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΑΓΡΟΤΙΚΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ' με κωδικό 82475 και Επιστημονικά Υπεύθυνο τον κ. Στέργιο Αναστασιάδη, του Επιχειρησιακού Προγράμματος Ε.Σ.Π.Α. Για τον σκοπό αυτό αρχικά συλλέχθηκαν τα δεδομένα που είναι απαραίτητα για την κατασκευή ενός μαθηματικού μοντέλου μηχανικής μάθησης, και στην συνέχεια πραγματοποιήθηκε η προ-επεξεργασία τους, ώστε να έχουν την κατάλληλη μορφή για την μετ΄ έπειτα εισαγωγή τους στο μοντέλο. για να εισαχθούν στο μοντέλο. Επιπρόσθετα, μελετήθηκαν διάφορα μοντέλα μηχανικής μάθησης μέχρι την εύρεση εκείνου με τα καλύτερα αποτελέσματα. Το τελικό και συνάμα βέλτιστο μοντέλο περιέχει εσωτερικά τα βήματα της προ-επεξεργασίας αλλά και της πρόβλεψης με αυτόματο τρόπο και βασίστηκε σε μεγάλο βαθμό στην μεθοδολογία [1]. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι η αξιολόγηση του μοντέλου για τον έλεγχο της ποιότητας των αποτελεσμάτων του πραγματοποιήθηκε με (group) K-fold cross validation. Η παρούσα εργασία υπάρχει διαθέσιμη και στο παρακάτω σύνδεσμο https://github.com/giorgosVardakas/Positional-Signal-Processing.

2 Συλλογή Δεδομένων

Μία προαπαίτηση για την κατασκευή ενός μαθηματικού μοντέλου μηχανικής μάθησης είναι η ύπαρξη των απαραίτητων δεδομένων, καθώς αυτές οι μέθοδοι εκπαιδεύονται μέσω αυτών. Για την συλλογή των δεδομένων έγινε χρήση του έξυπνου ρολογιού Fitbit Versa. Το έξυπνο αυτό ρολόι, μας δίνει την δυνατότητα να αντλήσουμε τις μετρήσεις που καταγράφουν οι διαθέσιμοι αισθητήρες του. Οι αισθητήρες αυτοί αποτελούνται από το γυροσκόπιο, το επιταχυνσιόμετρο καθώς και τον αισθητήρα καρδιακών παλμών. Οι αισθητήρες του γυροσκοπίου και του επιταχυνσιομέτρου καταγράφουν μετρήσεις με συχνότητα 10 Hz ενώ ο αισθητήρας καρδιακών παλμών καταγράφει μετρήσεις με συχνότητα 1 Hz. Στην παρούσα εργασία έγινε χρήση μόνο των αισθητήρων του γυροσκοπίου και του επιταχυνσιομέτρου καθώς οι καταγραφές του αισθητήρα των καρδιακών παλμών δεν περιείχε χρήσιμη πληροφορία για την αυτόματη κατηγοριοποίηση της πολυδιάστατης χρονοσειράς των αισθητήρων. Το τελικό σύνολο των δεδομένων που συγκεντρώθηκε και επεξεργάστηκε βασίζεται σε εφτά διαφορετικούς χρήστες. Η σχετική απεικόνιση των δεδομένων παρατίθεται στον παρακάτω πίνακα.

TIMESTAMP ACCEL X ACCEL Y ACCEL Z GYRO X GYRO Y GYRO Z ACTIVITY ID USER ID

0	2020-08-25 16:23:14.590	-1.230657	5.430215	7.670058	-1.084472	0.181100	-0.076701	107	0
1	2020-08-25 16:23:14.690	-1.743032	4.716721	8.117788	-1.465848	0.301478	-0.136357	107	0
2	2020-08-25 16:23:14.790	-2.229070	4.455745	8.960572	-1.877052	0.394159	-0.137423	107	0
3	2020-08-25 16:23:14.890	-2.496031	3.766193	9.097046	-1.774784	0.359005	-0.070309	107	0
4	2020-08-25 16:23:14.990	-2.711515	2.225478	9.026415	-2.076263	0.344090	-0.100138	107	0

Σχήμα 1: Πρώτες πέντε εγγραφές του πίνακας δεδομένων.

Πιο συγκεκριμένα, η κολόνα ΤΙΜΕSTAMP αναφέρεται στο χρόνο δειγματοληψίας της εγγραφής, η κολόνα ACCEL_{X,Y,Z} στην μέτρηση του επιταχυνσιομέτρου στον άξονα $\{x,y,z\}$, η κολόνα $\mathrm{GYRO}_{-}\{\mathrm{X},\mathrm{Y},\mathrm{Z}\}$ στην μέτρηση του γυροσκοπίου στον άξονα $\{x, y, z\}$, η κολόνα ACTIVITY_ID την δραστηριότητα που πραγματοποιεί ο χρήστης και τέλος η κολόνα USER_ID αντιστοιχεί στο μοναδικό ID του χρήστη που πραγματοποίησε την δραστηριότητα. Οι μετρήσεις των αισθητήρων καταγράφουν δείγματα στον τρισδιάστατο χώρο, αυτός είναι και ο λόγος που κάθε αισθητήρας έχει μετρήσεις τριών τυχαίων μεταβλητών (x,y,z). Με βάση αυτή την επεξεργασία και κατηγοριοποίηση τα δεδομένα έχουν κατασκευαστεί και αποθηκευτεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι έτοιμα για να χρησιμοποιηθούν για το πρόβλημα της αυτόματης ταξηνόμησης ακολουθίας $\{(X_i,y_i)\}_{i=1}^N$, με κατηγορία y_i για κάθε ακολουθία X_i . Η κάθε ακολου- ϑ ία X_i μοντελοποιείται σαν πολυδιάστατη χρονοσειρά αισ ϑ ητηριακών σημάτων, έχοντας T_i δείγματα $\langle x_1, x_2, ..., x_{T_i} \rangle_i$, με κατηγορία δραστηριότητας y_i όπου $x_j = [ACCEL_X, ACCEL_Y, ACCEL_Z, GYRO_X, GYRO_Y, GYRO_Z]_i$ καθώς και $y_i = ACTIVITY_ID$. Αξίζει να σημειωθεί ότι για την διαχείρηση των δεδομένων έγινε χρήση της βιβλιοθήκης pandas [2].

3 Αυτόματη Κατάτμηση

Μετά την συλλογή των δεδομένων που μοντελοποιούνται σαν πολυδιάστατη χρονοσειρά αισθητηριακών σημάτων ακολουθεί η προ-επεξεργασία τους. Το πρώτο βασικό βήμα της προ-επεξεργασίας είναι η αυτόματη κατάτμηση του σήματος. Για την επίτευξη της αυτόματης κατάτμησης έγινε χρήση της συνάρτησης Segment(width, overlap) της βιβλιοθήκης seglearn [3]. Η συνάρτηση λαμβάνει ως είσοδο το αρχικό σήμα και το τμηματοποιεί σε τμήματα μεγέθους width, κάνοντας χρήση ενός επικαλυπτόμενου κυλιόμενου παραθύρου (sliding win-

dow) σταθερού μήχος. Πιο συγχεχριμένα στην περίπτωσή μας το width είναι ίσο με 5 δευτερόλεπτα. Με αυτήν την μέθοδο χατασχευάζουμε ένα τρισδιάστατο χρονικό τένσορα $\phi_i = \langle W_1,...,W_M \rangle$ για χάθε χρονοσειρά X_i . Ο τένσορας ϕ_i έχει σχήμα $(M_i, width, 6)$ με width το μήχος του παραθύρου χαι M_i τον αριθμό των παραθύρων που χατασχευάστηχαν για χάθε χρονοσειρά X_i . Το τελιχό σύνολο δεδομένων είναι το σύνολο όλων των τμημάτων που παρήχθησαν από το χυλιόμενο παράθυρο χαι συμβολίζεται $\{W_i,y_i\}_{i=1}^{N_w}$, όπου το N_w είναι το πλήθος των τμημάτων του συνόλου δεδομένων. Το πρόβλημα μηχανιχής μάθησης της ταξινόμησης των πολυδιάστατων χρονοσειρών του έργου μετασχηματίστηχε, διατυπώθηχε χαι αξιολογήθηχε ως ταξινόμηση του τμηματοποιημένου συνόλου δεδομένων $\{W_i,y_i\}_{i=1}^{N_w}$.

4 Εξαγωγή Χαρακτηριστικών

Το επόμενο βήμα είναι η εξαγωγή των χαραχτηριστικών $F=\mathcal{F}(W)$ του τμηματοποιημένου συνόλου δεδομένων $\{W_i,y_i\}_{i=1}^{N_w}$. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε τμήμα W_i εξήχθησαν κάποια στατιστικά μεγέθη τα οποία στην συνέχεια θα αποτελέσουν την είσοδο για τον αλγόριθμο της μηχανικής μάθησης. Με αυτήν την ενέργεια από τον χώρο του τμηματοποιημένου σήματος $\{W_i,y_i\}_{i=1}^{N_w}$, μεταφερόμαστε στον χώρο των χαραχτηριστικών $\{F_i,y_i\}_{i=1}^{N_w}$. Αυτή η διαδικασία γίνεται για κάθε τυχαία μεταβλητή του τμήματος W_i ξεχωριστά. Μερικά από τα χαραχτηριστικά (στατιστικά μεγέθη) που χρησιμοποιήθηκαν είναι η μέση τιμή, η διάμεσος, το άθροισμα των τετραγώνων, η τυπική απόκλιση, η διαχύμανση, το μέγιστο και ελάχιστο στοιχείο, η λοξότητα, η κύρτωση, η μέση φασματική ενέργεια, το μέσο όρο των απόλυτων τιμών, η ρίζα των μέσων τετραγώνων κα.

5 Προ-επεξεργασία Χαρακτηριστικών

Στην συνέχεια ακολούθησε η κανονικοποίηση των δεδομένων εκπαίδευσης με βάση τα χαρακτηριστικά που εξαγάγαμε στο προηγούμενο βήμα. Η κανονικοποίηση του συνόλου δεδομένων είναι μια κοινή απαίτηση για πολλούς εκτιμητές μηχανικής μάθησης. Συνήθως αυτό γίνεται αφαιρώντας το μέσο όρο και κλιμακώνοντας τη διακύμανση στη μονάδα. Ωστόσο, οι υπερβολικές τιμές (outliers) μπορούν συχνά να επηρεάσουν τη μέση τιμή και την διακύμανση του δείγματος με αρνητικό τρόπο. Για την αντιμετώπιση αυτού το προβλήματος σε αυτό το βήμα διαλέχτηκε η μέθοδος του robust data scaling της βιβλιοθήκης scikit-learn [4] καθώς αγνοεί τις ακραίες τιμές και παράγει τα καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις άλλες μεθόδους κανονικοποίησης που δοκιμάστηκαν. Για να το πετύχει αυτό ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός λειτουργεί αφαιρώντας την

διάμεσο από του χαρακτηριστικού και στην συνέχεια διαιρώντας ενδοτεταρτημοριακό εύρος του (interquartile range).

6 Μείωση της διάστασης

Το αποτέλεσμα της εξαγωγής των χαραχτηριστικών είχε ως συνέπεια την αύξηση της διάστασης των δεδομένων στο χώρο \mathbb{R}^{120} . Το γεγονός αυτό μπορεί να δημιουργήσει διάφορα προβλήματα στους ταξηνομητές λόγω του προβλήματος κατάρας της διαστασιμότητας (curse of dimensionality) [5], όπως μείωση της γενικευτική τους ικανότητας καθώς και η ανάγκη για συλλογή περισσότερων δεδομένων. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, στο συγκεκριμένο βήμα της προ-επεξεργασίας των δεδομένων εφαρμόστηκε η PCA (Principal Component Analysis) για την μείωση της διάστασης των δεδομένων [6]. Μέσω της μεθόδου αυτής τα δεδομένα από το χώρο \mathbb{R}^{120} μετασχηματίστηκαν στον χώρο \mathbb{R}^{60} . Η διαδικασία αυτή κατά την αξιολόγηση του τελικού μοντέλου μηχανικής μάθησης φαίνεται ότι βελτίωσε αισθητά τα αποτελέσματα της μεθόδου.

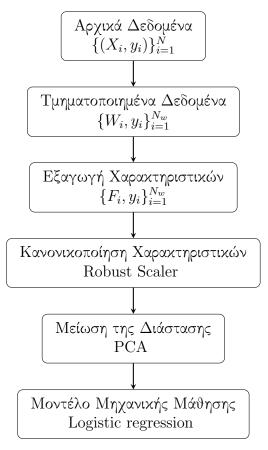
7 Το μοντέλο

Πλέον μετά από τα στάδια συλλογής και προ-επεξεργασίας των δεδομένων, καθίσταται σκόπιμος ο ορισμός του μοντέλου μηχανικής μάθησης με κύριο στόχο στόχο την αυτόματη κατηγοριοποίηση (ταξινόμηση) της πολυδιάστατης χρονοσειράς των αισθητηριακών σημάτων. Δοκιμάστηκαν και εφαρμόστηκαν διαφορετικά μοντέλα μηχανικής μάθησης αλλά αυτό με τα καλύτερα αποτελέσματα φαίνεται να είναι το μοντέλο της λογιστικής παλινδρόμησης (Logistic Regression). Η λογιστική παλινδρόμηση, παρά το γεγονός ότι το όνομά της παραπέμπει στο πρόβλημα της παλινδρόμησης (regression), είναι ένα μοντέλο για ταξινόμηση. Η μαθηματική έκφραση που ελαχιστοποιεί το λογιστικό μοντέλο μηχανικής μάθησης που χρησιμοποιήθηκε δίνεται από την σχέση:

$$\min_{w,c} \frac{1}{2} w^T w + C \sum_{i=1}^n \log(\exp(-y_i(X_i^T w + c)) + 1)$$
 (1)

όπου w άγνωστοι παράμετροι, C υπερπαράμετρος κανονικοποίησης, y_i πραγματική κατηγορία του δεδομένου, X_i τα δεδομένα/χαρακτηριστικά και c μια σταθερά. Η διαδικασία μετασχηματισμού, προ-επεξεργασίας και ταξινόμησης του σήματος, που απαρτίζει το τελικό μοντέλο που κατασκευάστηκε παρατίθεται γραφικά στο σχήμα 2 που ακολουθεί. Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι το τελικό μοντέλο κατασκευάστηκε με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι ευέλικτο σε

αλλαγές και τροποποιήσεις καθώς και εύκολα μεταφέρσιμο για ενσωμάτωση σε οποιοδήποτε κώδικα για την χρήση του.



Σχήμα 2: Αλυσίδα αυτόματης κατάτμησης και κατηγοριοποίησης της πολυδιάστατης χρονοσειράς αισθητηριακών σημάτων.

8 Βελτιστοποίηση των υπερπαραμέτρων

Υπερπαράμετροι ονομάζονται οι παράμετροι των μοντέλων μηχανικής μάθησης, οι οποίοι δεν βελτιστοποιούνται κατά την διαδικασία της εκπαίδευσης, αλλά δύνονται σαν είσοδο από το χρήστη. Καθ΄ όλη την διάρκεια κατασκευής του μοντέλου, χρειάστηκαν να ορισθούν αρκετές υπερπαράμετροι που ήταν απαραίτητες για τις διάφορες μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν. Ωστόσο ο τυχαίος ορισμός ή αρχικοποίηση τους δεν είναι βέλτιστος τρόπος να λάβουν τιμή. Για την επίλυση του προβλήματος αυτού, έγινε χρήση της μεθοδολογίας GridSearchCV της βιβλιοθήκης Scikit-learn [4]. Η μεθοδολογία αυτή λαμβάνει για κάθε υπερπαράμετρο μία λίστα με δυνατές τιμές. Στην συνέχεια εκπαι-

δεύει το μοντέλο με κάθε δυνατό συνδυασμό υπερπαραμέτρων και επιστρέφει τον καλύτερο δυνατό συνδυασμό, δηλαδή το μοντέλο με τις υπερπαραμέτρους που παρήγαγαν τα καλύτερα αποτελέσματα στην αξιολόγηση. Ακολουθεί ο πίνακας με τις βέλτιστες υπερπαραμέτρους που βρέθηκαν με την μεθοδολογία GridSearchCV.

Συνάρτηση	Υπερπαράμετρος	Τιμή
Segment	overlap	0.5
Segment	width	50
Robust Scaler	quantile_range	[15.0, 85.0]
PCA	n_components	60
Logistic Regression	С	0.1

Πίναχας 1: Βέλτιστες υπερπαράμετροι του μοντέλου με βάση το GridSearchCV.

9 Αξιολόγηση

Η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της κατηγοριοποίησης (ταξινόμησης) πραγματοποιήθηκε με την χρήση της μεθοδολογίας του cross validation της Scikitlearn [4]. Κατά την μεθοδολογία αυτή, το αρχικό σύνολο δεδομένων διαχωρίζεται σε n ξένα μεταξύ τους υποσύνολα. Σ την συνέχεια τα μοντέλα εκπαιδεύονται στα n-1 υποσύνολα (σύνολο εκπαίδευσης) και τελικά ελέγχονται για την ποιότητα των αποτελεσμάτων τους στο τελευταίο υποσύνολο (σύνολο ελέγχου). Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται n φορές, έτσι ώστε όλα τα υποσύνολα να χρησιμοποιηθούν για εκπαίδευση αλλά και για έλεγχο. Για την επίτευξη του διαχωρισμού των δεδομένων στο cross validation χρησιμοποιήθηκε η τεχνική group K-Fold που είναι ιδανική όταν το σύνολο δεδομένων αποτελείται από διαφορετικούς χρήστες και εξασφαλίζει ότι ο ίδιος χρήστης ή το ίδιο group χρηστών δεν θα εμφανίζεται ταυτόχρονα σε παραπάνω από ένα υποσύνολα δεδομένων (Folds). Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να εκπαιδεύσουμε σε ένα group χρηστών και να μετρήσουμε τις επιδόσεις της μεθόδου σε κάποιο άλλο άγνωστο group. Οι μετρικές που χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχο της ποιότητας ταξινόμησης είναι το $accuracy \in [0,1]$ καθώς και το $F1 \in [0,1]$ score. Τα τελικά accuracy και F1 score είναι ο μέσος όρος των n πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν κατά την διαδικασία του group K-Fold cross validation. Ακολουθούν οι σχέσεις των accuracy και F1 score :

$$accuracy(y, \hat{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} I(y_i, \hat{y}_i)$$
 (2)

με n το πλήθος των δεδομένων, y_i η κατηγορία του i-οστού δεδομένου, $\hat{y_i}$ η i-οστή έξοδος του μοντέλου και I(x,y) δείκτρια συνάρτηση η οποία δίνεται από $I(x,y):=\left\{ \begin{array}{ll} 1, & x=y\\ 0, & x\neq y \end{array} \right.$

$$F1(y, \hat{y}) = 2 * \frac{precision * recall}{precision + recall}$$
(3)

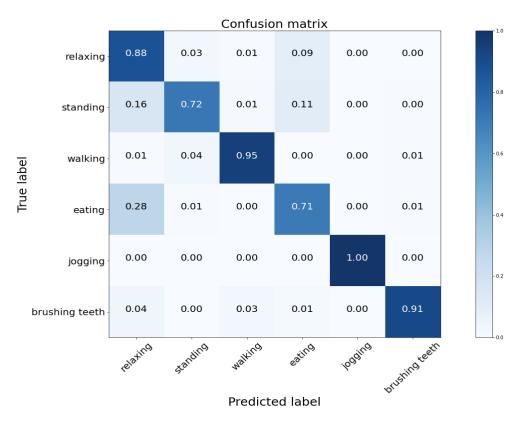
$$precision = \frac{true positive}{true positive + false positive}$$
 (4)

$$recall = \frac{truepositive}{truepositive + falsenegative}$$
 (5)

όπου το $precision \in [0,1]$ και το $recall \in [0,1]$. Το precision είναι διαισθητικά η ικανότητα του ταξινομητή να μην χαρακτηρίζει ως θετικό ένα αρνητικό δείγμα ενώ το recall αντίστοιχα είναι η ικανότητα του ταξινομητή να βρει όλα τα θετικά δείγματα. Τέλος το F1 score είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των precision και recall.

10 Πειραματικά αποτελέσματα

 Σ την παρούσα ενότητα παρατίθενται τα πειραματικά αποτελέσματα της μεθόδου. Για κάθε χρήστη υπάρχουν επαρκή δεδομένα για τις δραστηριότητες (κατηγορίες) jogging, walking, standing, brushing teeth, eating και relaxing. $\mathbf{T}\alpha$ αποτελέσματα της μεθόδου με την διαδικασία αξιολόγησης του group 7-Fold cross validation είναι accuracy = 0.80 και F1 = 0.70. Στο σχήμα 3 παρουσιάζεται ο πίνακας σύγχυσης (Confusion matrix) του έβδομου χρήστη, όταν το μοντέλο εκπαιδεύεται στα δεδομένα των πρώτων έξι χρηστών και αξιολογούμε στον έβδομο. Στον κάθετο άξονα βρίσκονται οι πραγματικές κατηγορίες των δεδομένων ενώ στον οριζόντιο οι κατηγορίες που πρόεβλεψε το μοντέλο. Παρατηρούμε ότι τα σφάλματα που γίνονται από το μοντέλο μηχανικής μάθησης έχουν νόημα και δεν είναι αυθαίρετα. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3, όταν ο χρήστης καταναλώνει το γεύμα του, πιθανότατα να βρίσκεται και σε κατάσταση ηρεμίας - αδράνειας κίνησης. Έτσι το τελικό μοντέλο προέβλεψε 71% των δεδομένων σώστα ότι ο χρήστης πραγματοποιεί την ενέργεια eating και 28% λανθασμένα ότι ο χρήστης πραγματοποιεί την ενέργεια relaxing.



Σχήμα 3: Πίνακας σύγχυσης (Confusion matrix).

11 Βιβλιοθήκες που χρησιμοποιήθηκαν

Ο κώδικας γράφηκε σε γλώσσα προγραμματιμού Python 3[7]. Ακολουθούν οι βιβλιοθήκες που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση του προγράμματος.

- Για τους μαθηματικούς υπολογισμούς και τον χειρισμό πινάκων χρησιμοποιήθηκε η βιβλιοθήκη numpy [8].
- Για τους επιστημονικούς υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκε η βιβλιοθήκη scipy [9].
- Για την επεξεργασία των δεδομένων μέσο dataframes χρησιμοποιήθηκε η βιβλιοθήκη pandas [2].
- Για τα μοντέλα μηχανικής μάθησης έγινε χρήση της βιβλιοθήκης sklearn
 [4].
- Η βιβλιοθήκη matplotlib [10] χρησιμοποιήθηκε για τα γραφήματα.

References

- [1] M. H. C. W. P. H. S. M. David Burns, Nathan Leung, "Shoulder physiotherapy exercise recognition: Machine learning the inertial signals from a smartwatch," arXiv, 2018.
- [2] T. pandas development team, "pandas-dev/pandas: Pandas," Feb. 2020.
- [3] C. W. David Burns, "Seglearn: A python package for learning sequences and time series," arXiv, 2018.
- [4] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel, M. Blondel, P. Prettenhofer, R. Weiss, V. Dubourg, J. Vanderplas, A. Passos, D. Cournapeau, M. Brucher, M. Perrot, and E. Duchesnay, "Scikit-learn: Machine learning in Python," *Journal of Machine Learning Research*, vol. 12, pp. 2825–2830, 2011.
- [5] C. M. Bishop, "Pattern recognition," *Machine learning*, vol. 128, no. 9, 2006.
- [6] S. Wold, K. Esbensen, and P. Geladi, "Principal component analysis," *Chemometrics and intelligent laboratory systems*, vol. 2, no. 1-3, pp. 37–52, 1987.
- [7] G. Van Rossum and F. L. Drake, *Python 3 Reference Manual*. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009.
- [8] C. R. Harris, K. J. Millman, S. J. van der Walt, R. Gommers, P. Virtanen, D. Cournapeau, E. Wieser, J. Taylor, S. Berg, N. J. Smith, R. Kern, M. Picus, S. Hoyer, M. H. van Kerkwijk, M. Brett, A. Haldane, J. F. del Río, M. Wiebe, P. Peterson, P. Gérard-Marchant, K. Sheppard, T. Reddy, W. Weckesser, H. Abbasi, C. Gohlke, and T. E. Oliphant, "Array programming with NumPy," *Nature*, vol. 585, pp. 357–362, Sept. 2020.
- [9] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser, J. Bright, S. J. van der Walt, M. Brett, J. Wilson, K. J. Millman, N. Mayorov, A. R. J. Nelson, E. Jones, R. Kern, E. Larson, C. J. Carey, İ. Polat, Y. Feng, E. W. Moore, J. VanderPlas, D. Laxalde, J. Perktold, R. Cimrman, I. Henriksen, E. A. Quintero, C. R. Harris, A. M. Archibald, A. H. Ribeiro, F. Pedregosa, P. van Mulbregt, and SciPy 1.0 Contributors, "SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python," Nature Methods, vol. 17, pp. 261–272, 2020.

[10] J. D. Hunter, "Matplotlib: A 2d graphics environment," Computing in Science & Engineering, vol. 9, no. 3, pp. 90–95, 2007.